

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

Петров Сергей Вячеславович

**Исследование операций и методы оптимизации»**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов  
направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика в экономике

Калининград  
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»  
2022

УДК 004(075)

Рецензент:

кандидат педагогических наук, доцент кафедры прикладной информатики  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический  
университет» Е. Ю. Заболотнова

**Петров, С. В.**

Исследование операций и методы оптимизации: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика в экономике/**С.В. Петров.** –Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2022. – с. 15 с.

Данное учебно-методическое пособие содержит тематический план, содержание тем и указания к их изучению, описание текущей аттестации по дисциплине, вопросы для экзамена (зачета) и условия получения положительной оценки по дисциплине.

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала кафедрой прикладной информатики института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 19 сентября 2022 г., протокол № 3

Учебно-методическое пособие рекомендовано к использованию в качестве локального электронного методического материала в учебном процессе методической комиссией ИЦТ 20 сентября 2022 г., протокол № 6

© Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования «Калининградский  
государственный технический университет»,  
2022 г.

© Петров С.В., 2022 г.

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

1.	Введение .....	4
2.	Тематический план .....	5
3.	Содержание дисциплины и указания к изучению .....	7
3.1.	Тема 1 Линейное программирование .....	7
3.2.	Тема 2. Целочисленное программирование.....	7
3.3.	Тема 3. Транспортная задача.....	8
3.4.	Тема 4. Теория игр (Принятие решений в условиях неопределенности и риска) 9	
3.5.	Тема 5. Управление проектами .....	10
3.6.	Тема 6. Сетевое программирование .....	10
3.7.	Тема 7. Динамическое программирование .....	11
4.	ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	11
4.1.	Текущая аттестация.....	11
4.2.	Условия получения положительной оценки.....	11
4.3.	Примерные вопросы к зачету/экзамену по дисциплине.....	11
5.	Заключение .....	13
6.	Литература .....	13

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие предназначено для студентов направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика в экономике, изучающих дисциплину «Исследование операций и методы оптимизации».

Целью освоения дисциплины «Исследование операций и методы оптимизации» является формирование знаний в области информационно-аналитической и научно-исследовательской деятельности в качестве исполнителей или руководителей младшего уровня, а также знаний и умений, необходимых для продолжения обучения в магистратуре и аспирантуре.

При изучении дисциплины используются и учитываются знания и навыки, полученные при изучении дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дискретная математика», «Теория вероятности и математическая статистика». Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины, используются при изучении всех последующих дисциплин ОП.

Далее в пособии представлен тематический план, содержащий перечень изучаемых тем, обязательных лабораторных/практических работ, мероприятий текущей аттестации и отводимое на них аудиторное время (занятия в соответствии с расписанием) и самостоятельную работу. При формировании личного образовательного плана на семестр следует оценивать рекомендуемое время на изучение дисциплины, возможно, вам потребуется больше времени на выполнение отдельных заданий или проработку отдельных тем.

В разделе Содержание дисциплины приведены подробные сведения об изучаемых вопросах, по которым вы можете ориентироваться в случае пропуска каких-то занятий, а также методические рекомендации преподавателя для самостоятельной подготовки, каждая тема имеет ссылки на литературу (или иные информационные ресурсы), а также контрольные вопросы для самопроверки.

Раздел «Текущая аттестация» содержит описание обязательных мероприятий контроля самостоятельной работы и усвоения разделов или отдельных тем дисциплины. Далее изложены требования к завершающей аттестации – зачету и/или экзамену.

Помимо данного пособия, студентам следует использовать материалы, размещенные в соответствующем данной дисциплине разделе ЭИОС, в которые более оперативно вносятся изменения для адаптации дисциплины под конкретную группу.

Для выполнения работ потребуется компьютер под управление ОС Windowsx32 или DosBox.

## 2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

	Тема	Объем аудиторной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
<b>Лекции</b>			
1.1	Основы теории принятия решений	2	10
1.2	Линейное программирование	2	8
1.3	Целочисленное программирование	2	8
1.4	Транспортная задача	2	8
1.5	Теория игр	2	6
1.6	Сетевое программирование	2	6
1.7	Динамическое программирование	2	6
		<b>14</b>	<b>52</b>

<b>Практические (лабораторные занятия)</b>			
2.1	Линейное программирование	2	4
2.2	Целочисленное программирование	4	4
2.3	Транспортная задача	2	2
2.4	Принятие решений в условиях неопределенности и риска	2	2
2.5	Управление проектами	2	2
2.6	Сетевое программирование/Динамическое программирование	2	2
		<b>14</b>	<b>16</b>

<b>Рубежный (текущий) и итоговый контроль</b>		
Подготовка к зачету и его сдача		12
	<b>0</b>	<b>12</b>
<b>Всего</b>	<b>28</b>	<b>80</b>

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ

#### 3.1. Тема 1 Линейное программирование

*Перечень изучаемых вопросов:*

Цели и задачи дисциплины, ее место и значение в подготовке специалистов по информатике и вычислительной технике.

Общая постановка задачи линейного программирования. Двойственность в задачах линейного программирования. Теоремы двойственности. Решение задач линейного программирования геометрическим методом. Симплекс метод решения задач линейного программирования.

*Методические указания к изучению:*

В теоретическом разделе дисциплины в ЭИСО размещена [запись лекции](#) по указанной теме.

*Литература:*

Материал, достаточный для изучения темы, приведен в соответствующих разделах ЭИОС.

*Контрольные вопросы:*

- Определение математической модели экономической задачи.
- Виды математических моделей ЛП.
- Составление математической модели.
- Экономическая формулировка математической модели прямой и двойственной задач.
- Понятие двойственности в задачах линейного программирования.
- Правило построения математической модели двойственной задачи.
- Первая теорема двойственности.
- Вторая теорема двойственности.
- Третья теорема двойственности.
- Алгоритм геометрического метода решения задач ЛП.
- Симплексный метод решения задач ЛП и его применение.
- Алгоритм симплексного метода.
- Анализ решения задачи по симплекс – таблице, отвечающей критерию оптимальности.

#### 3.2. Тема 2. Целочисленное программирование

*Перечень изучаемых вопросов:*

Постановка задачи целочисленного программирования. Графический метод решения задачи целочисленного программирования. Пример задачи целочисленного программирования. Задача о коммивояжере.

*Методические указания к изучению:*

В теоретическом разделе дисциплины в ЭИСО размещена [запись лекции \(по 10 мин\)](#) по указанной теме. Особое внимание необходимо уделить пониманию метода ветвей и границ.

---

*Литература:*

Материал, достаточный для изучения темы, приведен в соответствующих разделах ЭИОС.

*Контрольные вопросы:*

- Сформулируйте постановку задачи целочисленного программирования.
- Математическая модель задачи целочисленного программирования, ее особенности.
- Метод ветвей и границ и его применение.
- Алгоритм графического решения задачи целочисленного программирования.
- Как построить граф целочисленной области возможных решений задачи?
- Как определить целочисленный план и экстремальное значение целевой функции?
- Сформулируйте задачу о коммивояжере.
- Какие экономико-математические модели могут быть сведены к задаче о коммивояжере?
- Как построить математическую модель задачи о коммивояжере?
- Как называются переменные в математической модели задачи о коммивояжере?

**3.3. Тема 3. Транспортная задача***Перечень изучаемых вопросов:*

Постановка транспортной задачи. Алгоритм решения транспортных задач. Метод наименьшего элемента. Метод потенциалов. Примеры решения транспортных задач.

*Методические указания к изучению:*

В теоретическом разделе дисциплины в ЭИОС размещена [запись лекции \(с 10-й минуты\)](#) по указанной теме.

*Литература:*

Материал, достаточный для изучения темы, приведен в соответствующих разделах ЭИОС.

*Контрольные вопросы:*

- Как сформулировать постановку транспортной задачи?
  - Какие величины в математической модели транспортной задачи постоянные и какие переменные?
  - Как составить математическую модель прямой и двойственной транспортной задачи?
  - Какая клетка в плане транспортной задачи называется «базисной» и какая «свободной»?
  - Приведите пример сбалансированной и несбалансированной транспортной задачи. Как сбалансировать исходный план транспортной задачи?
  - Поясните понятие «вырожденность» и «невырожденность» плана. Как построить «невырожденный» план?
  - Алгоритм метода наименьшего (наибольшего) элемента.
  - Метод потенциалов и его алгоритм.
  - Какой план транспортной задачи называется опорным?
  - Какой критерий оптимальности плана транспортной задачи?
  - Поясните понятие «коэффициент перераспределения груза –  $W$ », и как он определяется?
  - Как построить контур перераспределения  $W$ ?
-



- Анализ решения транспортной задачи.

### 3.4. Тема 4. Теория игр (Принятие решений в условиях неопределенности и риска)

*Перечень изучаемых вопросов:*

Основные понятия теории игр. Антагонистические игры. Игры «с природой».

*Методические указания к изучению:*

В теоретическом разделе дисциплины в ЭИСО размещена запись лекции [\(1\)\(2\)](#) по указанной теме.

*Литература:*

Материал, достаточный для изучения темы, приведен в соответствующих разделах ЭИОС.

*Контрольные вопросы:*

- Дайте определение конфликтной ситуации.
  - Как называется математическая модель конфликтной ситуации?
  - Как называются заинтересованные стороны в теории игр?
  - Какая игра называется антагонистической? Приведите пример.
  - Дайте определение понятию «стратегия».
  - Что понимается под исходом конфликта?
  - Дайте определение понятию «выигрыш».
  - На какие классы делятся игры в зависимости от числа игроков?
  - В чем состоит цель игрока А при выборе стратегии?
  - В чем состоит суть максиминного принципа оптимальности, и как называется выигрыш, полученный в соответствии с этим принципом?
  - Почему максимин  $\alpha$  называют нижней ценой игры?
  - В чем состоит цель игрока В при выборе стратегии?
  - Почему минимакс  $\beta$  называют верхней ценой игры?
  - Почему справедливо неравенство  $\alpha < \beta$  ?
  - Дайте определение цены игры в чистых стратегиях.
  - Какая игра называется игрой в смешанных стратегиях?
  - Что в теории игр понимается под термином «природа»?
  - Приведите примеры, в которых решение принимается в условиях неопределенности, связанной с неосознанным принятием различных факторов.
  - Чем отличается выбор оптимальных стратегий игроков в играх с природой?
  - Что понимается под риском игрока в игре с природой, и каким образом формируется матрица рисков?
  - Дайте определение критерия Вальда, и как по нему определяется выигрыш?
  - Дайте определение критерия Севиджа, и как по нему определяется выигрыш?
  - Дайте определение критерия Лапласа, и как по нему определяется выигрыш?
  - Дайте определение критерия Байеса, и как по нему определяется выигрыш?
  - Какой принцип выбора оптимальной стратегии лежит в основе критерия пессимизма–оптимизма Гурвица относительно выигрышей?
-

### 3.5. Тема 5. Управление проектами

*Перечень изучаемых вопросов:*

Задача о замене оборудования. Управление запасами. Складская задача.

*Методические указания к изучению:*

В теоретическом разделе дисциплины в ЭИСО размещены лекции по указанной теме.

*Литература:*

Материал, достаточный для изучения темы, приведен в соответствующих разделах ЭИОС.

*Контрольные вопросы:*

- Как решается задача замены оборудования на предприятии?
- От чего зависит оптимальная стратегия замены оборудования на предприятии?
- Как учитывается стоимость нового оборудования и остаточная стоимость оборудования при решении задачи?
- Как учитывается возраст оборудования с началом его эксплуатации в новом плановом периоде?
- Сформулируйте экономический смысл всех переменных и обозначений.
- Основные формулы при решении задачи замены оборудования.

### 3.6. Тема 6. Сетевое программирование

*Перечень изучаемых вопросов:*

Основные понятия метода сетевого программирования. Расчет сетевых графиков.

*Методические указания к изучению:*

В теоретическом разделе дисциплины в ЭИСО размещены лекции по указанной теме.

*Литература:*

Материал, достаточный для изучения темы, приведен в соответствующих разделах ЭИОС.

*Контрольные вопросы:*

- В чем состоит задача сетевого планирования?
  - Что является исходной информацией для анализа?
  - Дайте определение сетевого графика.
  - Какие основные элементы сетевого графика?
  - Как строится временной сетевой график?
  - Что такое критический путь?
  - Что такое резерв времени в сетевой задаче, и как он определяется?
  - Как построить таблицу для расчета сетевого графика?
  - Какой алгоритм сетевого планирования?
  - Какие оптимизационные задачи ставятся в рамках сетевого планирования?
-

### 3.7. Тема 7. Динамическое программирование

*Перечень изучаемых вопросов:*

Постановка задачи. Принцип оптимальности Беллмана. Задача распределения средств на 1 год. Задача распределения средств на 2 года.

*Методические указания к изучению:*

В теоретическом разделе дисциплины в ЭИСО размещены лекции по указанной теме.

*Литература:*

Материал, достаточный для изучения темы, приведен в соответствующих разделах ЭИОС.

*Контрольные вопросы:*

- Какие задачи решаются методом динамического программирования?
- Что означает понятие «шаговое управление»?
- Как определяются шаги при решении задачи ДП?
- В чем суть принципа оптимальности Беллмана?
- Каким образом проводится условная и безусловная оптимизация?
- Как решить задачу распределения средств на 1 год?
- Как решить задачу распределения средств на 2 года?
- Анализ результатов решения задачи распределения средств на 1 год и на 2.

## 4. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 4.1. Текущая аттестация

В ходе изучения дисциплины студентам предстоит пройти текущую аттестацию, представляющую собой выполнение и защиту лабораторных работ. Порядок сдачи лабораторных работ представлен [здесь. Либо \(импортозамещение\)](#)

### 4.2. Условия получения положительной оценки

Завершающим этапом изучения дисциплины является промежуточная аттестация, представляющая собой: [зачет](#)

### 4.3. Примерные вопросы к зачету/экзамену по дисциплине

Определение математической модели экономической задачи.

Виды математических моделей ЛП.

Составление математической модели.

Экономическая формулировка математической модели прямой и двойственной задач.

Понятие двойственности в задачах линейного программирования.

Правило построения математической модели двойственной задачи.

Первая теорема двойственности.

Вторая теорема двойственности.

Третья теорема двойственности.

Алгоритм геометрического метода решения задач ЛП.

Симплексный метод решения задач ЛП и его применение.

Алгоритм симплексного метода.

Анализ решения задачи по симплекс-таблице, отвечающей критерию оптимальности.

Сформулируйте постановку задачи целочисленного программирования.

---

Математическая модель задачи целочисленного программирования, ее особенности.  
 Метод ветвей и границ и его применение.  
 Алгоритм графического решения задачи целочисленного программирования.  
 Как построить граф целочисленной области возможных решений задачи?  
 Как определить целочисленный план и экстремальное значение целевой функции?  
 Сформулируйте задачу о коммивояжере.  
 Какие экономико-математические модели могут быть сведены к задаче о коммивояжере?  
 Как построить математическую модель задачи о коммивояжере?  
 Как называются переменные в математической модели задачи о коммивояжере?  
 Как сформулировать постановку транспортной задачи?  
 Какие величины в математической модели транспортной задачи постоянные и какие переменные?  
 Как составить математическую модель прямой и двойственной транспортной задачи?  
 Какая клетка в плане транспортной задачи называется «базисной» и какая «свободной»?  
 Приведите пример сбалансированной и несбалансированной транспортной задачи. Как сбалансировать исходный план транспортной задачи?  
 Поясните понятие «вырожденность» и «невырожденность» плана. Как построить «невырожденный» план?  
 Алгоритм метода наименьшего (наибольшего) элемента.  
 Метод потенциалов и его алгоритм.  
 Какой план транспортной задачи называется опорным?  
 Какой критерий оптимальности плана транспортной задачи?  
 Поясните понятие «коэффициент перераспределения груза –  $W$ » и как оно определяется?  
 Как построить контур перераспределения  $W$ ?  
 Анализ решения транспортной задачи.  
 Как решается задача замены оборудования на предприятии?  
 От чего зависит оптимальная стратегия замены оборудования на предприятии?  
 Как учитывается стоимость нового оборудования и остаточная стоимость оборудования при решении задачи?  
 Как учитывается возраст оборудования с началом его эксплуатации в новом плановом периоде?  
 Сформулируйте экономический смысл всех переменных и обозначений.  
 Основные формулы при решении задачи замены оборудования.  
 В чем состоит задача сетевого планирования?  
 Что является исходной информацией для анализа?  
 Дайте определение сетевого графика.  
 Какие основные элементы сетевого графика?  
 Как строится временной сетевой график?  
 Что такое критический путь?  
 Что такое резерв времени в сетевой задаче и как он определяется?  
 Как построить таблицу для расчета сетевого графика?  
 Какой алгоритм сетевого планирования?  
 Какие оптимизационные задачи ставятся в рамках сетевого планирования?  
 Дайте определение конфликтной ситуации.  
 Как называется математическая модель конфликтной ситуации?  
 Как называются заинтересованные стороны в теории игр?  
 Какая игра называется антагонистической? Приведите пример.  
 Дайте определение понятию «стратегия».  
 Что понимается под исходом конфликта?  
 Дайте определение понятию «выигрыш».

---

- На какие классы делятся игры в зависимости от числа игроков?  
 В чем состоит цель игрока А при выборе стратегии?  
 В чем состоит суть максиминного принципа оптимальности и как называется выигрыш, полученный в соответствии в этом принципом?  
 Почему максимин  $\alpha$  называют нижней ценой игры?  
 В чем состоит цель игрока В при выборе стратегии?  
 Почему минимакс  $\beta$  называют верхней ценой игры?  
 Почему справедливо неравенство  $\alpha < \beta$  ?  
 Дайте определение цены игры в чистых стратегиях.  
 Какая игра называется игрой в смешанных стратегиях?  
 Что в теории игр понимается под термином «природа»?  
 Приведите примеры, в которых решение принимается в условиях неопределенности, связанной с неосознанным принятием различных факторов.  
 Чем отличается выбор оптимальных стратегий игроков в играх с природой?  
 Что понимается под риском игрока в игре с природой, и каким образом формируется матрица рисков?  
 Дайте определение критерия Вальда, и как по нему определяется выигрыш?  
 Дайте определение критерия Севиджа, и как по нему определяется выигрыш?  
 Дайте определение критерия Лапласа, и как по нему определяется выигрыш?  
 Дайте определение критерия Байеса, и как по нему определяется выигрыш?  
 Какой принцип выбора оптимальной стратегии лежит в основе критерия пессимизма– оптимизма Гурвица относительно выигрышей?  
 Какие задачи решаются методом динамического программирования?  
 Что означает понятие «шаговое управление»?  
 Как определяются шаги при решении задачи ДП?  
 В чем суть принципа оптимальности Беллмана?  
 Каким образом проводится условная и безусловная оптимизация?  
 Как решить задачу распределения средств на 1 год?  
 Как решить задачу распределения средств на 2 года?  
 Анализ результатов решения задачи распределения средств на 1 год и на 2.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Курс "Исследование операций и методы оптимизаций" включает прикладные математические модели и методы поиска оптимальных решений в бизнесе и управлении. Цель курса - дать представление студентам о принципах и методах математического моделирования процессов, познакомить с основными типами моделей исследования операций и методами их решения для практического применения. Задачей курса является выработка умений и практических навыков использования экономико-математических моделей и методов для решения актуальных задач в сфере экономики и бизнеса. Кроме того, студенты научатся разрабатывать эффективные методы решений оптимизационных задач, оценивать и сравнивать между собой алгоритмы по трудоемкости и эффективности. Основная направленность курса сделана на изучение методов и моделей оптимизации в системах массового обслуживания и теории игр.

## 6. ЛИТЕРАТУРА

### Основная учебная литература

---

1. Глазунов, Ю.Т. Вариационные методы/Ю.Т.Глазунов. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»: Институт компьютерных исследований, 2006. – 470 с.
2. Советов, Б.Я. Теоретические основы автоматизированного управления: учебник для вузов/Б.Я. Советов, В.В. Цехановский, В.Д. Чертовской. – Москва: Высш. Шк., 2006. – 463 с.: ил.
3. Федунец, Н.И. Теория принятия решений: Учебное пособие для вузов/Н.И.Федунец, В.В.Куприянов. – Москва: Изд-во Московского государственного горного университета, 2005. – 218 с.: ил.
4. Федунец, Н. И. Методы оптимизации: учеб. пособие для вузов/ Н. И. Федунец, Ю.Г.Черников. – Москва: Изд-во Московского государственного горного университета, 2009. – 375 с.: ил.

### **Дополнительная учебная литература**

1. Кузнецов, А. В. Математическое программирование: учеб. пособие для эконом. спец. вузов/А.В.Кузнецов, Н.И.Холод. – Минск: Высш. шк., 1984. – 221 с.
  2. Пахнутов, И.А. Теория игр. Вводный курс: учебное пособие / И.А. Пахнутов. – Калининград: ФГБОУ ВПО «КГТУ», 2012. – 84 с.
  3. Пономарев, В.Ф. Дискретная математика для инженеров. Учебное пособие для вузов/В.Ф.Пономарев. – Москва: Горячая линия – Телеком, 2009. – 320 с.: ил;
-

Локальный электронный методический материал

Сергей Вячеславович Петров

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

Редактор Г. А. Смирнова

Уч.-изд. л. 1,2. Печ. л. 1,0

Издательство федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет».  
236022, Калининград, Советский проспект, 1

---