

ФГБОУ ВО «АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кравченко Г.В., к.п.н., доцент

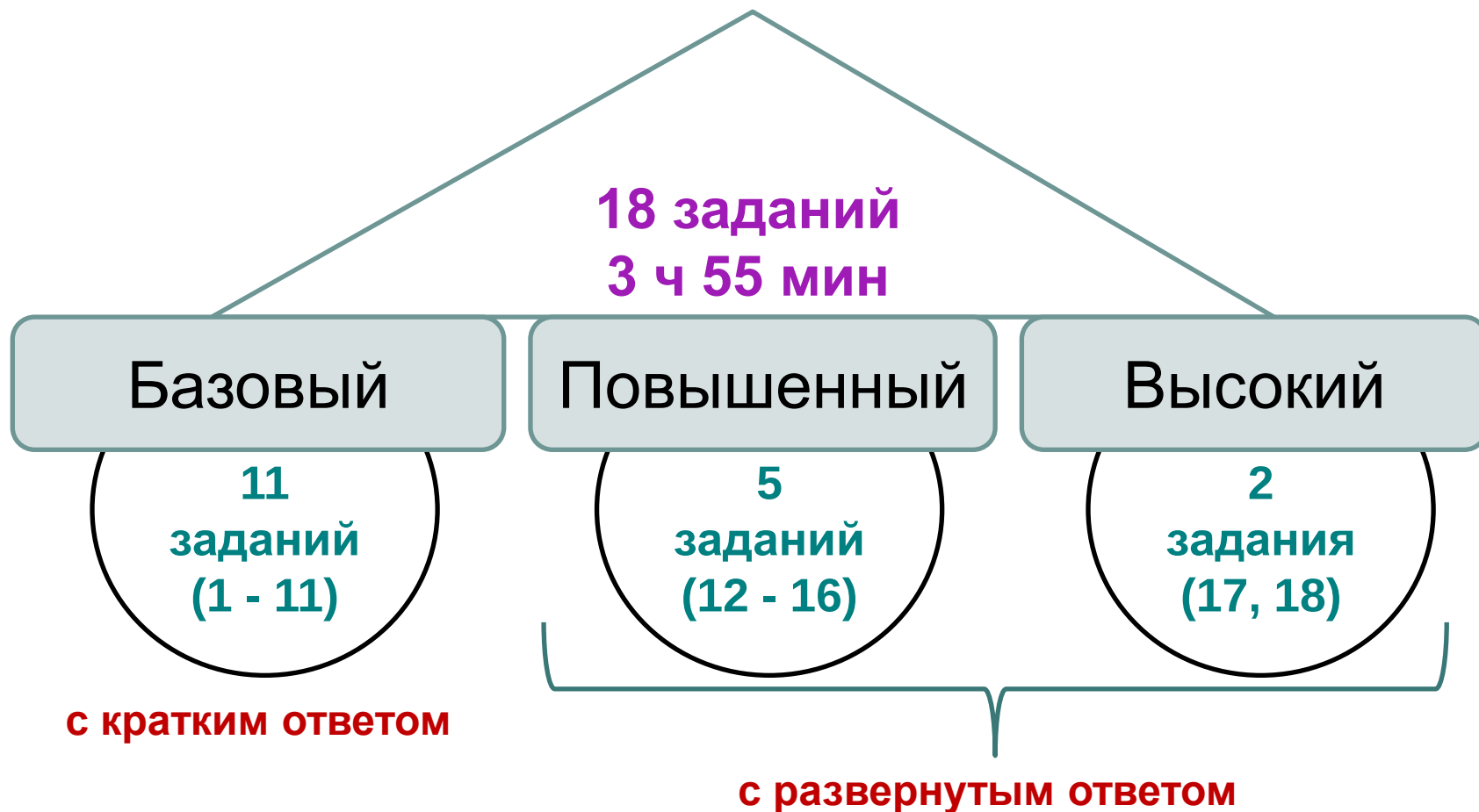
профильная



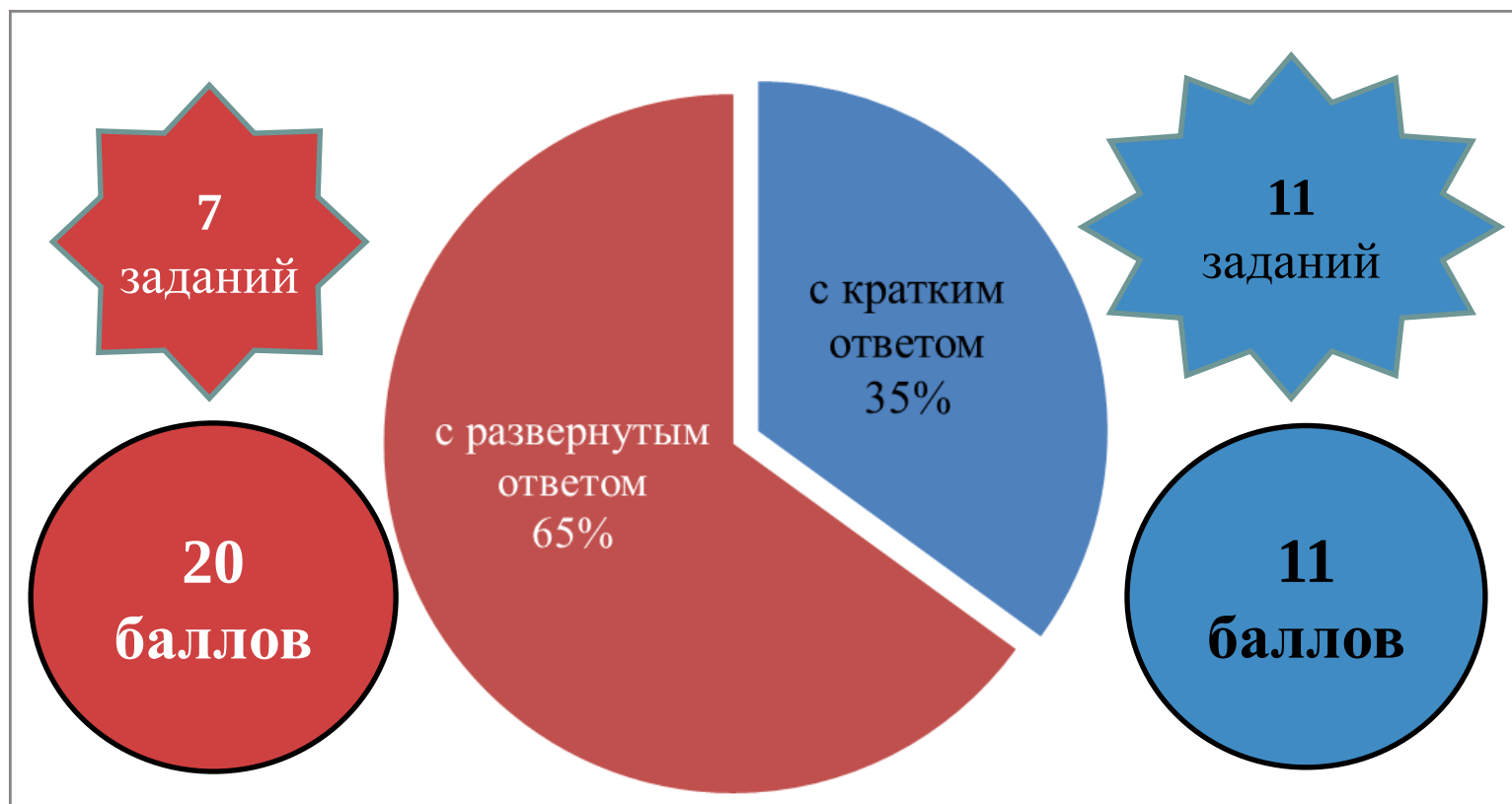
ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ: РАЗБОР ТИПИЧНЫХ ОШИБОК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ (ПРОФИЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА)



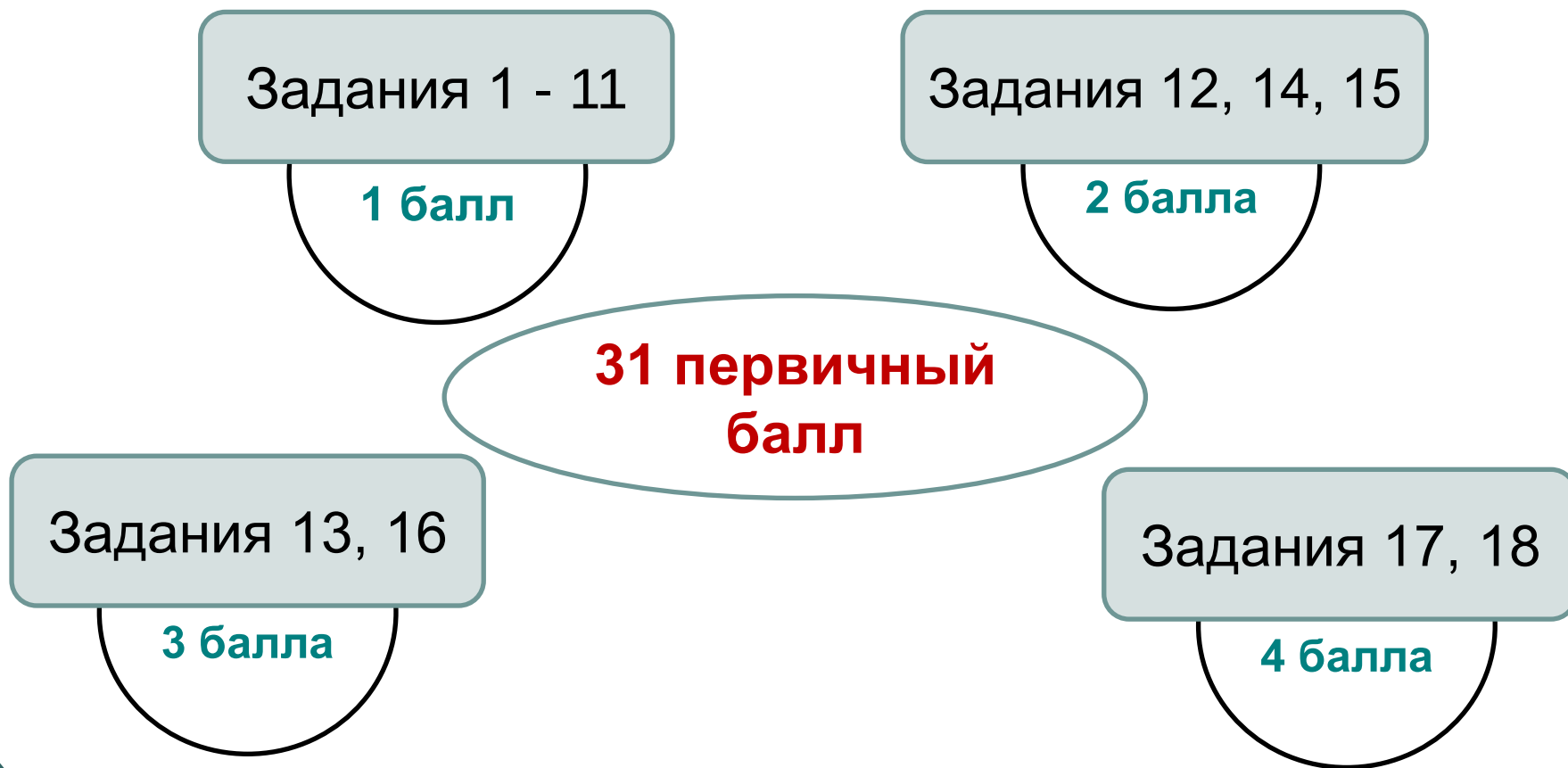
Уровень сложности заданий ЕГЭ



Распределение заданий ЕГЭ по профильной математике



Система оценивания заданий ЕГЭ



Распределение заданий по содержательным разделам

№	Содержательные разделы	Кол-во заданий	Макс. балл
1	Алгебра и начала анализа	8	13
2	Геометрия	4	8
3	Реальная математика	6	10

31 балл





Распределение заданий с развернутым ответом по темам

№ задания	Тема задания	Макс. первичный балл
12	Уравнения	2
13	Стереометрия	3
14	Неравенства	2
15	Задача с экономическим содержанием	2
16	Планиметрия	3
17	Задача с параметром	4
18	Олимпиадная задача	4

ЗАДАНИЕ 12

- может содержать тригонометрические функции, логарифмы, степени, корни, показательную функцию;
- требует замены переменной (например, для сведения уравнения к квадратному);
- предполагает умение отбирать корни на заданном отрезке, обусловленном ограниченностью новой переменной, наличием выражений с переменной в знаменателях дробей, а также под знаками корней четной степени и логарифмов

ЗАДАНИЕ 12 (пример 1)

а) Решите уравнение:

$$\frac{2\sin^2 x - 5\sin x - 3}{\sqrt{x + \frac{17\pi}{6}}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3,5\pi; -2\pi]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

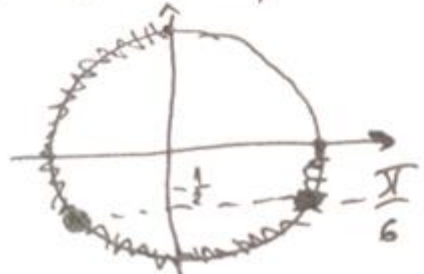
ЗАДАНИЕ 12 (пример 1)

№12 а) $\frac{2\sin^2 x - 5\sin x - 3}{\sqrt{x + \frac{17\pi}{6}}} = 0$

$$\begin{cases} 2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0 \\ \sqrt{x + \frac{17\pi}{6}} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 3 \text{ (не может быть)} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \\ x \neq -\frac{17\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = (-1)^n \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq -\frac{17\pi}{6} \end{cases}$$

б) $[-3,5\pi; -2\pi]$



ответ: $-\frac{13\pi}{6}$

ЗАДАНИЕ 12 (пример 1)

№12 а) $\frac{2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3}{\sqrt{x + \frac{17\pi}{6}}} = 0$

$$\begin{cases} 2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3 = 0 \\ \sqrt{x + \frac{17\pi}{6}} \neq 0 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 3 \text{ (не может быть)} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \\ x \neq -\frac{17\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = (-1)^n \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq -\frac{17\pi}{6} \end{cases} \text{ ЭТО НЕ ОТВЕТ}$$

б) $[-3,5\pi; -2\pi]$



ответ: $-\frac{13\pi}{6}$

В б):

- отметить и обозначить концы числового отрезка;
- выделить дугу;
- отметить и обозначить корни, принадлежащие этому отрезку

ЗАДАНИЕ 12 (пример 1)

$$a) \frac{2\sin^2 x - 5\sin x - 3}{\sqrt{x + \frac{17\pi}{6}}} = 0 \quad \text{уч. } x > \frac{17\pi}{6}$$

$$2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$$

$$\sin x = t, \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$2t^2 - 5t - 3 = 0$$

$$D = 49$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} = -\frac{1}{2} \quad \text{3} \quad ?$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x_1 = (-1)^k \arcsin(-\frac{1}{2}) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

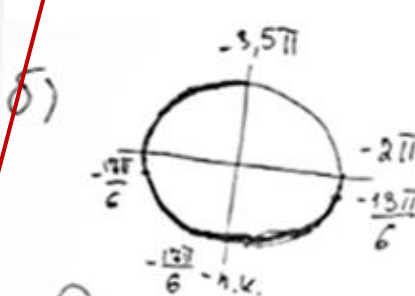
$$x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{— первая серия}$$

$$x_2 = \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{— вторая серия}$$

$$k \geq -1$$

$$k > -2$$

$$x > -17\pi/6$$



Ответ: а) $(-1)^k \arcsin(-\frac{1}{2}) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$$б) -\frac{13\pi}{6}$$

ЗАДАНИЕ 12 (пример 2)

а) Решите уравнение:

$$\frac{\sin 2x + \sin x - 2 \cos x - 1}{\sqrt{\operatorname{tg} x}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4,5\pi; -2\pi]$.

ЗАДАНИЕ 12 (пример 2)

$$(12)_{a) \frac{\sin 2x + \sin x - 2\cos x - 1}{\sqrt{\tan x}} = 0$$

ОДЗ: $\tan x > 0$

$$\sin 2x + \sin x - 2\cos x - 1 = 0$$

$$2\sin x \cdot \cos x + \sin x - 2\cos x - 1 = 0$$

$$2\cos x(\sin x - 1) + (\sin x - 1) = 0$$

$$(2\cos x + 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$2\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \arccos(-\frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

и $\sin x - 1 = 0$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

ЗАДАНИЕ 12 (пример 2)

$$12. a) \frac{\sin 2x + \sin x - 2\cos x - 1}{\sqrt{\tan x}} = 0$$

$\tan x > 0$:



$$2\sin x \cos x + \sin x - 2\cos x - 1 = 0$$

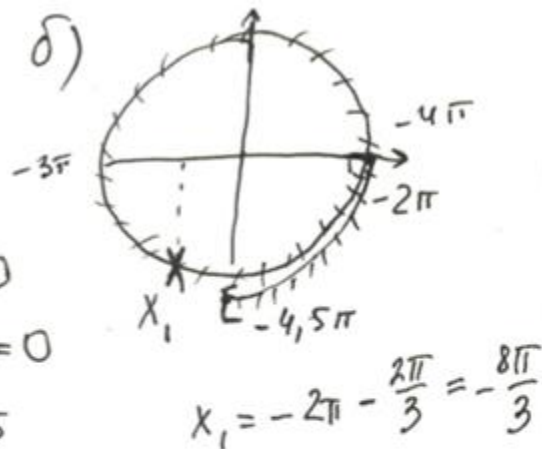
$$(2\cos x + 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 1 \quad \text{или} \quad 2\cos x + 1 = 0$$

с учетом
условия
 $\emptyset$

с учетом
условия
 $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

ответ: a) $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
б) $-\frac{8\pi}{3}$



ХОРОШЕЕ РЕШЕНИЕ!

ЗАДАНИЕ 12: типичные ошибки

- неумение вводить новую переменную;
- неверное применение тригонометрических формул;
- деление обеих частей уравнения на одно и то же выражение (потеря корня);
- незнание множества значений тригонометрических функций (несуществующие значения обратных тригонометрических функций $\arcsin \frac{4}{3}$);
- неумение решать простейшие тригонометрические уравнения (в т.ч. неверная периодичность корней);
- неумение или небрежность при отборе корней тригонометрического уравнения с помощью единичной окружности.

ЗАДАНИЕ 12 (пример 3)

а) Решите уравнение $(49^{\sin x})^{\cos x} = 7^{\sqrt{3} \sin x}$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

После преобразования получим:

$$2 \sin x \cdot \cos x = \sqrt{3} \sin x$$

Нельзя сокращать на $\sin x$ (потеря корня!)

Верно решать простейшие
тригонометрические уравнения:

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

ЗАДАНИЕ 14

- это неравенство, содержащее степени, дроби, корни, логарифмы (в том числе, с переменным основанием);
- умение находить ОДЗ;
- умение решать квадратные и дробно-рациональные неравенства (метод интервалов);
- знание свойств логарифмов и умение их применять.

Если ОДЗ громоздка, то ее не обязательно решать, лучше проверить полученное решение подстановкой в ОДЗ

ЗАДАНИЕ 14 (пример 1)

Решите неравенство

$$\frac{(64 - 4^x) \log_{0,1}^2(5 - x)}{\sqrt{x - 2,5}(4^x - 1000)} \leq 0.$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит вычислительную ошибку, возможно, приведшую к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

ЗАДАНИЕ 14 (пример 1)

$$\frac{(64-4^x) \log_{10}^2(5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x-1000)} \leq 0$$

$$\frac{(64-4^x) \log_{10}^2(5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x-1000)} \leq 0$$

$$\frac{(4^x-64) \log_{10}^2(5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x-1000)} \leq 0 \quad | :)$$

Условия при выражении (1) и решим с помощью и.и.

$4^x = 64$ $4^x = 1000$ $x = 2,5$ $\log_{10}^2(5-x) = 0$	$x = 3$ $x = \log_4 1000$ $x = 2,5$ $5-x = 1$	$x = 3$ $x = \log_4 1000$ $x = 2,5$ $x = 4$	$\log_4 1000 < \log_4 1000 < \log_4 1024$ $4^x < \log_4 1000 < 5$
---	--	--	--

+ 2,5 - 3 + 4 $\log_4 1000$ 5 $\rightarrow x$

(Реш с учетом оцн : $(2,5; 3] \cup 4 \cup (\log_4 1000; 5)$)

ЗАДАНИЕ 14 (пример 1)

$$\frac{(64-4^x) \log_{10}^2(5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x-1000)} \leq 0$$

$$\frac{(64-4^x) \log_{10}^2(5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x-1000)} \leq 0$$

$$\frac{(4^x-64) \log_{10}^2(5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x-1000)} \leq 0 \quad | :)$$

Используем нули выражения (1) и решим с помощью м.и.

$4^x = 64$ $4^x = 1000$ $x = 2,5$ $\log_{10}^2(5-x) = 0$	$x = 3$ $x = \log_4 1000$ $x = 2,5$ $5-x = 1$	$x = 3$ $x = \log_4 1000$ $x = 2,5$ $x = 4$	$\log_4 1000 < \log_4 1000 < \log_4 1024$ $4^4 < \log_4 1000 < 5$
---	--	--	--

Решение с учетом оц: $(2,5; 3] \cup 4 \cup (\log_4 1000; 5)$

0 баллов!

ЗАДАНИЕ 14 (пример 1)

$$14. \frac{(64 - 4^x) \log_{0,1}^2 (5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x - 1000)} \leq 0$$

$$\begin{cases} x-2,5 > 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \quad 2,5 < x < 5 :$$

$$f(x) = \frac{(64 - 4^x) \log_{0,1}^2 (5-x)}{\sqrt{x-2,5} (4^x - 1000)}$$

$$f(x) = 0 :$$

$$64 - 4^x = 0 \quad \text{или} \quad \log_{0,1} (5-x) = 0$$

$$x = 3$$

$$5-x = 1$$

$$x = 4$$

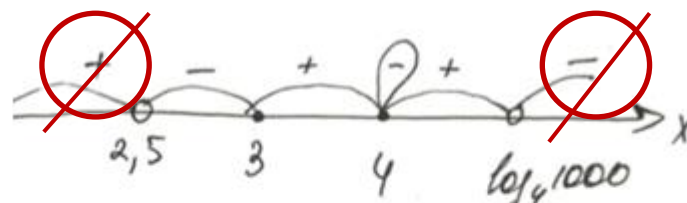
$$x-2,5 \neq 0$$

$$x \neq 2,5$$

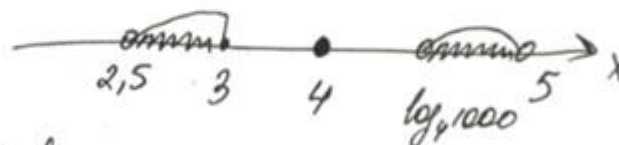
$$4^x - 1000 \neq 0$$

$$x \neq \log_4 1000$$

$$(4 < \log_4 1000 < 5)$$



с учетом условий:



$$\text{Ответ: } (2,5; 3] \cup (\log_4 1000; 5)$$

ЗАДАНИЕ 14 (пример 1)

$$\frac{(64 - 4^x) \log_{0,1}^2(5-x)}{\sqrt{x-2,5}(4^x - 1000)} \leq 0$$

учитываем: $x < 5$

~~$x > 2,5$~~

$x > 2,5$

$x \neq \log_4 1000$

Решим методом интервалов

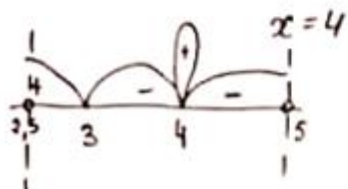
Н.7.

$$(64 - 4^x) \log_{0,1}^2(5-x) = 0$$

$$64 - 4^x = 0 \quad \log_{0,1}^2(5-x) = 0$$

$$x = 3$$

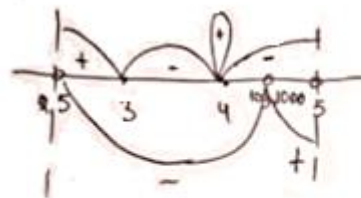
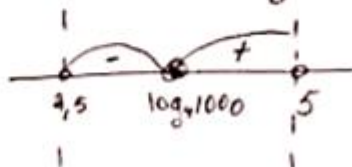
$$5 - x = 1$$



Н.3.

$$\sqrt{x-2,5}(4^x - 1000) = 0$$

$$x = 2,5 \quad x = \log_4 1000$$



ХОРОШЕЕ РЕШЕНИЕ!

Ответ: $(2,5; 3] \cup 4 \cup (\log_4 1000; 5)$

ЗАДАНИЕ 14 (пример 2)

Решите неравенство:

$$\log_3(5 - 5x) \geq \log_3(x^2 - 3x + 2) - \log_3(x + 4)$$

Ограничения:

$$\begin{cases} 5 - 5x > 0, \\ x^2 - 3x + 2 > 0, \\ x + 4 > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x < 5, \\ (x - 2)(x - 1) > 0, \\ x > -4; \end{cases} \Leftrightarrow -4 < x < 1;$$

Преобразуем неравенство:

$$\log_3(5 - 5x) \geq \log_3((x - 2)(x - 1)) - \log_3(x + 4) \Leftrightarrow$$

$$\log_3(5 - 5x) \geq \log_3\left(\frac{(x - 2)(x - 1)}{x + 4}\right)$$

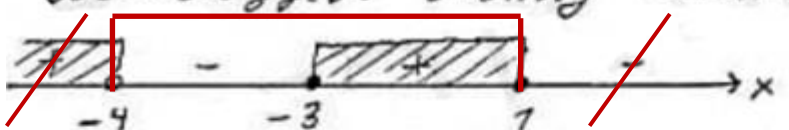
ЗАДАНИЕ 14 (пример 2 продолжение)

Так как основание логарифмов $3 > 1 \Rightarrow$
преобразуем неравенство:

$$5 - 5x \geq \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 4} \Leftrightarrow (5 - 5x) - \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 4} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{(1-x)(x+3)}{x+4} \geq 0$$

Используем метод интервалов:



$$\Rightarrow \begin{cases} x < -4, \\ -3 \leq x \leq 1; \end{cases}$$

Учтём ограничения:

$$\begin{cases} x < -4, \\ -3 \leq x \leq 1, \\ -4 < x < 1; \end{cases} \Rightarrow -3 \leq x < 1;$$

Ответ: $[-3; 1)$

Метод рационализации для логарифмов

$\log_a f(x)$ имеет тот же знак, что и $(a - 1)(f(x) - 1)$.

$(\log_a f(x) - \log_a g(x))$ имеет тот же знак, что и $(a - 1)(f(x) - g(x))$.

$\log_{g(x)} f(x)$ имеет тот же знак, что и $(f(x) - 1)(g(x) - 1)$.

Утверждения справедливы **только в области определения логарифмов**, поэтому знак равносильности лучше **не использовать!**

ЗАДАНИЕ 14: типичные ошибки

- незнание свойств логарифмов;
- незнание алгоритмов и методов решения совокупностей и систем логарифмических неравенств;
- неверное решение квадратных и / или дробно-рациональных неравенств (забыт знаменатель);
- неаккуратность при изображении множества решений на координатной прямой.

ЗАДАНИЯ 13, 16

- это геометрические задания повышенного уровня сложности: 13 – стереометрия, 16 – планиметрия;
- содержат два пункта: в первом пункте нужно доказать, а во втором – вычислить;
- знать формулировки всех геометрических утверждений;
- уметь обоснованно применять теорию для доказательства и решения заданий;
- максимально можно получить за верное решение каждого задания по 3 первичных балла.

ЗАДАНИЯ 13, 16: типичные ошибки

- неверное применение теоретического материала (ошибки в теоретических фактах);
- ошибки в построении чертежа;
- большое количество вычислительных ошибок (в пункте б));
- неумение доказывать и обосновывать;
- затруднения в оформлении доказательства.

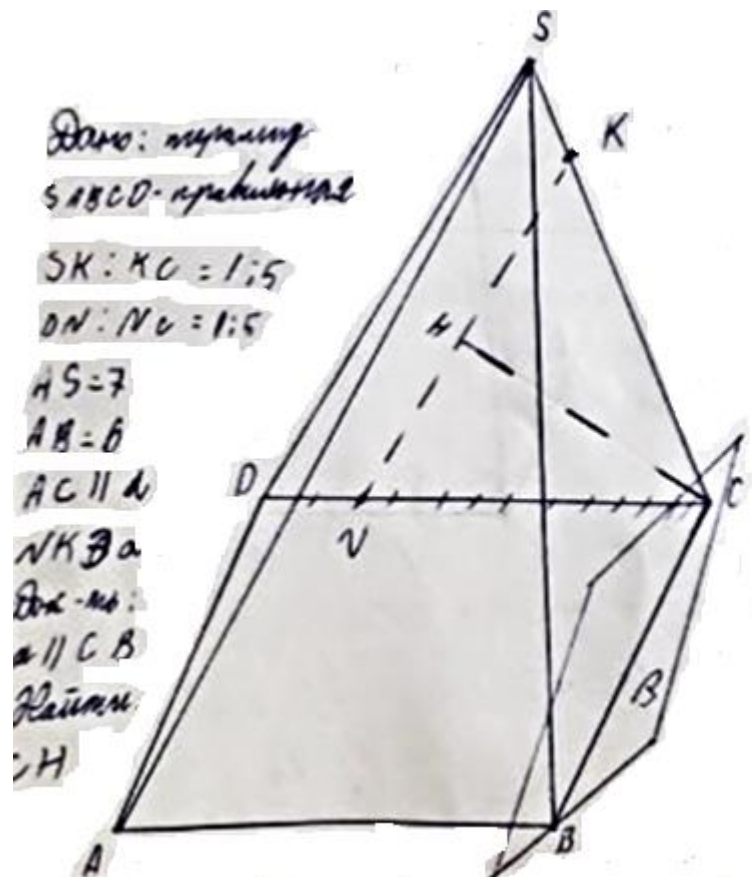
ЗАДАНИЕ 13

. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $SA = 7$. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причём $DN:NC = SK:KC = 1:5$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой SA .

- а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой BC .
 б) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> , и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>б</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> , и при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>а</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> с использованием утверждения пункта <i>а</i> , при этом пункт <i>а</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

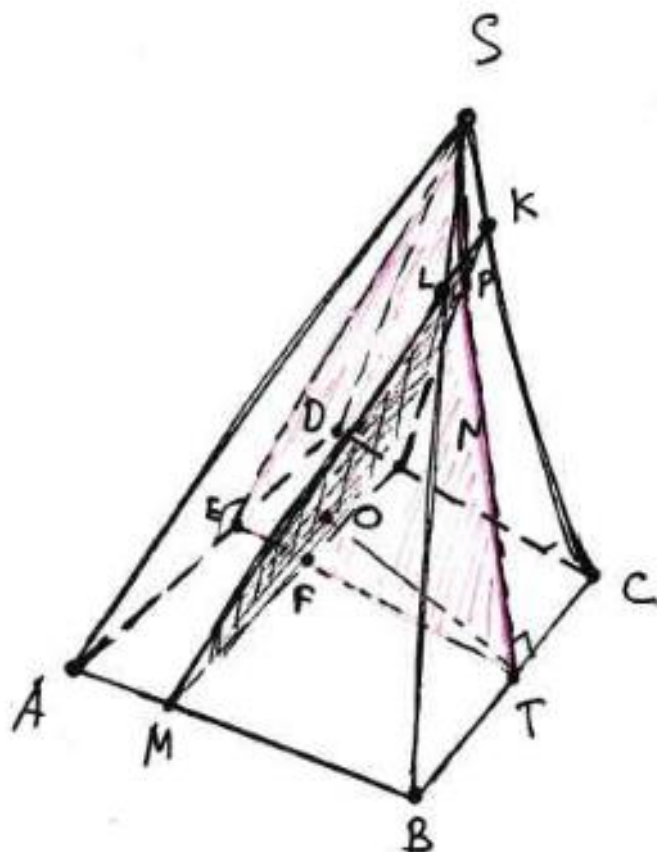
ЗАДАНИЕ 13



а) Докажем, что плоскость B параллельна AS ; а также $CB \parallel B$.
 Т.к. $AS \parallel B$ и $CB \parallel B \Rightarrow AS \parallel CB$
 А т.к. $AG \parallel a$, $NK \perp a \Rightarrow AS \parallel NK \Rightarrow$
 По теореме о 3 параллельных прямых
 мы можем доказать, что $a \parallel B$ и $NK \parallel CB$:
 $a \parallel CB$.

б)

ЗАДАНИЕ 13



ХОРОШЕЕ РЕШЕНИЕ!

Решение

- а) • Положим, $\alpha \cap (SAB) = LM$.
Тогда $LM \parallel SA$.
- $\frac{DN}{NC} = \frac{1}{5} = \frac{SK}{KC} \rightarrow \Delta CSD \sim \Delta SKN$
по общему углу
и пропорциональным
сторонам
 $\downarrow$
 $KN \parallel SD$.
- $KN \parallel SD, LM \parallel SA$; две прямые
соответственно параллельны
двум пересекающимся, следовательно,
т.к. эти прямые LM и KN лежат в α
и также пересекаются,

б) • Ввиду того, что $BC \parallel \alpha$,
 $P(c; \alpha) = P(BC; \alpha)$.

ЗАДАНИЕ 16

16. Точка E – середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O .

а) Докажите, что $CO = KO$.

б) Найдите отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BSK составляет 0,09 площади трапеции $ABCD$.

Доказательство:

Пусть точка O является серединой отрезка CK .

Т.е. в начале доказательства уже допускается факт, который и требуется доказать

ЗАДАНИЕ 16

. Стороны KN и LM трапеции $KLMN$ параллельны, прямые LM и MN – касательные к окружности, описанной около треугольника KLN .

а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

б) Найдите площадь треугольника KLN , если $KN = 6$, а угол $LMN = 120^\circ$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

ЗАДАНИЕ 15

- это текстовая задача с экономическим содержанием или задача на оптимизацию;
- проверяется способность к построению и исследованию простейших математических моделей;
- требуется верно построить математическую модель и исследовать ее.

ЗАДАНИЕ 15

15 января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

ЗАДАНИЕ 15

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$;

Составим таблицу выплат

мес.	1 число	2-19 число	выплат остаток 25 число
0	—	—	5
1	5k	—	$\frac{185}{19}$
2	$\frac{185k}{19}$	$\frac{185k}{19} - \frac{125}{19}$	$\frac{125k}{19}$
⋮	⋮	⋮	⋮
18	$\frac{25k}{19}$	$\frac{25k}{19} - \frac{5}{19}$	$\frac{5}{19}$
19	$\frac{5k}{19}$	$\frac{5k}{19}$	0

дифференциал. платежам:

$$X = 1,35 = \frac{5k}{19} + \frac{(5k - \frac{185}{19} + \frac{25k}{19} - \frac{5}{19})11}{2}$$

$$= \frac{5k}{19} + 9\left(\frac{275k}{19} - 5\right)$$

$$\Rightarrow 1,3 = \frac{k}{19} + 9\left(\frac{27k}{19} - 1\right) =$$

$$= \frac{k}{19} + \frac{9 \cdot 27k - 171}{19} \Rightarrow$$

$$19 \cdot 1,3 = 189k + k - 171 \Leftrightarrow$$

$$24,7 + 171 = 190k \Leftrightarrow$$

$$195,7 = 190k \Leftrightarrow k = \frac{195,7}{190} = 1,03$$

$$\Rightarrow r = 100(1,03 - 1) = 100 \cdot 0,03 = 3\%$$

Ответ: 3%

ЗАДАНИЕ 15

1. Кот Матроскин планирует поход. По плану, в полдень он выйдет из деревни Простоквашино и пройдет 10 км. В этот момент из деревни должен выйти пес Шарик со скоростью на 1 км/ч больше, чем Матроскин. Через некоторое время Шарик догонит Матроскина и дальше они вместе пойдут со скоростью 4 км/ч, при этом до конца похода надо будет пройти в два раза большее расстояние, чем успеет пройти Матроскин за то время, пока его будет догонять Шарик. Матроскин увлекается тайм-менеджментом, и ему крайне важно знать, при какой его стартовой скорости время его похода будет наименьшим. В ответе укажите оптимальную стартовую скорость и время похода Матроскина.

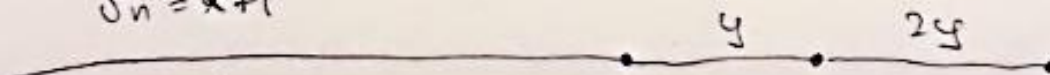
ЗАДАНИЕ 15

1+. Пусть скорость кога в начале x , тогда скорость догоняющего кога $x+1$.

Пусть расстояние, которое проехал ког, за время t , за которое догнал лис $-y$, тогда весь путь равен $10 + 3y$.

$$\begin{aligned} s_k &= x \\ s_n &= x+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_k &= x \\ s_n &= x+1 \end{aligned} \quad v_{\text{догн}} = 4 \text{ км/ч}$$



пусть t - время, за которое лис догнал кога, тогда

$$\begin{cases} y = xt \\ 10+y = (x+1)t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = t \\ \frac{10+y}{x+1} = t \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y(x+1) &= x(10+y) \Rightarrow \\ \underline{y} &= 10x \end{aligned}$$

Всё время T

$$T = \frac{10+y}{x} + \frac{2y}{4} \Rightarrow T = \frac{10x+10}{x} + 5x = \frac{10(x+1)}{x} + 5x$$

ЗАДАНИЕ 15

Найдем производную от T .

$$T' = \frac{(10x+10)'x - x'(10x+10)}{x^2} + 5 = \frac{10}{x^2} + 5$$

$$\frac{10}{x^2} + 5 = 0 \quad (\text{находим экстремумы})$$

$$x = \sqrt{2}, \quad x \neq 0$$

Скорость похора будет наименьшей
при начальной скорости похора
 $\sqrt{2}$ км/с

Ответ: $\sqrt{2}$ км/с.

ЗАДАНИЕ 15: типичные ошибки

- вычислительные ошибки;
- неумение работать с процентами;
- неумение составлять математическую модель по условию задачи;
- отсутствие навыков математического моделирования.

ЗАДАНИЕ 17

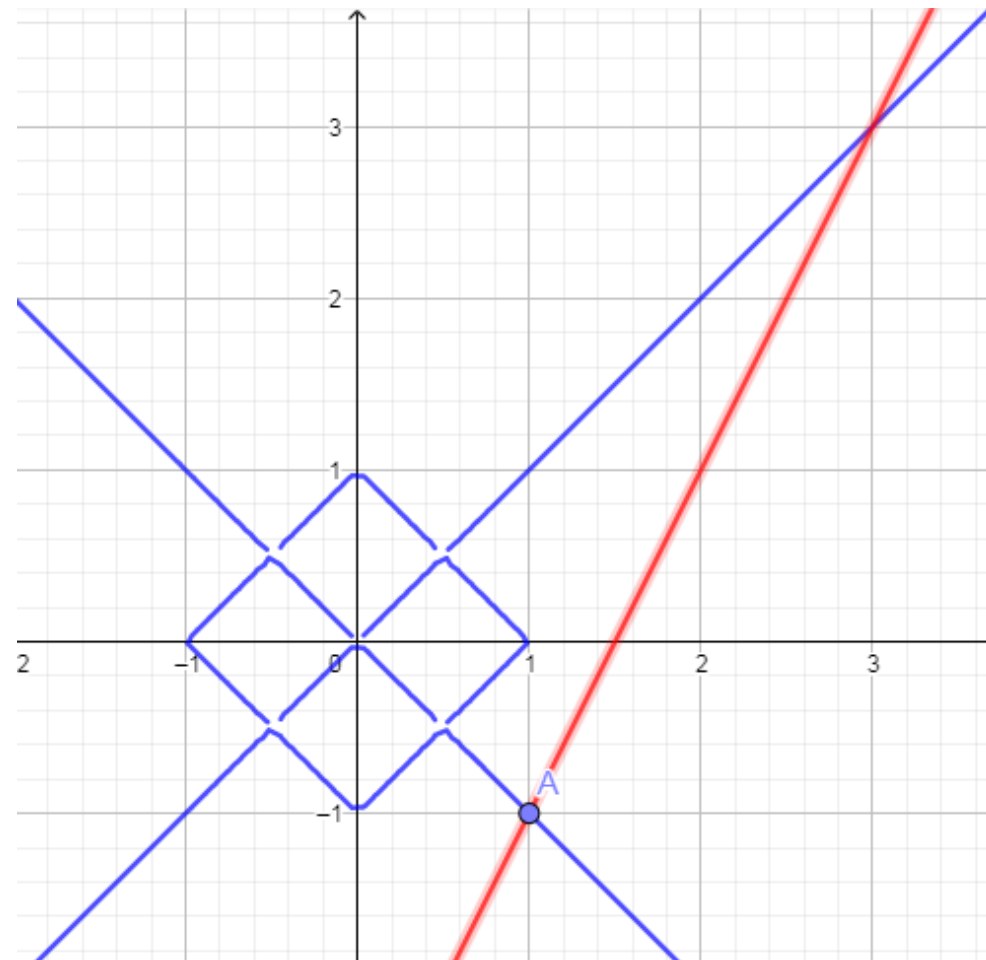
Найти все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 - |y| = x^2 - |x| \\ y = ax - a - 1 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены все значения a , но ответ содержит лишнее значение	3
С помощью верного рассуждения получены все решения уравнения	2
Задача верно сведена к исследованию возможного значения корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

ЗАДАНИЕ 17



ЗАДАНИЕ 18

На доске написано несколько различных чисел, произведение любых двух из которых больше 40 и меньше 100.

А) Может ли на доске быть 5 чисел?

Б) Может ли на доске быть 6 чисел?

В) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

А) да, например, 6;7;8;9;10; Б) нет; В) 35

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

О проверке работ и об апелляции

- Каждая работа проверяется двумя независимыми экспертами.
- При расхождении оценки двух экспертов по конкретному заданию на 1 балл выпускнику этот балл засчитывается.
- Если расхождение в оценке более 1 балла, то работу проверяет третий эксперт.
- При подаче апелляции **вся работа перепроверяется.**

Успешнее сдают ЕГЭ те, кто

- меньше делает ошибок в первой части;
- внимательно читает задания;
- использует рациональные приемы решений, счёта;
- не теряется, увидев незнакомое задание, а пытается соотнести его со своими знаниями;
- умеет четко планировать своё время, расставлять приоритеты.

УСПЕХОВ И ВЫСОКИХ БАЛЛОВ!

