

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

О. М. Топоркова

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины  
для студентов направлений подготовки  
09.03.01 Информатика и вычислительная техника  
и 09.03.03 Прикладная информатика

Калининград  
Издательство ФГБОУ ВО» КГТУ  
2022

УДК 510.5/.6(075)

Рецензент:

кандидат педагогических наук, доцент кафедры прикладной информатики  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический  
университет»  
Е. Ю. Заболотнова

Топоркова, О.М.

Математическая логика и теория алгоритмов : учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов направлений подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника и 09.03.03 Прикладная информатика / О. М. Топоркова. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2022. – 20 с.

В учебно-методическом пособии приведены следующие характеристики учебной дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов»: тематический план; содержание дисциплины и указания к ее изучению (включают по каждой теме: перечень изучаемых вопросов, методические указания к изучению темы, ссылки на литературу, контрольные вопросы); требования к аттестации по дисциплине (содержание текущей аттестации, условия получения положительной оценки на экзамене, примерные вопросы к экзамену).

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала кафедрой прикладной информатики института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 19 сентября 2022 г., протокол № 3

Учебно-методическое пособие рекомендовано к использованию в качестве локального электронного методического материала в учебном процессе методической комиссией ИЦТ 20 сентября 2022 г., протокол № 6

УДК 510.5/.6(075)

© Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Калининградский государственный  
технический университет», 2022 г.  
© Топоркова О.М., 2022 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение .....	4
2. Тематический план .....	5
3. Содержание дисциплины и указания к изучению .....	8
3.1. Раздел 1. Классическая логика .....	8
3.1.1. Тема 1.1 Алгебра высказываний .....	8
3.1.2. Тема 1.2 Исчисление высказываний .....	8
3.1.3. Тема 1.3 Алгебра предикатов .....	8
3.1.4. Тема 1.4 Исчисление предикатов .....	9
3.1.5. Тема 1.5 Реляционная алгебра .....	9
3.1.6. Тема 1.6 Реляционное исчисление .....	10
3.2. Раздел 2. Неклассическая логика .....	10
3.2.1. Тема 2.1 Нечеткие множества и отношения .....	10
3.2.2. Тема 2.2 Нечеткое исчисление .....	11
3.2.3. Тема 2.3 Модальная логика .....	11
3.3. Раздел 3. Основы теории алгоритмов .....	11
3.3.1. Тема 3.1 Рекурсивные функции .....	11
3.3.2. Тема 3.2 Машина Тьюринга .....	12
3.3.3. Тема 3.3 Нормальный алгоритм Маркова .....	12
3.3.4. Тема 3.4 Меры сложности алгоритмов .....	13
4. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	14
4.1. Текущая аттестация .....	14
4.2. Условия получения положительной оценки .....	14
4.3. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине .....	15
5. Заключение .....	17
6. Литература .....	18

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие предназначено для студентов направлений подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника и 09.03.03 Прикладная информатика, изучающих дисциплину «Математическая логика и теория алгоритмов».

**Цель** освоения дисциплины: изучение методов и моделей математической логики и теории алгоритмов и приемов их использования при решении практических задач.

В результате изучения дисциплины ожидается, что студенты усвоят теоретические знания методов и моделей математической логики, а также теории алгоритмов и будут использовать их при решении практических задач в профессиональной деятельности.

Для успешного освоения дисциплины, в соответствии с учебным планом, ей предшествуют такие дисциплины, как Информатика и Дискретная математика.

Далее в пособии представлен тематический план, содержащий перечень изучаемых тем, обязательных практических занятий, мероприятий текущей аттестации и отводимое на них аудиторное время (занятия в соответствии с расписанием), а также и самостоятельную работу. При формировании личного образовательного плана на семестр следует оценивать рекомендуемое время на изучение дисциплины, возможно, реально потребуется больше времени на выполнение отдельных заданий или проработку отдельных тем.

В разделе «Содержание дисциплины» приведены подробные сведения об изучаемых вопросах, по которым можно ориентироваться в случае пропуска каких-то занятий, а также методические рекомендации преподавателя для самостоятельной подготовки; каждая тема имеет ссылки на литературу (или иные информационные ресурсы), а также контрольные вопросы для самопроверки.

Раздел «Текущая аттестация» содержит описание обязательных мероприятий контроля самостоятельной работы и усвоения разделов или отдельных тем дисциплины. Далее изложены требования к завершающей аттестации – зачету и/или экзамену.

Помимо данного пособия, студентам следует использовать материалы, размещенные в соответствующем данной дисциплине разделе ЭИОС, в которые более оперативно вносятся изменения для адаптации дисциплины под конкретную группу.

## 2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

	Раздел (модуль) дисциплины	Тема	Объем аудиторной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
			Лекции	
1.1	Раздел 1 Классическая логика	Тема 1. Алгебра высказываний	2	1
1.2		Тема 2. Исчисление высказываний	2	1
1.3		Тема 3. Алгебра предикатов	2	1
1.4		Тема 4. Исчисление предикатов	4	1
1.5		Тема 5. Реляционная алгебра	2	1
1.6		Тема 6. Реляционное исчисление	2	1
2.1	Раздел 2 Неклассическая логика	Тема 7. Нечеткие множества и отношения	4	2
2.2		Тема 8. Нечеткое исчисление	2	2
2.3		Тема 9. Модальная логика	2	2
3.1	Раздел 3 Основы теории алгоритмов	Тема 10. Рекурсивные функции	2	2
3.2		Тема 11. Машина Тьюринга	2	2
3.3		Тема 12. Нормальный алгоритм Маркова	2	2
3.4		Тема 13. Меры сложности алгоритмов	2	1
			<b>30</b>	<b>19</b>

		Практические занятия		
1.1	Раздел 1 Классическая логика	Практическое занятие 1. Алгебра высказываний	4	1
1.2		Практическое занятие 2. Метод дедуктивного вывода, принцип резолюции	4	1
1.3, 1.4		Практическое занятие 3. Алгебра предикатов, ПНФ и ССФ, методы дедукции и резолюции	4	1
1.5, 1.6		Практическое занятие 4. Реляционная алгебра, реляционное исчисление	4	1
2.1	Раздел 2 Неклассическая логика	Практическое занятие 5. Операции нечеткой алгебры	4	1
2.1		Практическое занятие 6. Нечеткие отображения и свойства нечетких отношений	4	1
3.1	Раздел 3 Основы теории алгоритмов	Практическое занятие 7. Рекурсивные функции	2	1
3.2		Практическое занятие 8. Машина Тьюринга	2	1
3.3		Практическое занятие 9. Нормальный алгоритм Маркова	2	1
			<b>30</b>	<b>9</b>

		Рубежный (текущий) и итоговый контроль		
1.1, 1.2	Раздел 1 Классическая логика	Контрольная работа 1. Доказательство клаузы в логике высказываний	-	4
1.3, 1.4		Контрольная работа 2 . Преобразование предикатной формулы в сколемовскую стандартную форму	-	3
1.5, 1.6		Контрольная работа 3. Выполнение алгебраических операций над реляционными отношениями	-	3
2.1	Раздел 2 Неклассическая логика	Контрольная работа 4. Операции над нечеткими отношениями	-	4
3.2, 3.3	Раздел 3 Основы теории алгоритмов	Контрольная работа 5. Алгоритмическое моделирование задачи средствами машины Тьюринга и нормальным алгоритмом Маркова	-	4
Итоговый контроль (экзамен)				33,2
			0	18
<b>Всего</b>			<b>60</b>	<b>46</b>

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ

#### 3.1. Раздел 1. Классическая логика

##### 3.1.1. Тема 1.1 Алгебра высказываний

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия и формальное представление алгебры высказываний; законы и правила; конъюнктивная и дизъюнктивная нормальные формы формул, их совершенный вид, эквивалентные преобразования формул

*Методические указания к изучению:*

Новым к изучению материалом являются собственно понятия высказываний и их формального описания, законы эквивалентных преобразований формул алгебры высказываний - на это надо обратить особое внимание. Остальной учебный материал знаком студентам из курса Дискретной математики.

По данному разделу предусмотрено первое практическое занятие (объемом 4 ак. ч.), а также частично первая контрольная работа.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 5 – 39;

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое пропозициональная переменная?
2. Какие логические операции используются для формирования формул сложных высказываний?
3. Дайте определение КНФ и ДНФ.

##### 3.1.2. Тема 1.2 Исчисление высказываний

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия и формальное определение; аксиоматические системы, правила вывода; методы вывода: дедукция и метод резолюций, подстановка и унификация дизъюнктов. Доказательство с помощью таблицы истинности.

*Методические указания к изучению:*

Особое внимание следует уделить дедуктивному методу доказательства клауз, поскольку для него не существует готовых приемов и алгоритмов. Для более успешного освоения данного материала проводятся практические занятия объемом 4 ак. часа, а также выполняется первая контрольная работа.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 39 – 66;

*Контрольные вопросы:*

1. Какие методы существуют для доказательства клауз в логике высказываний?
2. Назовите алгоритм доказательства клаузы методом резолюций.
3. Для чего используется унификация дизъюнктов?

##### 3.1.3. Тема 1.3 Алгебра предикатов

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия и формальное определение; логические операции и формулы, законы и правила; префиксная нормальная и сколемовская стандартная формы; алгоритмы перевода формул в эти формы.

*Методические указания к изучению:*

Следует обратить внимание на то, как от простых высказываний можно перейти к их предикатной форме представления, это позволит лучше понять дальнейший материал. Для закрепления навыков решения практических задач проводится третье практическое занятие объемом 4 академических часа. Теме получения сколемовской стандартной формы предикатной формулы посвящена вторая контрольная работа.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 66 – 116;

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое сколемовская стандартная форма (ССФ)?
2. Чем ССФ отличается от предваренной нормальной формы (ПНФ)?
3. Сформулируйте обобщенный алгоритм получения ССФ из обычной предикатной формулы.

### 3.1.4. Тема 1.4 Исчисление предикатов

*Перечень изучаемых вопросов:* системы аксиом, правила вывода, методы дедукции и резолюции, подстановка и унификация дизъюнктов

*Методические указания к изучению:*

Тема доказательства клауз в логике предикатов во многом совпадает с аналогичным материалом в логике высказываний, что облегчает студенту освоение материала.

Теме посвящено практическое занятие № 3 объемом 4 академических часа. В силу сложности задач доказательства предикатных клауз контрольная работа по этой проблематике не проводится.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 66 – 116;

*Контрольные вопросы:*

1. Какие математические инструменты используются для доказательства предикатных клауз?
2. Для чего применяется при доказательстве унификация дизъюнктов?
3. Какие правила вывода используются при доказательстве клаузы методом дедукции?

### 3.1.5. Тема 1.5 Реляционная алгебра

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия; унарные и бинарные операторы.

*Методические указания к изучению:*

Частично изучаемый в этой теме материал знаком студенту из курса Дискретной математики. Следует обратить особое внимание на специфические для реляционной логики унарные и бинарные операции. Именно они вызывают наибольшие затруднения при решении практических задач.

По данной теме проводится практические занятия № 4 объемом 4 академических часа, а также выполняется контрольная работа № 3.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%51%2F%D0%9F56%2D329087%3C.%3E&USES21ALL=1)

[TML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3E%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3E%3E&USES21ALL=1), с. 3 – 44;

*Контрольные вопросы:*

1. Какие унарные и бинарные операции, специфические для реляционной логики, вы знаете?
2. На проведение каких операций не накладываются никаких ограничений?
3. Какие операции какие ограничения имеют?

### 3.1.6. Тема 1.6 Реляционное исчисление

*Перечень изучаемых вопросов:* переменные-кортежи; правила исполнения бинарных и унарных операторов

*Методические указания к изучению:*

Реляционное исчисление имеет свою специфику относительно тех разделов исчислений, которые были в логике высказываний и в логике предикатов: здесь нет понятия аксиом, правил вывода, алгоритмов доказательства, клауз и т. д. Тем не менее имеет место процедура исчисления, которая заключается в определении истинного значения формулы исчисления, в соответствии с которым из одного или двух отношений выбираются кортежи.

Данная тема включена в практическое занятие № 4 объемом 4 академических часа, а также в контрольную работу № 3.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3E%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3E%3E&USES21ALL=1), с. 3 – 44;

*Контрольные вопросы:*

- Операции какого раздела реляционной логики формируют новое отношение?
- Чем операция естественного соединения отличается от операции тета-соединения?
- Какие аргументы могут быть в формулах исчисления в реляционной логике?

## 3.2. Раздел 2. Неклассическая логика

### 3.2.1. Тема 2.1 Нечеткие множества и отношения

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия и правила формирования нечетких множеств и отношений, алгебраические операции над ними

*Методические указания к изучению:*

Следует обратить внимание, что в своей работе по нечетким множествам Заде предложил еще один способ определения множества – в дополнение тем, которые известны из классической теории множеств. При выполнении алгебраических операций над нечеткими множествами и нечеткими отношениями (суть теми же нечеткими множествами с особыми элементами) традиционные теоретико-множественные алгоритмы дополняются операциями вычисления степеней принадлежности элементов операндов результату.

По теме проводится практические занятия № 5 и 6 общим объемом 8 академических часов, а также выполняется контрольная работа № 4.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3E%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3E%3E&USES21ALL=1), с. 65 – 81;

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3EI=51%2F%D0%9F56%2D934523%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3EI=51%2F%D0%9F56%2D934523%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 81 – 91.

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое функция принадлежности?
2. Какие значения может принимать степень принадлежности элемента нечеткому множеству?

### 3.2.2 Тема 2.2 Нечеткое исчисление

*Перечень изучаемых вопросов:* лингвистические переменные и нечеткие высказывания, формулы и предикаты, исчисление нечетких высказываний и правила вывода.

*Методические указания к изучению:*

В данной теме выполняется формализация качественных понятий, которыми изобилует естественный язык, с помощью средств нечетких множеств. Это позволяет оперировать нечеткими высказываниями и «научать» их использовать компьютер.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3EI=51%2F%D0%9F56%2D934523%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3EI=51%2F%D0%9F56%2D934523%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 81 – 91;

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое лингвистическая переменная?
2. Как терм-множество соотносится с лингвистической переменной?
3. В чем отличие правила прямого доказательства в классической и неклассической логике?

### 3.2.3. Тема 2.3 Модальная логика

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия; темпоральная и алгоритмическая логики.

*Методические указания к изучению:*

Данная тема носит исключительно ознакомительный характер, поскольку понятия и инструментарий модальной и других неклассических логик только развивается и не нашел достаточного методического воплощения.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3EI=16%2F%D0%A1%20243%2D121602%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%3EI=16%2F%D0%A1%20243%2D121602%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 25 – 43.

*Контрольные вопросы:*

1. Какие неклассические современные логики вы знаете?
2. Что является объектом исследования в современных неклассических логиках?

## 3.3. Раздел 3. Основы теории алгоритмов

### 3.3.1. Тема 3.1 Рекурсивные функции

*Перечень изучаемых вопросов:* базовые функции, элементарные операторы; примеры вычисления частично-рекурсивных функций

*Методические указания к изучению:*

Рекурсивные функции являются исключительно математическим аппаратом исследования прикладных алгоритмов. Следует обратить внимание на их ограниченную область применения – объектом обработки для соответствующих моделей являются только числа натурального ряда.

По данной теме проводится практическое занятие №7 объемом 2 академических часа.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 4 – 27;

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 5 – 20.

*Контрольные вопросы:*

1. Что входит в состав базовых функций данной модели исследования?
2. Какие рекурсивные функции используются для исследования прикладных алгоритмов?

### 3.3.2. Тема 3.2 Машина Тьюринга

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия и стандартная конфигурация; примеры вычисления частично-рекурсивных функций

*Методические указания к изучению:*

Следует иметь в виду, что машина Тьюринга – это некая абстрактная модель, которая наглядно демонстрирует обработку данных широкого диапазона типов. Однако ее ограничением является некоторое неудобство в представлении самих операндов, что ограничивает сферу ее применения.

По данной теме проводится практическое занятие № 8, а также выполняется контрольная работа № 5.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3E%518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 21 – 32;

*Контрольные вопросы:*

1. Перечислите основные блоки, входящие в состав машины Тьюринга.
2. В чем назначение управляющего устройства машины Тьюринга?
3. Какими средствами можно описать машину Тьюринга?

### 3.3.3. Тема 3.3 Нормальный алгоритм Маркова

*Перечень изучаемых вопросов:* основные понятия и правила преобразования слов, структура алгоритма; примеры вычисления частично рекурсивных функций

*Методические указания к изучению:*

Данный формализм наиболее близок и понятен студенту направления Информатика и вычислительная техника, который связан с программированием.

Еще одно преимущество данного инструмента в наиболее широком диапазоне обрабатываемых данных. Для освоения данной темы особых усилий от студента не требует-

ся, тем более, что теоретический материал закрепляется на практическом занятии и в контрольной работе.

По данной теме проводится практическое занятие № 9, а также выполняется контрольная работа № 5.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3EИ=518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3EИ=518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 38 – 42.

*Контрольные вопросы:*

1. Какие блоки в блок-схеме используются для представления операторов нормального алгоритма Маркова?
2. Как в протоколе определяется заключительное правило?

#### 3.3.4. Тема 3.4 Меры сложности алгоритмов

*Перечень изучаемых вопросов:* алгоритмически неразрешимые проблемы; понятие меры сложности алгоритмов; легко и трудноразрешимые задачи; классы задач P и NP; NP – полные задачи; эффективные алгоритмы; понятие сложности вычислений

*Методические указания к изучению:*

Тема, к сожалению, не носит практического характера для будущих программистов, поскольку предназначена исключительно для теоретического исследования алгоритмов. Ее изучение носит ознакомительный характер.

*Литература:*

[http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML\\_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3EИ=518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1](http://lib.klgtu.ru/web/index.php?S21COLORTERMS=0&LNG=&Z21ID=GUEST&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21STN=1&S21REF=10&S21FMT=briefHTML_ft&S21CNR=5&C21COM=S&S21ALL=%3C.%3EИ=518%2F%D0%9F%20563%2D318710170%3C.%3E&USES21ALL=1), с. 42 – 46.

*Контрольные вопросы:*

1. Что включает в себя понятие вычислительной сложности алгоритма?
2. Как определяется емкостная сложность алгоритма?
3. Как определяется вычислительная сложность алгоритма?

## 4. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 4.1. Текущая аттестация

В ходе изучения дисциплины студентам предстоит пройти следующие этапы текущей аттестации:

- Контрольная работа по логике высказываний – 5-я неделя
- Контрольная работа по логике предикатов – 7-я неделя
- Контрольная работа по реляционной логике – 9-я неделя
- Контрольная работа по нечеткой логике – 12-я неделя
- Контрольная работа по теории алгоритмов – 15-я неделя

Учебно-методические материалы для выполнения контрольных работ опубликованы в [6], [7], [8]. Работы выполняются внеаудиторно в рамках самостоятельной работы. Запланированная трудоемкость выполнения работ:

- Контрольная работа по логике высказываний – 4 академических часа.
- Контрольная работа по логике предикатов – 3 академических часа.
- Контрольная работа по реляционной логике – 3 академических часа.
- Контрольная работа по нечеткой логике – 4 академических часа.
- Контрольная работа по теории алгоритмов – 4 академических часа.

Методика оценивания знаний студентов – традиционная зачетно-экзаменационная.

Оценивание результатов контрольных работ осуществляется по пятибалльной шкале. При этом используются показатели:

- 1) правильность и полнота решения задачи,
- 2) своевременность представления на проверку,
- 3) качество оформления решения.

Если по всем показателям работа выполнена без замечаний, ставится отличная оценка. При своевременном представлении решения задачи, но при наличии ошибок, неполноты решения или замечаний по качеству оформления решения студенту предоставляется возможность доработки с одновременным снижением оценки до 4 баллов. При несвоевременном представлении задания (при условии его правильности, полноты и должного качества оформления) проверяется самостоятельность решения задачи путем пояснений, даваемых студентом по каждому пункту задания. Если же задание решено неверно или неполно, либо некачественно оформлено, оно возвращается студенту на доработку. Оценка снижается до 3 баллов.

### 4.2. Условия получения положительной оценки

Завершающим этапом изучения дисциплины является промежуточная аттестация, представляющая собой экзамен, который проводится во время зимней сессии как результат обучения в первом, осеннем, семестре и во время летней сессии как результат обучения во втором, весеннем, семестре.

К экзамену допускаются только те студенты, которые выполнили все контрольные работы.

Экзамен проводится устно. Экзаменационный билет содержит два экзаменационных вопроса из разных разделов дисциплины и задачу, которую студент получает после ответа на теоретические вопросы. Для продумывания ответа и, возможно, подготовки письменных набросков ответа студенту дается 20 минут.

При оценивании ответа учитывается правильность и полнота ответа на экзаменационные вопросы.

Если замечаний нет, студент получает отличную оценку. Если ответ неполный, либо содержит неточности или небольшие ошибки, дальнейшая работа со студентом по промежуточной аттестации ведется с учетом его активности в течение семестра (по результатам выполнения контрольных работ), а также с учетом его посещаемости аудиторных занятий. При слабой активности и/или низкой посещаемости выставляется результирующая оценка – 3 или 4 в зависимости от качества ответа. Если студент работал в течение семестра хорошо, проводится его дополнительный устный опрос, позволяющий, возможно, повысить ему оценку. При низком качестве ответа на экзаменационный билет знания студента оцениваются неудовлетворительно, и ему предлагается прийти на пересдачу экзамена. Экзаменационная оценка («отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно») выставляется в соответствии с критериями, указанными в таблице:

Критерий	Система оценок			
	2	3	4	5
	0 – 40 %	41 – 60 %	61 – 80 %	81 – 100 %
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов. Обладает частичными и разрозненными знаниями, к	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно-корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полнотой знаний и системным взглядом на изучаемый объект

### 4.3. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

#### 4.3.1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Понятия математической логики: логика как наука, формальная система, структура современной математической логики.
2. Логика высказываний: понятие высказывания и пропозициональная переменная, алфавит и формулы, логические связки и их аналог в естественном языке.
3. Логика высказываний: таблицы истинности логических операций, законы эквивалентных преобразований.
4. Логика высказываний: нормальные и совершенные нормальные формы формул, алгоритм приведения.
5. Логика высказываний: построение доказательств, понятие клаузы, методы доказательства – общая характеристика.
6. Логика высказываний: доказательство методом таблиц истинности.
7. Логика высказываний: доказательство аксиоматическим (дедуктивным) методом, виды формул, аксиомы, правила вывода.
8. Логика высказываний: доказательство методом резолюций.
9. Логика предикатов: понятия высказывательной функции, предметных переменных и постоянных; виды предикатов, частные и общие суждения, кванторы, связанные и свободные переменные.
10. Логика предикатов: алфавит и формулы.
11. Логика предикатов: законы эквивалентных преобразований, правило подстановки.
12. Логика предикатов: предварённая нормальная и сколемовская стандартная формы формул, алгоритмы приведения.

13. Логика предикатов: аксиоматический (дедуктивный) метод доказательства, классы формул, правила введения и удаления кванторов, правила вывода.
14. Логика предикатов: доказательство методом резолюций (понятие и алгоритм), унификация дизъюнктов.
15. Реляционная логика: основные понятия, виды операций над отношениями, алфавит и формулы.
16. Реляционная логика: унарные и бинарные операции.
17. Реляционная логика: понятия переменных-кортежей, правила записи формул в реляционном исчислении.
18. Нечёткая логика: понятие нечеткого множества.
19. Нечеткая алгебра. Операции над нечёткими множествами: дополнение, объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, прямое произведение.
20. Нечеткая алгебра: нечеткие отображения и отношения. Композиция нечетких отображений и отношений.
21. Свойства нечётких отношений. Оценка класса нечётких отношений.
22. Нечеткое исчисление: понятия нечетких высказываний, нечетких предикатов, предметных переменных и постоянных; понятия терм-множества, нечетких формул и нечетких правил вывода.
23. Цели и задачи теории алгоритмов. Понятия алгоритмического объекта и алгоритмического процесса.
24. Виды алгоритмических моделей – общая характеристика.
25. Машина Тьюринга как алгоритмическая модель.
26. Нормальный алгоритм Маркова как алгоритмическая модель.
27. Оценка сложности вычислений.

#### **4.3.2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

##### **Логика высказываний**

1. Доказать тождество.
2. Выполнить эквивалентные преобразования формулы.
3. Привести формулу к КНФ.
4. Привести формулу к ДНФ.
5. Привести формулу к СКНФ.
6. Привести формулу к СДНФ.
7. Доказать истинность заключения, используя таблицы истинности.
8. Доказать истинность заключения аксиоматическим (дедуктивным) методом.
9. Доказать истинность заключения методом резолюций.

##### **Логика предикатов**

10. Привести формулу к ПНФ.
11. Привести формулу к ССФ.
12. Доказать истинность заключения методом резолюций.

##### **Реляционная логика**

13. Выполнить унарные алгебраические операции. Написать формулы на языках реляционной алгебры и реляционного исчисления.
14. Выполнить бинарные алгебраические операции. Написать формулы на языках реляционной алгебры и реляционного исчисления.

##### **Нечеткая логика**

15. Выполнить операции объединения, пересечения, дополнения, разности и симметрической разности над нечеткими множествами.
16. Выполнить композицию двух нечетких отображений.
17. Определить свойства и класс нечеткого отношения.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебно-методическом пособии нашли отражение следующие характеристики дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов»:

- 1) тематический план;
- 2) содержание дисциплины и указания к ее изучению, включающие по каждой теме: перечень изучаемых вопросов, методические указания к изучению темы, ссылки на литературу, контрольные вопросы;
- 3) требования к аттестации по дисциплине: содержание текущей аттестации, условия получения положительной оценки на экзамене, примерные вопросы к экзамену.

## 6. ЛИТЕРАТУРА

1. Пономарев, В. Ф. Дискретная математика для инженеров : учеб. пособие / В. Ф. Пономарев. - Москва : Горячая линия, 2009. - 319 с.
2. Пономарев, В. Ф. Математическая логика : учеб. пособие / В. Ф. Пономарев. - 2-е изд. исп. и доп. - Калининград : КГТУ, 2005. - 201 с.
3. Пономарев, В. Ф. Математическая логика : учеб. пособие / В. Ф. Пономарев ; Калинингр. гос. техн. ун-т. - Калининград : КГТУ, 2001 - Ч. 1. Логика высказываний. Логика предикатов. - 2001. - 130 с.
4. Пономарев, В. Ф. Математическая логика : учеб. пособие / В. Ф. Пономарев ; Калинингр. гос. техн. ун-т. - Калининград : КГТУ, 2001 - Ч. 2. Логика реляционная. Логика нечеткая. - 2001. - 106 с.
5. Пономарев, В. Ф. Основы теории алгоритмов : учеб. пособие / В. Ф. Пономарев ; Калинингр. гос. техн. ун-т. - Калининград : КГТУ, 2005. - 56 с.
6. Пономарев, В. Ф. Модели вычислительных алгоритмов : учеб. пособие по дисц. «Теория алгорит. и автомат.» напр. 552800 – ИВТ / В. Ф. Пономарев. – Калининград : Калининград, 1998. – 85 с.
7. Топоркова, О. М. Математическая логика и теория алгоритмов: учебно-методическое пособие для выполнения контрольных работ по разделу Классическая логика/ О. М. Топоркова. - Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2020. – 45 с.
8. Топоркова, О. М. Математическая логика и теория алгоритмов: учебно-методическое пособие для выполнения контрольных работ по разделу Неклассическая логика/ О. М. Топоркова. - Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 19 с.
9. Топоркова, О. М. Математическая логика и теория алгоритмов: учебно-методическое пособие для выполнения контрольных работ по разделу Теория алгоритмов / О. М. Топоркова. - Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2022. – 30 с.
10. Колесников, А. В. Дискретная математика. Практикум : учеб. пособие для студ. спец. 230102.65 - Автоматиз. системы обраб. информ. и упр. и 230101.65 - Вычисл. машины, комплексы, системы и сети / А. В. Колесников ; ФГОУ ВПО "КГТУ". - Калининград : ФГОУ ВПО "КГТУ", 2006. - 115 с.
11. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова; М-во образования РФ ; НГТУ. - Москва [и др.] : [НГТУ], 2008. - 224 с.
12. Аляев, Ю. А. Дискретная математика и математическая логика : учеб. / Ю. А. Аляев, С. Ф. Тюрин . - Москва : Финансы и статистика, 2006. - 368 с.
13. Гаврилов, Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике : учеб. пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 416 с.
14. Гурова, Л. М. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. пособие / Л. М. Гурова, Е. В. Зайцева. - Москва : МГГУ, 2006. - 262 с.
15. Фалевич, Б. Я. Теория алгоритмов : учеб. пособие / Б. Я. Фалевич. - Москва : Машиностроение, 2004. - 160 с.
16. Математическая логика и теория алгоритмов / отв. ред. С. Л. Соболев. - Новосибирск : Наука, Сибирское отделение, 1982. – 174 с.
17. Успенский, В. А. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения / В. А. Успенский, А. Л. Семенов. - Москва : Наука, 1987. - 288с.
18. Марков, А. А. Теория алгоритмов / А. А. Марков, Н. М. Нагорный. - Москва : Наука, 1984. - 432с.
19. Алферова, З. В. Теория алгоритмов : учеб. пособие / З. В. Алферова. - Москва : Статистика, 1973.

20. Лавров, И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. - 2-е изд. - Москва : Наука, 1984. - 223с.

Локальный электронный методический материал

Ольга Мстиславовна Топоркова

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ**

Редактор Г. А. Смирнова

Уч.-изд. л. 1,25. Печ. л. 1,25

Издательство федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет».  
236022, Калининград, Советский проспект, 1