

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

А. И. Руденко

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины
для студентов магистратуры по направлению подготовки
09.04.01 "Информатика и вычислительная техника"

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2023

УДК 519.6

Рецензент

кандидат технических наук, директор института цифровых технологий ФГБОУ
ВО «Калининградский государственный технический университет»

А. Б. Тристанов

Руденко, А. И.

Теория графов: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов магистратуры по направлению подготовки 09.04.01 Информатика и вычислительная техника / А. И. Руденко. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 18 с.

В учебно-методическом пособии приведен тематический план изучения дисциплины. Представлены методические указания по изучению дисциплины. Даны рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации в форме экзамена и по выполнению самостоятельной работы. Пособие подготовлено в соответствии с требованиями утвержденной рабочей программы модуля «Математический модуль» по дисциплине Теория графов направления подготовки 09.04.01 Информатика и вычислительная техника.

Табл. 2, список лит. – 11 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 24.05.2023 г., протокол № 5

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией ИЦТ от 01.06.2023 г., протокол № 6

УДК 519.6

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Калининградский государственный технический университет", 2023 г.

© Руденко А. И., 2023 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН	5
1.1. Тематический план для студентов очной формы обучения	5
1.2. Тематический план для студентов заочной формы обучения.....	7
2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ	9
2.1. Множества и отношения	9
2.2. Алгебраические структуры	10
2.3. Графы	12
2.4. Оптимальные задачи теории графов.....	13
2.5. Элементы теории автоматов	14
3. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	15
3.1. Текущая аттестация	15
3.2. Условия получения положительной оценки	16
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	17

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие предназначено для студентов магистратуры, обучающихся по направлению 09.04.01 Информатика и вычислительная техника и изучающих дисциплину «Теория графов».

Теория графов является динамично развивающейся ветвью математики. Ее роль и место определяется в основном тремя факторами: теорию графов можно рассматривать как теоретические основы компьютерной математики; модели и методы данной теории являются хорошим средством и языком для построения и анализа моделей реальных процессов, протекающих в окружающем мире; язык дискретной математики чрезвычайно удобен и стал фактически метаязыком современной математики. Для специальности «Информатика и вычислительная техника» «Теория графов» является основой курсов, таких как информатика, схемотехника, анализ вычислительных алгоритмов, защита информации, методы дискретной математики находят применение при изучении систем управления базами данных, в криптографии, в задачах оптимизации передачи информации в компьютерных сетях, в конструировании микросхем и т.д.

Дисциплина «Теория графов» изучается в соответствии с учебным планом очной и заочной подготовки в первом семестре. По итогам изучения дисциплины студентами выполняется одна контрольная работа, которая содержит 10 задач, и сдается экзамен.

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом, состоящая из следующих элементов: изучение материала по учебнику, решение задач, самопроверка, выполнение контрольных работ.

При составлении настоящего пособия предусматривалось оказать помощь студентам в самостоятельном овладении методами решения задач по следующим пяти разделам теории графов:

- Множества и отношения;
- Алгебраические структуры;
- Графы;
- Оптимальные задачи теории графов;
- Элементы теории автоматов.

1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

1.1. Тематический план для студентов очной формы обучения

Таблица 1

№	Раздел (модуль) дисциплины	Тема	Объем контактной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
Теоретическое обучение (лекции)				
1	Множества и отношения	Множества и операции над ними.	2	3
2	Алгебраические структуры	Алгебры и модели. Группы, кольца, поля, пространства	2	3
3	Графы			
3.1		Способы задания графов. Подграфы и части графа	2	3
3.2		Маршруты, цепи, циклы. Деревья	2	3
3.3		Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достижимость. Связность. Метрические характеристики графов	2	3
4	Оптимальные задачи теории графов			
4.1		Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути. Алгоритм Прима построения остова минимального веса	2	3
4.2		Алгоритм Форда-Фалкерсона нахождения максимального потока	2	3
4.3		Некоторые алгоритмы теории графов	6	7
5	Элементы теории автоматов и сетевого планирования			
5.1		Понятие и определение конечного автомата	2	3
5.2		Способы задания: табличное задание автомата, задание автомата диаграммой Мура, задание конечного автомата системой булевых функций. Примеры конечных автоматов	2	3
5.3		Элементы сетевого планирования	6	7
			30	41
Практические занятия				
1	Множества и отношения	Частично упорядоченные множества, вполне упорядоченные множества. Диаграммы Хассе	2	3

№	Раздел (модуль) дисциплины	Тема	Объем контактной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
2	Алгебраические структуры	Решётки и булевы алгебры. Изоморфизм алгебр.	2	3
3	Графы	Способы задания графов. Подграфы и части графа. Операции над графами. Маршруты, цепи, циклы. Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достижимость. Связность. Метрические характеристики графов.	10	15
4	Оптимальные задачи теории графов	Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути. Алгоритм Прима построения остова минимального веса. Алгоритм Форда-Фалкерсона нахождения максимального потока.	10	15
5	Элементы теории автоматов и сетевого планирования	Понятие и определение конечного автомата. Способы задания: табличное задание автомата, задание автомата диаграммой Мура, задание конечного автомата системой булевых функций. Примеры конечных автоматов.	6	8
			30	40
Курсовая работа				
не предусмотрена				
			0	0
Рубежный (текущий) и итоговый контроль				
2.1	Теория графов	Экзамен	5,25	33,75
			5,25	33,75
Всего			65,25	114,75

1.2. Тематический план для студентов заочной формы обучения

Таблица 2

№	Раздел (модуль) дисциплины	Тема	Объем контактной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
Теоретическое обучение (лекции)				
1	Множества и отношения	Множества и операции над ними		10
2	Алгебраические структуры	Алгебры и модели. Группы, кольца, поля, пространства		12
3	Графы			
3.1		Способы задания графов. Подграфы и части графа	2	11
3.2		Маршруты, цепи, циклы. Деревья		11
3.3		Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достижимость. Связность. Метрические характеристики графов		12
4	Оптимальные задачи теории графов			
4.1		Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути. Алгоритм Прима построения остова минимального веса	2	10
4.2		Алгоритм Форда-Фалкерсона нахождения максимального потока		11
4.3		Некоторые алгоритмы теории графов	4	11
5	Элементы теории автоматов и сетевого планирования			
5.1		Понятие и определение конечного автомата		12
5.2		Способы задания: табличное задание автомата, задание автомата диаграммой Мура, задание конечного автомата системой булевых функций. Примеры конечных автоматов		10
5.3		Элементы сетевого планирования		
			8	110
Практические занятия				
1	Множества и отношения	Частично упорядоченные множества, вполне упорядоченные множества. Диаграммы Хассе		10
2	Алгебраические структуры	Решётки и булевы алгебры. Изоморфизм алгебр		6,5
3	Графы	Способы задания графов. Подграфы и части графа. Операции над	3	10

№	Раздел (модуль) дисциплины	Тема	Объем контактной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
		графами. Маршруты, цепи, циклы. Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достижимость. Связность. Метрические характеристики графов		
4	Оптимальные задачи теории графов	Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути. Алгоритм Прима построения остова минимального веса. Алгоритм Форда-Фалкерсона нахождения максимального потока	3	10
5	Элементы теории автоматов и сетевого планирования	Понятие и определение конечного автомата. Способы задания: табличное задание автомата, задание автомата диаграммой Мура, задание конечного автомата системой булевых функций. Примеры конечных автоматов		12,75
			6	49,25
Курсовая работа				
		не предусмотрена		
Рубежный (текущий) и итоговый контроль				
2.1	Теория графов	Экзамен	6,75	
Всего			20,75	157,25

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ

2.1. Множества и отношения

Перечень изучаемых вопросов

Множества и операции над ними. Диаграммы Венна. Декартово произведение множеств. Отношения. Свойства отношений. Способы задания отношений. Композиция отношений. Операции над отношениями и системы управления базами данных. Отношения и функции. О языках функционального программирования. Отношение эквивалентности. Фактор-множество. Сравнения. Множество классов вычетов по модулю n . Отношение порядка. Отношение частичного порядка. Частично упорядоченные множества, вполне упорядоченные множества. Диаграммы Хассе.

Методические рекомендации

При изучении темы «Множества и отношения» нужно научиться доказывать справедливость равенств множеств, используя определения операций над множествами, используя основные законы алгебры множеств, с помощью характеристических функций, а также иллюстрировать справедливость доказываемых соотношений на примере конкретных множеств и с помощью диаграмм Эйлера-Венна. Важно знать, что диаграммы Венна являются лишь хорошей иллюстрацией и способом построения контрпримеров, а не методом доказательств равенств в теории множеств.

Нужно понимать определение бинарного отношения как подмножества декартового произведения заданных множеств и уметь представлять отношение различными способами: в предикатной форме, перечислением упорядоченных пар, графами и матрицами и уметь переходить от одного вида задания к другому.

Важно уметь определять свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. В зависимости от свойств, которыми обладают бинарные отношения, выделяют и исследуют различные типы отношений. Наиболее известные из них – отношения эквивалентности и порядка. Нужно понимать важную особенность отношения эквивалентности – что оно задает разбиение множества, на котором задано, или систему классов эквивалентности. Отношение порядка нужно уметь задавать диаграммой Хассе.

Литература: [1, гл. 1; 2, гл. 1].

Контрольные вопросы:

1. Множества и операции над ними. Диаграммы Венна. Декартово произведение множеств.
2. Отношения. Способы задания. Операции над отношениями. Свойства отношений.
3. Системы управления базами данных *.
4. Отношение эквивалентности. Фактор-множество.
5. Сравнения. Множество классов вычетов по модулю n .
6. Отношение частичного порядка. Частично упорядоченные множества, вполне упорядоченные множества. Грани множеств. Диаграммы Хассе.
7. Отображения множеств.

2.2. Алгебраические структуры

Перечень изучаемых вопросов

Алгебраические операции на множестве. Алгебры и модели. Группы, кольца, поля, пространства. Кольца и поля вычетов. Решение уравнений в Z_n . Модулярная арифметика. Элементы криптографии. Решётки и булевы алгебры. Изоморфизм алгебр.

Методические рекомендации

Данный раздел дискретной математики частично изучается в курсе алгебры, где приведенные в систему и расширенные знания из средней школы о векторах на плоскости и в пространстве служат, с одной стороны, важнейшим источником обобщений при изучении пространств любых размерностей, а с другой стороны, иллюстрацией применения алгебраических методов в геометрии. В связи с практической и теоретической значимостью алгебраических структур и необходимым уровнем абстракции при их изучении, более глубокое и дополненное рассмотрение алгебраических структур имеет место в курсе дискретной математики.

Для специальности «Информатика и вычислительная техника» этот раздел дискретной математики имеет практические применения, например, при построении систем защиты информации, где широко используются алгебраические структуры: группы, кольца, поля, линейные пространства над конечными полями. Материал о многочленах и линейных пространствах над конечными полями прилагается к построению широко используемых в криптографии линейных рекуррентных последовательностей и помехоустойчивых кодов и др.

В этом разделе важно усвоить понятие алгебры – множества с замкнутыми операциями на нем, научиться строить таблицу Кэли для конечного множества, находить правые и левые единицы и нули, проверять свойства операций.

Важно понять, что отношение сравнения чисел по модулю n является отношением эквивалентности и научиться решать уравнения, находить обратные матрицы в кольцах и полях, являющихся классами эквивалентности по модулю n и представляющих множество классов вычетов по модулю n .

Важно усвоить, что отношение изоморфизма, являющееся отношением эквивалентности, разбивает множество алгебраических систем на классы эквивалентности, в каждом из которых содержатся системы, имеющие «одинаковое устройство». Это дает возможность переносить изучение свойств одной системы на другую, изоморфную ей. Изоморфизм алгебр широко используется в компьютерных вычислениях, например, вместо выполнения операций над множествами, работы с геометрическими объектами, используют их изоморфные аналоги – легко реализуемые на компьютере поразрядные операции над двоичными векторами.

Литература: [1, гл. 2; 2, гл. 2; 2, гл. 3; 3, гл. 2; 5, гл. 3].

Контрольные вопросы:

1. Алгебраические операции на множестве. Таблица Кэли. Левые, правые единицы и нули. Алгебры и модели. Алгебраические структуры.
2. Группы. Примеры групп. Полугруппы. Подгруппы групп. Разложение группы в смежные классы по подгруппе. Разложение группы в прямое произведение групп*. Группы подстановок*.
3. Кольца и поля. Примеры. Кольца многочленов*. Вопросы делимости в кольце многочленов*. Корни многочлена. Кольца и поля классов вычетов. Подкольца, подполя и идеалы колец.
4. Решение уравнений в Z_n . Модулярная арифметика*.
5. Линейные пространства. Скалярное произведение и метрика в линейных пространствах над конечными полями.
6. Кодирование как способ представления информации. Понятие кода. Процессы кодирования и декодирования. Коды Хэмминга. Алгоритм построения кода Хемминга. Обнаружение ошибки в кодах Хемминга.
7. Решётки и булевы алгебры.
8. Булева алгебра и ее реализации.
9. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебр.

2.3. Графы

Перечень изучаемых вопросов

Способы задания графов. Подграфы и части графа. Операции над графами. Маршруты, цепи, циклы. Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Достижимость. Связность. Метрические характеристики графов.

Методические рекомендации

Теория графов – это область дискретной математики, особенностью которой является геометрический подход к изучению объектов. Она пересекается со многими разделами теории множеств, комбинаторной математики, алгебры, геометрии, теории матриц, теории игр, математической логики и многих других математических дисциплин. Как прикладная дисциплина теория графов позволяет описывать и исследовать многие технические, экономические, биологические и социальные системы. Широкое применение методы теории графов находят в областях прикладной математики, таких как программирование, теория конечных автоматов, в решении вероятностных и комбинаторных задач.

В этом разделе нужно рассмотреть математические способы представления графов: теоретико-множественный, геометрический, матричный. В контрольной работе три задачи по этому разделу дискретной математики, решение которых предполагает умение изобразить граф по заданной матрице смежности или инцидентности, и наоборот. Также здесь важны вопросы связности и достижимости, и соответственно, построения матриц достижимости, контрдостижимости, связности и сильной связности графов; построения матрицы расстояний, нахождения эксцентриситета, радиуса и диаметра графа; выявления маршрутов с заданным количеством ребер и циклов. Также нужно рассмотреть понятия остовного дерева графа, научиться строить остовы, рассмотреть понятия фундаментальных циклов и разрезов порождаемых данным остовом, составлять соответствующие матрицы фундаментальных циклов и разрезов.

Теория графов родилась на берегах Невы, в Санкт-Петербурге, ее «отцом» является Леонард Эйлер, опубликовавший в 1736 году решение задачи о Кёнигсбергских мостах. Важно научиться определять эйлеровы графы, научиться строить эйлеровы циклы, рассмотреть алгоритм построения эйлерова цикла в графе.

Литература: [1, гл. 7; 2, гл. 4; 6, гл. 7; 7, гл. 3].

Контрольные вопросы:

1. Способы задания графов. Матрицы смежности вершин и дуг, инцидентности. Подграфы и части графа. Операции над графами.
2. Маршруты, цепи, циклы. Достижимость. Связность. Матрицы достижимости и сильно связанных компонент.
3. Задача о Кёнигсбергских мостах. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
4. Метрические характеристики графов. Матрица расстояний. Эксцентриситет, диаметр, радиус, центр. Взвешенные графы.
5. Нахождение кратчайших путей. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути между двумя вершинами в ориентированном графе со взвешенными дугами. Алгоритм Флойда*. Задача оптимизации передачи информации в компьютерной сети*.

2.4. Оптимальные задачи теории графов

Перечень изучаемых вопросов

Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути. Алгоритм Прима построения остова минимального веса. Алгоритм Форда-Фалкерсона нахождения максимального потока.

Методические рекомендации

Необходимо рассмотреть следующие оптимальные задачи: нахождение кратчайшего пути, связывающего две заданные вершины графа, и алгоритм Дейкстры для решения этой задачи; нахождение остова минимального веса и алгоритм Прима построения минимального остова; нахождение максимального потока при заданных пропускных способностях дуг и алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока и минимального разреза в сети. Для реализации алгоритмов на компьютере нужно итерационные процедуры алгоритмов применить к заданной весовой матрице. В пособии рассмотрена реализация алгоритма Прима в системе *Mathcad*, в *MS Excel* и в *Visual Basic*. Студент может выбрать любой способ.

Литература: [2, гл. 4; 6, гл. 7; 7, гл. 3].

Контрольные вопросы:

1. Деревья. Алгоритмы сортировки и поиска информации*.
2. Остова графов. Теорема Кирхгофа, следствие. Матрица Кирхгофа.
3. Задача об остове экстремального веса. Алгоритм Прима.

4. Фундаментальные циклы. Разрезы. Матрицы фундаментальных циклов, фундаментальных разрезов.
5. Планарность графов. Применение к конструированию микросхем*.
6. Информационные потоки в сетях*.
7. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока в сети при заданных пропускных способностях дуг.

2.5. Элементы теории автоматов

Перечень изучаемых вопросов

Понятие и определение конечного автомата. Способы задания: табличное задание автомата, задание автомата диаграммой Мура, задание конечного автомата системой булевых функций. Примеры конечных автоматов.

Методические рекомендации

Теория автоматов представляет собой раздел дискретной математики, изучающий модели преобразователей дискретной информации. Такими преобразователями являются как реальные устройства – компьютеры, живые организмы, так и воображаемые устройства – аксиоматические теории, математические машины. Конечный автомат можно охарактеризовать как устройство, имеющее входной и выходной каналы, при этом в каждый из дискретных моментов времени, называемых тактовыми моментами, оно находится в одном из конечных состояний. По входному каналу в каждый момент времени в это устройство поступают входные сигналы. Задается закон изменения состояния к следующему моменту времени в зависимости от входного сигнала и состояния устройства в текущий момент времени. Выходной сигнал зависит от состояния и входного сигнала в текущий момент времени. Таким образом, автомат – это устройство с памятью.

Существует несколько эквивалентных способов задания конечных автоматов, среди которых можно назвать три: табличный, геометрический и функциональный. Более наглядным при небольшом числе состояний является представление автомата в виде графа поведения автомата, который представляет собой ориентированный граф. Его вершины соответствуют состояниям автомата, а дуги – переходам между состояниями. Важно уметь задавать автомат таблицей, графом, системой булевых функций, а также строить канонические уравнения автомата.

Литература: [3, гл. 8; 5, гл. 17; 8, ч. 7; 10].

Контрольные вопросы:

1. Понятие конечного автомата. Определение. Способы задания конечного автомата. Канонические уравнения автомата.
2. Примеры конечных автоматов.

3. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1. Текущая аттестация

В ходе изучения дисциплины студентам предстоит пройти следующие этапы текущей аттестации: написать контрольную работу и сдать экзамен.

При выполнении контрольной работы студент должен следовать следующим рекомендациям:

1. Контрольную работу необходимо выполнять в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны вариант контрольной работы, фамилия и инициалы студента, полный шифр, дата отсылки работы на проверку.
2. При решении задач необходимо указать номер задачи и ее содержание. Решение задачи должно сопровождаться достаточно подробными пояснениями.
3. Все вычисления должны быть приведены полностью, чертежи и графики выполнены аккуратно.
4. Для удобства рецензирования преподавателем контрольной работы следует на каждой странице оставлять поля.
5. После получения отрецензированной работы студент должен исправить в ней все ошибки. Если работа не допущена к защите, то в кратчайший срок студенту необходимо после устранения замечаний преподавателя предоставить работу на повторное рецензирование. Ошибки следует исправлять в той же тетради.

Перед экзаменом студент должен защитить контрольную работу. Защита предполагает проверку того, что работа выполнена студентом самостоятельно. Поэтому при защите студент должен быть готов дать пояснения к решенным задачам или решить подобные задачи.

На экзамен необходимо представить преподавателю защищенную контрольную работу.

3.2. Условия получения положительной оценки

Завершающим этапом изучения дисциплины является промежуточная аттестация в форме экзамена. Критерии экзаменационной оценки:

-оценка **«отлично»**: обучающийся обладает полнотой знаний и системным взглядом на изучаемый объект, может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи, в состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи, владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи;

-оценка **«хорошо»**: обучающийся обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект, может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи, в состоянии осуществлять систематический и научно корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задаче данные;

-оценка **«удовлетворительно»**: обучающийся обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект, может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи, в состоянии осуществлять научно корректный анализ предоставленной информации;

-оценка **«неудовлетворительно»**: обучающийся обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой), не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной, в состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Держинский, Р. И. Теория графов: учеб. пособие / Р. И. Держинский, Б. А. Крынецкий. – Москва: РТУ МИРЭА, 2022. – 104 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/311000> (дата обращения: 23.02.2023). – Текст: электронный.
2. Тюрин, С. Ф. Теория графов и её приложения: учеб. пособие / С. Ф. Тюрин. – Пермь: ПНИПУ, 2017. – 207 с. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/160870> (дата обращения: 23.02.2023). – Текст: электронный.

Дополнительная литература

3. Алексеев, В. Е. Графы и алгоритмы: структуры данных. Модели вычислений: учеб. пособие / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. – 2-е изд., испр. – Москва: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. – 154 с.
4. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учеб. пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 364 с.
5. Костюкова, Н. И. Графы и их применение: учеб. пособие / Н. И. Костюкова. – Москва: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. – 148 с.
6. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие / Ф. А. Новиков. – Санкт-Петербург: Питер, 2001. – 300 с.
7. Судоплатов, С. В. Элементы дискретной математики: учеб. пособие / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинников. – Москва: ИНФРА, 2002. – 279 с.
8. Кузнецов, О. П. Дискретная математика для инженера: учеб. пособие / О. П. Кузнецов. – Санкт-Петербург: Лань, 2005. – 394 с.
9. Горбатов, В. А. Фундаментальные основы дискретной математики: учеб. пособие / В. А. Горбатов. – Москва: Наука, 2000. – 544 с.
10. Андерсон, Дж. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. Андерсон. – Москва: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 957 с.
11. Шапорев, С. Д. Дискретная математика: учеб. пособие / С. Д. Шапорев. – Санкт-Петербург: БХВ – Петербург, 2006. – 396 с.

Локальный электронный методический материал

Алексей Иванович Руденко

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Редактор Е. Билко

Уч.-изд. л. 1,4. Печ. л. 1,1

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет».
236022, Калининград, Советский проспект, 1