

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Г. И. Лещинская

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины
для студентов по направлению подготовки в бакалавриате
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2025

УДК 590.6

Рецензент

кандидат педагогических наук, доцент кафедры прикладной математики и
информационных технологий ФГБОУ ВО

«Калининградский государственный технический университет»

И. Г. Булан

Лещинская, Г. И.

Высшая математика: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование/ Г.И. Лещинская – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ». – 2025. – 43 с.

Учебно-методическое пособие является руководством по изучению дисциплины Высшая математика. Содержит характеристику дисциплины (цель и планируемые результаты изучения дисциплины, место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы, описание видов и процедур текущего контроля и промежуточной аттестации), тематический план с описанием для каждой темы форм проведения занятия, вопросов для изучения, методических материалов к занятию, методических указаний по выполнению самостоятельной работы, а также тесты и контрольные работы.

Табл. 4, список лит. – 19 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 18.09.2025 г., протокол № 6

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией ИЦТ от 23.09.2025 г., протокол № 6

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией института агроинженерии и пищевых систем ФГБОУ ВО от 28.11.2025 г., протокол № 9

УДК 590.6

© Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Калининградский государственный
технический университет», 2025 г.
© Лещинская Г. И., 2025 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы.....	5
2. Методические рекомендации по изучению дисциплины.....	6
3. Содержание дисциплины.....	7
3.1 Раздел 1. Элементы линейной алгебры.....	8
3.2 Раздел 2. Векторная алгебра.....	8
3.3 Раздел 3. Аналитическая геометрия.....	9
3.4 Раздел 4. Комплексные числа.....	10
3.5 Раздел 5. Введение в математический анализ.....	11
3.6 Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....	12
3.7 Раздел 7. Функции нескольких переменных.....	13
3.8 Раздел 8. Неопределенный интеграл. Методы вычисления.....	14
3.9 Раздел 9. Определенный интеграл.....	15
3.10 Раздел 10. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	16
3.11 Раздел 11. Кратные, криволинейные интегралы.....	17
3.12 Раздел 12. Ряды.....	18
3.13 Раздел 13. Теория вероятностей.....	19
3.14 Раздел 14. Математическая статистика.....	21
4. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.....	22
5. Методические указания по самостоятельной работе.....	29
6. Оценочные средства для текущей и промежуточной аттестации....	30
Библиографический список.....	40

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие представляет комплекс систематизированных материалов для самостоятельного изучения дисциплины «Высшая математика» для студентов направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование.

Целью изучения дисциплины является: обеспечение фундаментальной подготовки будущего специалиста в области математики, изучение основ классической и современной алгебры и аналитической геометрии, ознакомление с основными направлениями и методами алгебраических исследований, демонстрация возможностей применения этих методов в различных областях математики и ее приложениях; подготовить студентов к чтению математической и прикладной научной литературы, где широко применяется язык математического анализа, выработать у студентов умение использовать методы математического анализа в других естественнонаучных дисциплинах, будущей исследовательской деятельности; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях; обучение студентов построению математических моделей случайных явлений, изучаемых естественными науками, физико-техническими и инженерно-физическими дисциплинами, экологией и экономикой, анализу этих моделей, привитие студентам навыков интерпретации теоретико-вероятностных конструкций внутри математики и за ее пределами, заложить понимание формальных основ дисциплины и выработать у студентов достаточный уровень вероятностной интуиции, позволяющей им осознанно переводить неформальные стохастические задачи в формальные математические задачи теории вероятностей.

Задачами преподавания дисциплины, отражающимися в ее содержании, являются: развитие интеллектуальных и творческих способностей, познавательных процессов; формирование элементов соответствующих компетенций; формирование у студента личностного знания о роли математики как части общечеловеческой культуры, как универсального языка науки.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основные понятия алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также их простейшие приложения в профессиональных дисциплинах;
- методы решения математических задач до числового или другого требуемого результата (графика, формулы и т. п.);
- основные применения теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;

уметь:

- использовать в профессиональной деятельности базовые знания математики;

- ставить цели и формулировать математическую постановку задач, связанных с реализацией профессиональных функций;
- прогнозировать возможный результат предлагаемого математического решения, уметь оценивать его значения;
- переводить экономические задачи с описательного языка на язык математики;
- строить математические модели прикладных задач с оптимальным выбором их решения, анализа и оценки полученных результатов;
- оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;

владеТЬ:

- методами анализа и навыками самостоятельного изучения учебной и научной математической литературы;
- математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач;
- математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным проблемам;
- способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения.

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Высшая математика» относится к естественнонаучному и инженерному модулю основной профессиональной образовательной программы высшего образования по направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование.

При изучении дисциплины используются знания, умения и навыки довузовской подготовки по математике.

Дисциплина является базой при изучении дисциплин естественнонаучного и инженерного модуля, общепрофессионального модуля.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 15 зачетных единиц (з. е.), т. е. 540 академических часов контактной и самостоятельной учебной работы студента; работы, связанной с текущей и промежуточной аттестацией по дисциплине.

Основными видами аудиторных учебных занятий по дисциплине являются лекции и практические занятия.

Формирование знаний, обучающихся обеспечивается проведением лекционных занятий.

В ходе изучения дисциплины предусматривается применение эффективных методик обучения, которые предполагают постановку вопросов

проблемного характера с разрешением их, как непосредственно в ходе занятий, так и в ходе самостоятельной работы.

Контроль знаний в ходе изучения дисциплины осуществляется в виде текущего контроля, а также промежуточной аттестации в форме экзамена.

Текущий контроль (контроль выполнения заданий на самостоятельную работу) предназначен для проверки хода и качества усвоения студентами учебного материала и стимулирования их учебной работы. Он может осуществляться в ходе всех видов занятий в форме, избранной преподавателем или предусмотренной рабочей программой дисциплины.

Текущий контроль предполагает постоянный контроль преподавателем качества усвоения учебного материала, активизацию учебной деятельности студентов на занятиях, побуждение их к самостоятельной систематической работе. Он необходим обучающимся для самоконтроля на разных этапах обучения. Их результаты учитываются выставлением преподавателем оценок в журнале учета успеваемости и в ходе ежемесячной аттестации.

При текущем контроле успеваемости учитывается: выполнение обучающимся всех работ и заданий, предусмотренных рабочей программой дисциплины, а именно выполнение заданий на практических занятиях; самостоятельную работу обучающихся; посещаемость аудиторных занятий (занятий с применением ДОТ).

Далее в пособии представлены методические материалы по изучению дисциплины, включающие тематический план занятий с перечнем вопросов для изучения, рекомендуемой литературой, методическими указаниями. Изложены методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям. В разделе "Оценочные средства" приведены тесты открытого и закрытого видов, а также две контрольные работы. В приложении представлены методические указания к практическим знаниям.

Помимо данного пособия, студентам следует использовать материалы, размещенные в соответствующем данной дисциплине разделе ЭИОС, в которые более оперативно вносятся изменения для адаптации дисциплины под конкретную группу.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При подготовке к лекционным занятиям студенту необходимо:

1. Повторить ранее изученный материал.
2. Регулярно конспектировать лекционный материал:
 - рекомендуется вести систематизированный, логически связанный и ясный конспект;
 - конспект должен быть кратким, но содержать основные положения и ключевые идеи.
3. Доработка конспектов после занятия:

- повторить изученный материал.
- дополнить записи на основе прочтения рекомендованной литературы или изучения методических материалов.
- постараться сделать это в день лекции, чтобы лучше запомнить материал.

4. Изучение дополнительных материалов.

Использование рекомендованной литературы и пособий помогает глубже понять изучаемую тему.

Таблица 1 – Тематический план лекционных занятий

№ п/п	Раздел дисциплины
	1-й семестр
1	Элементы линейной алгебры
2	Векторная алгебра
3	Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве
4	Комплексные числа
5	Введение в математический анализ
6	Дифференциальное исчисление функции одной переменной
	2-й семестр
7	Функции нескольких переменных
8	Неопределенный интеграл. Методы вычисления
9	Определенный интеграл
10	Дифференциальные уравнения первого порядка
11	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ
12	Ряды
	3-й семестр
13	Теория вероятностей
14	Математическая статистика

3 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс разбит на разделы, в которых даны указания литературы, рекомендуемой для изучения.

Номера в скобках [] означают пособия, из приведенного списка основной литературы; например, [раздел «Алгебра и геометрия» 2, глава 1, § 1.1] обозначает из раздела «Алгебра и геометрия» учебник Б. А. Горлач, в котором рекомендуется изучить главу 2, § 3, 4, 6. и т. д.

3.1 Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Вопросы для изучения

1. Матрица. Определение. Частные виды матриц. Единичная матрица. Транспонирование матриц. Сложение матриц. Умножение матриц на число. Умножение матриц. Обратная матрица.
2. Определители второго и третьего порядков. Их вычисление. Свойства определителей. Понятие об определителях любого конечного порядка.
3. Системы линейных уравнений.
4. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений средствами матричного исчисления.
6. Однородные системы.
7. Понятие о ранге матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

Методические указания

Важно хорошо усвоить свойства определителей, так как без их применения практически невозможно вычислять определители высших порядков (выше третьего). Умение вычислять определители пригодится последующих тем. Понятие матрицы тесно связано с исследованием и решением систем линейных уравнений.

Рекомендуемые источники по теме: [раздел «Алгебра и геометрия» 2, глава 1, § 1.1–2.5]

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение матрицы, пояснить нумерацию элементов. Как определить размер или порядок матрицы?
2. Какие действия с матрицами называют линейными?
3. Сформулировать правило умножения матриц.
4. Дать определение минора M_{ij} элемента определителя.
5. Перечислить основные свойства определителей.
6. Дать определение системы линейных алгебраических уравнений.
7. Для каких систем применимо правило Крамера?
8. Пояснить алгоритм решения систем методом обратной матрицы.
9. Дать определение ранга матрицы.

3.2 Раздел 2. Векторная алгебра

Вопросы для изучения

1. Векторы. Основные определения. Линейные операции над векторами: сложение. Вычитание, умножение вектора на число. Условие коллинеарности векторов.
2. Проекция вектора на ось.
3. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и линейно независимые векторы. Разложение вектора по базису.
4. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по координатному базису. Координаты вектора.
5. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами.

6. Координаты вектора, заданного двумя точками. Расстояние между двумя точками.

7. Направляющие косинусы вектора.

8. Деление отрезка в данном отношении.

9. Скалярное и векторное произведение векторов.

Методические указания

Понятие вектора в современной математике является довольно широким понятием, связанным с понятием линейных операций (сложением и умножением на число). Такие операции уже встречались, например, в арифметике, теории матриц. В каждом конкретном случае они определялись по-своему, в соответствии со спецификой тех множеств, для которых они рассматриваются (числа, матрицы). Но свойства этих операций одинаковы. Именно эта общность и сближает их. При решении задач следует учесть особенности применяемой терминологии. Пояснение всех терминов, используемых в задачах найти в методических рекомендациях по изучению данной темы, а рекомендуемой литературе.

Рекомендуемые источники [раздел «Алгебра и геометрия», 2, глава 3, § 3.1–3.7].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение уравнения линии на плоскости.

2. Перечислить и записать уравнения прямой линии. Пояснить геометрический смысл коэффициентов каждого уравнения.

3. Записать каноническое уравнение эллипса и перечислить его характеристики.

4. Записать каноническое уравнение гиперболы и назвать ее характеристики.

5. Записать каноническое уравнение параболы.

6. Записать уравнения плоскости: общее, в отрезках на осях, через три заданные точки. Пояснить их смысл.

7. Как найти угол между плоскостями?

8. Записать уравнения прямой в пространстве: как пересечение плоскостей; каноническое уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

3.3 Раздел 3. Аналитическая геометрия

Вопросы для изучения

Задание множеств точек уравнениями и неравенствами. Уравнение линии на плоскости. Прямая па плоскости. Понятие о кривых второго порядка. Канонические уравнения эллипса, окружности, параболы, гиперболы. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду в простейших случаях. Общее уравнение плоскости. Уравнения прямой в пространстве.

Методические указания

Аналитическая геометрия – область математики, в которой геометрические задачи решаются алгебраическим способом. Важно научиться анализировать геометрические свойства линии на основе анализа их уравнений.

Рекомендуемые источники: [раздел «Алгебра и геометрия», 2, глава 7, § 7.1–7.7, глава 8, § 8.1–8.3]

Вопросы для самоконтроля

1. Задание множеств точек уравнениями и неравенствами. Уравнение линии на плоскости.
2. Прямая на плоскости. Общее уравнение.
3. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
5. Уравнение прямой в отрезках.
6. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
7. Понятие о кривых второго порядка. Канонические уравнения эллипса, окружности, параболы, гиперболы.
8. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду в простейших случаях.
9. Общее уравнение плоскости. Уравнения прямой в пространстве.

3.4 Раздел 4. Комплексные числа

Вопросы для изучения

1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Мнимая единица.
3. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
4. Возведение в натуральную степень и извлечение корня из комплексного числа (формула Муавра-Лапласа).

Методические указания

Комплексные числа обладают рядом замечательных свойств, выделяющих их из ряда других полей. В отличие от поля вещественных чисел, комплексные числа образуют алгебраически замкнутое поле. Это означает, что любой многочлен произвольной степени n (n – любое натуральное число) с комплексными коэффициентами имеет ровно n комплексных корней (основная теорема алгебры). Они также нашли значительное применение в анализе: теория функций комплексного переменного оказалась намного более богата, чем теория функций вещественного переменного, комплексные числа также

играют важную роль при рассмотрении представлений функций в виде рядов: при комплексной записи вещественных рядов появляется возможность полностью решить вопрос о сходимости каждого ряда.

Применение комплексных чисел позволяет удобно и компактно сформулировать многие математические модели, применяемые в математической физике и в естественных науках. Поэтому комплексные числа имеют широкое применение как в самой математике, так и в приложениях: в электротехнике, гидродинамике, картографии, квантовой механике, теории колебаний и многих других.

Рекомендуемые источники: [раздел «Алгебра и геометрия», 2, глава 4, § 4.1–4.3].

Вопросы для самоконтроля

1. Какие числа называют комплексными?
2. Записать различные формы комплексного числа.
3. В каком случае применяют формулу Эйлера?
4. Перечислить алгебраические действия над комплексными числами.

3.5 Раздел 5. Введение в математический анализ

Вопросы для изучения

1. Функция и способы ее задания. Область определения функции.
2. Основные элементарные функции и их графики.
3. Понятие предела функции.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Понятие о неопределенных выражениях. Раскрытие неопределенностей.
7. Первый и второй замечательный пределы.
8. Непрерывность функции. Понятие о точках разрыва функции.

Методические указания

Понятие функции – одно из наиболее важных в математике и ее приложениях. В самом общем понимании функция – это зависимость между двумя переменными. В курсе математического анализа изучают главным образом числовые функции. Наглядное представление о числовой функции дает ее график. Это – некоторое множество точек на координатной плоскости, обычно – некоторая линия. Задать функцию означает: указать область определения функции и описать правило, позволяющее по данному значению аргумента находить соответствующее значение функции. Наиболее употребительными являются три способа задания функции: табличный, аналитический, графический. Наиболее простые приложения математического анализа ограничиваются кругом так называемых элементарных функций. Это: степенные функции, показательные функции, тригонометрические функции, обратные тригонометрические.

Важно усвоить понятия предела функции, бесконечно малых и

бесконечно больших функций и методы вычисления приделов. Изучив эту главу, студент будет готов к восприятию понятий производной и интеграла.

Рекомендуемые источники: [раздел «Математический анализ», 1, глава 1, § 1–5, глава 2, § 1–3].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение предела функции в точке.
2. Дать определение предела функции в бесконечности.
3. Дать определение правого (левого) предела функции в точке.
4. Назвать виды неопределенностей.
5. Каким образом осуществляется раскрытие неопределенностей?
6. Какая функция называется непрерывной?
7. Назвать виды разрывов функций.
8. Какие функции называют бесконечно малыми, а какие называют бесконечно большими?
9. Записать первый и второй замечательные пределы

3.6 Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вопросы для изучения

1. Определение производной. Ее механический и геометрический смысл.
- Уравнение касательной к графику функции.
2. Свойства производной. Основные правила нахождения производных.
3. Таблица производных основных элементарных функций.
4. Производные высших порядков.
5. Дифференциал функции. Геометрический смысл. Использование в приближенных вычислениях.
6. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей.
7. Признаки возрастания и убывания функций в интервале.
8. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
9. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
10. Схема исследования функции и построения ее графика.

Методические указания

Понятие производной – одно из основных понятий математического анализа. Всякий процесс или явление, протекающее во времени, характеризуются наряду с другими показателями такой важной характеристикой, как скорость. Можно говорить о задаче нахождения скорости неравномерного движения, химической реакции, нагревания и остывания нагретого тела, производительности труда и т.д. Все эти задачи приводят к однотипным вычислениям, результат которых называют производной.

Важно усвоить понятие производной, способы ее вычисления, а также

научиться применять это понятие при решении прикладных задач.

Рекомендуемые источники по теме: [раздел «Математический анализ»,

1, глава 3, § 1–5, глава 4, § 1–7].

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислить правила дифференцирования функций?
2. Как находится производная сложной и неявной функции?
3. В чем состоит геометрический смысл производной?
4. Какие производные применяются для исследования функций и построения их графиков?
5. Сформулировать теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
6. В чем состоит основная идея правила Лопитала?
7. Дать определение дифференциала функции.
8. Как находятся производные высших порядков?
9. Дать определение экстремума функции.
10. Дать общую схему исследования функции.

3.7 Раздел 7. Функции нескольких переменных

Вопросы для изучения

1. Функции двух переменных. Область определения. Линии уровня.
- Понятие о функциях трех и более переменных.
2. Предел функции. Непрерывность.
3. Частные производные. Их геометрический и механический смысл.
4. Полный дифференциал, его приложение к приближенным вычислениям.
5. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.
6. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые условия.

Понятие о достаточных условиях экстремума.

Методические указания

В данной теме рассматриваются переменные величины, зависящие от нескольких других переменных величин. Необходимость изучения такого вида зависимостей вызваны тем, что во многих процессах и явлениях, встречающихся в природе, технике, в практической деятельности человека, числовые значения одной величины определяются набором из двух, трех и большего количества независимых переменных. При изучении этих явлений используют понятие функции нескольких переменных.

Рекомендуемые источники по теме: [раздел «Математический анализ», 1, глава 7, § 1–5].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение функции многих переменных.
2. Что называют областью определения функции многих переменных?

3. Как находят частные производные и дифференциалы первого и высших порядков.
4. Сформулировать теорему о смешанных производных.
5. Что называют градиентом функции?
6. Записать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.
7. Сформулировать необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.
8. Сформулировать суть метода множителей Лагранжа.
9. Как находят наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом множестве?

3.8 Раздел 8. Неопределенный интеграл. Методы вычисления

Вопросы для изучения

1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям.
3. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
4. Правильные и неправильные рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование дробно-рациональных функций.
5. Интегрирование некоторых видов тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегралы вида:

$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$$

6. Интегрирование некоторых видов иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.

Методические указания

В предыдущих разделах мы изучали производную функции и ее приложения к решению практических задач.

В этом разделе рассматривается второе основное понятие математического анализа – понятие интеграла. Интегрирование – действие, обратное нахождению производной. Важно усвоить основные формулы интегрирования и методы интегрирования, т.к. понятие интеграла пронизывает не только всю современную математику, но и физику, химию и многие общетехнические и специальные дисциплины.

Рекомендуемые источники по теме: [раздел «Математический анализ»,

1, глава 5, § 1]

Вопросы для самоконтроля

1. Какая функция называется первообразной?
2. Что представляет собой неопределенный интеграл?

3. Какими свойствами обладает неопределенный интеграл?
4. Какова идея метода замены переменной?
5. По какой формуле осуществляется интегрирование по частям?
6. Перечислить основные методы интегрирования элементарных дробей.
7. В каких случаях применяют метод замены переменной в интегрировании?
8. С помощью какого метода находят интегралы от обратных тригонометрических функций?
9. С помощью, какой универсальной подстановки находят интегралы, содержащие тригонометрические функции?
10. Для всякой ли иррациональной функции можно найти первообразную в виде элементарной функции?

3.9 Раздел 9. Определенный интеграл

Вопросы для изучения

1. Геометрический смысл определенного интеграла.
2. Основные свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Замена переменной в определенном интеграле.
5. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
6. Несобственные интегралы (случай бесконечных пределов интегрирования).
7. Несобственные интегралы (интегралы от разрывных функций).
8. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
9. Вычисление площади под кривой, заданной параметрически.
10. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
11. Вычисление длин дуг плоских кривых.
12. Вычисление объемов тел вращения.
13. Вычисление площади поверхности тел вращения.

Методические указания

К понятию определенного интеграла приводит задача вычисления площади криволинейной трапеции. Важное значение имеет формула Ньютона-Лейбница. Эта формула устанавливает связь между двумя основными понятиями интегрального исчисления: неопределенным и определенным интегралами. Она позволяет вычислять определенные интегралы путем нахождения первообразных.

Геометрические приложения определенного интеграла многочисленны. Это вычисление: площадей плоских фигур, объема тел вращения, длин дуг.

Многие задачи механики, например, вычисление давления жидкости на пластину; вычисление работы переменной силы на прямолинейном отрезке пути; вычисление работы по выкачиванию жидкости из резервуара можно решить, используя методы интегрирования.

Рекомендуемые источники по теме: [раздел «Математический анализ»,

1, глава 5, § 2–4, глава 6, § 1, 2].

Вопросы для самоконтроля

1. Что собой представляет интегральная сумма?
2. Какой вид имеет формула Ньютона-Лейбница?
3. Какими свойствами обладает определенный интеграл?
4. В чем состоит особенность метода замены переменной при его использовании для вычисления определенного интеграла?
5. Перечислить геометрические приложения определенного интеграла.
6. Перечислить физические приложения определенного интеграла.
7. Дать определение несобственному интегралу с бесконечными пределами.
8. Дать определение несобственному интегралу с конечными пределами.
9. Какие несобственные интегралы называют сходящимися (расходящимися)?

3.10 Раздел 10. Дифференциальные уравнения первого порядка

Вопросы для изучения

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
2. Интегрирование простейших типов дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
6. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
7. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные уравнения. Свойства их решений. Фундаментальная система решений.
8. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
12. Понятие о системах линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

Методические указания

Многочисленные задачи естествознания, техники, механики, биологии, химии и других отраслей знаний сводятся к тому, что по заданным свойствам некоторого процесса или явления необходимо найти математическую модель самого процесса в виде формулы, связывающей переменные величины, т.е. в виде функциональной зависимости.

При изучении таких задач используют дифференциальные уравнения. В данной теме рассмотрены обыкновенные дифференциальные уравнения.

Рекомендуемые источники по теме: [раздел «Математический анализ»,

1, глава 10, § 1–4]

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулировать задачи, приводящие к составлению и решению дифференциальных уравнений.

2. Записать общий вид дифференциальных уравнений с разделяющими переменными.

3. Дать определение общего и частного решения дифференциального уравнения.

4. Какой вид имеют линейные дифференциальные уравнения первого порядка?

5. Что значит решить задачу Коши с геометрической точки зрения?

6. Какое решение дифференциального уравнения второго порядка называют общим, а какое – частным?

7. Записать в общем виде линейное дифференциальное уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

8. Какое уравнение называют характеристическим?

9. Записать алгоритм решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

10. В каком виде находят решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью?

3.11 Раздел 11. Кратные, криволинейные интегралы.

Вопросы для изучения

1. Задачи, приводящие к двойным интегралам. Двойной интеграл.

2. Свойства двойного интеграла.

3. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.

4. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

5. Приложения двойного интеграла.

6. Тройной интеграл.

7. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

8. Приложения тройного интеграла.
9. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла.
Криволинейный интеграл первого рода.

10. Криволинейный интеграл второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.

11. Приложения криволинейных интегралов. Формула Грина.

Методические рекомендации

При изучении физики, механики и при решении разнообразных инженерных задач часто возникает необходимость наряду с интегралами от действительной функции одного переменного рассматривать интегралы от функций многих переменных. Эти интегралы приходится вычислять по двумерным, трехмерным областям, по кривым и поверхностям. Такие интегралы играют важную роль при исследовании скалярных и векторных полей, задаваемых в пространстве действительными и векторными функциями векторного аргумента, составляющими предмет изучения теории поля и векторного анализа.

Примерами векторных полей являются поле скоростей текущей жидкости, поле скоростей точек твердого тела, вращающегося с угловой скоростью или вокруг данной оси, поле электрической или магнитной напряженности и другие.

Рекомендуемые источники: [раздел «Математический анализ», 1, глава 8, § 1–3, глава 9, § 1–3].

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулировать задачу интегрирования функции многих переменных.
2. Дать определение двойному интегралу.
3. Перечислить основные свойства двойного интеграла.
4. Какими способами интегрируют двойные интегралы?
5. В чем геометрический смысл двойного интеграла?
6. Перечислить физические приложения двойного интеграла.
7. Дать определение криволинейного интеграла.
8. Как вычисляют криволинейные интегралы первого и второго рода?
9. Сформулировать условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
10. Записать формулу Грина.

3.12 Раздел 12. Ряды

Вопросы для изучения

1. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
2. Теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак сходимости ряда.
5. Теорема Лейбница. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
6. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Свойства

абсолютно сходящихся рядов.

7. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.

8. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.

9. Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.

10. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

11. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.

Непрерывность суммы ряда.

12. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

13. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.

14. Разложение по степеням x бинома $(1+x)^m$.

15. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.

16. Разложение по степеням x функций $e, \cos x, \sin x, \ln(1+x)$

Методические указания

Ряды являются обобщением обычных сумм и многочленов на бесконечное число слагаемых. Для изучения рядов используется частный случай функций: функций натурального аргумента – последовательностей – и их пределов при $n \rightarrow \infty$, понятие о которых дается в курсе дифференциального исчисления. Введение рядов позволяет изучать функции, не являющиеся элементарными, находить интегралы, которые невозможно вычислить методами, описанными в курсе интегрального исчисления. В дальнейшем ряды находят применение в курсе теории вероятностей.

Рекомендуемые источники по теме: [раздел «Математический анализ»,

1, глава 11, § 1–5, глава 12, § 1–3].

Вопросы для самоконтроля

1. Что называют числовым рядом?

2. Пояснить понятие суммы ряда.

3. Записать необходимое условие сходимости числовых рядов.

4. Какие ряды называют знакочередующимися?

5. Сформулировать признак Лейбница.

6. Дать определение абсолютно сходящегося ряда.

7. Дать определение степенного ряда.

8. Как найти радиус сходимости степенного ряда?

9. Что называют областью сходимости степенного ряда?

10. Записать формулы для нахождения коэффициентов Фурье.

3.13 Раздел 13. Теория вероятностей

Вопросы для изучения

1. Случайные события. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.

2. Произведение событий. Зависимые и независимые события. Теоремы умножения вероятностей.
3. Сумма событий. Теоремы сложения.
4. Следствия из теорем сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.
5. Основные формулы комбинаторики. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
6. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
7. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности события в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
8. Дискретные случайные величины. Закон распределения.
Числовые характеристики и их свойства.
9. Биномиальный, геометрический, гипергеометрический законы распределения
10. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
11. Интегральная функция распределения и ее свойства.
12. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности) и ее свойства.
13. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
14. Равномерный закон распределения.
15. Показательный закон распределения. Функция надежности.
16. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания значений случайной величины в заданный интервал для нормального закона.
17. Вероятность отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания для нормального закона. Правило трех сигм.
18. Понятие о начальных и центральных моментах распределения.
19. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.
20. Понятие о законе больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.

Методические указания

Теория вероятностей – математическая наука, изучающая объективные закономерности массовых случайных событий. При этом изучаемые явления рассматриваются в абстрактной форме, независимо от их конкретной природы. Таким образом, теория вероятностей рассматривает не сами реальные явления, а их упрощенные схемы – математические модели. Предметом теории вероятностей является изучение математических моделей случайных явлений. Цель теории вероятностей – осуществление прогноза в области случайных событий, контроль этих событий. В настоящее время нет практически ни одной области науки, в которой не применялись бы вероятностные методы. Они являются теоретической базой для математической статистики, занимающейся разработкой методов сбора, описания и обработки результатов наблюдений.

Рекомендуемые источники: [раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 2, глава 1, 2, 4, 5].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение случайного события. Почему события представляются нам случайными?
3. Дать классическое определение вероятности.
4. Сформулировать теорему сложения и теорему умножения вероятностей событий.
5. Что Вы понимаете под условной вероятностью события?
6. Почему не всегда возможно применить формулу Бернулли?
7. В каких задачах используют формулу Пуассона?
8. Какие величины называют случайными?
9. Что определяет функция распределения вероятностей?
10. Записать аналитически и изобразить графически нормальный, равномерный и показательный законы распределения.

3.14 Раздел 14. Математическая статистика

Вопросы для изучения

1. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
2. Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма.
3. Числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, размах, мода, медиана. Методы их вычисления.
4. Оценка неизвестных параметров распределения. Точечные оценки. Свойства оценок: несмещенност, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. «Исправленная дисперсия».
5. Интервальные оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность.
6. Доверительный интервал для математического ожидания при известной генеральной дисперсии нормального распределения.
7. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии нормального распределения.
8. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения
9. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Критическая область.
10. Проверка гипотезы о нормальном распределении изучаемой случайной величины. Критерий Пирсона.
11. Функциональная, статистическая, корреляционная зависимости. Линейная корреляция. Уравнение регрессии. Коэффициент регрессии
12. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент (ковариация). Коэффициент корреляции и его свойства.

Методические указания

Математическая статистика – раздел математики, изучающий методы сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений с целью выявления существующих закономерностей. Математическая статистика связана с теорией вероятностей. Связующим звеном между ними являются предельные теоремы теории вероятностей. Предметом математической статистики является изучение случайных величин (событий, процессов) по результатам наблюдений. Эти результаты необходимо упорядочить, представить в удобном для изучения виде. Далее нужно оценить, хотя бы приближенно, интересующие нас характеристики изучаемой случайной величины. Например, дать оценку математического ожидания, дисперсии, оценку параметров распределения, вид которого неизвестен. Наконец, важной задачей является проверка статистических гипотез, т. е. решения вопроса согласования полученных результатов с теоретическими данными.

Рекомендуемые источники: [раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 2, глава 6, 7].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение статистического распределения выборки.
2. Дать определение гистограммы относительных частот.
3. Что называют надежностью оценки неизвестного параметра?
4. Что принято использовать для оценки дисперсии генеральной совокупности?
5. Дать определение эмпирических и теоретических частот.
6. Что называют статистической гипотезой?
7. В чем суть критерия Пирсона и когда его применяют?
8. В чем преимущества и недостатки критерия Колмогорова перед критерием Пирсона?
9. Какую зависимость называют корреляционной?

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Практические занятия направлены на углубление знаний и закрепление основных понятий и методов, изучаемых в рамках дисциплины. Основная цель занятий – научиться применять теоретические знания для решения прикладных задач.

Рекомендации к подготовке

1. Изучение лекционного материала и конспектов:
 - Перед практическими занятиями необходимо проработать соответствующие разделы лекционного материала.
 - Рекомендуется вести конспект занятий и дополнительно пересмотреть его перед началом практического занятия.
2. Проработка учебной литературы:

– Используйте основные учебники и методические пособия, рекомендованные преподавателем.

– Для глубокого понимания теории рекомендуется обращаться к дополнительной литературе.

3. Решение типовых задач:

– Важно проработать примеры и типовые задачи из учебных материалов, методических указаний.

– Выполните задачи, предложенные преподавателем для самостоятельной работы, что обеспечит лучшее понимание методов и подходов к решению задач.

4. Подготовка вопросов:

– Составьте список вопросов по материалу, вызвавшему затруднения.

– Обсуждение этих вопросов на практическом занятии поможет устранить пробелы в знаниях.

5. Вопросы для самоконтроля:

– Перед каждым занятием рекомендуется проверять себя с помощью вопросов для самоконтроля из методических указаний к лекционным занятиям. Это позволит оценить уровень своей подготовки.

Таблица 2 – Тематический план практических занятий

№ п/п	Раздел дисциплины
	1 семестр
1	Элементы линейной алгебры
2	Векторная алгебра
3	Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве
4	Комплексные числа
5	Введение в математический анализ
6	Дифференциальное исчисление функций одной переменной
	2 семестр
7	Функции нескольких переменных
8	Неопределенный интеграл. Методы вычисления
9	Определенный интеграл
10	Дифференциальные уравнения первого порядка
11	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ
12	Ряды
	3 семестр
13	Теория вероятностей
14	Математическая статистика

Таблица 3 – Содержание практических занятий

Наименование раздела	№ занятия	Содержание практических занятий	Практические задания	Объем аудиторной работы, ч
1 семестр				
Элементы линейной алгебры	1	Действия над матрицами и их свойства.	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 1217–1222]	2
	2	Вычисление определителей первого, второго, третьего порядков. Вычисление определителей четвертого порядков. Нахождение обратной матрицы	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 1204–1251]	2
	3	Нахождение ранга матрицы. Исследование и решение систем линейных уравнений: метод Крамера, метод Гаусса, метод обратной матрицы	[раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 1237–1241, 1244, 1247]	2
	4	Решение систем однородных уравнений. Решение произвольных систем линейных уравнений	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 1210 (1, 6, 9), 1249–1250]	2
Векторная алгебра	5	Линейные операции с векторами. Разложение вектора по базису. Преобразование координат вектора при переходе к другому базису. Простейшие задачи аналитической геометрии: вычисление длины отрезка, деление отрезка в данном отношении	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 759, 765, 777, 789, 795(5), 803, 815, 820, 826, 835]	2
	6	Скалярное произведение векторов и его приложения. Векторное произведение векторов и его приложения. Смешанное произведение векторов и его приложения.	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 761–838, 839–884]	2
Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	7	Решение задач на различные виды уравнений прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой.	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 210–379]	2

Наименование раздела	№ занятия	Содержание практических занятий	Практические задания	Объем аудиторной работы, ч
	8	Решение задач на составление канонических уравнений кривых 2-го порядка. Преобразование общего уравнения кривой 2-го порядка	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 385–627, 665–700]	3
	9	Решение задач на различные виды уравнений прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Поверхности 2-го порядка	[Раздел «Алгебра и геометрия» 3, № 913–981, 982–1037, 1038–1083]	2
Комплексные числа	10	Комплексные числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах	[Раздел «Математический анализ» 3, № 445–454]	2
Введение в математический анализ	11	Вычисление пределов функции. Исследование функции на непрерывность. Точки разрыва	[Раздел «Математический анализ» 3, № 657–662, 668–680, 727, 732, 735]	2
	12	Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Основные приемы раскрытия неопределенностей	раздел «Математический анализ» 3, № 693–700, 716–719]	2
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	13	Вычисление производной и дифференциала функции. Основные правила дифференцирования. Вычисление производной обратной и сложной функций. Логарифмическая производная	раздел «Математический анализ» 3, № 774–780, 785–790, 885–889, 893–895]	3
	14	Дифференцирование. Дифференцирование функции, заданной параметрически. Производная функции, заданной неявно. Производные высших порядков. Дифференциал. Правила вычисления дифференциала. Дифференциалы высших порядков. Геометрический смысл производной и	Раздел «Математический анализ» 3, № 902–905, 910, 911, 952, 954, 955, 956, 970, 973, 982–985, 992, 995, 917, 918, 920]	2

Наименование раздела	№ занятия	Содержание практических занятий	Практические задания	Объем аудиторной работы, ч
		дифференциала		
	15	Исследование функций и построение графиков	Раздел «Математический анализ» 3, № 1055, 1059, 1066, 1084–1086, 1093, 1094, 1102, 1108]	2
2 семестр				
Функции нескольких переменных	1	Предел и непрерывность функции 2-х переменных. Нахождение частных производных функции 2-х переменных	Раздел «Математический анализ» 3, № 1174, 1179, 1186, 1200, 1206, 1203]	2
	2	Полный дифференциал, применение к приближенным вычислениям. Дифференцирование сложной и неявной функции	Раздел «Математический анализ» 3, № 1215–1220, 1223–1226, 1233, 1238, 1247, 1255, 1259, 1261]	2
	3	Производная по направлению, градиент. Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области	Раздел «Математический анализ» 3, № 1268, 1269, 1272, 1281, 1316–1318, 1320]	2
Неопределенный интеграл. Методы вычисления	4	Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Непосредственное интегрирование	[Раздел «Математический анализ» 3, № 1337–1345, 1348, 1350]	2
	5	Метод замены переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле	[Раздел «Математический анализ» 3, № 1368–1375, 1392, 1395, 1398, 1402]	3
	6	Интегрирование простейших и дробно-рациональных функций	[Раздел «Математический анализ» 3, № 1414–1416, 1428–1431, 1434, 1438]	2
Определенный интеграл	7	Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-	[Раздел «Математический анализ» 3, № 1549, 1553, 1558–1560]	2

Наименование раздела	№ занятия	Содержание практических занятий	Практические задания	Объем аудиторной работы, ч
		Лейбница.		
	8	Методы вычисления определенных интегралов	[Раздел «Математический анализ» 3, № 1561–1564]	3
	9	Вычисление площадей плоских фигур и поверхностей вращения. Вычисление несобственных интегралов	[Раздел «Математический анализ» 3, № 1572, 1576, 1577, 1587, 1596–1599, 1603, 1604, 1608, 1637, 1639]	2
Дифференциальные уравнения первого порядка	10	Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Методы их решения	[Раздел «Математический анализ» 3, № 515–520, 533, 553–558, 575–580]	3
Дифференциальные уравнения второго порядка	11	Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка со специальной правой частью	[Раздел «Математический анализ» 3, № 703–705, 721–727, 732, 739, 744]	2
Кратные, криволинейные	12	Вычисление кратных, криволинейных	[Раздел «Математический анализ» 3, № 17, 20, 24, 31, 34, 47, 48, 59, 63, 106, 188–190, 220–225]	3
Ряды	13	Числовой ряд и его сумма. Применение достаточных признаков сходимости положительных рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница	[Раздел «Математический анализ» 3, № 296, 301, 304, 310, 316–321, 333–335]	2
	14	Функциональные и степенные ряды. Решение задач на разложение функций в ряд Тейлора. Приближенные вычисления с помощью рядов	[Раздел «Математический анализ» 3, № 348, 349, 368–373, 398–400, 416–420]	2
3 семестр				
Теория вероятностей	1	Классическое определение вероятности. Основные теоремы теории вероятностей. Условная вероятность	[Раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 3, № 5–8, 12–16, 18, 20, 24, 52, 55, 64]	6

Наименование раздела	№ занятия	Содержание практических занятий	Практические задания	Объем аудиторной работы, ч
Математическая статистика	2	Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формулы Бернулли, Лапласа и Пуассона	[Раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 3, № 94–96, 99–101, 111, 113, 117, 122, 125, 127]	6
	3	Дискретная случайная величина. Закон распределения вероятностей и числовые характеристики дискретной случайной величины	[Раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 3, № 165, 167, 168, 173, 178, 190–192, 199, 209, 214]	6
	4	Непрерывная случайная величина. Функция распределения вероятностей, функция плотности распределения вероятности. Числовые характеристики непрерывных случайных величин	[Раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 3, № 254, 256, 260, 263, 267, 270, 276, 282, 288, 296]	6
	5	Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма	[Раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 3, № 440, 444, 445, 448, 454, 456, 460].	6
	6	Интервальные и точечные оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез	[Раздел «Теория вероятностей и математическая статистика» 3, № 502–504, 511, 521, 522, 555, 556, 559]	6
Всего				96

5 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Внеаудиторная самостоятельная работа в рамках данной дисциплины включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебной дисциплины в соответствии с тематическим планом;
- подготовку к экзамену.

Подготовка к лекционным занятиям:

При подготовке к лекции рекомендуется повторить ранее изученный материал, что дает возможность получить необходимые разъяснения преподавателя непосредственно в ходе занятия. Рекомендуется вести конспект, главное требование к которому быть систематическим, логически связанным, ясным и кратким. По окончанию занятия обязательно в часы самостоятельной подготовки, по возможности в этот же день, повторить изучаемый материал и доработать конспект.

Подготовка к практическим занятиям:

Подготовка к практическим занятиям предусматривает:

- изучение теоретических положений, лежащих в основе будущих расчетов или методики расчетов;
- детальную проработку учебного материала, рекомендованной литературы и методической разработки на предстоящее занятие.

Самостоятельная работа над отдельными темами учебной дисциплины:

При организации самостоятельного изучения ряда тем лекционного курса обучаемый работает в соответствии с указаниями, выданными преподавателем. Указания по изучению теоретического материала курса составляются дифференцированно по каждой теме и включают в себя следующие элементы: название темы; цели и задачи изучения темы; основные вопросы темы; характеристику основных понятий и определений, необходимых обучаемому для усвоения данной темы; список рекомендуемой литературы; наиболее важные фрагменты текстов рекомендуемых источников, в том числе таблицы, рисунки, схемы и т. п.; краткие выводы, ориентирующие обучаемого на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить; контрольные вопросы, предназначенные для самопроверки знаний.

Подготовка к экзамену

При подготовке к экзамену большую роль играют правильно подготовленные заранее записи и конспекты. В этом случае остается лишь повторить пройденный материал, учесть, что было пропущено, восполнить пробелы, закрепить ранее изученный материал.

В ходе самостоятельной подготовки к экзамену при анализе имеющегося теоретического и практического материала студенту также рекомендуется проводить постановку различного рода задач по изучаемой теме, что поможет в дальнейшем выявлять критерии принятия тех или иных решений, причины совершения определенного рода ошибок. При ответе на вопросы, поставленные в ходе самостоятельной подготовки, обучающийся вырабатывает в себе способность логически мыслить, искать в анализе событий причинно-следственные связи.

6 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточная аттестация в форме дифференцированного экзамена проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости. В отдельных случаях (при не прохождении всех видов текущего контроля) зачет может быть проведен в виде тестирования.

При подготовке к *тестированию* рекомендуется изучить методические материалы и решать аналогичные задания.

Тестовые задания делятся на два типа:

Открытые задания — требуются короткие ответы (числовые, текстовые, элементарные дроби).

Закрытые задания — выбор одного правильного ответа из нескольких предложенных вариантов.

Универсальная система оценивания результатов обучения включает в себя системы оценок:

- 1) «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»;
- 2) «зачтено», «не зачтено»;
- 3) 100-балльную/процентную систему и правило перевода оценок в пятибалльную систему (таблица 4).

Таблица 4 – Система оценок и критерии выставления оценки

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0–40 % «неудовлетворительно»	41–60 % «удовлетворительно»	61–80 % «хорошо»	81–100 % «отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
1. Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно-корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полнотой знаний и системным взглядом на изучаемый объект
2. Работа с информацией	Не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи
3. Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта	Не может делать научно-корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно-корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задачи	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи
4. Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках

Система оценок	2	3	4	5
	0–40 %	41–60 %	61–80 %	81–100 %
Критерий	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
	заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	алгоритмом	алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	поставленной задачи

Результаты текущего контроля успеваемости оцениваются по пятибалльной шкале:

оценка «**отлично**» (5) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 100 % и более (с опережением);

оценка «**хорошо**» (4) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 75 % и более;

оценка «**удовлетворительно**» (3) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 50 % и более;

оценка «**неудовлетворительно**» (2) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся менее чем на 50 %.

Тестовые задания открытого типа оцениваются по системе «зачтено/ не зачтено». Оценивается верность ответа по существу вопроса, при этом не учитывается порядок слов в словосочетании, верность окончаний, падежи.

Оценивание тестовых заданий закрытого типа осуществляется по системе засчитано/ не засчитано («засчитано» – 41–100 % правильных ответов; «не засчитано» – менее 40 % правильных ответов) или пятибалльной системе (оценка «неудовлетворительно» – менее 40 % правильных ответов; оценка «удовлетворительно» – от 41 до 60 % правильных ответов; оценка «хорошо» – от 61 до 80 % правильных ответов; оценка «отлично» – от 81 до 100 % правильных ответов).

Тестовые задания открытого типа

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

В матрице $C = A \cdot B$ элемент c_{13} равен: _____

Ответ: -1

2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 7 & -11 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 3 & -5 \end{vmatrix}$ равен: _____

Ответ: 5

3. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

главный определитель Δ равен: _____

Ответ: -8

4. Для векторов $\vec{a} = \{2, 1, 3\}$ и $\vec{b} = \{-1, 5, 3\}$ модуль разности $|\vec{a} - \vec{b}|$ равен: _____

Ответ: 5

5. Уравнение эллипса с центром в начале координат имеет вид $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, тогда ее малая полуось равна: _____

Ответ: 3

6. Значение α , при котором прямые $l_1 : \frac{x-1}{0} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-7}{6}$ и $l_2 : \frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{\alpha}$ ортогональны друг другу, равно: _____

Ответ: 2

7. Векторы $\bar{a} = 4\bar{i} + \lambda\bar{j} + 5\bar{k}$ и $\bar{b} = \lambda\bar{i} + 2\bar{j} - 6\bar{k}$ взаимно перпендикулярны при значении λ : ____.

Ответ: 5

8. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 - 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен: _____

Ответ: 0

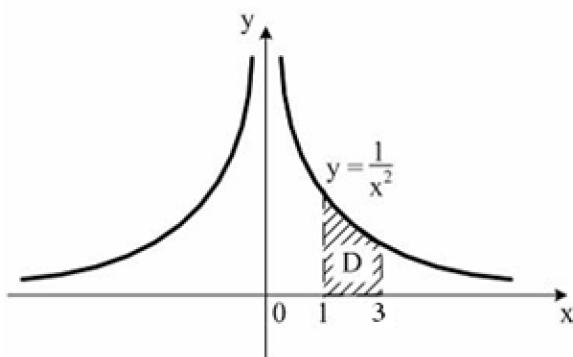
9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 3x}$ равен: _____

Ответ: 9

10. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(2)-F(1)$ равна: _____

Ответ: 8

11. Площадь криволинейной трапеции D



равна: _____

Введите элементарную дробь

Ответ: 2/3

12. Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 1$, $y = -2x + 7$, равна ____.

Ответ: 36

13. Для ряда $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$ отношение седьмого члена ряда к восьмому члену ряда равно: _____

Ответ: 2

14. Минимальный корень характеристического уравнения для дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 5y = 0$ равен ____.

Ответ: 2

15. Вероятность невозможного события равна ____.

Ответ: 0

16. Вероятность события равна 0,8, тогда вероятность противоположного события равна ____.

Ответ: 0,2

17. Непрерывная случайная величина X , все значения которой принадлежат интервалу $[a, b]$, а ее математическое ожидание $M(X) = (a+b)/2$, имеет _____ распределение.
Ведите название распределения

Ответ: равномерное

18. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3x}{4} + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $\left(0; \frac{1}{3}\right)$,

равна: _____

Ведите элементарную дробь

Ответ: 1/4

19. Плотность распределения нормальной случайной величины задана $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-161)^2}{32}}$,
тогда ее центральный момент второго порядка равен: _____

Ответ: 16

20. Для случайной величины X , заданной законом распределения $P(x) = \frac{3^m}{m!} e^{-3}$ P разность центрального момента второго порядка и начального момента первого порядка равна: _____

Ответ: 0 21.

21. Центральный момент второго порядка для равномерно распределенной случайной величины X на интервале $[12; 24]$ равен: _____

Ответ: 12

22. Задано статистическое распределение выборки объема $n = \sum_{i=1}^k n_i$:

x_i	1	2	3	4
n_i	1	2	3	4

Выборочное среднее \bar{x}_B значение равно: _____

Ответ: 3

23. Сумма доверительной вероятности и уровня значимости равна:

Ответ: 1

Тестовые задания закрытого типа

24. Для векторов $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$, $\vec{c}(c_x; c_y; c_z)$ векторно-скалярное (смешанное) произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$ вычисляется по формуле:

$$1. \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} b_x & a_x & c_x \\ b_y & a_y & c_y \\ b_z & a_z & c_z \end{vmatrix}$$

$$3. \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$4. \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

25. Три точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$ и $M_3(x_3; y_3; z_3)$ принадлежат плоскости:

$$1. \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix} = 0$$

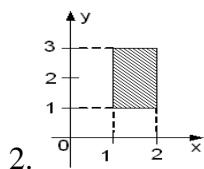
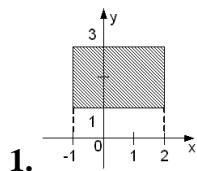
$$2. \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$$

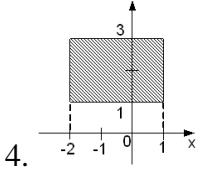
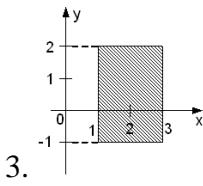
$$3. \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix} = 0$$

$$4. Ax + By + Cz = 0$$

26. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является

прямоугольник:





27. Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна:

1. $y'(x) = 2t$

2. $y'(x) = 2t + 6t^2$

3. $y'(x) = 2 + 6t$

4. $y'(x) = t$

28. Частным решением дифференциального уравнения

$xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:

1. $y = x(x + 2)$

2. $y = x(3x + 1)$

3. $y = x(2x + 1)$

4. $y = x(4x + 1)$

29. Формула полной вероятности имеет вид:

1. $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i)$

2. $P(A) = C_n^m p^m q^{n-m}$

3. $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$

4. $P(A) = P(A_i) \cdot P(H_i)$

30. Формула Бернулли имеет вид:

1. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(k), \quad q = 1 - p$

2. $P_n(k) = \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$

3. $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, $q = 1 - p$

4. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right)$, $q = 1 - p$

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных работ (для очной формы обучения).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1. Решить матричные уравнения, если известны матрицы A, B, C, E:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(BE)^2 + CA = 4X^T$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений и при помощи метода Гаусса найти все ее решения.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 5x_1 - x_2 - 3x_3 = -2 \end{cases}$$

3. В треугольнике с вершинами $A(1; 2), B(5; 3), C(-1; 1)$ составить уравнения стороны AC и высоты, проведенной из вершины A .

4. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(1, 2, 5), A_2(3, 2, 2), A_3(5, 7, -1), A_4(2, 1, 0)$. Найти объём пирамиды.

5. Привести к каноническому виду уравнение кривой второго порядка. Назвать кривую, записать формулы преобразования. Выполнить чертеж.

$$19x^2 + 11y^2 + 6xy + 38x + 6y + 29 = 0.$$

6. Найти пределы:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2};$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{2n+3};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{x \sin 7x}.$

7. Найти производные функции:

а) $y = \frac{1+\operatorname{tg} 9x}{1-\operatorname{tg} 9x};$

б) $y = \sqrt[3]{x^4 + 5x} - \sqrt[4]{(5x-1)^3};$

в) $y = x - \ln(3 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1});$

$$\Gamma) \begin{cases} x = 3t - \sin 3t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

8. Исследовать функции и построить их графики

- a) $y = x^3 - 3x^2$;
- б) $y = \frac{x}{(x+2)^2}$;
- в) $y = x - \ln(x+2)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Найти неопределенные интегралы:

a) $\int \frac{x^2+x-1}{x-1} dx$;
 б) $\int 4\cos^3 3x dx$.

2. Найти определенные интегралы:

a) $\int_1^2 x \ln x dx$;
 б) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$.

3. Исследовать на сходимость несобственный интеграл:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1+x}{\sqrt[3]{x^4+x+2}} dx.$$

4. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (2x-y) dx dy, D - \text{треугольник с вершинами } (1;0), (0;1), (1;2).$$

5. Решить дифференциальные уравнения.

a) $2y' \sqrt{x} = y, y(4) = 1$;
 б) $y'' - 3y' = 18x - 10\cos x$.

6. Исследовать ряд на сходимость:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(2n)!}$;
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n \cdot \ln(\ln n)}$;
 в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n^2}$.

7. Шкаф стоит в темной комнате. На первой полке 12 книг, из них 3 учебника; на второй – 6 книг (4 учебника); на третьей – 8 книг (4 учебника). Некто наугад выбрал полку и с нее наугад взял книгу. Какова вероятность, что она – учебник? Если книга оказалась учебником, то какова вероятность, что она со второй полки?

8. Найдите $MX, DX, \sigma X$, если интегральная функция непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{1}{64}x^2, & 0 < x \leq 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основные источники

«Алгебра и геометрия»

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. – 19-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 448 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL:<https://eJanbook.com/book/189312> (дата обращения: 30.05.2024). – ISBN 978-5-8114- 9223-7. – Текст: электронный.

2. Горлач, Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник для вузов / Б. А. Горлач. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 300 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://eJanbook.com/book/208664> (дата обращения: 30.05.2024). – ISBN 978-5-507-44063-4. – Текст: электронный.

«Математический анализ»

1. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа: учеб. пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – 16-е изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 736 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://eJanbook.com/book/210707> (дата обращения: 30.05.2024). – ISBN 978-5-8114- 0499-5. – Текст: электронный.

2. Балдин, К. В. Высшая математика: учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. – 3-е изд., стер. – Москва: ФЛИНТА, 2021. – 360с. – Режим доступа: по подписке. – URL:<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497> (дата обращения: 30.05.2024). – ISBN 978-5-9765- 0299-4. – Текст: электронный.

«Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Кацко, И. А. Теория вероятностей и математическая статистика / И. А. Кацко, П.С. Бондаренко, Г. В. Горелова. – 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. – 436 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL:<https://e.lanbook.com/book/302663> (дата обращения: 30.05.2024). – ISBN 978-5-507- 45492-1. – Текст: электронный.

2. Балдин, К. В. Основы теории вероятностей и математической статистики: учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. – 5-е изд., стер. – Москва: ФЛИНТА, 2021. – 489 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=50064> (дата обращения: 30.05.2024). – ISBN 978-5-9765-2069-1. – Текст: электронный.

Дополнительные источники

«Алгебра и геометрия»

1. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для вузов / И. В. Проскуряков. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 476 с. – ISBN 978-5-8114-9039-4. – Текст : электронный И Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/183752> (дата обращения: 30.05.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Сиротина, И. К. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: интерактивный курс / И. К. Сиротина. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 180 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/230360> (дата обращения: 01.06.2024). – ISBN 978-5-8114-9790-4. – Текст : электронный.

3. Пономарёв, К. И. Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия и комплексные числа: учеб. пособие / К. Н. Пономарёв, И. А. Сажин. – Новосибирск: НГТУ, 2022. – 127 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL:<https://eJanbook.com/book/306164> (дата обращения: 01.06.2024). – ISBN 978-5-7782-4735-2. – Текст: электронный.

4. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие для вузов / Д. В. Клетеник; под ред. Н. В. Ефимова. – 17-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 224 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL:<https://eJanbook.com/book/187823> (дата обращения: 01.06.2024). —ISBN 978-5-8114-1051-4. – Текст: электронный.

«Математический анализ»

1. Петрушко, И. М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум: учеб. пособие / И. М. Петрушко. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 608 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://eJanbook.eom/book/210140> (дата обращения: 01.06.2024). – ISBN 978-5-8114-0633-3. – Т2. 2. : электронный.

2. Шипачев, В. С. Начала высшей математики: учеб. пособие / В. С. Шипачев. – 5-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022 – 384 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL:<https://eJanbook.com/book/211175> (дата обращения: 01.06.2024). – ISBN 978-5-8114-1476-5. – Текст : электронный.

3. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие / П. Е. Данко [и др.]. – 7-е изд., испр. – Москва: АСТ: Мир и Образование;

Минск: Харвест, 2014. – 815 с. – ISBN 978-5-17-083948-3 (ACT) (в пер.). – ISBN 978-5-94666-735-7 (Мир и Образование). – ISBN 978- 985-18-3012-7 (Харвест). – Текст: непосредственный.

4. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты / Л. А. Кузнецов. – 15-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. – 240 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://eJanbook.com/book/279845> (дата обращения: 01.06.2024). – ISBN 978-5-507-45701-4. – Текст: электронный.

«Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Иванов, Б. И. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Б. Н. Иванов. – 2-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 224 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://eJanbook.com/book/206201> (дата обращения: 01.06.2024). – ISBN 978-5-8114-3636-1. – Текст: электронный.

2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2014. – 478, [1] с. – ISBN 978-5-9916-3461-8 (в пер.). – Текст: непосредственный.

3. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб., пособие / В. Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2014. – 404 с. – ISBN 978- 5-9916-3625-4. – Текст: непосредственный.

4. Хуснутдинов, Р. Ш. Сборник задач по курсу теории вероятностей и математической статистики: учеб. пособие / Р. Ш. Хуснутдинов. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 320 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://eJanbook.com/book/211733> (дата обращения: 01.06.2024). – ISBN 978-5-8114-1668-4. – Текст: электронный.

5. Антипов, Ю. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов высш. учеб, заведений, по направлениям подгот. и специальностям в обл. техники и технологии / Ю. Н. Антипов, Ж. И. Виницкая, Т. А. Кутузова; Калинингр. гос. техн, ун-т. – Калининград: КГТУ, 2021. – 194, [1] с. – ISBN 978- 5-94826-597- 1 (в обл.). – Текст: непосредственный.

Локальный электронный методический материал

Галина Иосифовна Лещинская

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Редактор С. Кондрашова
Корректор Т. Звада

Уч.-изд. л. 3,3. Печ. л. 2,7.

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет».
236022, Калининград, Советский проспект, 1