

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЕКТНЫХ  
ХАРАКТЕРИСТИК РАЗНОГЛУБИННОГО ТРАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
ГИБРИДНОЙ МОДЕЛИ

М.М. Розенштейн, С.В. Левченко

ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет»,  
Россия, 236022, г. Калининград, Советский проспект, 1  
E-mail: [rozenstejn@klgtu.ru](mailto:rozenstejn@klgtu.ru)

Приводится методика использования гибридной модели процесса тралового лова рыбы на примере промысла окуня-клювача в море Ирмингера для решения задач оптимизации проектных характеристик разноглубинных тралов (полупериметра устья и скорости траления) при разработке новых конструкций орудий лова.

*гибридная модель, имитационная модель, закон распределения, математическое ожидание, целевая функция, проектные характеристики*

Методы оптимизации проектных характеристик разноглубинного трала, изложенные в работах [1, 2], предполагают использование целевых функций, построенных на основе детерминированных моделей процесса лова рыбы, имеющих вид:

$$q = \begin{cases} \rho \left[ \xi \cdot l^2 \cdot v - v_p \cdot r_{\max} + r_{\min} + \frac{4}{3} \cdot v_p \cdot r_{\max}^2 + r_{\max} \cdot r_{\min} + r_{\min}^2 \right], & \text{если } v > v_p; \\ \rho \cdot v \left[ \xi \cdot l^2 - l \cdot r_{\max} + r_{\min} + \frac{4}{3} \cdot r_{\max}^2 + r_{\max} \cdot r_{\min} + r_{\min}^2 \right], & \text{если } v \leq v_p, \end{cases} \quad (1)$$

где  $q$  - величина улова рыбы за единицу времени траления, кг/с;  $\rho$  - плотность облавливаемого скопления рыб, кг/м<sup>3</sup>;  $l$  - полупериметр устья трала (сумма вертикального  $H$  и горизонтального  $L$  раскрытий устья), принятый в качестве характерного линейного размера орудия и являющийся параметром оптимизации, м;  $\xi$  - безразмерный коэффициент, связывающий периметр и площадь устья проектируемого трала;  $v$  - скорость траления, параметр оптимизации, м/с;  $v_p$  - скорость ухода рыбы от трала, м/с;  $r_{\max}$  - максимальная дальность реакции рыб на трал и его детали, м;  $r_{\min}$  - минимальная дальность реакции рыб на трал и его детали, м.

В выражении (1) плотность облавливаемых видов рыб  $\rho$  и скорость ухода их от трала  $v_p$  для разных видов пелагических рыб являются случайными величинами, значения которых меняются в достаточно широком диапазоне. Это же относится к максимальной  $r_{\max}$  и минимальной  $r_{\min}$  дальности реакции рыб на трал и его детали. Поэтому, подставляя в модели (1) случайные значения поведенческих характеристик рыб, на выходе можно получить лишь случайные

величины улова  $q$  за единицу времени траления. Между тем величина улова  $q$  сильно зависит от значения поведенческих характеристик.

Детерминированные модели (1), используемые в качестве целевых функций, в принципе позволяют одним из известных методов определить оптимальные значения полупериметра устья разноглубинного трала  $l$  и скорости траления  $v$ , максимизирующие величину улова  $q$ . Однако при произвольно заданных случайных значениях поведенческих характеристик и величина улова  $q$  будет носить случайный характер, не отражая фактически достигаемого полезного эффекта и тем самым снижая эффективность самой процедуры оптимизации. В этом заключается принципиальный недостаток детерминированных моделей при их использовании в качестве целевых функций.

Указанная проблема решается при замене детерминированных моделей гибридными. В последних случайные значения поведенческих характеристик рыб заменены их математическими ожиданиями, полученными в результате статистических исследований траловых уловов [3]. Гибридные модели имеют вид:

$$M_q = \begin{cases} M_\rho \cdot \left[ \begin{array}{l} \xi \cdot l^2 \cdot v - M_{v_p} \cdot r_{\max} + r_{\min} + \\ + \frac{4}{3} \cdot M_{v_p} \cdot r_{\max}^2 + r_{\max} \cdot r_{\min} + r_{\min}^2 \end{array} \right], & \text{если } v > v_p; \\ M_\rho \cdot v \cdot \left[ \begin{array}{l} \xi \cdot l^2 - l \cdot r_{\max} + r_{\min} + \\ + \frac{4}{3} \cdot r_{\max}^2 + r_{\max} \cdot r_{\min} + r_{\min}^2 \end{array} \right], & \text{если } v \leq v_p, \end{cases} \quad (2)$$

где  $M_q$ ,  $M_\rho$ ,  $M_{v_p}$  - математические ожидания, соответственно, величины улова рыбы за единицу времени траления, плотности скопления рыб, скорости их ухода от трала.

В настоящее время проведены исследования по определению значений математических ожиданий поведенческих характеристик окуня-клевача в море Ирмингера [4, 5], результаты которых приведены в таблице.

Таблица. Математические ожидания поведенческих характеристик окуня-клевача  
Table. Mathematical expectations of the behavioral characteristics of redfish

№ п/п	Поведенческая характеристика окуня-клевача	Значение математического ожидания
1	Плотность концентрации облавливаемого скопления рыбы $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$1,15 \cdot 10^{-5}$
2	Скорость ухода рыбы от трала $v_p$ , м/с	1,75
3	Максимальная дальность реакции рыб на трал и его детали $r_{\max}$ , м	0,5
4	Минимальная дальность реакции рыб на трал и его детали $r_{\min}$ , м	0

С учётом приведённых в таблице данных гибридные модели процесса лова окуня-клевача в море Ирмингера приобретают вид:

$$M_a = \begin{cases} 1,15 \cdot 10^{-5} \cdot \xi \cdot l^2 \cdot v - 1,006 \cdot 10^{-6} \cdot l + 6,708 \cdot 10^{-6}, & \text{если } v > v_p; \\ 1,15 \cdot 10^{-5} \cdot \xi \cdot l^2 \cdot v - 5,75 \cdot 10^{-6} \cdot l \cdot v + 3,833 \cdot 10^{-6} \cdot v, & \text{если } v \leq v_p. \end{cases} \quad (3)$$

Эти модели могут использоваться в двух направлениях:

- для прогнозирования уловов окуня в указанном районе промысла при использовании различных конструкций разноглубинных тралов, имеющих разные значения полупериметра устья  $l$  и буксируемых на различных скоростях  $v$ ;
- для оптимизации проектных характеристик разноглубинных тралов (полупериметра устья и скорости траления) при разработке новых конструкций для лова окуня в указанном районе промысла.

Рассмотрим пути решения второй из приведённых задач.

Оптимизационная задача в рассматриваемом случае состоит в поиске значений полупериметра устья трала  $l$  и скорости траления  $V$ , максимизирующих величину целевой функции, в качестве которой должна использоваться гибридная модель (3). При этом необходимо учитывать следующие ограничения на значения искомым проектных характеристик [1].

1. Сила сопротивления трала  $R$ , зависящая от значений оптимизируемых характеристик, не может превышать располагаемую тягу траулера на соответствующей скорости траления. Это условие записывается в виде неравенства [6]:

$$k \cdot l^2 \cdot v^2 \leq A - B \cdot v, \quad (4)$$

где  $k$  – коэффициент сопротивления траловой системы с размерностью плотности воды;  $A$  и  $B$  – коэффициенты аппроксимации с размерностями Н и кг/с соответственно.

2. Размеры устья трала и, следовательно, значение полупериметра устья  $l$  должны обеспечивать заданную величину вероятности наведения трала на облавливаемый косяк рыб. Это ограничение записывается в виде условия

$$P \left\{ X, Y \in B \right\} \leq \frac{2}{\pi} \cdot \left[ \int_0^{\frac{K_x - L}{2\sigma_x}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \cdot \int_0^{\frac{K_y - H}{2\sigma_y}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \right], \quad (5)$$

где  $P \left\{ X, Y \in B \right\}$  – назначаемая проектировщиком вероятность попадания оси косяка с координатами  $X, Y$  в центральную область площади устья трала  $\Omega$  [7];  $K_x, K_y$  – размеры облавливаемого косяка рыб в направлении осей, соответственно,  $x$  и  $y$ ;  $\sigma_x, \sigma_y$  – средние квадратичные отклонения продольной оси косяка от центра устья трала по главным осям рассеивания.

3. В связи с особенностью целевых функций (3), на оптимальное значение полупериметра устья накладывается следующее ограничение:

$$l > \frac{4}{3} \cdot \frac{r_{\max}^2 + r_{\max} \cdot r_{\min} + r_{\min}^2}{r_{\max} + r_{\min}}. \quad (6)$$

Таким образом, в соответствии с изложенным задача оптимизации проектных характеристик трала (полупериметра устья и скорости траления) формализуется следующим образом:

$$M_q \rightarrow \max, \quad (7)$$

при выполнении ограничений (4) - (6).

Прежде чем перейти к рассмотрению алгоритма решения задачи оптимизации проектных характеристик трала для лова окуня-клювача, следует остановиться на входных данных для обеспечения выполнения указанных ограничений.

Так, обеспечение первого ограничения, связанного с первым неравенством, требует определения значения коэффициента сопротивления траловой системы  $k$ . Это значение может быть найдено из левой части неравенства (4), если известны величины агрегатного сопротивления аналогичного по конструкции проектируемого трала, а также размеры его устья на соответствующей этим данным скорости траления.

Для выполнения ограничения (5) необходимо располагать данными о горизонтальном  $K_x$  и вертикальном  $K_y$  развитии косяков облавливаемых рыб. Соответствующие данные можно почерпнуть, например, из работы Ю.В. Кадильникова [8]. Так, для окуня-клювача автор приводит следующие значения:  $K_x = 82,6 \div 7,4 \text{ м}$ ;  $K_y = 14 \div 1,6 \text{ м}$ . Обращают на себя внимание очень маленькие величины вертикального развития косяков окуня, тогда как его облов производится тралами с вертикальным раскрытием устья 100 м и более. Причина в том, что наведение трала осуществляется не на каждый косяк окуня, а на вертикальный слой воды, в котором эти косяки находятся. Таким образом, возникает необходимость в обосновании вертикального размера слоёв.

В этих целях может быть использовано выражение (5), представленное в виде строгого равенства. Для его использования необходимо располагать данными о значениях средних квадратичных отклонений продольной оси косяка от центра устья трала по главным осям рассеивания  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ .

Исследование целевых функций (3) показало, что они вогнуты, а ограничения - выпуклы. Это позволяет для решения оптимизационной задачи (7) использовать один из алгоритмов выпуклого программирования, из числа которых наиболее эффективным является градиентный метод [2]. Существо его состоит в последовательном пошаговом движении из начальной точки с координатами  $(l_0, v_0)$  в направлении к максимальному значению целевых функций. Начальная точка может быть назначена произвольно, лишь бы её координаты отвечали ограничениям системы (4) - (6).

Поскольку значения целевых функций (3) с увеличением полупериметра устья трала  $l$  и скорости траления  $v$  монотонно возрастают, то очевидно, что максимум целевых функций находится в точке, лежащей на кривой, определяемой ограничением (4), которое следует рассматривать как строгое равенство. Зная располагаемую тягу траулера, для которого оптимизируются проектные характеристики трала, можно построить зависимость  $v = f(l)$ , вид которой показан на рисунке.

Здесь кривая ЕС представляет собой ограничение, накладываемое на оптимизируемые характеристики траля, в виде зависимости  $v = f(l)$ . Точка А является начальной с координатами  $(l_0, v_0)$ . Математическое ожидание величин улова для начальной точки находится из целевых функций (3).

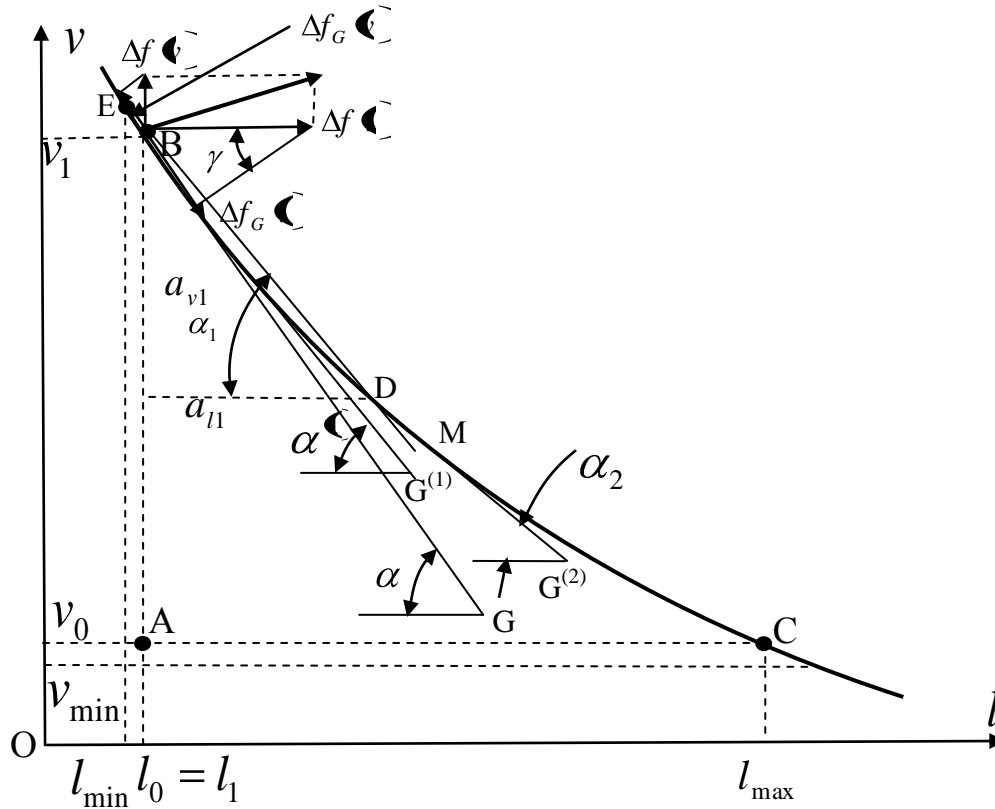


Рис. Поиск оптимальных значений полупериметра устья  $l$  и скорости буксировки  $v$  траля, максимизирующих величину улова  $q$

Fig. Searching for the optimal values of the half-perimeter orifice and speed towing a trawl, maximizing the value of the catch

Переход из начальной точки на границу ЕС проще всего осуществить в направлении осей координат  $v$  или  $l$  (по прямым АВ или АС), т.е. в направлении составляющих градиента целевых функций в начальной точке. Последние находятся из следующих равенств:

$$\left. \begin{aligned} \text{grad } M_{q_v} &= \frac{\partial M_q}{\partial v}, \\ \text{grad } M_{q_l} &= \frac{\partial M_q}{\partial l}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Выбор направления из определяемых равенствами (8) осуществляется таким образом, чтобы скорость возрастания целевых функций была наибольшей. Это условие определяется значениями проекции градиента в данной точке на плоскости, параллельные соответствующим осям координат, т.е. из выражения:

$$\frac{\partial M_q}{\partial v} > \frac{\partial M_q}{\partial l}. \quad (9)$$

Если условие (9) для начальной точки выполняется, то переход производится в направлении оси  $v$ , в противном случае - вдоль оси  $l$ . Осуществив переход из начальной точки на кривую-ограничение ВС, далее из ограничения (4) находится значение второй искомой проектной характеристики  $v$  или  $l$ . Таким образом выполняется первый шаг в направлении максимума целевой функции. На каждом шаге этого движения необходимо устанавливать, что значение целевой функции в очередной точке возрастает по сравнению со значением в точке предыдущего шага, т.е. должно выполняться условие:

$$M_q(l_{i+1}, v_{i+1}) > M_q(l_i, v_i), \quad (10)$$

где  $i$  - порядковый номер выполненного шага.

Кроме того, координаты точки на каждом  $i$ -м шаге должны отвечать ограничениям (5),(6).

Из новой точки необходимо продолжить движение к максимуму целевой функции по кривой ЕС в направлениях точки Е или точки С, в которых целевая функция возрастает. Эти направления определяются составляющими градиента  $\Delta f \overrightarrow{CE}$  и  $\Delta f \overrightarrow{CS}$  (см. рисунок). Они находятся из равенств:

$$\Delta f \overrightarrow{CE} = \frac{1}{\partial M_q / \partial v}, \Delta f \overrightarrow{CS} = \frac{1}{\partial M_q / \partial l}. \quad (11)$$

Поскольку движение вдоль кривой невозможно, то линией движения может служить касательная  $G$ . Для выбора направления движения вдоль касательной  $G$  следует использовать условие

$$\frac{1}{\partial M_q / \partial l} \cdot \cos \alpha > \frac{1}{\partial M_q / \partial v} \cdot \sin \alpha, \quad (12)$$

где  $\alpha$  - угол между касательной  $G$  к кривой, определяемой ограничением (4) в точке В, и абсциссой, его значение находится как  $\alpha = 90^\circ - \gamma$  (см. рисунок).

В свою очередь,  $|\operatorname{tg} \gamma| = \frac{dl}{dv}$ .

Однако более целесообразно двигаться не вдоль касательной  $G$ , а вдоль секущей  $M$  (см. рисунок), угол которой с осью абсцисс обозначен  $\alpha_1$ . Точка пересечения луча  $M$  с кривой ЕС может быть найдена по величине шага  $a_l$  по переменной  $l$  или величине шага  $a_v$  по переменной  $v$ , которые определяются формулами:

$$a_{l_{k-1}} = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2^{k-1}}, \quad a_{v_{k-1}} = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{2^{k-1}}, \quad (13)$$

где  $k = 2, 3, \dots, n$  - порядковый номер выполняемого шага;  $n$  - число шагов, необходимое для достижения максимума целевой функции.

После определения численных значений шага изменения переменных  $a_l$  и  $a_v$  находится точка D (см. рисунок) пересечения луча  $M$  с кривой ограничения ЕС, т.е. осуществляется второй шаг движения к максимуму целевой функции. Направление этого движения, характеризуемого углом  $\alpha_1$ , находится из выражения:

$$\left| \operatorname{tg} \alpha_{1k-1} = \frac{a_{\nu k-1}}{a_{l k-1}} \right|. \quad (14)$$

Для определения направления движения на каждом  $k$ -ом шаге используется условие (12), где на рассматриваемом шаге  $\alpha = \alpha_{k-2}$ .

Выполнение каждого последующего шага движения к точке максимума целевой функции связано с повторением описанных выше вычислительных операций. Оптимальными значениями переменных  $l$  и  $\nu$  являются величины, соответствующие  $k$ -ому шагу движения к максимуму целевой функции, на котором условие (10) не выполняется, или переменные достигли граничных значений в соответствии (5),(6), или шаг по одной из переменных становится меньше или равен некоторой назначенной величине, определяемой точностью решения, т.е. выполняются условия:

$$a_l \leq |\varepsilon_l|, \quad a_\nu \leq |\varepsilon_\nu|, \quad (15)$$

где  $\varepsilon_l, \varepsilon_\nu$  - назначенные минимальные значения изменения переменных.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Розенштейн, М.М. Методы оптимизации / М.М. Розенштейн. – Калининград: Изд-во ФГОУ ВПО «КГТУ», 2008. - 88 с.
2. Розенштейн, М.М. Проектирование орудий рыболовства: учебник для высших учебных заведений / М.М. Розенштейн.- М.: Колос, 2009. – 400 с.
3. Николаев, В.В. Совершенствование математической модели процесса лова рыбы разноглубинным тралом: дисс.... канд. техн. наук. - Калининград, 2004. – 189 с.
4. Левченко, С.В. Гибридная модель процесса лова окуня-клювача в море Ирмингера / С.В. Левченко // Рыбное хозяйство. - 2012. - № 3. - С. 94-97.
5. Левченко, С.В. Определение закона распределения траловых уловов сельди атлантической / С.В. Левченко // Промышленное рыболовство: сб. науч. тр., посвященный 95-летию кафедры промышленного рыболовства ФГОУ ВПО «КГТУ». – Калининград, 2009. – С. 13-18.
6. Розенштейн, М.М. Механика орудий рыболовства: учебник для высших учебных заведений / М.М. Розенштейн. – Калининград: КГТУ, 2000. – 363 с.
7. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: учебник для вузов / Е.С. Вентцель. – 6-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 1999. - 576 с.
8. Кадильников, Ю.В. Вероятностно-статистическая теория рыболовных систем и технической доступности для них водных биологических ресурсов / Ю.В. Кадильников. – Калининград: Изд-во АтлантНИРО, 2001. - 277 с.

#### METHODS SOLVING OPTIMIZATION DESIGN CHARACTERISTICS PELAGIC TRAWLS USING HYBRID MODEL

M.M. Rosenstein, S.V. Levchenko

In this paper, the technique of using a hybrid model of the process of trawl fishing on the example of fishing of redfish in the Irminger Sea for optimization design characteristics pelagic trawls (semiperimeter orifice and trawling speed) in the development of new designs of fishing gear.

*hybrid model, simulation model, the distribution, the expectation, the objective function, design characteristics*