

ПРОГРАММА

вступительного испытания по математике при приёме на обучение по программам бакалавриата (специалитета) в 2025/2026 учебном году

1. Общая характеристика вступительного испытания по математике

Вступительное испытание по математике для абитуриентов при приеме в ФГБОУ ВО «КГТУ» проводится с целью определения возможности усвоения ими основных профессиональных образовательных программ высшего образования в соответствии с государственными образовательными стандартами.

Вступительное испытание по математике проводится по программе, соответствующей образовательной программе среднего (полного) общего образования. Данное вступительное испытание предусмотрено для целого ряда направлений подготовки ФГБОУ ВО «КГТУ». Перечень вступительных испытаний для соответствующих направлений можно уточнить на официальном сайте университета: <http://www.https://klgtu.ru/abitur/>.

2. Основные темы и вопросы

Раздел: 2.1. Основные понятия

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм. Синус, косинус, тангенс, котангенс угла. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
3. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.
4. Функция, ее область определения и область значений. Возрастание и убывание, периодичность, четность и нечетность. График функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Линейная, квадратичная, степенная, показательная логарифмическая, тригонометрические функции.
6. Уравнение, неравенства, система. Решение уравнения, неравенства, системы. Равносильность.
7. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
8. Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол.
9. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота.

10. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.

11. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральный и вписанные углы.

12. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.

13. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.

14. Цилиндр, конус, шар, сфера.

15. Равенство и подобие фигур. Симметрия.

16. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.

17. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.

18. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объем многогранника, цилиндра, конуса, шара.

19. Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.

Раздел: 2.2. Алгебра и начала анализа

20. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

21. Свойства числовых неравенств.

22. Формулы сокращенного умножения.

23. Свойства линейной функции и её график.

24. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.

25. Свойства квадратичной функции и её график.

26. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.

27. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.

28. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями.

29. Свойства степенной функции с целым показателем и ее график. 30. Свойства показательной функции и ее график.

31. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.

32. Свойства логарифмической функции и ее график.

33. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму.

34. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений. 35. Свойства тригонометрических функций и их графики.

36. Понятие производной. Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Геометрический смысл производной.

37. Возрастание и убывание функций. Экстремумы.

38. Применение производных к построению графиков функций.

39. Первообразная. Вычисление простейших интегралов.

40. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона - Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур.

Раздел: 2.3. Геометрия

41. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.

42. Свойства вертикальных и смежных углов.

43. Свойства равнобедренного треугольника.

44. Признаки равенства треугольников.

45. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.

46. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.

47. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.

48. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.

49. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.

50. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.

51. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков

двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.

52. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.

53. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

54. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.

55. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.

56. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.

57. Свойства средней линии трапеции.

58. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.

59. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.

60. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

3. Требования к уровню подготовки поступающих

Базовый уровень:

знать: основные математические формулы и понятия;

уметь: выполнять действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие; сравнивать числа и находить их приближенные значения; решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения; исследовать функции.

Повышенный уровень:

уметь: строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду; пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий; пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади,

объемы; составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи.

Процедура проведения

Вступительное испытание проводится в форме настольного (бланкового) или электронного тестирования с последующей обработкой результатов с использованием средств автоматизации. Результаты выполнения теста оцениваются по стобалльной шкале. Лица, показавшие результат ниже минимального количества баллов, установленного университетом, необходимого для поступления на обучение по программам бакалавриата и программам специалитета в текущем году, считаются не прошедшими вступительное испытание.

Вступительное испытание состоит из тестовых заданий.

Блок 1 включает вопросы базового уровня. Задания имеют закрытую форму с выбором одного или нескольких вариантов ответа.

Примеры:

Вопрос №1. Упростить выражение:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} + 2b.$$

Выбрать правильный ответ.

1. $a - 3b$;
2. $a + 3b$;
3. $3a - b$;
4. $2a - 3b$.

Ответ: 2

Вопрос № 2. Дана функция $f(x) = x^2 - 2x + 2$. Корнем уравнения $f'(x) = 0$ является число. Выбрать правильный ответ.

1. 1;
2. -1;
3. -2;
4. 2.

Ответ: 1

Вопрос № 3. Дана функция $f(x) = x^2 + 2$. Семейство ее первообразных будет иметь вид. Выбрать правильный ответ.

1. $\frac{x^3}{3} + 4x + C$;
2. $\frac{x^3}{3} - 4x + C$;

$$3. \quad \frac{x^3}{3} + 2x + C;$$

$$4. \quad \frac{x^3}{3} - 2x + C.$$

Ответ:3

Блок 2 состоит из заданий повышенного уровня. В нем использованы задания, требующие решения и записи ответа.

Примеры:

Вопрос №1. Даны канонические уравнения окружностей:

$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 5$, $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 3$. Найти длину отрезка, соединяющего центры окружностей. Ответ округлите до целых.

Решение. Запишем каноническое уравнение окружности в общем виде $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$. Тогда центры окружностей будут иметь координаты $O_1(x_{01} = 1, y_{01} = -1)$, $O_2(x_{02} = -3, y_{02} = -2)$. Воспользуемся формулой определения расстояния между точками

$$d = |\sqrt{(x_{02} - x_{01})^2 + (y_{02} - y_{01})^2}|.$$

$$\text{Выполним расчет } d = |\sqrt{(-3 - 1)^2 + (-2 + 1)^2}| = \sqrt{17}.$$

Ответ:4.

Вопрос № 2. Найти производную функции $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$.

Решение. Пусть $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$. Прологарифмируем условие $\ln(f(x)) = \ln(\sin x)^{\cos x}$. Тогда $\ln(f(x)) = \cos x \ln(\sin x)$. Найдем производную в последнем равенстве $\frac{f'(x)}{f(x)} = -\sin x \ln(\sin x) + \frac{\cos x \cos x}{\sin x}$.

$$\text{Откуда следует, что } f'(x) = (\sin x)^{\cos x} \left(-\sin x \ln(\sin x) + \frac{(\cos x)^2}{\sin x} \right).$$

Ответ: 0.

4. Список рекомендуемой литературы для подготовки к вступительному испытанию

1. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс (базовый и углубленный уровни) в 2 ч ИОЦ «Мнемозина» 2013-2019;

2. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Математика: Алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс (базовый и углубленный уровни) в 2 ч ИОЦ «Мнемозина» 2013-2019;

3. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс (базовый и углубленный уровень). Издательство «Просвещение» 2014-2019;

4. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс (базовый и углубленный уровень). Издательство «Просвещение» 2014-2019;

5. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачёва М.В. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс (базовый и углубленный уровень). Издательство «Просвещение» 2014-2019;

6. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Геометрия. 10—11 классы: Учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2012-2019;

7. Погорелов А.В., Геометрия. 10-11 классы Учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2012-2019.