ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»

Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота

А.А. Осняч

МЕХАНИКА

Методические указания и задания на РГР
для курсантов специальности
«Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства»
всех форм обучения

Калининград
Издательство БГАРФ
2019

УДК 530.1(073)

Механика: метод. указания и задания на РГР для курсантов специальности «Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства» / сост. А.А. Осняч. – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2019. – 44 с.

Методические указания рассмотрены и одобрены кафедрой инженерной механики 16 ноября 2018 г., протокол № 3.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота.

Рецензенты: Короткая Е.И., доцент кафедры инженерной механики;

Топчий Б.Е., канд. техн. наук, доцент кафедры инженерной механики

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА

Повторить теоретический материал:

– аксиомы статики;
– понятия силы, момента силы относительно полюса, пары сил;
– трение скольжения и качения;
– условия равновесия линейной и сходящейся систем сил;
– теорема Вариньона;
– теорема Пуансо;
– условия равновесия произвольной системы сил.

Основные расчетные формулы:

Сила – мера механического взаимодействия двух тел. Характеризуется направлением, модулем, линией действия силы и точкой ее приложения. Единица измерения – Ньютон.

Моментом силы относительно произвольно выбранного полюса называется произведение модуля силы Q на плечо h. Плечо – кратчайшее расстояние от полюса до линии действия силы.

$$M = Q \cdot h.$$

Момент силы зависит от положения выбранного полюса.

Пара сил – это система из двух, равных по модулю и противоположно направленных сил, действующих вдоль параллельных прямых. Расстояние между прямыми называется плечом пары. Моментом пары называется произведение модуля силы Q на плечо пары h. Момент пары не зависит от выбора полюса.

Теорема Вариньона

$$M_0(R) = \Sigma\, M_0(F_k),$$

где $M_0(R)$ – момент равнодействующей системы сил R относительно полюса 0;

$\Sigma\, M_0(F_k)$ – сумма моментов всех сил системы сил R относительно того же полюса 0.

Закон Амонта-Кулона для трения скольжения имеет вид

$$F_{тр} \le f \cdot N,$$

где $F_{тр}$ – сила трения скольжения;

f – безразмерный коэффициент трения скольжения;

N – прижимная сила.

Момент трения качения определяется по формуле

$$M_{тр} = \cdot N\, \delta,$$

где $M_{тр}$ – момент трения качения;

δ – коэффициент трения качения, имеющий размерность длины;
N – прижимная сила.

Теорема приведения произвольной системы сил к заданному центру (теорема Пуансо)[1]

$$\boldsymbol{R} = \Sigma\, \boldsymbol{F}_k,$$

где $\boldsymbol{R}$ – главный вектор системы сил, равный геометрической сумме всех сил системы $\boldsymbol{F}_k$.

$$\boldsymbol{M}_0 = \Sigma\, \boldsymbol{M}_{k0}(\boldsymbol{F}_k),$$

где $\boldsymbol{M}_0$ – главный момент системы сил, равный геометрической сумме моментов всех сил системы $\boldsymbol{F}_k$ относительно центра приведения 0.

Условия равновесия произвольной системы сил

$$\boldsymbol{R} = 0,\ \boldsymbol{M}_0 = 0.$$

Исходные данные для решения заданий выбираются по шифру из двух последних цифр номера зачетной книжки и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Величина	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	Цифра шифра
Схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Последняя
α, град	10	20	30	45	50	60	30	60	70	80	Последняя
β, град	45	10	20	30	40	50	60	70	80	45	Предпоследняя
G, кН	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Предпоследняя
l, м	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	Последняя
a/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	Предпоследняя
b/l	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	1	Предпоследняя
c/l, c/a, c/b[1]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	Предпоследняя
d/l	0,25	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0,75	Последняя
M, кНм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Предпоследняя
q, кН/м	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	0,5	Последняя
[1]) – Принимается для того участка балки, в пределах которого отложен размер c.											

1.1. ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

1.1.1. Равновесие плоской сходящейся системы сил

Для заданной схемы определить реакции в связях. Схема задания приведена в первой колонке табл. 1.1.

[1] Жирным шрифтом указаны векторные величины

1.1.2. Определение реакций двухопорной балки

Для заданной схемы определить реакции опор балки. Схема задания приведена во второй колонке табл. 1.1.

1.1.3. Определение реакций стержня с ломаной осью

Для заданной схемы определить реакции опоры стержня с ломаной осью. Схема задания приведена в третьей колонке табл. 1.1.

1.2. РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМЫ ИЗ ДВУХ ТЕЛ

1.2.1. Система с шарнирным опиранием тел

Для заданной схемы определить реакции в опорах и промежуточном шарнире. Схема задания приведена во второй колонке табл. 1.2.

1.2.2. Система с жестким закреплением одного из тел

Для заданной схемы определить реакции в жесткой заделке, шарнирно-подвижной опоре и промежуточном шарнире. Схема задания приведена в третьей колонке табл. 1.2.

2. КИНЕМАТИКА

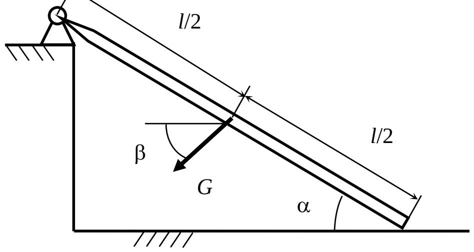
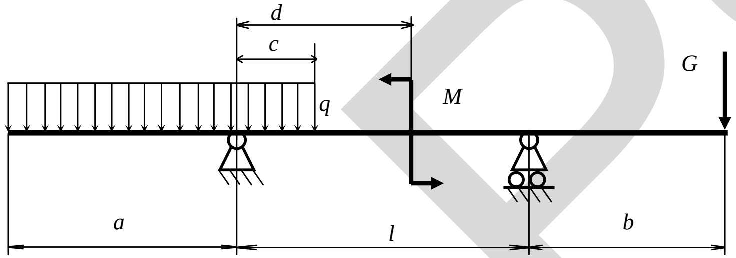
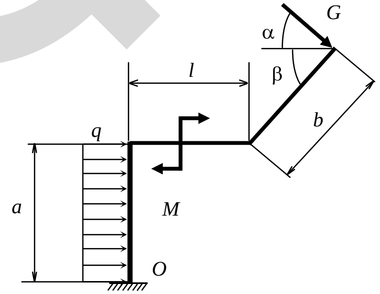
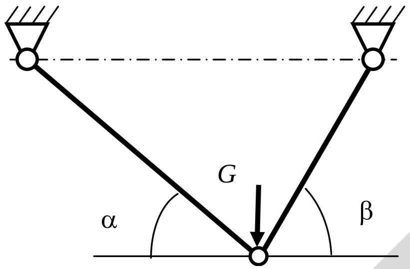
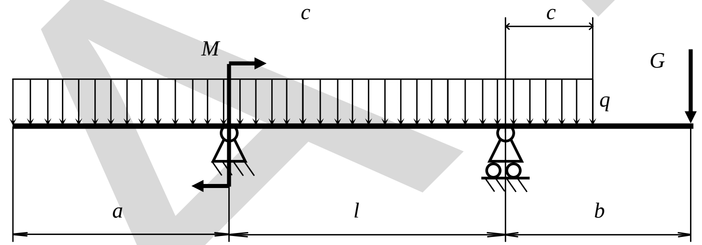
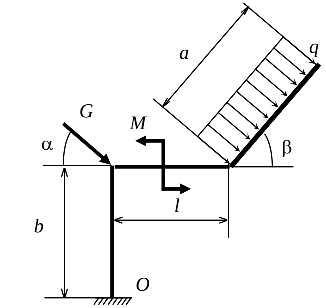
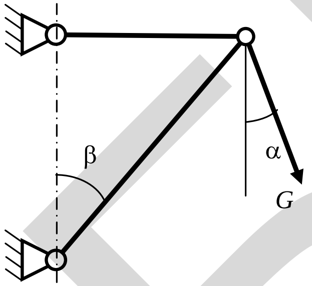
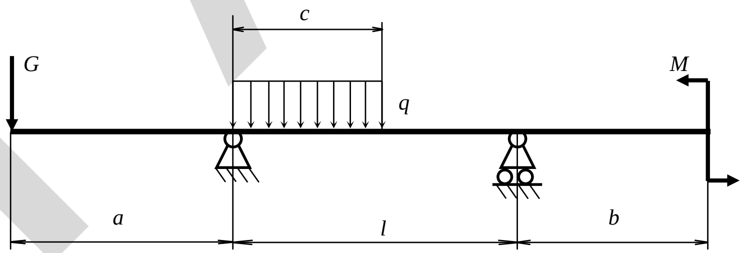
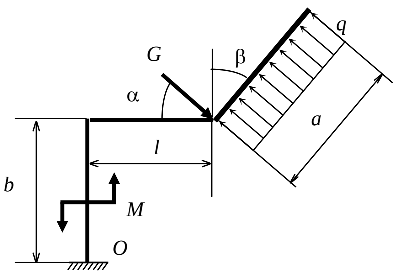
Повторить теоретический материал:

– законы движения;
– понятия скорости, полного, касательного и нормального ускорений точки;
– поступательное движение тела;
– вращательное движение тела;
– плоскопараллельное движение тела;
– сложное движение точки.

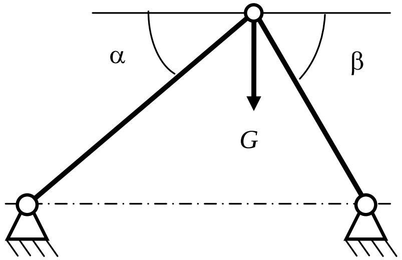
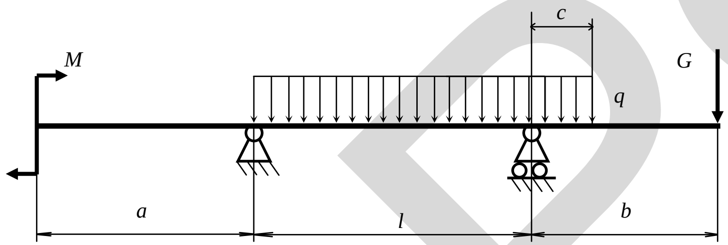
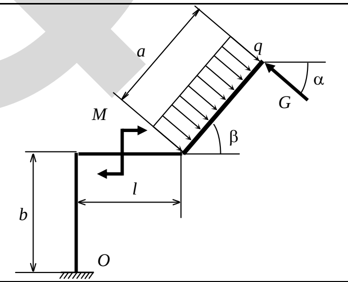
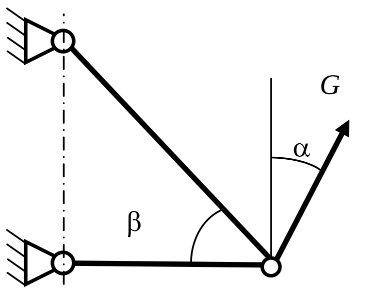
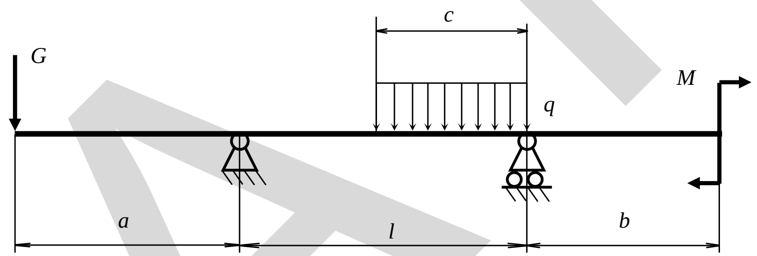
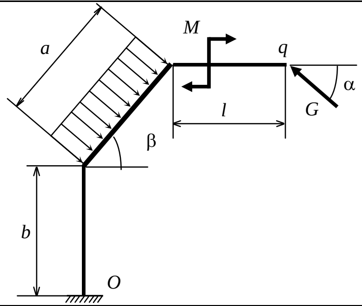
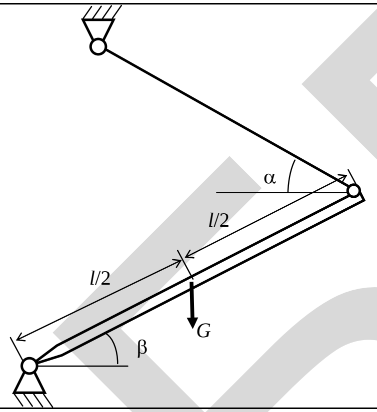
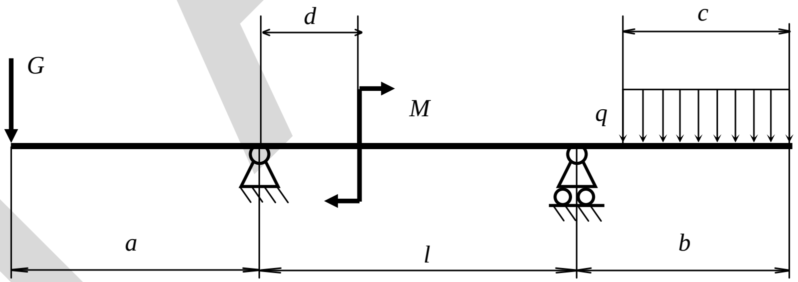
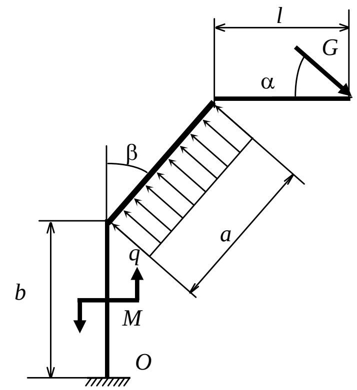
Основные расчетные формулы:

Естественный закон движения – это такой закон, когда известна траектория движения точки и зависимость пути вдоль траектории от времени $S = S(t)$.

Таблица 1.1

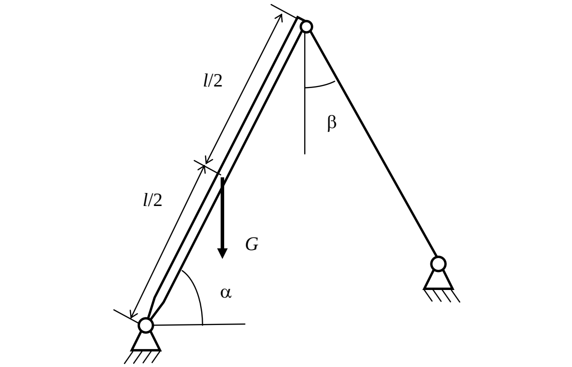
<table>
<tr><td colspan="3">1</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">2</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">3</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

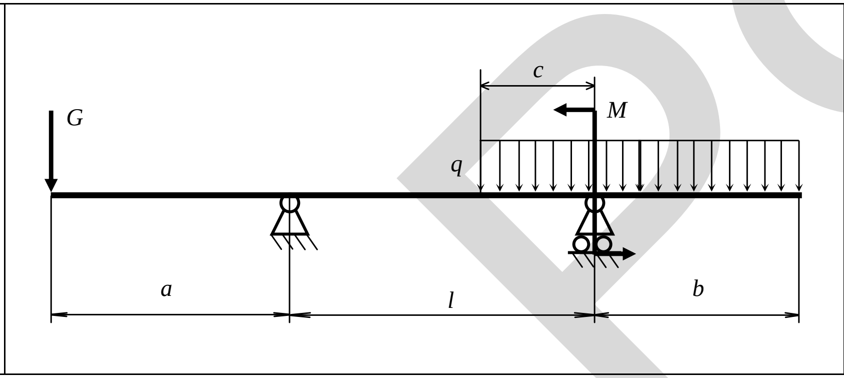
Продолжение табл. 1.1

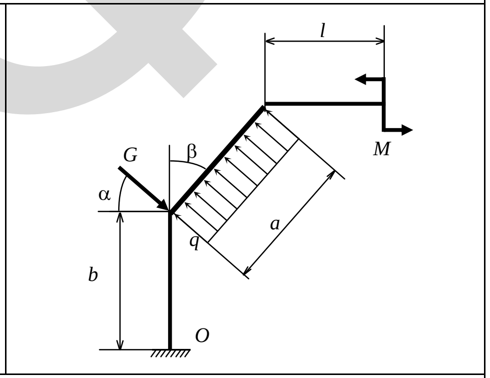
4		
		
5		
		
6		
		

Продолжение табл. 1.1

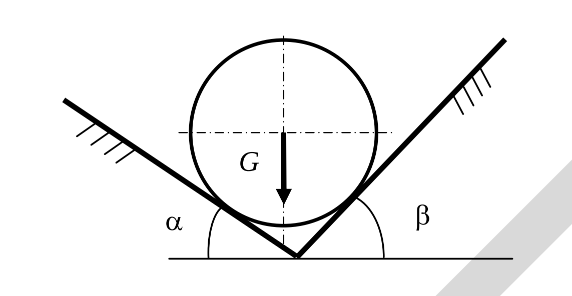
7

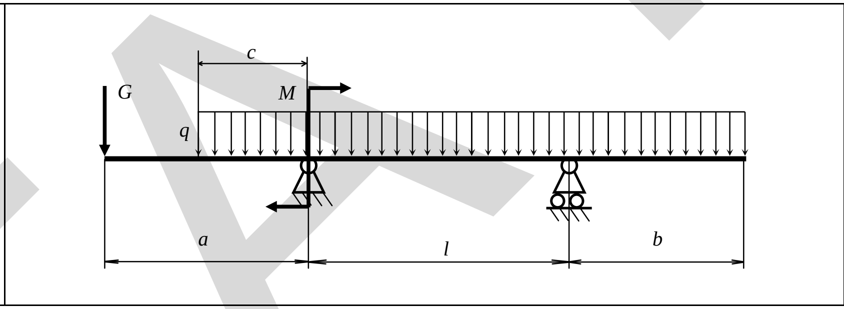


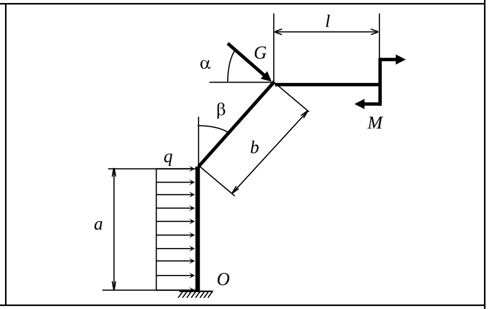




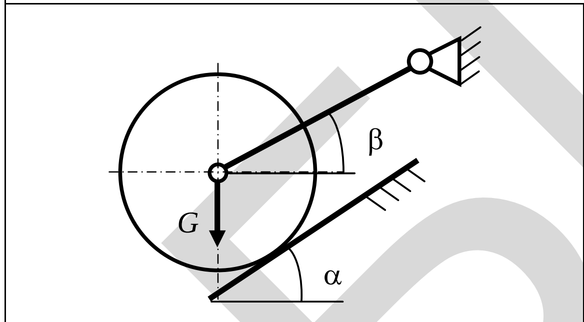
8

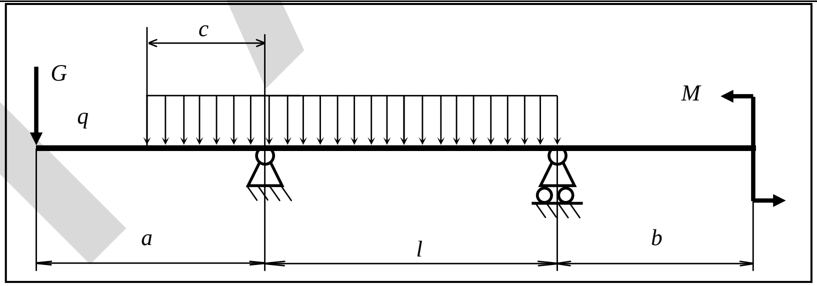


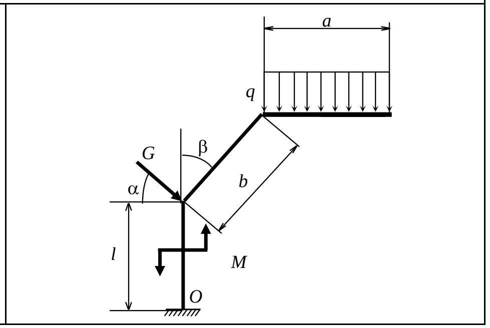




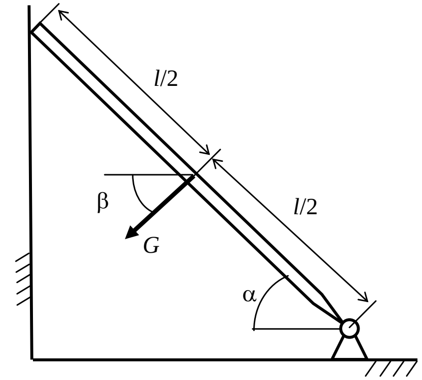
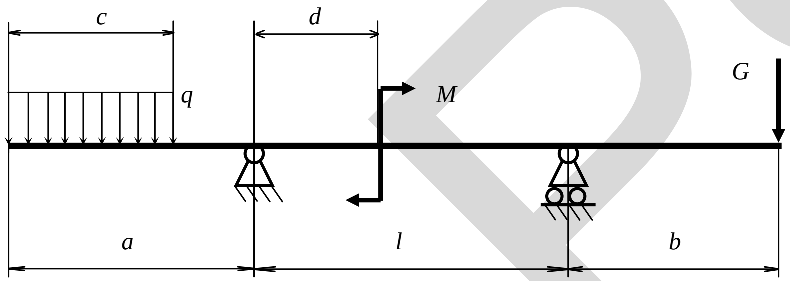
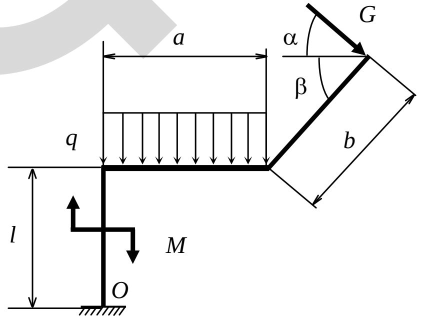
9







Окончание табл. 1.1

<table>
<tr><td colspan="3">10</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Координатный закон движения точки – это такой закон, когда известны координаты точки как функции времени.

Скорость точки является первой производной пути по времени[2]

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{s}'(t) = \frac{d\boldsymbol{s}}{dt}.$$

Полное ускорение является второй производной пути по времени или первой производной от скорости по времени

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{v}'(t) = \frac{d^2\boldsymbol{s}}{dt^2}.$$

Касательное ускорение является первой производной от модуля скорости по времени и направлено по касательной к траектории

$$a_{\text{к}} = v'(t).$$

Нормальное ускорение вычисляется по формуле

$$a_{\text{н}} = \frac{v^2}{r}$$

и направлено перпендикулярно касательной к центру траектории.

При координатном задании закона движения касательное ускорение может быть определено по формуле

$$a_{\text{к}} = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v},$$

где v_x и v_y – проекции скорости на оси X и Y соответственно;
a_x и a_y – проекции скорости на оси X и Y соответственно.

2.1. КООРДИНАТНЫЙ ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ

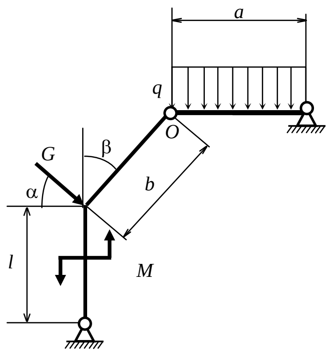
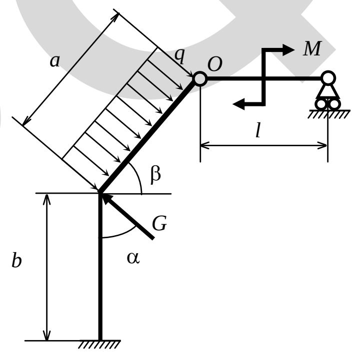
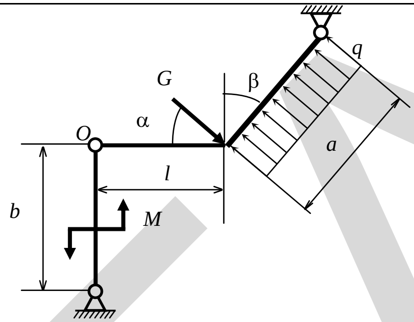
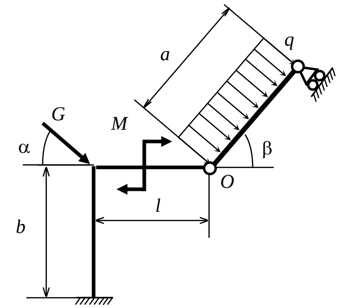
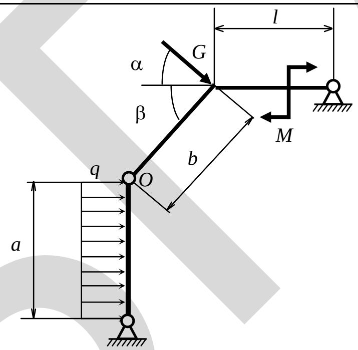
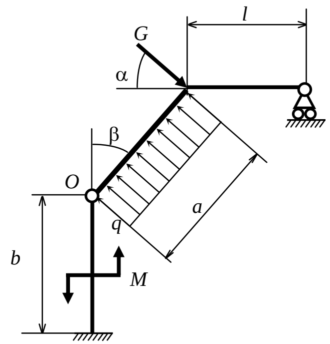
По заданным уравнениям движения точки $x = F_1(t)$ и $y = F_2(t)$ получить уравнение ее траектории и для момента времени $t = t_1$ найти положение точки на траектории, ее скорость, полное, нормальное и касательное ускорение, а также радиус кривизны траектории в этой точке.

Если уравнение траектории представляет собой элементарную кривую, то указать ее вид (например, прямая, парабола, гипербола, эллипс и т. д.). Изобразить на схеме участок траектории, в пределах которого находится точка, и изобразить в выбранном масштабе вектора всех скоростей и ускорений.

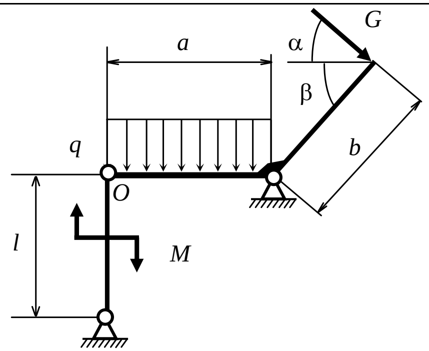
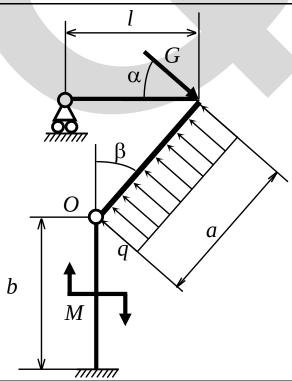
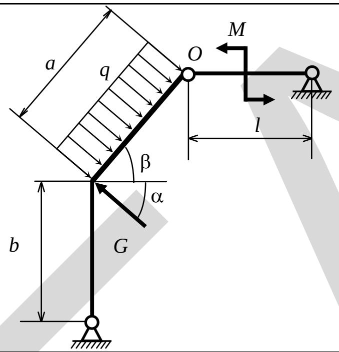
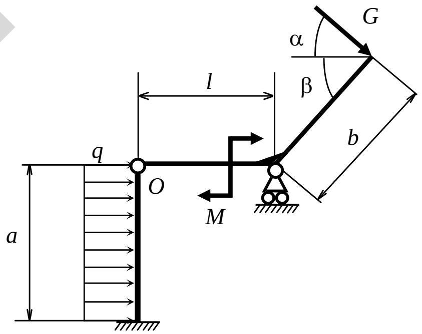
---

[2] Жирным шрифтом указаны векторные величины

Таблица 1.2

Номер	Схема 1	Схема 2
1		
2		
3		

Окончание табл. 1.2

Номер	Схема 1	Схема 2
4		
5		

Исходные данные приведены в табл. 2.1

Таблица 2.1

Величина	$x = F_1(t)$, **см**	$y = F_2(t)$, **см**	A, **см**	B, **см**	C, **см**	D, **см**	k, **рад/с**	t_1, **с**
1	$x = A + B\sin kt$	$y = C + D\sin kt$	2	-5	-2,5	5	0,05	2
2	$x = A + B\sin^2 kt$	$y = C + D\sin^2 kt$	1,5	-4	-2	4	0,06	2,5
3	$x = A + B\cos kt$	$y = C + D\cos kt$	1	-3	-1,5	3	0,07	3
4	$x = A + B\cos^2 kt$	$y = C + D\cos^2 kt$	0,5	-2	-1	2	0,08	3,5
5	$x = A + Bkt$	$y = C + Dkt$	0	-1	-0,5	1	0,09	4
6	$x = A + B\,(kt)^2$	$y = C + D(kt)2$	-0,5	1	0	-1	0,1	4,5
7	$x = A + B\ln kt$	$y = C + D\ln kt$	-1	2	0,5	-2	0,11	5
8	$x = A + B\log kt$	$y = C + D\log kt$	-1,5	3	1	-3	0,12	5,5
9	$x = A + Be^{kt}$	$y = C + De^{kt}$	-2	4	1,5	-4	0,13	6
0	$x = A + \dfrac{B}{1 + kt}$	$y = C + \dfrac{D}{1 + kt}$	-2,5	5	2	-5	0,14	6,5
Цифра шифра	Последняя	Предпоследняя	Последняя	Последняя	Предпоследняя	Предпоследняя	Последняя	Предпоследняя

2.2. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА

Для заданного механизма найти скорости точек *C* и *D* и угловые скорости всех его звеньев, при заданной угловой скорости ω звена *OA* и его положения, определяемом углом φ.

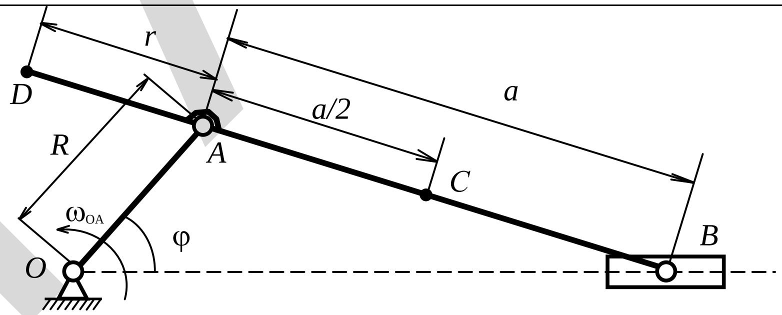
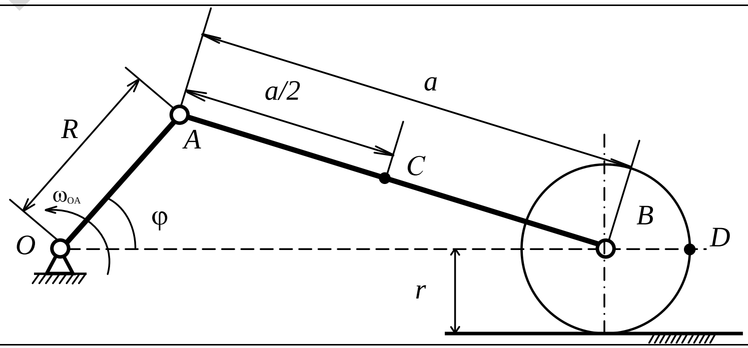
Изобразить в заданном положении схему механизма, вектора скоростей точек и положение мгновенного центра скоростей.

Исходные данные приведены в табл. 2.2, а схемы механизмов – в табл. 2.3.

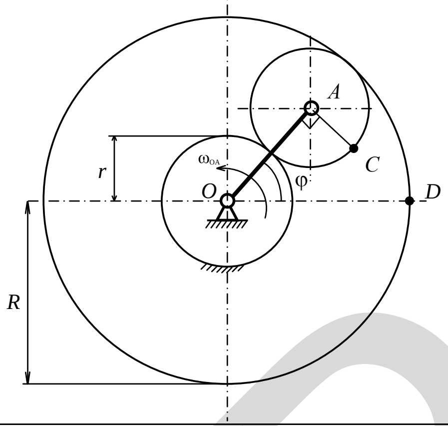
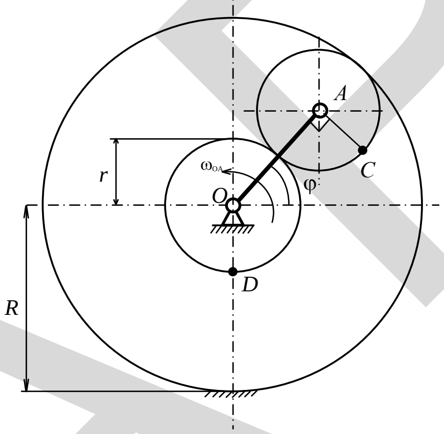
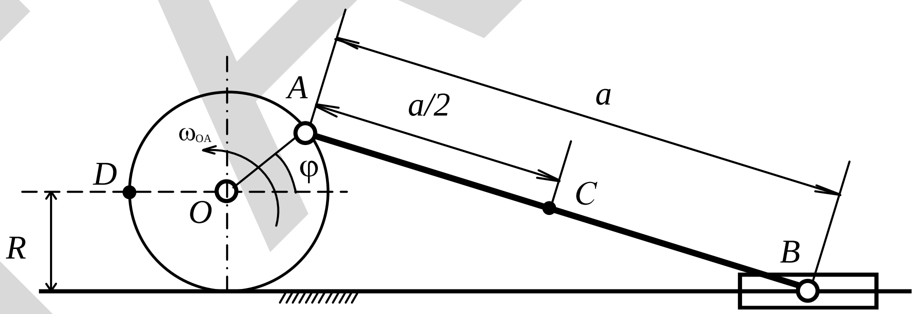
Таблица 2.2

Величина	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	**Цифра шифра**
Схема	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	Последняя
r, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	Предпоследняя
a, м	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	Последняя
R, м	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	Предпоследняя
φ, град	30	45	60	120	135	150	210	225	240	315	Предпоследняя
ω, рад/с	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Последняя

Таблица 2.3

Номер	**Схема**
1	
2	

Окончание табл. 2.3

Номер	Схема
3	
4	
5	

3. ДИНАМИКА

Повторить теоретический материал:

– аксиомы динамики;

– методы интегрирования дифференциальных уравнений движения;

– основные теоремы динамики.

Основные расчетные формулы:

Массой системы называется арифметическая сумма масс всех точек или тел системы

$$m = \sum m_k .$$

Центром масс системы называется точка С, радиус-вектор которой

$$\vec{r}_C = \frac{\sum m_k \vec{r}_k}{m} .$$

Моментом инерции тела (системы) относительно оси (осевой момент инерции) называется скалярная величина, равная сумме произведений масс m_k всех точек тела (системы) на квадраты их расстояний от этой оси h_k

$$J_z = \sum m_k h_k^2 .$$

Осевой момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

Теорема о движении центра масс системы формулируется следующим образом: центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе всей системы, к которой приложены все внешние силы, действующие на систему.

Внутренние силы не влияют на движение центра масс системы

$$m\vec{a}_C = \sum \vec{P}_k^{(e)} = \vec{R}^{(e)} .$$

Если главный вектор внешних сил все время остается равным нулю, то центр масс механической системы находится в покое или движется прямолинейно и равномерно.

Количеством движения материальной точки называется векторная величина, равная произведению массы точки на вектор ее скорости $\vec{Q} = m\vec{v}$. Вектор количества движения точки направлен так же, как и вектор ее скорости.

Элементарным импульсом силы называется векторная величина, равная произведению вектора силы на элементарный промежуток времени $d\vec{S} = \vec{P}dt$. Вектор элементарного импульса направлен так же, как и вектор силы.

Импульс силы за конечный промежуток времени вычисляется как интегральная сумма соответствующих элементарных импульсов

$\vec{S} = \int_0^t \vec{P}dt$. В частном случае, если сила не меняется по модулю и направлению $S = Pt$.

Теорема об изменении количества движения точки в дифференциальной форме будет иметь следующую формулировку: производная по времени от количества движения точки равна геометрической сумме действующих на точку сил

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \sum \vec{P}_k .$$

Теорема об изменении количества движения точки в интегральной (конечной) форме будет иметь следующую формулировку: изменение количества движения точки за некоторый промежуток времени равно геометрической сумме импульсов, действующих на точку сил

$$\vec{Q} - \vec{Q}_0 = \sum \vec{S}_k .$$

Элементарная работа определяется скалярным произведением

$$dA = \vec{P} \cdot d\vec{s} = Pds \cos(\vec{P} \wedge \vec{s}) .$$

Элементарная работа равна произведению элементарного перемещения точки приложения силы и проекции силы на это перемещение. Если направления силы и перемещения совпадают (косинус угла между ними больше нуля), то работа положительна, если не совпадают – работа отрицательна, то есть все силы сопротивления производят отрицательную работу. Если сила перпендикулярна перемещению, то работа равна нулю.

Работа силы на любом конечном перемещении определяется интегралом

$$A = \int_{s_0}^{s} \vec{P} \cdot d\vec{s} .$$

Если модуль и направление силы постоянны, а перемещение прямолинейно, то

$$A = Ps \cos\alpha.$$

Производная от работы по времени называется мощностью

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{Pds \cos\alpha}{dt} = Pv \cos\alpha.$$

При вращательном движении работа равна $A = \pm M\varphi$, а мощность $N = M\omega$.

Теорема об изменении кинетической энергии механической системы

$$T - T_0 = \Sigma A_к,$$

где T и T_0 – кинетическая энергия механической системы в текущий и начальный моменты времени соответственно;

$\Sigma A_к$ – сумма работ всех внешних и внутренних сил системы за тот же промежуток времени.

Принцип Даламбера

$$\sum \vec{P} + \sum \vec{R} + \sum \vec{\Phi} = 0,$$

где $\sum \vec{P}$ – главный вектор внешних сил;

$\sum \vec{R}$ – главный вектор реакций связей;

$\sum \vec{\Phi}$ – главный вектор сил инерции.

Для заданной механической системы определить направление движения и скорость v_1 тела 1 после его перемещения на расстояние s, направление и величина которого показаны на схемах условно. Трение в подшипниках блоков не учитывать, весом нити пренебречь. В начальный момент времени система находится в состоянии покоя.

Для всех схем, кроме схемы 9, учесть силу трения скольжения тела 1. Для схем 5-9 учесть силу трения качения катка 3 по поверхности.

Если для катков и блоков не указан радиус инерции массы i, то момент инерции тела J определять как для сплошного однородного цилиндра (диска). Наклонные участки нитей параллельны соответствующим наклонным плоскостям.

Исходные данные приведены в табл. 3.1, а схемы механизмов – в табл. 3.2.

Таблица 3.1

Величина	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	**Цифра шифра**
Схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Последняя
R_2, м	0,5	0,6	0,65	0,6	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1	Последняя
r_2/R_2	0,65	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35	0,3	0,25	0,2	Последняя
i_2/R_2	–	–	–	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	Последняя
R_3, м	0,25	0,3	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	Последняя
r_3/R_3	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35	0,3	Предпоследняя
i_3/R_3	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,4	0,35	Предпоследняя
s, м	0,65	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35	0,3	0,25	0,2	Предпоследняя
f	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2	0,225	–	0,275	Последняя
δ, см	–	–	–	–	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	–	Последняя
m_1, кг	m	$2m$	$3m$	$4m$	$5m$	$6m$	$7m$	$8m$	$9m$	$7m$	Предпоследняя
m_2, кг	$9m$	$8m$	$7m$	$6m$	$5m$	$6m$	$7m$	$8m$	$9m$	$4m$	Предпоследняя
m_3, кг	$5m$	$6m$	$7m$	$8m$	$9m$	m	$2m$	$3m$	$4m$	$5m$	Предпоследняя
m_4, кг	m	$2m$	$3m$	m	–	–	–	–	–	$2m$	Последняя
α, град	–	–	–	–	25	30	35	40	45	–	Последняя
β, град	40	45	50	55	60	65	70	75	–	85	Последняя

Таблица 3.2

Схема 1

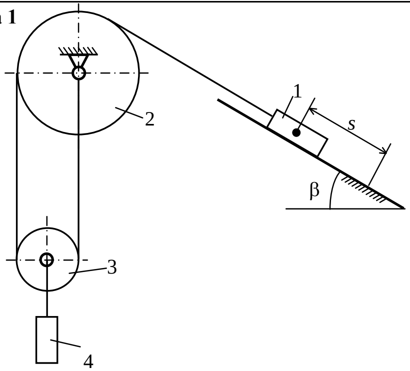


Схема 2

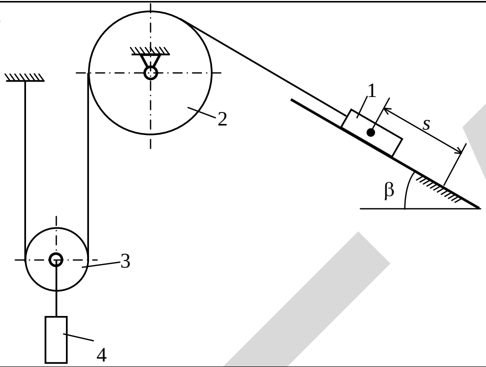


Схема 3

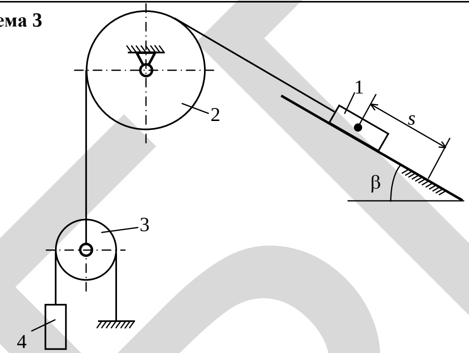


Схема 6

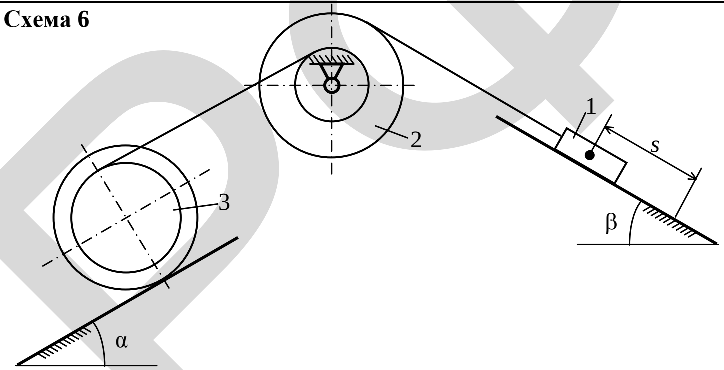


Схема 7

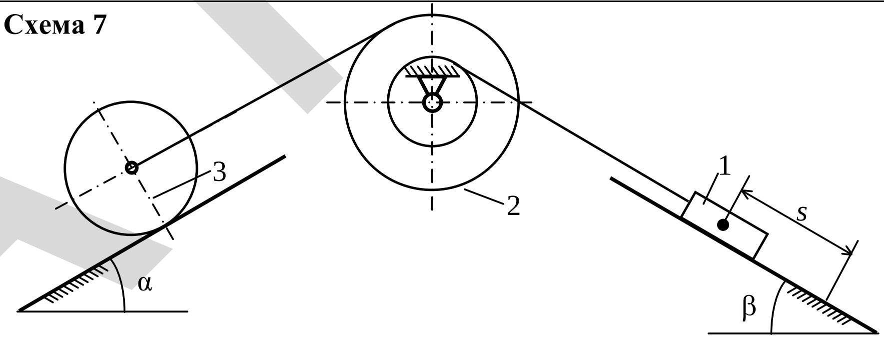
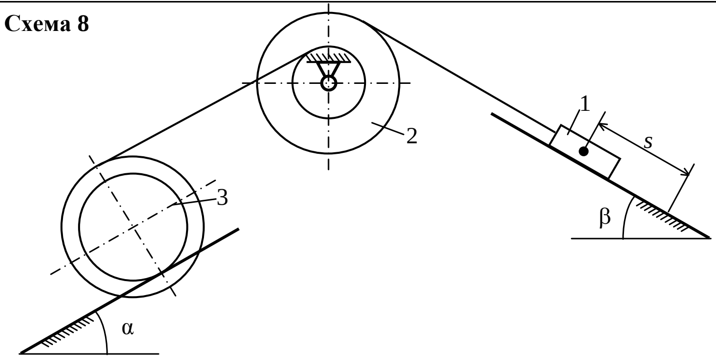


Схема 8



Окончание табл. 3.2

Схема 4

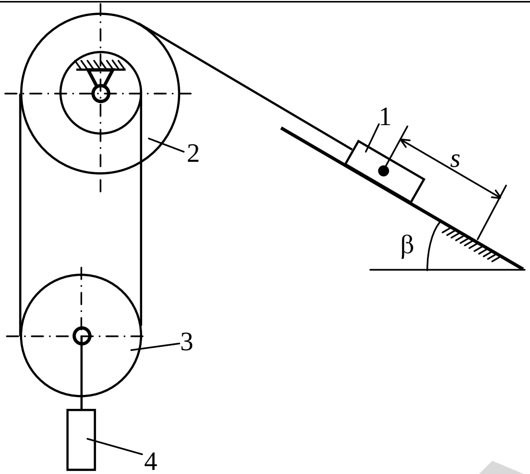


Схема 9

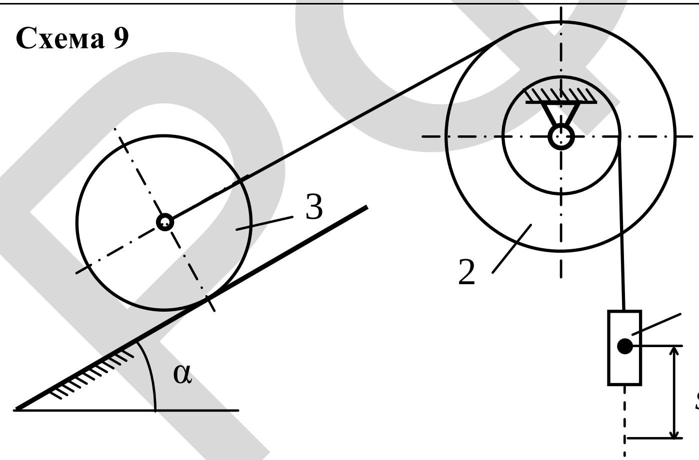


Схема 5

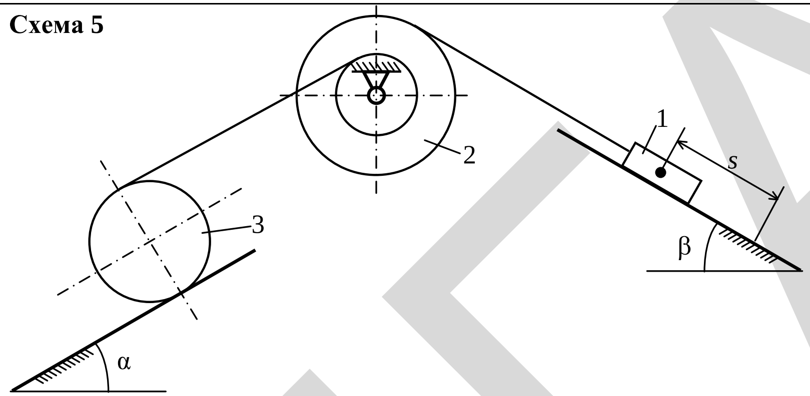
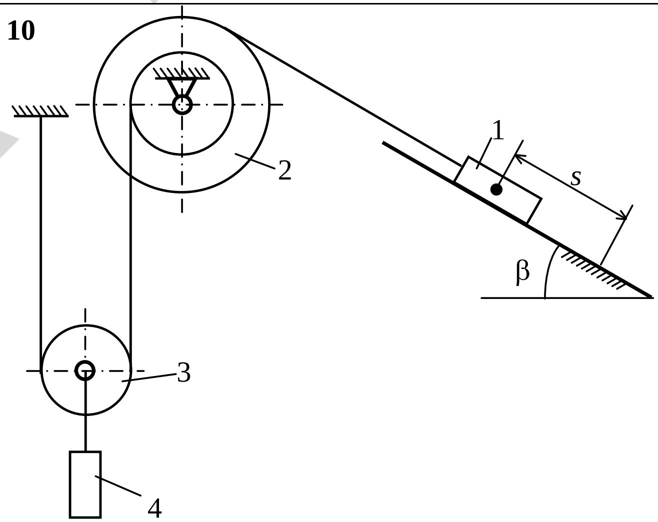


Схема 10



4. РАСТЯЖЕНИЕ – СЖАТИЕ

4.1. ПРОЧНОСТЬ СТЕРЖНЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ – СЖАТИИ

Повторить теоретический материал:

– определение продольных сил в стержнях;
– нормальные напряжения в поперечных сечениях прямого стержня;
– определение осевых перемещений поперечных сечений;
– жесткость при растяжении и сжатии;
– проверка прочности при растяжении и сжатии;
– статически неопределимые системы;
– составление уравнений совместности деформаций.

Основные расчетные формулы:

Нормальные напряжения σ в поперечных сечениях прямого растянутого или сжатого стержня:

$$\sigma = \frac{N}{F},$$

где N – продольная сила в поперечном сечении стержня;
F – площадь поперечного сечения стержня.

Удлинение (укорочение) Δl участка стержня, в пределах которого продольная сила и площадь поперечного сечения не изменяются:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F},$$

где N – продольная сила в поперечных сечениях на участке стержня;
l – длина участка стержня;
E – модуль упругости материала стержня;
F – площадь поперечных сечений на участке стержня.

Условие прочности при растяжении или сжатии для пластичных материалов:

$$|\sigma|_{max} \leq [\sigma],$$

где $|\sigma|_{max}$ – максимальные (по абсолютной величине) нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня;

$[\sigma]$ – допускаемые нормальные напряжения.

Для стержня переменного сечения, варианты которого приведены в табл. 4.1, требуется:

1) вычислить в поперечных сечениях продольные силы и построить в выбранном масштабе их эпюру;

2) из условия прочности определить требуемую площадь поперечного сечения;

3) определить нормальные напряжения и построить в выбранном масштабе их эпюру;

4) вычислить продольные перемещения сечений стержня и построить в выбранном масштабе их эпюру.

Исходные данные приведены в табл. 4.2. Собственным весом стержня пренебречь. Материал стержня – сталь с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

4.2. РАСЧЕТ ПРОСТЕЙШЕЙ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирную неподвижную опору и прикреплен к двум стержням шарнирами (табл. 4.3). Требуется:

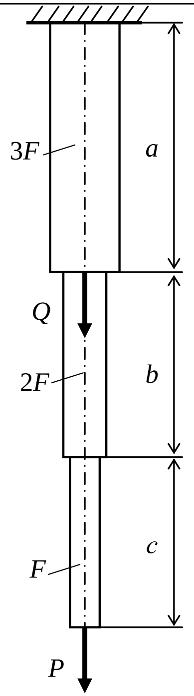
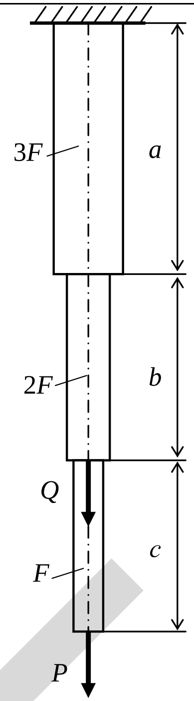
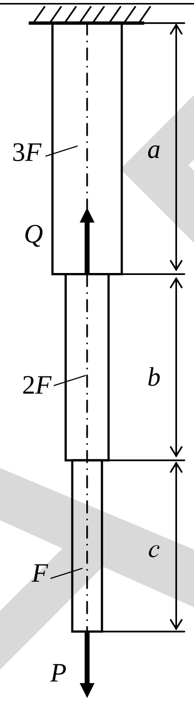
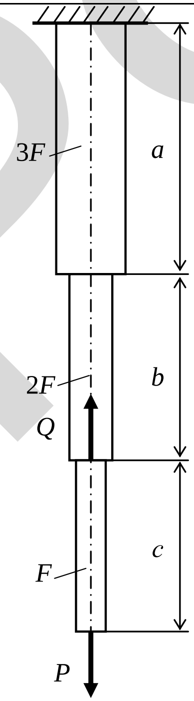
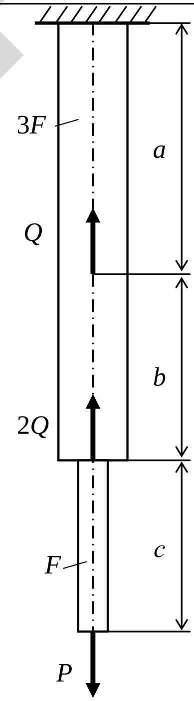
1) определить усилия в стержнях, поддерживающих абсолютно жесткий брус;

2) определить требуемую площадь поперечного сечения стержней из условия прочности по нормальным напряжениям;

3) определить перемещение точки A.

Исходные данные приведены в табл. 4.3. Материал стержней – сталь с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Весом бруса и стержней пренебречь.

Таблица 4.1

1	2	3	4	5
				

Окончание табл. 4.1

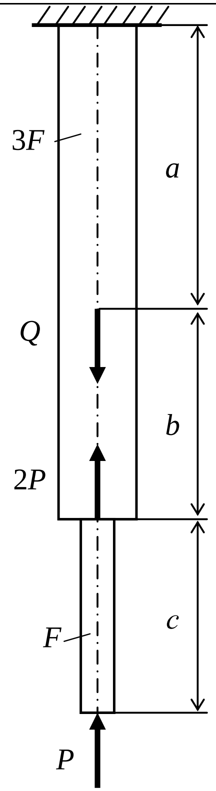
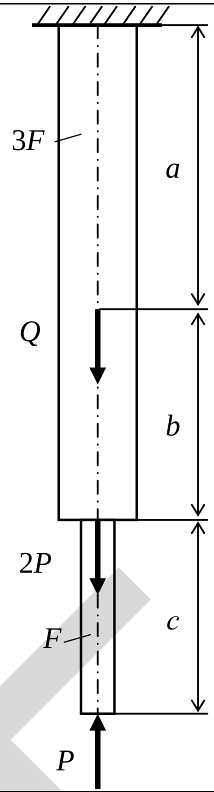
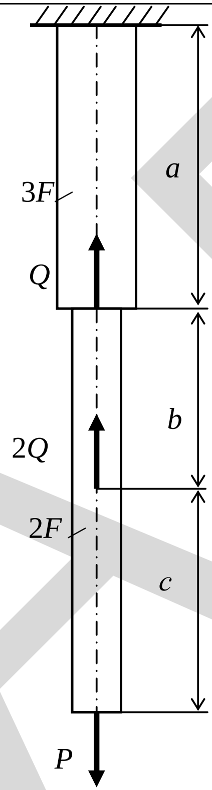
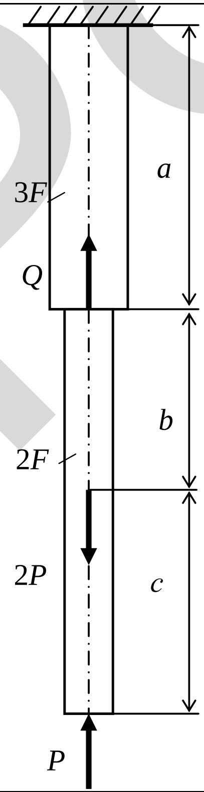
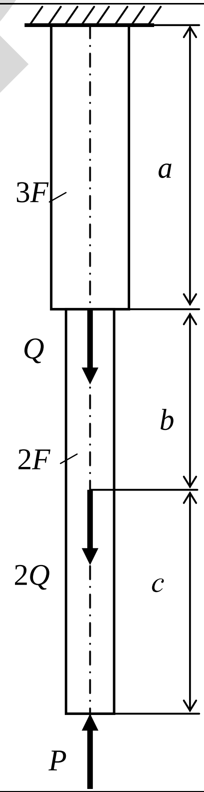
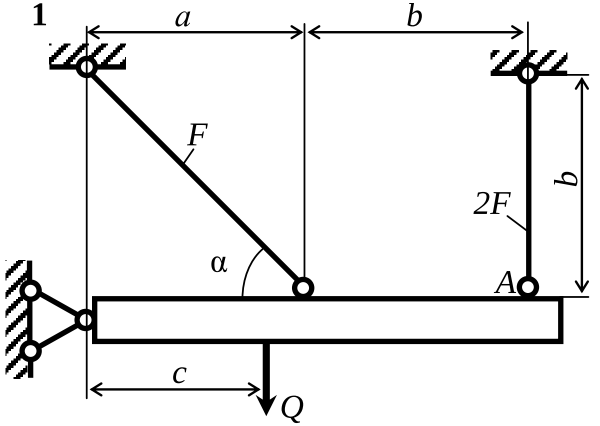
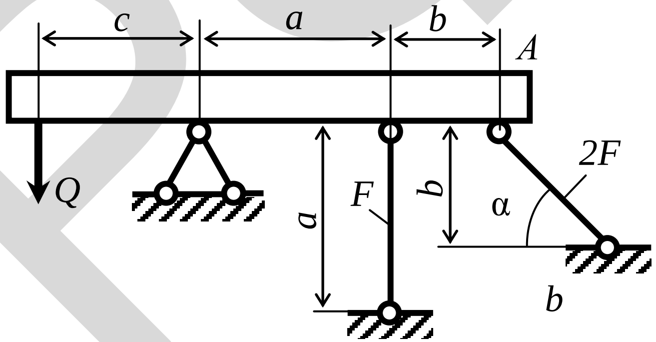
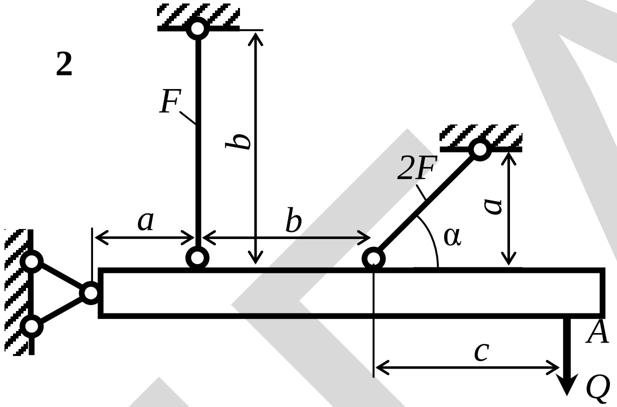
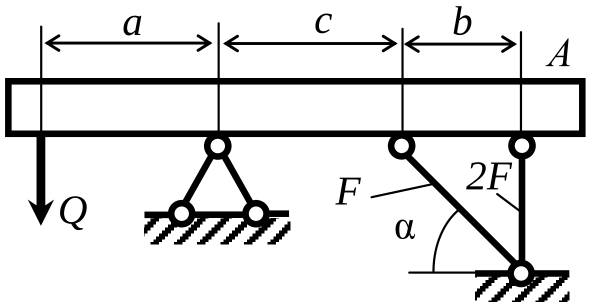
6	7	8	9	10
				

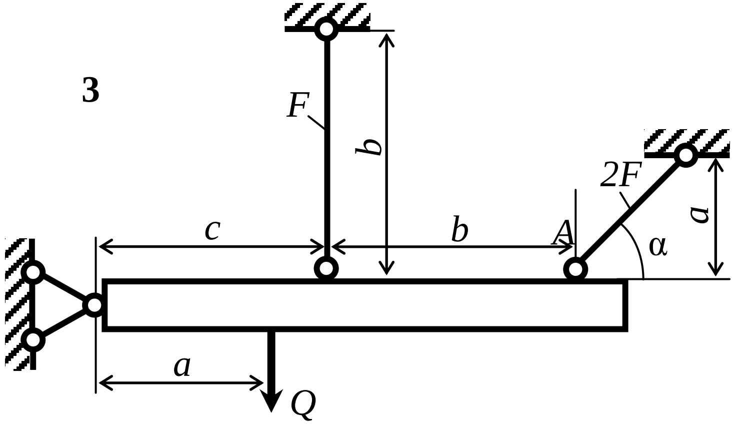
Таблица 4.2

Величина	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	**Цифра шифра**
Схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Последняя
a, м	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	Последняя
b, м	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1	0,9	0,8	0,7	0,6	Предпоследняя
c, м	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	Предпоследняя
Q, кН	5,5	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	Последняя
P, кН	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	Предпоследняя
[σ], МПа	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	Последняя
α, град	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	Предпоследняя

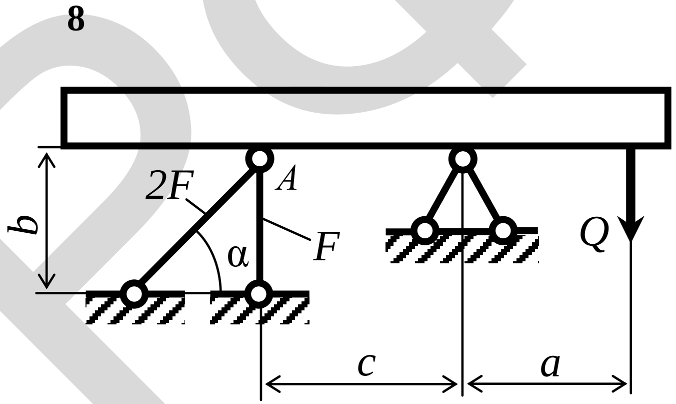
Таблица 4.3

1 	**6** 
2 	**7** 

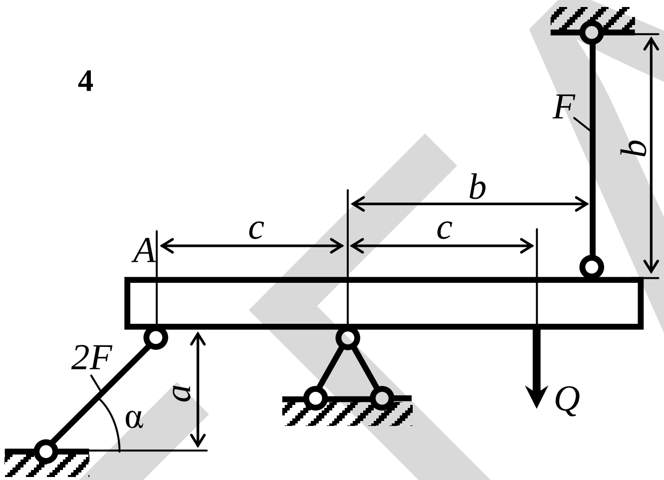
3



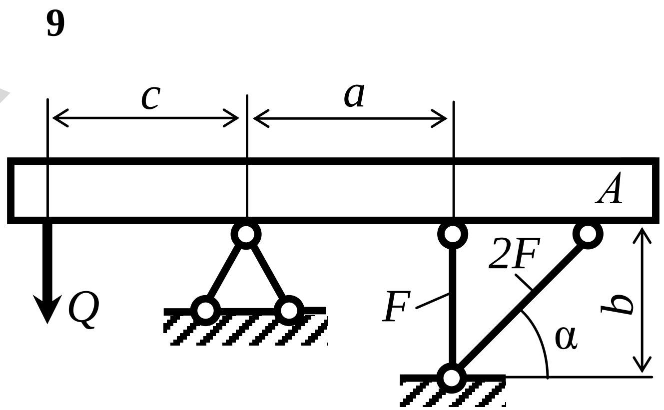
8



4

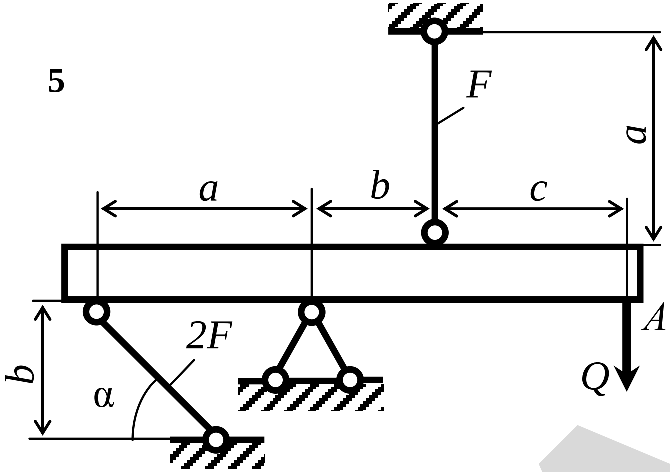


9

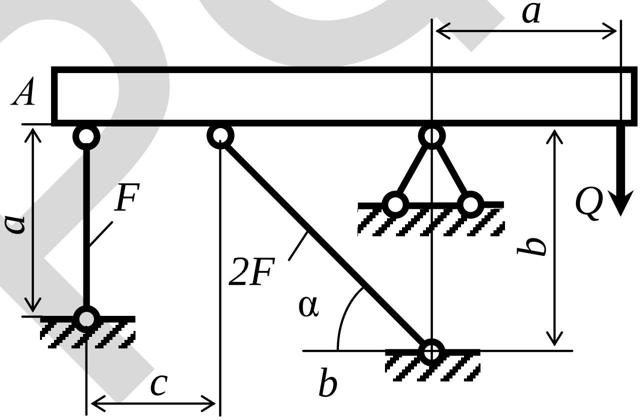


Окончание табл. 4.3

5



10



5. КРУЧЕНИЕ

Повторить теоретический материал:

– определение крутящих моментов в стержнях;
– касательные напряжения в стержнях круглого поперечного сечения;
– определение углов закручивания в стержнях круглого поперечного сечения;
– жесткость при кручении;
– проверка прочности и жесткости при кручении;
– расчет цилиндрических винтовых пружин.

Основные расчетные формулы:

Наибольшие касательные напряжения τ в поперечных сечениях круглого стержня при кручении:

$$\tau = \frac{M_к}{W_p},$$

где $M_к$ – крутящий момент в поперечном сечении стержня;
W_p – полярный момент сопротивления поперечного сечения стержня.

Угол закручивания φ на участке между двумя сечениями, в пределах которого крутящий момент и диаметр стержня не изменяются:

$$\varphi = \frac{M_к \cdot l}{G \cdot J_p},$$

где $M_к$ – крутящий момент в поперечных сечениях на участке стержня;
l – длина участка стержня;
G – модуль упругости материала стержня при сдвиге;
J_p – полярный момент инерции поперечных сечений на участке стержня.

Полярный момент инерции поперечного сечения круглого стержня:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32},$$

где d – диаметр стержня.

Полярный момент сопротивления поперечного сечения круглого стержня:

$$W_p = \frac{2J_p}{d} = \frac{\pi d^3}{16},$$

где d – диаметр стержня.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{\max} \le [\tau],$$

где $\tau_{\max}$ – максимальные касательные напряжения в поперечных сечениях стержня;

$[\tau]$ – допускаемые касательные напряжения.

Условие жесткости при кручении:

$$\theta_{\max} \le [\theta],$$

где $\theta_{\max}$ – максимальный относительный угол закручивания в поперечных сечениях стержня;

$[\theta]$ – допускаемый относительный (погонный) угол закручивания.

Относительный (погонный) угол закручивания θ на участке между двумя сечениями, в пределах которого крутящий момент и диаметр стержня не изменяются:

$$\theta = \frac{M_к}{G \cdot J_p},$$

где $M_к$ – крутящий момент в поперечных сечениях на участке стержня;

G – модуль упругости материала стержня при сдвиге;

J_p – полярный момент инерции поперечных сечений на участке стержня.

Наибольшие касательные напряжения в витках цилиндрической винтовой пружины, которая растягивается или сжимается силой P:

$$\tau_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3}\left(1 + \frac{d}{2D}\right),$$

где D – средний диаметр пружины;

d – диаметр проволоки пружины.

Удлинение или осадка цилиндрической винтовой пружины, которая растягивается или сжимается силой P:

$$\lambda = \frac{8PD^3 n}{Gd^4},$$

где D – средний диаметр пружины;
d – диаметр проволоки пружины;
n – число витков пружины;
G – модуль упругости материала пружины при сдвиге.

Для вала переменного сечения, варианты которого приведены в табл. 5.2, требуется:

1) вычислить в поперечных сечениях крутящие моменты и построить в выбранном масштабе их эпюру;

2) из условия прочности определить требуемый диаметр сечения D;

3) определить касательные напряжения и построить в выбранном масштабе их эпюру;

4) вычислить углы закручивания сечений вала и построить в выбранном масштабе их эпюру.

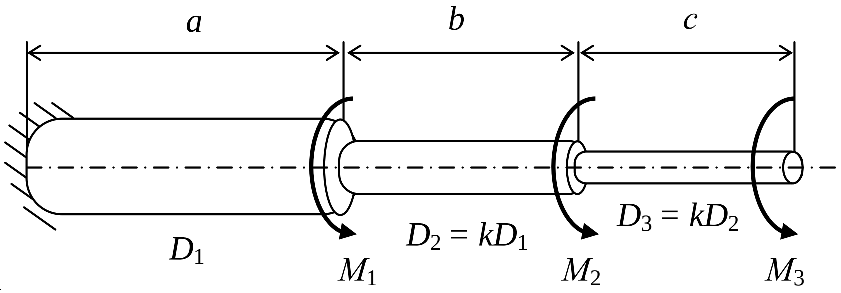
Исходные данные приведены в табл. 5.1. Материал стержня – сталь с модулем упругости при сдвиге $G = 0{,}8 \cdot 10^5$ МПа.

Таблица 5.1

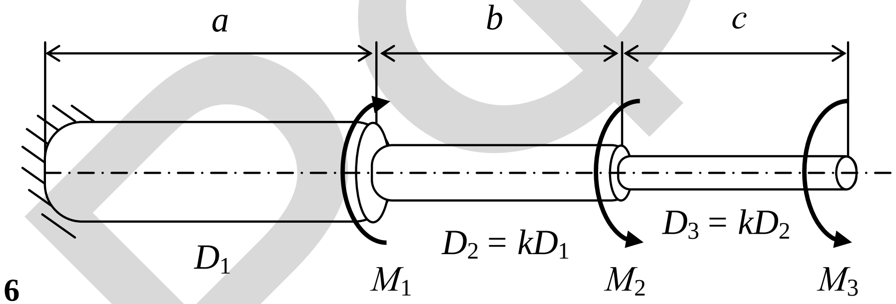
Величина	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	**Цифра шифра**
Схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Последняя
a, м	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1	0,9	0,8	1,8	1,9	Последняя
b, м	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	0,7	0,6	Предпоследняя
c, м	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,3	1,4	Предпоследняя
M_1, кНм	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	Последняя
M_2, кНм	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1	Предпоследняя
M_3, кНм	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	Последняя
[τ], МПа	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	Предпоследняя
k	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35	Последняя

Таблица 5.2

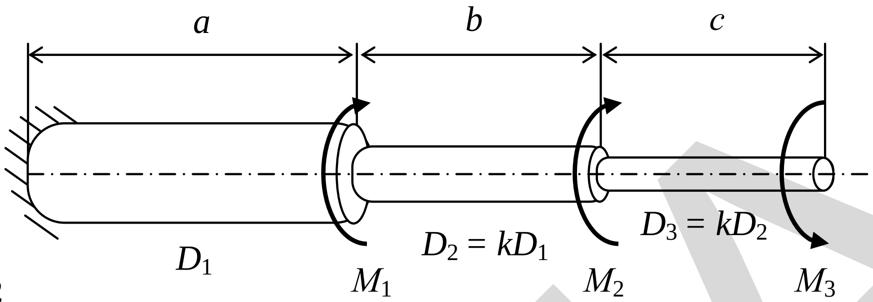
1



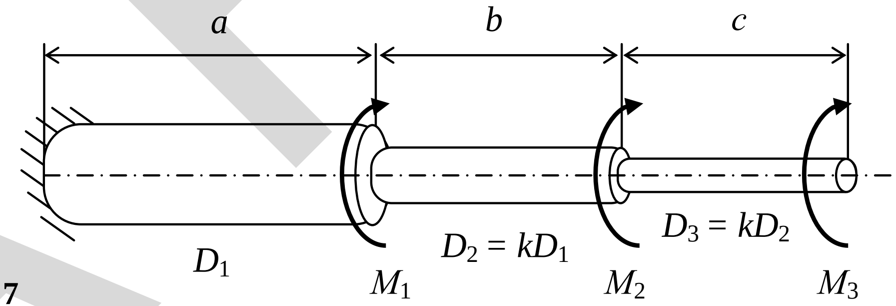
6



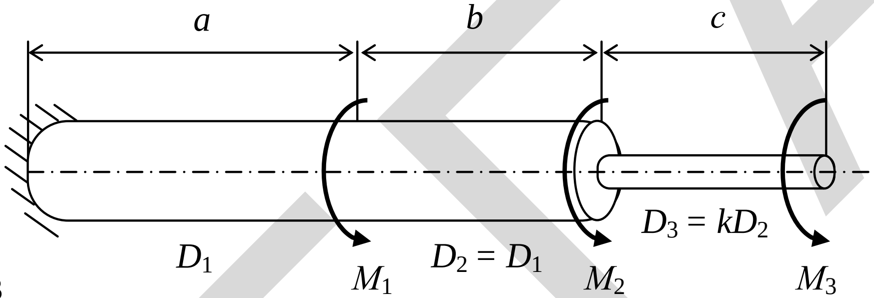
2



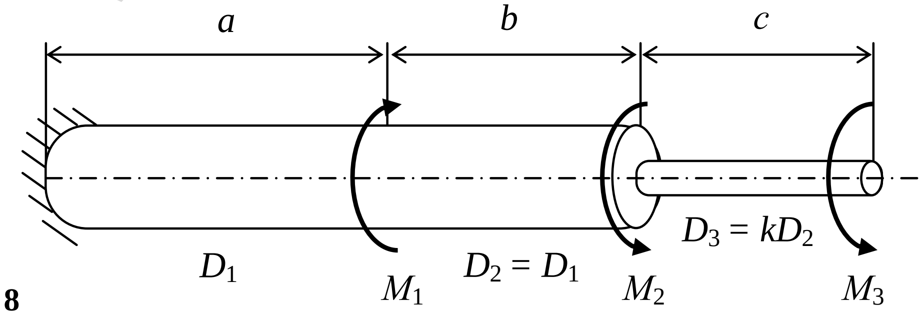
7



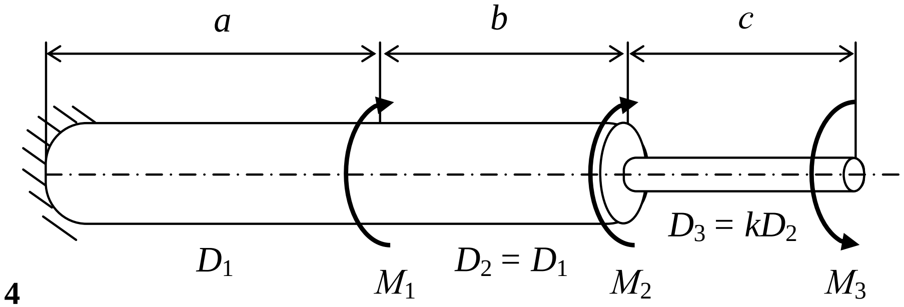
3



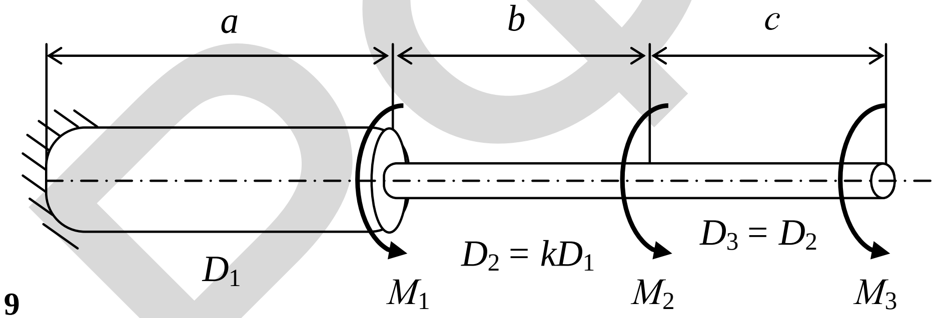
8



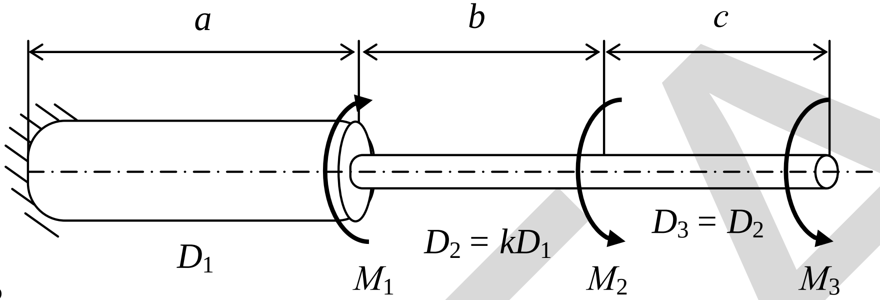
Окончание табл. 5.2



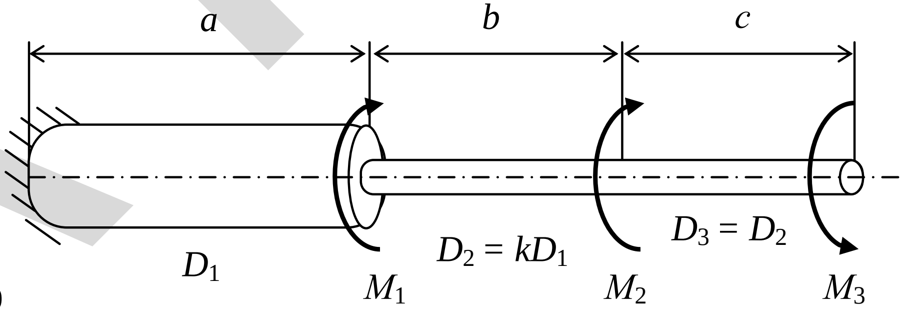
4



9



5



10

6. ИЗГИБ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ

Повторить теоретический материал:

– опоры и опорные реакции;
– определение перерезывающих (поперечных) сил и изгибающих моментов в поперечных сечениях балок;
– дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, перерезывающей силой и интенсивностью поперечной распределенной нагрузки;
– нормальные напряжения в поперечных сечениях балки при изгибе;
– касательные напряжения в поперечных сечениях балки при изгибе;
– дифференциальное уравнение изогнутой оси балки при изгибе и его интегрирование;
– определение прогибов и углов поворота сечений балки при изгибе;
– проверка прочности балки при изгибе;
– статически неопределимые балки;
– составление уравнения совместности деформаций.

Основные расчетные формулы:

Наибольшие нормальные напряжения в поперечных сечениях балки при изгибе:

$$\sigma = \frac{M}{W},$$

где M – изгибающий момент в поперечном сечении балки;
W – момент сопротивления поперечного сечения балки.

Наибольшие касательные напряжения в поперечных сечениях балки при изгибе:

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b},$$

где Q – перерезывающая сила в поперечном сечении балки;
S – статический момент части площади поперечного сечения балки, расположенной выше или ниже нейтральной оси относительно последней;

J – момент инерции площади поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;

b – ширина поперечного сечения балки в районе нейтральной оси.

Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом, перерезывающей силой и интенсивностью поперечной распределенной нагрузки:

$$Q = \frac{dM}{dx}; \quad q = \frac{dQ}{dx},$$

где Q – перерезывающая сила в сечении балки;

M – изгибающий момент в сечении балки;

q – интенсивность внешней распределенной поперечной нагрузки;

x – координата по длине балки.

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки при изгибе:

$$EJy'' = M(x),$$

где E – модуль упругости материала балки;

J – момент инерции площади поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;

$M(x)$ – изгибающий момент в поперечных сечениях по длине балки.

Условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе для пластичных материалов:

$$|\sigma|_{max} \le [\sigma],$$

где $|\sigma|_{max}$ – максимальные (по абсолютной величине) нормальные напряжения в поперечных сечениях балки;

$[\sigma]$ – допускаемые нормальные напряжения.

Условие прочности по касательным напряжениям при изгибе:

$$\tau_{max} \le [\tau],$$

где τ_{max} – максимальные касательные напряжения в поперечных сечениях балки;

$[\tau]$ – допускаемые касательные напряжения.

Для двухопорной балки с консолями, схемы которой приведены во втором столбце табл. 6.2, требуется:

1) определить реакции опор;

2) записать выражения перерезывающих сил и изгибающих моментов в функции от координаты по длине балки;

3) вычислить ординаты и построить эпюры перерезывающих сил и изгибающих моментов;

4) из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать профиль двутаврового поперечного сечения (табл. 6.2);

5) проверить прочность выбранной балки по касательным напряжениям;

6) вычислить прогибы балки в середине пролета *l* и на концах консолей. С учетом отсутствия прогибов на опорах по пяти точкам построить эпюру прогибов балки.

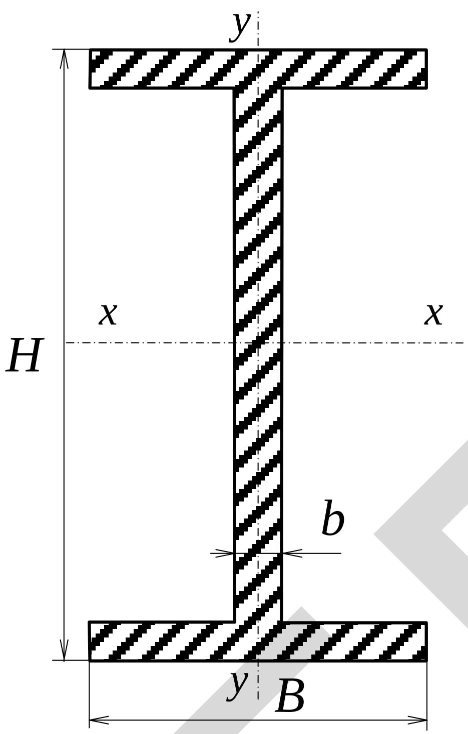
Исходные данные приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Величина	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	**Цифра шифра**
Схема	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	Последняя
G, кН	12	11	10	19	18	17	16	15	14	13	Предпоследняя
q, кН/м	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	Последняя
M, кНм	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Предпоследняя
l, м	2,7	2,8	2,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	Последняя
a/l	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	Предпоследняя
b/l	1,2	1,1	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	Предпоследняя
c/l, c/a, c/b[1]	0,9	0,9	1	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	Предпоследняя
d/l	0	0	0,8	0,3	0	0	0	0	0,5	0	Последняя
[σ], МПА	130	120	110	200	190	180	170	160	150	140	Последняя
[τ], МПА	85	80	75	120	115	110	105	100	95	90	Предпоследняя
[1]) – Принимается для того участка балки, в пределах которого отложен размер *c*.											

Таблица 6.2

Геометрические характеристики поперечного сечения катаного двутавра



№	*H*, см	*B*, см	*F*, см^2	J_x, см^4	J_y, см^4	W_x, см^3	S_x, см^3	*b*, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	10	5,5	12	198	17,9	39,7	23,1	4,5
12	12	6,4	14,7	350	27,9	58,4	33,7	4,8
14	14	7,3	17,4	572	41,9	81,7	46,8	4,9
16	16	8,1	20,2	873	58,6	109	62,3	5
18	18	9,0	23,4	1290	82,6	143	81,4	5,1
18а	18	10,0	25,4	1430	114	159	89,8	5,1
20	20	10,0	26,8	1840	115	184	104	5,2
20а	20	11,0	28,9	2030	155	203	114	5,2
22	22	11,0	30,6	2550	157	232	131	5,4
22а	22	12,0	32,8	2720	206	254	143	5,4
24	24	11,5	34,8	3460	198	289	163	5,6
24а	24	12,5	37,5	3800	260	317	178	5,6
27	27	12,5	40,2	5010	260	371	210	6
27а	27	13,5	43,2	5500	337	407	229	6
30	30	13,5	46,5	7080	337	472	268	6,5
30а	30	14,5	49,9	7780	436	518	292	6,5
33	33	14,0	53,8	9840	419	597	339	7
36	36	14,5	61,9	13380	516	743	423	7,5
40	40	15,5	71,4	19060	666	953	545	8,3
45	45	16,0	83	27700	807	1231	708	9
50	50	17,0	97,8	39700	1040	1589	919	10
55	55	18,0	114	56000	1350	2040	1181	11
60	60	19,0	132	76800	1720	2560	1491	12

7. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Повторить теоретический материал:

– понятие об устойчивых и неустойчивых формах равновесия;
– формула Эйлера для критической силы;
– влияние способа закрепления концов стержня на критическую силу;
– границы применимости формулы Эйлера;
– определение критических напряжений за пределом упругости;
– проверочный и проектировочный расчет сжатых стержней.

Основные расчетные формулы:

Формула Эйлера для критической силы $P_{кр}$:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2},$$

где E – модуль упругости материала стержня;
J – минимальный момент инерции площади поперечного сечения стержня;
μ – коэффициент приведения длины стержня; значение коэффициента зависит от способа закрепления концов стержня:
$\mu = 1$ для свободного опирания обоих концов;
$\mu = 0{,}7$ для одного свободно опертого, другого жестко заделанного конца;
$\mu = 0{,}5$ для жесткой заделки обоих концов;
$\mu = 2$ для одного свободного, другого жестко заделанного конца;
l – длина стержня.

Критические напряжения $\sigma_{кр}$, соответствующие критической силе по формуле Эйлера:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

где λ – гибкость стержня;
$\lambda = \dfrac{\mu l}{i}$;

i – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня;

$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$;

F – площадь поперечного сечения стержня.

Условие применимости формулы Эйлера:

$$\lambda \geq \lambda_{п} = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_{пц}}},$$

где λ – гибкость рассматриваемого стержня;

$\lambda_{п}$ – гибкость стержня, при которой критические напряжения достигают предела пропорциональности материала стержня;

$\sigma_{пц}$ – предел пропорциональности материала стержня.

Формула Ясинского для критических напряжений $\sigma_{кр}$:

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda \leq \sigma_{т},$$

где a и b – эмпирические коэффициенты, выбор которых зависит от материала стержня; для конструкционной стали можно принять a = 310 МПа, b = 1,14 МПа;

λ – гибкость стержня;

$\sigma_{т}$ – предел текучести материала стержня.

Условие устойчивости сжатого стержня:

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq \frac{\sigma_{кр}}{k_{у}},$$

где σ – нормальные напряжения в сечениях сжатого стержня;

P – сила, сжимающая стержень;

F – площадь поперечного сечения стержня;

$\sigma_{кр}$ – критические напряжения;

$k_{у}$ – коэффициент запаса устойчивости.

Для заданной в табл. 7.2 конструктивной схемы составить расчетную схему сжатого стержня ОА, исходя из условий его закрепления. Установить зависимость силы сжатия P от величины веса груза G. Полагая стержень ОА изготовленным из стандартного двутавра, геометрические характеристики поперечного сечения которого приведены в табл. 6.2, определить критическую силу сжатия $P_{кр}$ этого стержня и допускаемый вес груза G с учетом заданного коэффициента запаса устойчивости $K_{у}$.

Подобрать для того же стержня ОА прочные размеры сечения *D* и *d* для его формы, показанной на схеме, при определенной ранее допускаемой нагрузке *G*. Сопоставить площади поперечного сечения двутавра полученного сечения. Сделать выводы.

Исходные данные приведены в табл. 7.1.

Весом стержней и нитей пренебречь. Материал стержня ОА – углеродистая сталь со следующими механическими характеристиками:

– предел текучести $\sigma_т$ = 240 МПа;

– предел пропорциональности $\sigma_{пц}$ = 200 МПа;

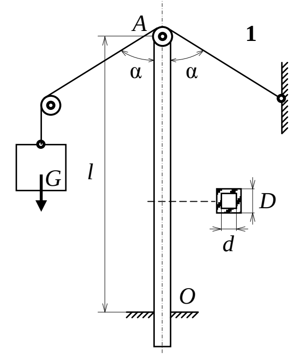
– модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;

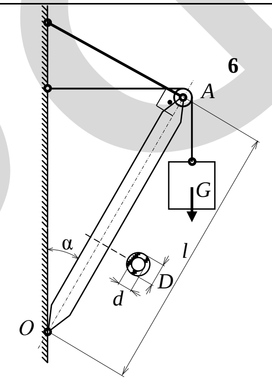
– эмпирические коэффициенты в формуле Ясинского a =310 МПа, b =1,14 МПа.

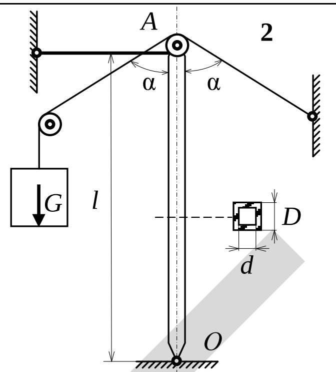
Таблица 7.1

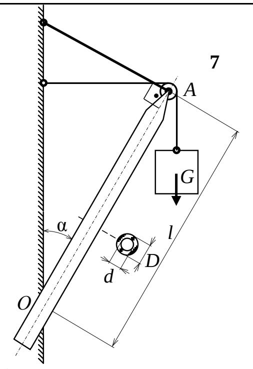
Величина	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**0**	**Цифра шифра**
Схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Последняя
l, м	0,8	1,8	2,5	3	3,5	2,5	3,8	1,5	4	3,2	Последняя
a/l	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	Предпо-следняя
b/l	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35	0,3	Предпо-следняя
α, град	30	45	–	–	–	25	30	35	–	45	Последняя
d/D	0,96	0,94	0,92	0,9	0,88	0,86	0,84	0,82	0,8	0,78	Предпо-следняя
$K_у$	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	Предпо-следняя
№ двутавра	12	14	16	18	20	22	24	27	30	33	Последняя

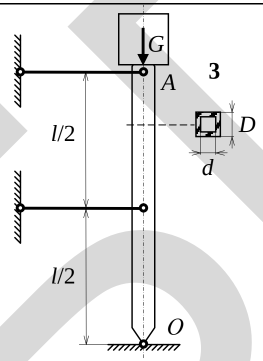
Таблица 7.2

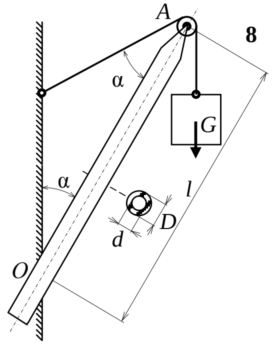

A
1
α
α
G
l
D
d
O


6
A
G
α
l
D
d
O

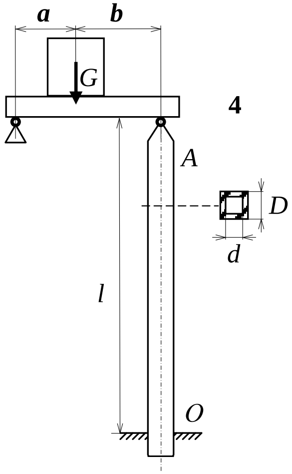

A
2
α
α
G
l
D
d
O


7
A
G
α
l
D
d
O

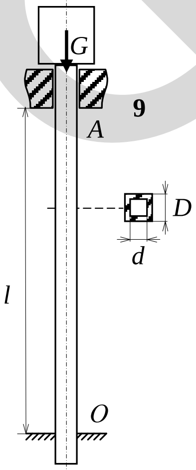

G
A
3
D
d
l/2
l/2
O


A
8
α
G
α
l
D
d
O

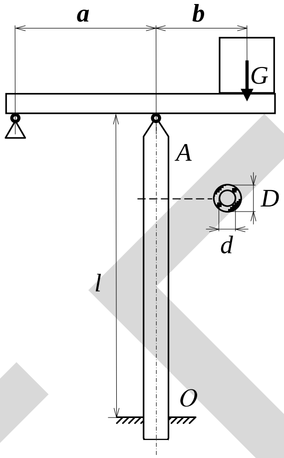
Окончание табл. 7.2



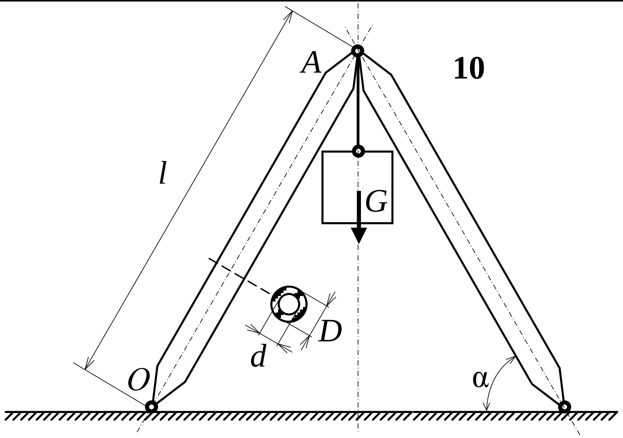
4



9



5



10

9782100002148

Андрей Анатольевич Осняч

МЕХАНИКА

Методические указания и задания на РГР
для курсантов специальности
«Управление водным транспортом и гидрографическое
обеспечение судоходства»
всех форм обучения

Ведущий редактор О.В. Напалкова
Младший редактор Г.В. Деркач

Компьютерное редактирование
И.В. Леонова

Подписано в печать 29.07.2019 г.
Усл. печ. л. 2,8. Уч.-изд. л. 1,8.

Лицензия № 021350 от 28.06.99.

Печать офсетная.

Формат 60 х 90 1/16.

Заказ № 1463. Тираж 40 экз.

Доступ к архиву публикации и условия доступа к нему:
http://bgarf.ru/academy/biblioteka/elektronnyj-katalog/

БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»

Издательство БГАРФ,
член Издательско-полиграфической ассоциации высших учебных заведений
236029, Калининград, ул. Молодежная, 6.