Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

И. Е. Кажекин

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов заочной формы обучения, обучающихся в магистратуре по направлению подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2023

УДК 621.311

Рецензент:
кандидат технических наук, доцент кафедры энергетики
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет»
Н. В. Бочарова

Кажекин, И. Е.

Теория электромагнитного поля: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов заочной формы обучения магистратуры по направлению подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника / **И. Е. Кажекин.** – Калининград: ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 41 с.

Учебно-методическое пособие содержит методические материалы по изучению дисциплины, которые включают тематический план занятий, методические указания по выполнению студентами самостоятельной работы, вопросы для самостоятельного контроля по темам, оценочные средства и критерии оценивания.

Табл. 1, список литературы – 4 наименования

Локальный электронный методический материал. Учебно-методическое пособие. Рекомендовано к использованию в учебном процессе методической комиссией института морских технологий, энергетики и строительства 28.06.2023 г., протокол № 10

УДК 621.311

Содержание

Введение

Дисциплина «Теория электромагнитного поля» входит в состав основной профессиональной образовательной программы магистраты по направлению подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника по профилю «Электроснабжение».

Целью дисциплины является ознакомление обучающихся с фундаментальными основами технологических процессов и основных методов, применяемых при производстве электрического оборудования.

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия теории электромагнитного поля и законы электрических и магнитных цепей.

Уметь:

- проводить расчеты электромагнитных величин; использовать основные понятия электромагнетизма и теории электрических цепей;
- составлять схемы для электромагнитных цепей;
- объяснять основные принципы физики для электроэнергетики.

Владеть:

- навыками анализа электромагнитных полей;
- навыками исследования электротехнических устройств с использованием понятий электромагнитного поля.

Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства для текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания к лабораторным работам;
- задания к практическим работам.

Тестовые задания по дисциплине используются для текущего контроля освоения дисциплины. Тестирование студентов проводится на практических занятиях. Каждый вариант теста включает в себя 15 вопросов, на каждый из которых приведены четыре варианта ответа. Оценивание осуществляется по следующим критериям: «зачтено» – 50-100 % правильных ответов на заданные вопросы; «не зачтено» – менее 50 % правильных ответов.

В соответствии с учебным планом по дисциплине «Теория электромагнитного поля» у студентов заочной формы предусмотрено 4 часа лекционных занятий, на которых рассматриваются первые три темы. Остальные темы пособия изучаются студентами самостоятельно. Для лучшего освоения материала предусмотрено выполнение лабораторных работ. Перед каждой работой обучающиеся изучают задание и ход работы, после проверки первичных знаний по теме работы приступают к ее выполнению. Защита работы проводится либо на очередном лабораторном занятии, либо в часы индивидуальных или групповых консультаций преподавателя. Результаты защиты определяются по системе «зачтено / не зачтено» в соответствии с критериями, представленными в таблице 1.

Кроме того, по дисциплине «Теория электромагнитного поля» предусмотрено выполнение практических работ. Перед началом выполнения практической работы обучающиеся изучают задание и после методических указаний преподавателя приступают к его выполнению. Защита работы проводится либо на очередном практическом занятии, либо в часы индивидуальных или групповых консультаций преподавателя. Результаты защиты определяются по системе «зачтено / не зачтено» в соответствии с критериями, представленными в таблице 1.

Для студентов заочной формы обучения предусмотрено выполнение контрольной работы, по результатам чего выставляется «зачтено» при отсутствии ошибок в расчетах и «не зачтено» при их наличии.

Промежуточная аттестация в форме зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости. При необходимости (в случае не прохождения обучающимся всех видов текущего контроля) для промежуточной аттестации могут быть использованы контрольные вопросы по дисциплине. Результаты промежуточной аттестации определяются по системе «зачтено / не зачтено» в соответствии с критериями, представленными в таблице 1. Типовые контрольные вопросы представлены в приложении А.

Порядок и правила выставления оценки по дисциплине преподаватель сообщает обучающимся в начале учебного семестра.

Структура учебно-методического пособия включает тематический план дисциплины, содержание каждой темы дисциплины, указания для самостоятельной работы студентов, библиографический список. По каждой теме дисциплины в учебно-методическом пособии приводятся: ключевые вопросы темы, вопросы для самоконтроля по теме, тема практической работы, методические рекомендации для ее выполнения, пример выполнения практической работы, задание для самостоятельного выполнения, контрольные вопросы по практической работе.

Таблица 1 - Система и критерии оценивания

Система оценок / Критерий	«не зачтено»	«зачтено»		
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой)	обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полнотой знаний и системным взглядом на изучаемый объект
Работа с информацией	Не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи
Осмысление изучаемого явления, процесса, объекта	Не может делать корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задаче данные	В состоянии осуществлять систематический и корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи
Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

Тематический план занятий

Тема 1. Элементы теории поля

Предусмотрены занятия лекционного типа (лекции) и семинарского (практические занятия) типа.

Ключевые вопросы темы:

1. Основные соотношения векторной алгебры
2. Понятие поля. Скалярные и векторные поля
3. Понятие градиента функции
4. Дивергенция векторной функции
5. Ротор векторной функции
6. Оператор Гамильтона.

Методические материалы к лекционному занятию

При описании физических явлений часто используется понятие вектора, т.е. величины, характеризующейся не только числовым значением, но и направлением в пространстве. Примерами таких величин могут служить скорость движения материальной точки, сила, действующая на тело, ускорение и т.д.

Итак, вектором называется величина, характеризующаяся числовым значением и направлением. Введем следующее обозначение векторных величин:

$$\overline{a} = a \cdot \overline{1}_a,$$

где a – числовое значение векторной переменной, $\overline{1}_a$ – единичный вектор, направление которого совпадает с направлением вектора $\overline{a}$.

Величины, не имеющие направления, называются скалярами. Их примерами служат масса, энергия, сила электрического тока, электрический заряд, потенциал и т.д. Значение скалярной величины может быть изображено положительным либо отрицательным числом.

Любой вектор $\overline{a}$ может быть единственным образом разложен на сумму трех векторов, параллельных трем данным векторам $\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$:

$$\overline{a} = \alpha\overline{u} + \beta\overline{v} + \gamma\overline{w},$$

слагаемые $\alpha\overline{u}$, $\beta\overline{v}$, $\gamma\overline{w}$ называются компонентами вектора $\overline{a}$; векторы $\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$ образуют трехмерную координатную систему, а скаляры α, β и γ являются проекциями вектора $\overline{a}$ на соответствующие оси координатной системы. Векторы, параллельные одной плоскости, могут быть представлены в двумерной координатной системе в виде

$$\overline{a} = \alpha\overline{u} + \beta\overline{v},$$

где $\overline{u}$, $\overline{v}$ – два данных неколлинеарных вектора.

Каждый вектор можно разложить на сумму векторов, параллельных ортам $\overline{i}$, $\overline{j}$, $\overline{k}$

$$\overline{a} = a_x\overline{i} + a_y\overline{j} + a_z\overline{k},$$

скаляры a_x, a_y, a_z являются его проекциями на координатные оси $0x$, $0y$, $0z$ и называются прямоугольными декартовыми координатами вектора $\bar{a}$ в системе $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$:

$$a_x = a\cos(\bar{a}\hat{,}0x),\quad a_y = a\cos(\bar{a}\hat{,}0y),$$

$$a_z = a\cos(\bar{a}\hat{,}0z),\quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Сумма двух векторов, представленных в декартовой системе координат в виде, записывается следующим образом:

$$\bar{s} = \bar{a} + \bar{b},$$

при этом

$$s_x = a_x + b_x,\qquad s_y = a_y + b_y,\qquad s_z = a_z + b_z.$$

Аналогично, *разность* двух векторов имеет вид:

$$\bar{r} = \bar{a} - \bar{b},$$

$$r_x = a_x - b_x,\quad r_y = a_y - b_y,\qquad r_z = a_z - b_z.$$

Скалярным произведением векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется скаляр, определяемый равенством

$$\bar{a}\bar{b} = ab\cos(\bar{a}\hat{,}\bar{b}),$$

где a, b – длины соответствующих векторов, $\cos(\bar{a}\hat{,}\bar{b})$ – угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$, приведенными к общему началу. В декартовой системе координат $\bar{a}\bar{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

Векторным произведением векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ называется вектор $\bar{c}$, длина которого равна $ab\sin(\bar{a}\hat{,}\bar{b})$ и который направлен перпендикулярно плоскости векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ в такую сторону, чтобы три вектора $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ образовали правую тройку (т.е. чтобы после совмещения начал трех векторов кратчайший поворот от $\bar{a}$ к $\bar{b}$ казался наблюдателю, смотрящему с конца вектора $\bar{c}$, идущим против часовой стрелки (рис. 1.3). Таким образом,

$$\bar{c} = \bar{a}\times\bar{b} = ab\sin(\bar{a}\hat{,}\bar{b})\cdot\bar{1}_n = c\bar{n},$$

где $\bar{n} = \bar{1}_n$ – нормаль к плоскости векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$. В прямоугольных декартовых координатах

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\bar{i} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\bar{j} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\bar{k}.$$

Кроме декартовой координатной системы, широкое применение в теории поля получили цилиндрическая и сферическая системы координат.

Физическое поле – это любая физическая величина, которая может быть определена для каждой точки пространства. Другими словами, это область пространства, с каждой точкой которой связано значение некоторой физической величины. Примером физического поля может служить температура. В каждой точке пространства температура имеет определенное значение, т.е. в пространстве существует температурное поле, которое математически описывается в виде $T(x, y, z)$. Другим примером является электрическое поле, напряженность $\bar{E}$ которого также можно определить для каждой точки пространства.

Физическое поле – это физическая реальность. Так, электромагнитное поле – это особый вид материи, оно обладает энергией и переносит ее. В зависимости от исследуемой величины, характеризующей физическое поле, оно может описываться несколькими математическими полями.

Различают векторные и скалярные математические поля. Векторным полем называют область пространства, каждой точке которой отнесено значение некоторого вектора. Соответственно скалярным полем называют область пространства, каждой точке которой отнесено значение некоторого скаляра.

Одно и то же физическое поле, с математической точки зрения, может быть как скалярным, так и векторным. Например, электростатическое, магнитное и гравитационное поля являются скалярными, если их описывать энергией, распределенной в поле. Те же поля являются векторными, если их характеризовать силами, действующими в них, напряженностями и т. д. Таким образом, векторные и скалярные поля описывают различные свойства физического поля.

Поверхностью уровня некоторого скаляра φ называют поверхность, проходящую через точки, в которых значения скаляра одинаковы. В температурном поле поверхности уровня объединяют точки с одинаковой температурой и называются изотермическими поверхностями. В случае плоского (двумерного) поля используется понятие изотерм – линий, соединяющих точки с одинаковой температурой. В электрическом поле поверхности уровня называются эквипотенциальными, поскольку проходят через точки с равными потенциалами. На плоскости эквипотенциальные поверхности вырождаются в эквипотенциальные линии.

Вектор, численно равный скорости изменения скалярной функции и направленный по нормали к поверхности уровня в сторону возрастания скаляра φ, называется градиентом скаляра φ:

$$\operatorname{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial\bar{n}}\bar{n}.$$

Направление градиента $\bar{n}$ есть направление наиболее быстрого возрастания скаляра φ.

В декартовой системе координат:

$$\operatorname{grad}_x\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \qquad \operatorname{grad}_y\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \qquad \operatorname{grad}_z\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

$$\operatorname{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\bar{k},$$

$$\left|\operatorname{grad}\varphi\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}.$$

Потоком вектора $\bar{a}$ через бесконечно малую площадку dS называется величина

$$dN = a_n dS = a\cos(\bar{a}\,\hat{,}\,\bar{n})dS = \bar{a}\bar{n}dS = \bar{a}d\bar{S},$$

где $\bar{a}$ – постоянное значение вектора на площадке dS, a_n – его проекция на направление $\bar{n}$ (проекция вектора на нормаль). Условно считают, что элементарная площадка dS имеет направление, совпадающее с направлением нормали, $d\bar{S} = \bar{n}dS$.

Плотность потока вектора $\bar{a}$ называется дивергенцией $\bar{a}$:

$$\operatorname{div}\bar{a} = \lim_{\Delta V \to 0}\frac{\Delta N}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \to 0}\left(\oint\limits_{\Delta S}\bar{a}d\bar{S} \Big/ \Delta V\right) = \frac{dN}{dV}.$$

Другими словами, дивергенция вектора $\bar{a}$ в некоторой точке – это поток $\bar{a}$ на единицу объема, взятого в окрестности этой точки. Как видно из (1.9), дивергенция – это скаляр, следовательно, она образует скалярное поле. Выражение (1.9) является инвариантной записью дивергенции, т. е. записью, не зависящей от выбранной координатной системы. В декартовой системе координат дивергенция вектора $\bar{a}$ имеет вид:

$$\operatorname{div}\bar{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}.$$

Если в некоторой точке P поля $\operatorname{div}\bar{a} \neq 0$, в окрестности этой точки существует поток вектора $\bar{a}$. При этом, если $\operatorname{div}\bar{a} > 0$, в точке P находятся источники, или *истоки*, вектора $\bar{a}$, а его поток направлен из объема, взятого в окрестности данной точки. Если же $\operatorname{div}\bar{a} < 0$, в точке P расположены *стоки* вектора $\bar{a}$, а его поток направлен внутрь объема, взятого в окрестности указанной точки. Если же в точке P $\operatorname{div}\bar{a} = 0$, потока вектора $\bar{a}$ в ее окрестности не существует, а значит, в выделенном объеме нет ни источников, ни стоков вектора $\bar{a}$. Поле, во всех точках которого $\operatorname{div}\bar{a} = 0$, называется соленоидальным, т.е. не имеющим истоков. Численная величина $\operatorname{div}\bar{a}$ характеризует силу, или обильность, источников поля; в зависимости от знака дивергенции сила истоков может быть как положительной, так и отрицательной (сток – отрицательный исток поля).

Для упрощения записи и удобства применения операций градиента, дивергенции и ротора в векторном анализе используют символический дифференциальный оператор Гамильтона ∇ (набла), обладающий как свойствами дифференцирования, так и векторными свойствами. В декартовой системе координат оператор имеет вид:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial}{\partial z}\bar{k}.$$

В декартовой системе координат возможны следующие преобразования.

1) Умножение ∇ на скалярную функцию φ:

$$\nabla\varphi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial}{\partial z}\bar{k}\right)\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\bar{k} = \operatorname{grad}\varphi;$$

2) скалярное умножение ∇ на вектор $\bar{a}$:

$$\nabla\bar{a} = \nabla_x a_x + \nabla_y a_y + \nabla_z a_z = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = \operatorname{div}\bar{a};$$

3) векторное умножение ∇ на вектор $\bar{a}$:

$$\nabla\times\bar{a} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} = \operatorname{rot}\bar{a}.$$

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Что понимается под физическим полем?
2. Чем отличается векторное поле от скалярного?
3. Как определить, что поле является потенциальным?
4. В чем заключается физический смысл понятия ротора векторной функции?

Тема практической работы: построение силовых линий векторного поля.

Задание на практическое занятие

Найти силовые линии векторного поля, описываемого заданной функцией

Методические рекомендации к практическому занятию

Удобной геометрической характеристикой векторного поля F(Q) служат *векторные линии* – кривые, в каждой точке Q которых вектор F(Q) направлен по касательной к кривой. Векторные линии поля тяготения, электрического и магнитного полей называются *силовыми линиями*, а поля скоростей – линиями тока. Так, силовые линии электрического поля двух разноименных зарядов представляют собой кривые, начинающиеся на одном заряде и заканчивающиеся на другом. Силовые линии магнитного поля тока являются замкнутыми кривыми.

Пример выполнения

Дана функция $\boldsymbol{\bar{F} = x\bar{l} - 3z^2\bar{k}}$. Найти силовые линии данного векторного поля.

Решение: в данной задаче $Q = 0$, поэтому решается система:

$$\begin{matrix} dy = 0 \\ \dfrac{dx}{P} = \dfrac{dz}{R} \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} dy = 0 \\ \dfrac{dx}{x} = \dfrac{dz}{-3z^2} \end{cases} \qquad (1.1)$$

$$\int dy = \int 0 \qquad (1.2)$$

$y = C_1\ (C_1 = const) -$ семейство плоскостей, параллельных координатной плоскости XOZ

$$\frac{dx}{x} = \frac{dz}{-3z^2} \quad \rightarrow \quad \int \frac{dx}{x} = -\frac{1}{3}\cdot\int\frac{dz}{z^2} \qquad (1.3)$$

$$\int \frac{dz}{z^2} = -3 \cdot \int \frac{dx}{x} \quad \rightarrow \quad \frac{-1}{z} = -\frac{1}{3} \cdot (ln|x| + ln|C_2|) \tag{1.4}$$

$$z = \frac{3}{\ln{(xC_2)}} \tag{1.5}$$

Задание для самостоятельного выполнения

Таблица 1.1 – Варианты заданий

Номер варианта	Функция
1	$\boldsymbol{\overline{F} = x\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3z^2\overline{k}}$
2	$\boldsymbol{\overline{F} = xy\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3z^2\overline{k}}$
3	$\boldsymbol{\overline{F} = xz\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3z^2\overline{k}}$
4	$\boldsymbol{\overline{F} = x\bar{\imath} + xy\bar{\jmath} - 3z^2\overline{k}}$
5	$\boldsymbol{\overline{F} = x\bar{\imath} + zy\bar{\jmath} - 3z^2\overline{k}}$
6	$\boldsymbol{\overline{F} = x\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3xz^2\overline{k}}$
7	$\boldsymbol{\overline{F} = x\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3yz^2\overline{k}}$
8	$\boldsymbol{\overline{F} = x\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
9	$\boldsymbol{\overline{F} = x\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
10	$\boldsymbol{\overline{F} = x^2\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
11	$\boldsymbol{\overline{F} = x^3\bar{\imath} + y^3\bar{\jmath} - z^3\overline{k}}$
12	$\boldsymbol{\overline{F} = x^3\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
13	$\boldsymbol{\overline{F} = x^2\bar{\imath} + 3\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
14	$\boldsymbol{\overline{F} = x^2\bar{\imath} + y^3\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
15	$\boldsymbol{\overline{F} = x^2\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^3\overline{k}}$
16	$\boldsymbol{\overline{F} = x^4\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
17	$\boldsymbol{\overline{F} = x^2\bar{\imath} + y^{-1}\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
18	$\boldsymbol{\overline{F} = x^2\bar{\imath} + y^{-2}\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
19	$\boldsymbol{\overline{F} = x^{-2}\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^2\overline{k}}$
20	$\boldsymbol{\overline{F} = x^2\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^{-2}\overline{k}}$

Контрольные вопросы

1. Приведите физические примеры векторных полей.
2. В чем различие скалярного и векторного полей?
3. Приведите примеры скалярных полей.

Тема 2. Основные законы электромагнитного поля

Предусмотрены занятия лекционного типа (лекции) и семинарского (практические занятия) типа.

Ключевые вопросы темы:

1. Уравнения электромагнитного поля в интегральной форме
2. Теорема Гаусса (постулат Максвелла)
3. Принцип непрерывности линий магнитной индукции
4. Закон полного тока
5. Закон электромагнитной индукции
6. Уравнения Максвелла
7. Теорема Умова–Пойнтинга

Методические материалы к лекционному занятию

Электромагнитное поле – это особый вид материи. Всякая электрически заряженная частица окружена электромагнитным полем, составляющим с ней единое целое. Однако электромагнитное поле может существовать и в свободном, отделенном от заряженных частиц, состоянии в виде фотонов или электромагнитных волн, движущихся со скоростью, близкой к скорости света. Электромагнитному полю свойственно непрерывное распределение в пространстве, но вместе с тем оно обнаруживает и дискретную структуру в виде квантов излучения (фотонов).

Электромагнитное поле характеризуется наличием магнитного и электрического полей, связанных непрерывным взаимным превращением. Эти поля представляют собой две стороны единого электромагнитного поля, различные его проявления. Деление объективно существующего (независимо от наших наблюдений) электромагнитного поля на две его составляющие: поле электрическое и поле магнитное – относительно, т.е. зависит от условий, при которых осуществляется наблюдение электромагнитного поля с помощью тех или иных устройств.

Электромагнитное поле является носителем определенного количества энергии, которая способна преобразовываться в другие виды: химическую, тепловую, энергию механического движения.

Для характеристики электромагнитного поля в любых средах наряду с вектором напряженности $\bar{E}$ используют вектор электрического смещения, или электрической индукции, $\bar{D}$. Для однородных и изотропных сред $\bar{D}$ и $\bar{E}$ связаны следующим соотношением:

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \bar{E},$$

где $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды ($Ф/м$), ε_r – ее относительная диэлектрическая проницаемость, $\varepsilon_0 = 10^7 / 4\pi c^2 \approx 8.856 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Вектор электрического смещения не зависит от свойств среды.

Поток вектора электрической индукции (вектора электрического смещения) $\bar{D}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме свободных зарядов, расположенных в объеме, ограниченном этой поверхностью.

$$\oiint_S \bar{D}d\bar{S} = \sum_{k=1}^{n} Q_k = Q = \int_V \rho dV,$$

где Q_k – k-й дискретный свободный заряд, расположенный внутри объема; Q – полный (суммарный) свободный заряд внутри объема; ρ – объемная плотность свободного заряда.

Если поток вектора $\bar{D}$ через замкнутую поверхность S не равен нулю, то внутри объема, ограниченного этой поверхностью, заключены источники данного вектора. Иными словами, источниками вектора $\bar{D}$ являются свободные заряды. Если зарядов внутри поверхности нет, то поток вектора $\bar{D}$ сквозь такую поверхность равен нулю.

Линии вектора электрической индукции $\bar{D}$ связаны со свободными зарядами. Они начинаются на свободных зарядах и заканчиваются на них.

Поток вектора магнитной индукции $\bar{B}$ сквозь любую замкнутую поверхность S равен нулю:

$$\oiint_S \bar{B}d\bar{S} = 0$$

где для однородных изотропных сред

$$\bar{B} = \mu_a \bar{H}$$

$\bar{H}$ – напряженность магнитного поля; $\mu_a = \mu_r \mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость среды; μ_r – относительная магнитная проницаемость среды; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Линии вектора магнитной индукции всюду непрерывны и замкнуты. Не существует источников вектора $\bar{B}$, т.е. не существует магнитных зарядов. Под магнитным зарядом подразумевают магнитный монополь Дирака, т.е. отдельный, самостоятельно существующий "северный" или "южный" полюс (магнит).

Закон полного тока устанавливает связь между электрическим током и напряженностью магнитного поля и формулируется следующим образом.

Циркуляция напряженности магнитного поля по любому замкнутому контуру равна полному току сквозь поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\oint_L \bar{H}d\bar{l} = i$$

Закон электромагнитной индукции, или закон Фарадея, формулируется следующим образом.

Электродвижущая сила, возникающая в контуре при изменении магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром, равна скорости изменения потока, взятой со знаком "минус", т.е.

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

где электродвижущая сила определяется как

$$e = \oint_L \bar{E}\, d\bar{l}$$

магнитный поток записывается в виде

$$\Phi = \int_S \bar{B}\, d\bar{S}.$$

Закон электромагнитной индукции определяет связь электрического поля с изменяющимся во времени магнитным полем.

Запишем все законы электромагнитного поля в дифференциальной форме в единую систему уравнений, называемой системой уравнений Максвелла:

$$\left.\begin{aligned}
&\operatorname{rot}\bar{H} = \bar{J} = \bar{J}_{\text{пр}} + \bar{J}_{\text{пер}} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t};\\
&\operatorname{rot}\bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t};\\
&\operatorname{div}\bar{B} = 0;\\
&\operatorname{div}\bar{D} = \rho.
\end{aligned}\right\}$$

Система уравнений Максвелла, наиболее полно и точно (насколько это известно) описывающих все проявления электромагнитного поля, в них заключена вся электродинамика.

Наряду с уравнениями Максвелла большое значение в электродинамике имеет теорема Умова-Пойнтинга, математически выражающая закон сохранения энергии в электромагнитном поле. Она показывает взаимосвязь изменения энергии в каком-либо объеме с потоком энергии через поверхность, ограничивающую этот объем. Теорема представляет собой своеобразное уравнение энергетического баланса в теории поля подобно уравнению баланса мощностей в электрических цепях.

Векторное произведение $\bar{E}\times\bar{H}$ можно обозначить через $\bar{\Pi}$. Вектор $\bar{\Pi}$ называют вектором Пойнтинга, он одновременно характеризует электрическое и магнитное поля и имеет размерность поверхностной плотности мощности – $\text{ВА}/\text{м}^2$. Вектор Пойнтинга образует с векторами $\bar{E}$ и $\bar{H}$ правую тройку, или правоходовую систему.

$$-\oint_S \bar{\Pi}\, d\bar{S} = \frac{\partial W_{\text{эм}}}{\partial t} + \int_V \gamma E^2 dV.$$

Полученное выражение называется теоремой Умова–Пойнтинга. Здесь $\frac{\partial W_{\text{эм}}}{\partial t}$ – скорость изменения запаса электромагнитной энергии в объеме V, или мощность, затрачиваемая на изменение энергии электромагнитного поля в этом объеме (если $\frac{\partial W_{\text{эм}}}{\partial t} > 0$, электромагнитная энергия внутри объема увеличивается); $\int_V \gamma E^2 dV$ – мощность тепловых потерь в объеме V, где $p_{\text{д}} = \gamma E^2$ – количество электромагнитной энергии, переходящей в единицу времени в тепловую энергию в каждой точке пространства, т. е. мощность тепловых потерь в каждой точке пространства (закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме); $\oiint_S \bar{\Pi} d\bar{S} = \oiint_S (\bar{E} \times \bar{H}) d\bar{S}$ – поток вектора Пойнтинга сквозь поверхность S, равный мощности потока энергии электромагнитного поля, или мощности излучения, сквозь замкнутую поверхность S, ограничивающую объем V.

Теорема Умова–Пойнтинга формулируется следующим образом: поток вектора Пойнтинга, входящий в некоторый объем V, ограниченный замкнутой поверхностью S, равен сумме двух мощностей, одна из которых идет на изменение энергии электромагнитного поля, а другая представляет собой мощность тепловых потерь внутри объема V. Таким образом, теорема Умова–Пойнтинга является уравнением баланса мощностей для выделенного объема V.

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Запишите уравнения электромагнитного поля в интегральной форме .
2. В чем заключается теорема Гаусса (постулат Максвелла?
3. В чем заключается принцип непрерывности линий магнитной индукции?
4. Запишите уравнения Максвелла.
5. В чем заключается теорема Умова–Пойнтинга?

Тема практической работы: исследование характера поля

Задание на практическое занятие

Определить, является ли заданное поле потенциальным; если да, то найти его потенциалы.

Методические рекомендации к практическому занятию

Векторное поле $\bar{F}(x; y; z) = P(x; y; z)\bar{\imath} + Q(x; y; z)\bar{\jmath} + R(x; y; z)\bar{k}$ является потенциальным, если оно представляет собой поле градиентов некоторого скалярного поля $u = u(x; y; z)$. Функцию $u = u(x; y; z)$ называют потенциальной функцией или просто потенциалом. В любой точке потенциального поля $\bar{F}$ его ротор равен нулю: $rot\bar{F} = 0$, а точнее, нулевому вектору. Потенциальное поле также называют безвихревым полем.

Пример выполнения

Дано поле, описываемое функцией $\boldsymbol{\bar{F} = x\bar{\imath} + (x + xz)\bar{\jmath} - 3zy^2\bar{k}}$. Определить, является ли это поле вихревым.

Решение:

Необходимо определить роторную функцию или – ротор данного поля:

$$rot\bar{F} = (\frac{dR}{dy} - \frac{dQ}{dz})\bar{\imath} + \left(\frac{dP}{dz} - \frac{dR}{dx}\right)\bar{\jmath} + \left(\frac{dQ}{dx} - \frac{dP}{dy}\right)\bar{k} \qquad (2.1)$$

Для удобства выписываются компоненты поля:

$$P = x; Q = x + xz; R = -3zy^2 \quad (2.2)$$

Начнём находить их частные производные – их удобно «перебирать» в «роторном» порядке, слева направо:

$$\begin{array}{ll} \frac{dR}{dy} = -3z \cdot 2y & \frac{dQ}{dz} = x \\ \frac{dP}{dz} = 0 & \frac{dR}{dx} = 0 \\ \frac{dQ}{dx} = 1 + z & \frac{dP}{dy} = 0 \end{array} \quad (2.3)$$

Таким образом: $rot\bar{F} \neq 0,$ следовательно, поле $\bar{F}$ не потенциально.

Задание для самостоятельного выполнения

Таблица 2.1 – Варианты заданий

Номер варианта	Функция
1	$\boldsymbol{\bar{F} = x\bar{\imath} + (xyz)\bar{\jmath} - 3zy^2\bar{k}}$
2	$\boldsymbol{\bar{F} = xy\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3z^2\bar{k}}$
3	$\boldsymbol{\bar{F} = xz\bar{\imath} + xyz\bar{\jmath} - 3z^2\bar{k}}$
4	$\boldsymbol{\bar{F} = (x + xz)\bar{\imath} + xy\bar{\jmath} + zy^2\bar{k}}$
5	$\boldsymbol{\bar{F} = (x - xz)\bar{\imath} + zy\bar{\jmath} - 3z^2\bar{k}}$
6	$\boldsymbol{\bar{F} = x\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3xz^2\bar{k}}$
7	$\boldsymbol{\bar{F} = x\bar{\imath} + y\bar{\jmath} - 3yz^2\bar{k}}$
8	$\boldsymbol{\bar{F} = (y + xz)\bar{\imath} + y\bar{\jmath} + z^2\bar{k}}$
9	$\boldsymbol{\bar{F} = x\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^2\bar{k}}$
10	$\boldsymbol{\bar{F} = x^2\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} + z^2\bar{k}}$
11	$\boldsymbol{\bar{F} = x^3\bar{\imath} - y^3\bar{\jmath} - z^3\bar{k}}$
12	$\boldsymbol{\bar{F} = x^3\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} + zxy^2\bar{k}}$
13	$\boldsymbol{\bar{F} = (x + z)^2\bar{\imath} + 3xy\bar{\jmath} + z^2\bar{k}}$
14	$\boldsymbol{\bar{F} = x^2\bar{\imath} + xy^3\bar{\jmath} - z^2\bar{k}}$
15	$\boldsymbol{\bar{F} = x^2\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - z^3\bar{k}}$
16	$\boldsymbol{\bar{F} = x^4\bar{\imath} + y^2\bar{\jmath} - y^2z^2\bar{k}}$

Продолжение таблицы 2.1.

17	$\bar{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{x}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{xz})^2\bar{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{y}^{-1}\bar{\boldsymbol{\jmath}} - \boldsymbol{z}^2\bar{\boldsymbol{k}}$
18	$\bar{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{x}^2\bar{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{xzy}^{-2}\bar{\boldsymbol{\jmath}} - \boldsymbol{z}^2\bar{\boldsymbol{k}}$
19	$\bar{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{x}^{-2}\bar{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{y}^2\bar{\boldsymbol{\jmath}} - \boldsymbol{z}^2\bar{\boldsymbol{k}}$
20	$\bar{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{x}^2\bar{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{y}^2\bar{\boldsymbol{\jmath}} - \boldsymbol{z}^{-2}\bar{\boldsymbol{k}}$

Контрольные вопросы

1. Как определить, является ли данное поле вихревым?
2. Каков физический смысл ротора функции?
3. Как выразить ротор функции через определитель матрицы?

Тема 3. Электростатическое поле

Предусмотрены занятия лекционного типа (лекции) и семинарского (практические занятия) типа.

Ключевые вопросы темы:

1. Уравнения Максвелла для электростатического поля.
2. Закон Кулона. Принцип наложения
3. Напряженность поля для непрерывного распределения заряда
4. Электрический потенциал. Электрическое напряжение
5. Уравнения Пуассона и Лапласа
6. Поляризация вещества. Вектор поляризации
7. Проводники в электростатическом поле.

Методические материалы к лекционному занятию

Частным случаем электромагнитного поля является поле электростатическое. Электростатическое поле – это поле, не изменяющееся во времени, оно создается неподвижными электрическими зарядами.

Закон Кулона: между двумя покоящимися точечными зарядами действует сила, прямо пропорциональная произведению зарядов и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними. Сила направлена по прямой от одного заряда к другому.

$$\bar{F}_1 = k\frac{Q_1Q_2}{r^2}\bar{1}_r = -\bar{F}_2,$$

где $\bar{F}_1$ – сила, действующая на заряд Q_2; $\bar{F}_2$ – сила, действующая на заряд Q_1, $\bar{F}_2$ равна и противоположна $\bar{F}_1$; $\bar{1}_r$ – единичный вектор, направленный по прямой от одного заряда к другому; r – расстояние между зарядами; k – коэффициент пропорциональности, в системе СИ $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 10^{-7}\cdot C^2 = 9\cdot 10^9$ м^2/с^2.

Закон Кулона справедлив только для точечных неподвижных заряженных тел или для тел, которые с определенными допущениями можно рассматривать как точечные, например, когда расстояние между заряженными телами столь велико, что их форма не влияет на силу взаимодействия.

В случае, когда поле создается не двумя, а большим количеством зарядов, закон Кулона дополняется принципом наложения, или суперпозиции.

Принцип наложения (суперпозиции): если поле создается несколькими точечными зарядами, то общая напряженность электрического поля в любой точке равна геометрической сумме напряженностей от каждого заряда в отдельности,

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \ldots + \bar{E}_n = \sum_{k=1}^{n}\bar{E}_k,$$

где $\bar{E}_1, \bar{E}_2, \ldots, \bar{E}_n$ – напряженности в заданной точке, возбуждаемые точечными зарядами $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$. Длина вектора $\bar{E}_k$ определяется по формуле

$$E_k = \frac{Q_k}{4\pi\varepsilon_a r_k^2}.$$

При решении задач электростатики часто бывает удобно игнорировать тот факт, что заряды всегда существуют в виде отдельных "кусочков", таких как электроны, протоны и т. п., и считать, что они "размазаны", или распределены непрерывно.

Распределение заряда характеризуется его плотностью. В зависимости от того, как заряд распределен, различают понятия объемной (ρ), поверхностной (σ) и линейной (τ) плотностей заряда:

$$\rho = \frac{dQ}{dV}, \qquad \sigma = \frac{dQ}{dS}, \qquad \tau = \frac{dQ}{dl}.$$

Следовательно,

$$Q = \int_V \rho dV, \qquad Q = \int_S \sigma dS, \qquad Q = \int_l \tau dl.$$

Разбив объем V, поверхность S и линию l на соответствующие элементы dV, dS и dl, можно определить величину заряда для каждого элемента. Тогда

для объемного распределения заряда

$$dQ = \rho dV,$$

для его поверхностного распределения

$$dQ = \sigma dS,$$

и, наконец, для линейного распределения заряда

$$dQ = \tau dl.$$

Заряд dQ можно считать точечным как бесконечно малый заряд. Применяя закон Кулона (4.4) для точечного заряда dQ, запишем

$$d\bar{E} = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_a r^2}\bar{1}_r.$$

Это выражение определяет напряженность поля в любой точке, расположенной на расстоянии r от элементарного заряда dQ.

Для нахождения напряженности в заданной точке пространства от всего распределения заряда необходимо применить принцип наложения (суперпозиции), т. е. просуммировать все $d\bar{E}$. Поскольку для непрерывного распределения сумма переходит в интеграл,

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon_a r^2}\bar{1}_r$$

– для объемного распределения заряда,

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{\sigma dS}{\varepsilon_a r^2}\bar{1}_r$$

– для поверхностного распределения и

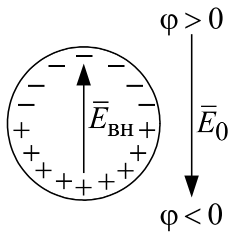
$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi}\int_l \frac{\tau dl}{\varepsilon_a r^2}\bar{1}_r$$

– для линейного распределения заряда.

Проводник электричества – это твердое или жидкообразное (жидкость) тело, в котором имеется большое количество свободных зарядов (в твердом теле – это электроны, в жидком – ионы).

Электроны в веществе могут двигаться свободно (хаотическое движение), но не могут покидать поверхности тела. В проводнике (металле) так много свободных электронов, что под действием всякого электрического поля возникает упорядоченное направленное движение многих из них, т.е. возникает электрический ток. Ток электронов должен непрерывно поддерживать свое существование за счет внешних источников энергии, иначе движение электронов прекратится, как только они разрядят источники, создавшие поле. В условиях электростатики, при отсутствии постоянных источников, электроны в проводнике движутся только до тех пор, пока не расположатся таким образом, что повсюду внутри проводника возникнет нулевое электрическое поле. Как правило, это происходит в считанные доли секунды. Следует подчеркнуть, что возможно только такое электростатическое решение, когда поле всюду внутри проводника равно нулю.

При помещении твердого проводящего тела (проводящего шара) в однородное электростатическое поле $\bar{E}_0$ примерная картина расположения зарядов на поверхности шара будет выглядеть следующим образом.



$$E_0 = E_{вн},$$
$$\bar{E} = \bar{E}_0 + \bar{E}_{вн},$$
$$E = E_0 - E_{вн} = 0.$$

Рисунок 3.1 – Картина распределения зарядов в проводящем теле, находящемся в электростатическом поле

На поверхности тела, обращенной в сторону более высокого потенциала $\varphi > 0$, скапливаются отрицательные заряды, а на противоположной стороне $\varphi < 0$ – положительные. Внутри проводника возникает поле $\bar{E}_{вн}$, уравновешивающее внешнее электростатическое поле $\bar{E}_0$, вследствие чего результирующее поле внутри шара $\bar{E}$ равно нулю. Хотя сумма зарядов тела равна нулю, заряды, выступившие на его поверхность, оказывают существенное влияние на поле вне проводника. Если проводящее тело произвольной формы зарядить положительно, заряды на его поверхности распределятся таким образом, что поле внутри проводника $\bar{E}$ будет равно нулю, а вне тела возникнет электростатическое поле $\bar{E}_{внеш}$. Итак, никакое статическое распределение зарядов снаружи не создает поля внутри проводника.

Поле внутри проводящего тела ($\bar{E} = 0$) описывается следующим образом.

$$\bar{E} = -\operatorname{grad}\varphi = -\bar{n}\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0,$$

Следовательно, $\varphi = \mathrm{const}$.

Таким образом, потенциал φ внутри проводника от точки к точке не изменяется, т.е. любой проводник – это эквипотенциальная область, и его поверхность является эквипотенциальной. Электрическое поле возле поверхности проводника не имеет тангенциальной составляющей, т.е. поле направлено по нормали к его поверхности. Этот вывод очевиден и с математической ($\bar{E} = -\operatorname{grad}\varphi$), и с физической точек зрения. Действительно, касательная составляющая напряженности поля привела бы в движение заряды, расположенные на поверхности проводящего тела (возник бы электрический ток по поверхности), что уже не является случаем электростатического поля (поля неподвижных зарядов).

Поскольку в проводящем материале электрическое поле всюду равно нулю, то

$$\operatorname{div}\bar{E} = 0,$$

и в соответствии с теоремой Гаусса плотность свободного заряда внутри проводника обращается в нуль, $\rho = 0$. Таким образом, все заряды находятся на поверхности проводящего тела в узком слое толщиной в один – два атома.

Внутри сплошного проводника и в полом проводящем теле электрического поля нет, внутри проводящей сетки (сетчатый экран) поле также равно нулю. Если полый проводник заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т.е. полость внутри проводника будет полностью изолирована от влияния внешних электростатических полей. На этом принципе основана электростатическая защита (экранирование) электрического оборудования от влияния внешних полей.

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Записать уравнения Максвелла для электростатического поля.
2. Описать закон Кулона.
3. В чем заключается принцип наложения?
4. Что такое электрический потенциал?
5. Записать уравнения Пуассона и Лапласа.
6. В чем заключается поляризация вещества?

Тема практической работы. Электрическое поле пластин.

Задание на практическое занятие

Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\boldsymbol{\sigma_1}$ и $\boldsymbol{\sigma_2}$ (Рисунок 3.2). Определить напряженность E поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

Методические рекомендации к практическому занятию

Однородное электростатическое поле изображается параллельными силовыми линиями на равном расстоянии друг от друга. Линии напряженности точечного заряда исходят из положительного заряда и уходят в бесконечность; и из бесконечности входят в отрицательный заряд. Для системы зарядов силовые линии направлены от положительного заряда к отрицательному.

Пример выполнения

Поле создается двумя бесконечными параллельными положительно заряженными пластинами с равнораспределенными зарядами σ_1 и σ_2. Определить напряженность внутри пластин, за ними и построить график напряженности.

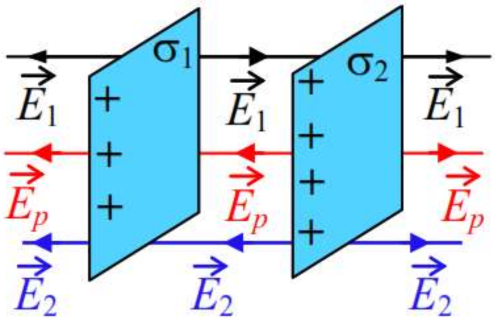


Рисунок 3.2 – Электрическое поле, созданное двумя параллельными пластинами

Решение

Напряжённость электростатического поля из теоремы Остроградского-Гаусса:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{3.1}$$

где σ – поверхностная плотность заряда; ε_0 = 8,856·10^{-12} Ф/м – электрическая постоянная.

1) Напряжённость поля слева от пластин:

$$E_I = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \tag{3.2}$$

2) Напряжённость поля справа от пластин:

$$E_{II} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} \tag{3.3}$$

3) Напряжённость поля между пластинами:

$$E_{III} = \left(\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right) \tag{3.4}$$

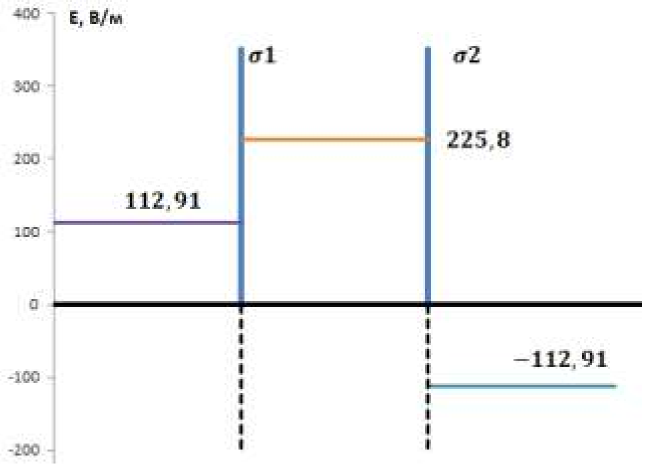


Рисунок 3.3. – Пример графика изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам

Задание для самостоятельного выполнения

Поле создается двумя бесконечными параллельными положительно заряженными пластинами с равнораспределенными зарядами σ_1 и σ_2. Определить напряженность внутри пластин, за ними и построить график напряженности согласно вариантам из таблицы 3.1.

Таблица 3.1 – Варианты заданий

Номер варианта	σ_1, нКл/м^2	σ_2, нКл/м^2
1	1	3
2	1	4
3	2	5
4	2	6
5	2	3
6	3	4
7	3	5
8	3	6
9	3	7
10	4	4.5
11	4	5
12	4	6
13	4	7
14	4	8
15	5	5.5
16	5	6
17	5	7
18	5	8
19	5	9
20	5	10

Контрольные вопросы

1. Что такое поток вектора?
2. Дать определение теореме Остроградского-Гаусса.

Тема 4. Граничные условия в электростатическом поле

Предусмотрены занятия лекционного типа (лекции).

Ключевые вопросы темы:

1. Первое граничное условие
2. Второе граничное условие
3. Граничное условие для вектора поляризации.
4. Определение плотности связанных зарядов
5. Граничные условия для потенциала
6. Теорема единственности решения
7. Электрическая емкость

Методические материалы к лекционному занятию

Уравнения, описывающие электростатическое поле в произвольной безграничной среде, может быть сведено в единую систему:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{rot}\bar{E} = 0; \\ &\operatorname{div}\bar{D} = \rho; \\ &\operatorname{div}\bar{P} = -\rho_{\text{связ}}. \end{aligned}\right\}$$

С математической точки зрения "безграничность" среды означает, что указанные уравнения справедливы в области непрерывности входящих в них функций. В реальных условиях электрические явления протекают в ограниченных средах, т.е. на практике имеются границы раздела сред с разными электрическими свойствами, на которых функции, входящие в уравнения, терпят разрыв.

Первое граничное условие – это математическая запись второго уравнения системы на поверхности раздела сред с разными электрическими свойствами:

$$\operatorname{Div}\bar{D} = \sigma,$$

где σ – поверхностная плотность свободного заряда, $\operatorname{Div}\bar{D}$ – поверхностная дивергенция, согласно

$$\operatorname{Div}\bar{D} = \left(\bar{D}_1 - \bar{D}_2\right)\bar{n} = D_{1n} - D_{2n},$$

где $\bar{D}_1$, $\bar{D}_2$ – вектора электрической индукции в средах с относительными диэлектрическими проницаемостями ε_{r1} и ε_{r2} соответственно; D_{1n}, D_{2n} – проекции соответствующих векторов на нормаль $\bar{n}$ к поверхности раздела двух сред. $\bar{D}_{1n} = D_{1n}\bar{n}$, $\bar{D}_{2n} = D_{2n}\bar{n}$ – нормальные составляющие векторов $\bar{D}_1$ и $\bar{D}_2$; $\bar{D}_{1t} = D_{1t}\bar{1}_t$, $\bar{D}_{2t} = D_{2t}\bar{1}_t$ – их тангенциальные составляющие, D_{1t}, D_{2t} – проекции векторов $\bar{D}_1$ и $\bar{D}_2$ на касательную $\bar{1}_t$, направленную вдоль границы раздела сред.

Второе граничное условие – это математическая запись первого уравнения системы на поверхности (границе) раздела сред с разными электрическими свойствами:

$$\mathrm{Rot}\,\bar{E} = 0,$$

где $\mathrm{Rot}\,\bar{E}$ – поверхностный ротор.

Согласно векторному анализу поверхностный ротор равен:

$$\mathrm{Rot}\,\bar{E} = \bar{n} \times \left(\bar{E}_1 - \bar{E}_2\right) = \bar{E}_{1t} - \bar{E}_{2t},$$

и соотношение примет вид:

$$\bar{E}_{1t} - \bar{E}_{2t} = 0,$$

или

$$\bar{E}_{1t} = \bar{E}_{2t}, \qquad E_{1t} = E_{2t}.$$

Таким образом, на границе раздела двух непроводящих сред (диэлектриков) тангенциальные составляющие вектора напряженности поля $\bar{E}$.

На границе раздела "проводник – диэлектрик", в частном случае, $\bar{E}_2 = 0$, следовательно, $\bar{E}_{2t} = 0$. Тогда:

$$\bar{E}_{1t} = \bar{E}_{2t} = 0,$$

т.е. тангенциальная составляющая вектора $\bar{E}$ на поверхности проводника равна нулю. Электрическое поле (вектор $\bar{E}$) направлено по нормали к поверхности проводника:

$$\bar{E}_1 = \bar{E}_{1n} = E_{1n}\bar{n}.$$

Граничное условие для вектора поляризации представляет собой математическую запись третьего уравнения системы на поверхности (границе) раздела сред с разными электрическими свойствами:

$$\mathrm{Div}\,\bar{P} = -\sigma_{\text{связ}},$$

где $\sigma_{\text{связ}}$ – поверхностная плотность связанного заряда.

Выражая поверхностную дивергенцию вектора $\bar{P}$ через его нормальные проекции P_{1n} и P_{2n} в первой и второй средах соответственно, получим:

$$\mathrm{Div}\,\bar{P} = P_{1n} - P_{2n} = -\sigma_{\text{связ}}.$$

Последнее соотношение можно представить в виде:

$$\sigma_{\text{связ}} = -\left(P_{1n} - P_{2n}\right).$$

Итак, плотность связанного заряда равна взятой со знаком "минус" разности нормальных проекций вектора поляризации в первой (ε_{r1}) и второй (ε_{r2}) средах.

Граничные условия для потенциала следуют из первого и второго граничных условий для напряженности электрического поля.

$$\bar{E}_{1t} = -\left|\mathrm{grad}\,\varphi_1\right|_{1_t}\bar{1}_t = -\frac{\partial\varphi_1}{\partial l}\bar{1}_t, \qquad \bar{E}_{2t} = -\left|\mathrm{grad}\,\varphi_2\right|_{1_t}\bar{1}_t = -\frac{\partial\varphi_2}{\partial l}\bar{1}_t.$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial l} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial l},$$

откуда следует, что

$$\varphi_1 = \varphi_2 .$$

Поскольку потенциал есть энергия (работа), затраченная полем, а энергия скачком изменяться не может (закон природы), следовательно, потенциал должен быть непрерывен в любых точках поля, в том числе и на границе раздела сред.

Второе граничное условие для потенциала есть запись первого граничного условия через потенциальную функцию. Для случая $\sigma = 0$:

$$\varepsilon_{r1} E_{1n} = \varepsilon_{r2} E_{2n} .$$

Представляя нормальные составляющие напряженности поля на границе раздела двух сред в виде:

$$\bar{E}_{1n} = -\left|\mathrm{grad}\,\varphi_1\right|_n \bar{n} = -\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}\bar{n} , \qquad \bar{E}_{2n} = -\left|\mathrm{grad}\,\varphi_2\right|_n \bar{n} = -\frac{\partial \varphi_2}{\partial n}\bar{n} ,$$

можно получить:

$$\varepsilon_{r1}\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \varepsilon_{r2}\frac{\partial \varphi_2}{\partial n} .$$

Это соотношение называется вторым граничным условием для потенциала.

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. В чем заключаются особенности расчетов электрических полей с учетом граничных условий?
2. Как формулируется первое граничное условие?
3. Как формулируется второе граничное условие?
4. Что такое связанные заряды?
5. Сформулируйте теорему единственности решения.

Тема 5. Методы расчета электростатических полей

Предусмотрены занятия лекционного типа (лекции).

Ключевые вопросы темы:

1. Поле заряженной оси
2. Метод наложения. Поле двух параллельных разноименно заряженных осей
3. Расчет электрической емкости

Методические материалы к лекционному занятию

В зависимости от исходных данных и искомых величин задачи электростатики могут быть разделены на три типа.

1. Задачи первого типа: по заданному распределению потенциала в пространстве $\varphi(\bar{r})$ найти распределение свободных зарядов, возбудивших электрическое поле. Такого типа задачи можно решить при помощи уравнения Пуассона.

2. Задачи второго типа: задан закон распределения свободных зарядов в пространстве в функции координат $\rho(\bar{r})$. Найти закон изменения потенциала $\varphi(\bar{r})$. Такая задача является обратной к первой, но значительно сложнее. Принципиально она состоит в решении дифференциального уравнения второго порядка в частных производных. На практике задачи первого и второго типов встречаются редко.

3. Задачи третьего типа: известны потенциалы (или заряды) и геометрия тел, создающих поле. Требуется найти закон изменения $\bar{E}$ или φ во всех точках поля.

Наиболее общим методом расчета полей в задачах второго и третьего типов является метод интегрирования уравнений поля. Однако в ряде случаев можно использовать частные методы, которые позволяют проще и быстрее решить задачу в поставленных условиях. К таким методам относятся: метод наложения, метод изображений, графический метод, применение теоремы Гаусса и др. При решении некоторых задач используются два и более метода одновременно. Далее рассмотрим некоторые из частных методов решения.

При исследовании поля двух заряженных осей применяется метод наложения (принцип суперпозиции): зная поле одной оси, находят поле двух заряженных осей.

Одной из задач теории поля является расчет параметров устройств и систем, т.е. определение сопротивлений, индуктивностей и емкостей, которые в дальнейшем используют при расчетах методами теории цепей.

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Описать поле заряженной оси.
2. В чем заключается суть метода наложения?
3. Как осуществляется расчет электрической емкости?

Тема 6. Метод зеркальных изображений. Задачи Сирла. Распределение потенциалов и зарядов в системе проводящих тел.

Предусмотрены занятия лекционного типа (лекции).

Ключевые вопросы темы:

1. Поле заряженной оси, расположенной над плоской границей раздела двух диэлектриков.
2. Поле заряженной оси, расположенной вблизи проводящей плоскости.
3. Потенциальные коэффициенты. Первая группа формул Максвелла
4. Емкостные коэффициенты. Вторая группа формул Максвелла
5. Частичные емкости. Третья группа формул Максвелла

Методические материалы к лекционному занятию

Задачи по расчету электрических полей над границей раздела двух диэлектриков называют задачами Сирла. Задачи, решаемые методом зеркальных изображений, являются частным случаем задач Сирла, когда относительная диэлектрическая проницаемость одного из диэлектриков стремится к бесконечности (он является проводником). Математическим обоснованием метода Сирла, как и метода изображений, является теорема единственности.

Над плоской границей раздела двух диэлектриков с относительными диэлектрическими проницаемостями ε_{r1} и ε_{r2} соответственно находится положительно заряженная ось, заряд на единицу длины которой равен τ_1. Ось находится в диэлектрике с относительной диэлектрической проницаемостью ε_{r1} на расстоянии h от границы раздела. Требуется определить напряженности электрических полей в двух средах (точки A и B), а также поверхностную плотность индуцированного заряда в точке M, лежащей на границе раздела двух сред с разными электрическими свойствами.

Надо найти поле в двух средах. Само поле создается свободным зарядом τ_1, связанными зарядами, возникающими вокруг него в диэлектрике с относительной диэлектрической проницаемостью ε_{r1}, а также поверхностным связанным зарядом, индуцированным на границе раздела двух сред. Метод зеркальных изображений здесь не применим, так как граница раздела не является эквипотенциальной (проводящей) поверхностью. Сирл предложил следующий путь решения. Поскольку основная трудность расчета такого поля связана с возникновением связанных зарядов на границе раздела, причиной чего является неоднородность среды (в однородной среде эти заряды не индуцируются), от неоднородности следует избавиться, рассмотрев несколько эквивалентных задач о поле в безграничной среде. Эквивалентные задачи должны формулироваться на основе теоремы единственности решения, исходя из условий:

1) эквивалентные задачи должны быть электростатическими, поскольку все задачи электростатики описываются одинаковыми уравнениями поля;

2) граничные условия в исходной задаче и эквивалентных должны быть одинаковы.

При переходе к эквивалентным задачам следует использовать следующее правило. В области, где рассчитывается поле, никаких изменений производить нельзя, т.е. положение, количество и величины зарядов, принадлежащих этой области, должны оставаться неизменными. В область за границей раздела (другую область) вводят дополнительные фиктивные заряды так, чтобы граничные условия исходной задачи не изменялись.

Выражения для потенциалов других проводов запишем в следующей форме:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \tau_1\alpha_{11} + \tau_2\alpha_{12} + \ldots + \tau_n\alpha_{1n};\\ \varphi_2 &= \tau_1\alpha_{21} + \tau_2\alpha_{22} + \ldots + \tau_n\alpha_{2n};\\ &\ldots\\ \varphi_k &= \tau_1\alpha_{k1} + \tau_2\alpha_{k2} + \ldots + \tau_n\alpha_{kn};\\ &\ldots\\ \varphi_n &= \tau_1\alpha_{n1} + \tau_2\alpha_{n2} + \ldots + \tau_n\alpha_{nn}. \end{aligned}\right\}$$

Эту систему уравнений принято называть первой группой формул Максвелла (не следует смешивать с первым уравнением Максвелла). Первая группа формул Максвелла позволяет определить потенциалы проводов через их заряды.

Коэффициенты α называют потенциальными, при этом α_{kk} называют собственными коэффициентами, α_{km} – взаимными. Размерность α равна единице длины, поделенной на фарад. Так как у всех коэффициентов α под знаком логарифма стоит дробь, числитель которой всегда больше знаменателя, все они являются положительными.

На практике может встретиться обратная рассмотренной задача: по известным потенциалам тел определить их заряды. Для решения подобной задачи преобразуем полученную ранее систему уравнений относительно зарядов, полагая потенциалы φ_k и коэффициенты α известными:

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &= \varphi_1\beta_{11} + \varphi_2\beta_{12} + \ldots + \varphi_n\beta_{1n};\\ &\ldots\\ \tau_k &= \varphi_1\beta_{k1} + \varphi_2\beta_{k2} + \ldots + \varphi_n\beta_{kn};\\ &\ldots\\ \tau_n &= \varphi_1\beta_{n1} + \varphi_2\beta_{n2} + \ldots + \varphi_n\beta_{nn}. \end{aligned}\right\}$$

Коэффициенты $\beta_{kn} = \Delta_{kn}/\Delta$, Δ – главный определитель системы,

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{1k} & \cdots & \alpha_{1n}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \alpha_{k1} & \cdots & \alpha_{kk} & \cdots & \alpha_{kn}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \alpha_{n1} & \cdots & \alpha_{nk} & \cdots & \alpha_{nn} \end{vmatrix},$$

алгебраическое дополнение Δ_{kn} получается из определителя системы Δ путем вычеркивания k-й строки и n-го столбца и умножения полученного определителя на $(-1)^{k+n}$.

Полученную систему уравнений называют второй группой формул Максвелла. Она позволяет рассчитать заряды заряженных тел через их потенциалы.

Коэффициенты β называют емкостными коэффициентами, их размерность обратна размерности коэффициентов α (фарад на единицу длины). Коэффициенты β с одинаковыми индексами называют собственными, с различными индексами – взаимными.

Вторую группу формул Максвелла можно записать в другой форме, выражая заряды на проводящих телах через разности потенциалов (напряжения) между некоторым телом и всеми остальными, в т.ч. и землей. Заряд k-го провода равен

$$\tau_k = \beta_{kk}\varphi_k + \sum_{\substack{m=1,\\ m\neq k}}^{n} \beta_{km}\varphi_m .$$

Слагаемое $\beta_{km}\varphi_m$ представим в виде

$$\beta_{km}\varphi_m = \beta_{km}\left(\varphi_m - \varphi_k + \varphi_k\right) = \beta_{km}\varphi_k - \beta_{km}U_{km},$$

где $U_{km} = \varphi_k - \varphi_m$ – напряжение между k-м и m-м проводами.

$$\left.\begin{aligned}
\tau_1 &= C_{11}\varphi_1 + \ldots + C_{1k}U_{1k} + \ldots + C_{1n}U_{1n};\\
&\ldots\\
\tau_k &= C_{k1}U_{k1} + \ldots + C_{kk}\varphi_k + \ldots + C_{kn}U_{kn};\\
&\ldots\\
\tau_n &= C_{n1}U_{n1} + \ldots + C_{nk}U_{nk} + \ldots + C_{nn}\varphi_n.
\end{aligned}\right\}$$

Эта система называется третьей группой формул Максвелла. Коэффициенты C_{kk} называют собственными частичными емкостями, коэффициенты C_{km} – взаимными частичными емкостями. Поскольку $\beta_{km} = \beta_{mk}$, $C_{km} = C_{mk}$. Все частичные емкости положительны, так как $C_{km} = -\beta_{km}$, а $\beta_{km} < 0$. Размерность частичных емкостей совпадает с размерностью коэффициентов β ($Ф/м$).

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Выполнить анализ электростатического поля, создаваемого заряженной осью над границей раздела двух диэлектриков.

2. Выполнить анализ поля заряженной оси, расположенной вблизи проводящей плоскости.

Тема 7. Электрическое поле постоянного тока в проводящей среде

Предусмотрены занятия лекционного типа (лекции).

Ключевые вопросы темы:

1. Уравнения и основные соотношения электрического поля постоянного тока.
2. Граничные условия на поверхности раздела двух проводящих сред.
3. Аналогия электрического поля в проводящей среде с электростатическим полем
4. Основные законы и соотношения теории цепей постоянного тока

Методические материалы к лекционному занятию

К частным случаям электромагнитного поля относятся электрическое и магнитное поля постоянного тока. Эти поля являются стационарными, т.е. не зависящими от времени.

Постоянный ток может протекать только в замкнутой проводящей среде (в замкнутой электрической цепи). Рассмотрим электрическое поле постоянного тока в неподвижных проводящих средах, или проводниках. Движение заряда в таких средах характеризуется токами проводимости [4]. С движущимися зарядами связано возникновение как электрического, так и магнитного полей. Поскольку постоянный ток – это движение зарядов с постоянной скоростью, в диэлектрике, окружающем проводник с постоянным током, и внутри самого проводника возникают стационарные электрическое и магнитное поля. Так как магнитное поле постоянного тока не зависит от времени, явление электромагнитное индукции отсутствует, следовательно, стационарное магнитное поле не оказывает влияния на электрическое поле постоянного тока, и эти поля можно рассматривать отдельно.

Из полной системы уравнений Максвелла можно взять только те уравнения, которые описывают электрическое поле постоянного тока в проводящей среде. После операции

$$\operatorname{rot}\bar{E} = 0;$$

$$\operatorname{div}\bar{J} = 0,$$

Одно из основных отличий электрического поля постоянного тока от электростатического обусловлено наличием внешних источников энергии неэлектростатического происхождения, без которых невозможно возникновение тока. В области действия этих источников, характеризуемых напряженностью $\bar{E}_{\text{стор}}$ примет вид

$$\bar{J} = \gamma\left(\bar{E} + \bar{E}_{\text{стор}}\right).$$

Это выражение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме.

Запишем второе уравнение системы уравнений Максвелла на границе раздела сред с разными электрическими свойствами, для чего перейдем к поверхностной дивергенции, так как граница раздела представляет собой поверхность. В этом случае уравнение приобретает следующий вид:

$$\mathrm{Div}\bar{J} = 0 .$$

Поскольку

$$\mathrm{Div}\bar{J} = \left(\bar{J}_1 - \bar{J}_2\right)\bar{n} = J_{1n} - J_{2n},$$

окончательно можно получить следующее выражение

$$J_{1n} - J_{2n} = 0 .$$

Переходя к поверхностному ротору, можно записать первое уравнение системы на границе раздела сред с разными проводимостями:

$$\mathrm{Rot}\,\bar{E} = 0 .$$

Выражая поверхностный ротор через составляющие вектора напряженности, получится следующее выражение:

$$\bar{E}_{1t} = \bar{E}_{2t} .$$

Таким образом, если на границе раздела сред нет сторонних сил, касательные составляющие вектора напряженности электрического поля непрерывны.

По своей природе электростатическое поле и электрическое поле постоянного тока в проводящей среде различны. Первое из них является полем неподвижных зарядов, второе – полем зарядов, движущихся с постоянной скоростью. Между величинами, характеризующими эти поля, существует математическая аналогия, т.е. они входят в уравнения одинаковым образом. Другими словами, уравнения полей и соотношения, записанные относительно математически аналогичных величин, выглядят одинаково. Если два поля удовлетворяют одним и тем же уравнениям (уравнения Пуассона–Лапласа) и в них выполняются тождественные граничные условия для сходных (математически аналогичных) величин, то при одинаковой форме граничных поверхностей на основе теоремы единственности решения можно сделать вывод о том, что совокупности силовых и эквипотенциальных линий в этих полях (картины полей) будут одинаковыми.

Оба поля являются потенциальными. С вектором электрической индукции $\bar{D}$ можно сопоставить вектор плотности тока $\bar{J}$. Электростатическое поле в области, где нет свободных зарядов, описывается уравнением Лапласа так же, как и электрическое поле постоянного тока в области, где нет сторонних сил. Граничные условия для двух полей подобны. Существует аналогия и между емкостью C и проводимостью G.

Отмеченная аналогия лежит в основе моделирования полей так называемым методом электростатической аналогии. Этот метод позволяет в ряде случаев при расчете токов в проводящей среде воспользоваться готовыми аналитическими решениями соответствующих задач электростатики, и наоборот, заменить исследование электростатического поля экспериментальным исследованием поля постоянного тока в проводящей среде. Последнее особенно важно при решении сложных задач электростатики, не имеющих аналитического решения. Можно рассчитать емкость по формуле

$$C = G\frac{\varepsilon_a}{\gamma}.$$

Вопросы для самоконтроля по теме:

1. Записать первое граничное условие для электрического поля постоянного тока.
2. Сформулировать второе граничное условие для электрического поля постоянного тока
3. На основе понятий электромагнитного поля вывести закон Ома.
4. На основе понятий электромагнитного поля вывести первый закон Кирхгофа.
5. На основе понятий электромагнитного поля вывести второй закон Кирхгофа.
6. На основе понятий электромагнитного поля вывести Закон Джоуля–Ленца.

Заключение

В учебно-методическом пособии даны рекомендации по изучению дисциплины «Теория электромагнитного поля». Объем сведений, рассматриваемых на аудиторных занятиях по данной дисциплине, обеспечивает формирование базового уровня знаний и умений студентов и предполагает значительный объем самостоятельной работы для более широкого и качественного освоения основных тем дисциплины.

В пособии содержатся рекомендации по изучению теоретического материала и самостоятельной подготовке. Знания, умения и навыки в соответствующем разделе электроэнергетики и электротехники, приобретенные в ходе изучения дисциплины, позволят будущим специалистам в дальнейшем успешно решать практические задачи в профессиональной деятельности.

Библиографический список

1. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учеб. / Л. А. Бессонов. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2016. - 217 с.

2. Теоретические основы электротехники: т. 2.: учеб. / К. С. Демирчян [и др.]. - 4-е изд., доп. для самост. изуч. курса. - 575 с.

3. Теоретические основы электротехники: т. 3.: учеб. / К. С. Демирчян [и др.]. - 4-е изд., доп. для самост. изуч. курса. - Санкт-Петербург: Питер, 2003. - Текст: непосредственный.

4. Электромагнитная совместимость и молниезащита в электроэнергетике: учеб. / А. Ф. Дьяков [и др.]: под ред. А. Ф. Дьякова. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: МЭИ, 2011. - 544 с.

Приложение А. Типовые контрольные вопросы по темам дисциплины

1. Дать понятие вектора.
2. Какие величины называются скалярными?
3. Что такое скалярное произведение векторов?
4. Что такое векторное произведение векторов?
5. Что такое физическое поле?
6. Чем векторное поле отличается от скалярного?
7. Что такое поверхность уровня скаляра?
8. Что такое градиент скаляра?
9. Как напряженность электрического поля связана с величиной потенциала?
10. Что такое поток вектора и дивергенция вектора?
11. О чем говорит нулевое, положительное или отрицательные значения дивергенции вектора?
12. Теорема Остроградского-Гаусса.
13. Что такое циркуляция и ротор вектора?
14. Формула Стокса.
15. Оператор Гамильтона.
16. Вектор смещения или вектор электрической индукции.
17. Теорема Гаусса (постулат Максвелла)
18. Принцип непрерывности линий магнитной индукции.
19. Закон полного тока.
20. Закон электромагнитной индукции.
21. Уравнения Максвелла
22. Теорема Умова-Пойнтинга
23. Особенности электростатического поля.
24. Уравнения Максвелла для электростатического поля.
25. Закон Кулона.
26. Напряженность поля электрического заряда
27. Электрические потенциал и напряжение.
28. Уравнения Пуассона и Лапласа.
29. Вектор поляризации.
30. Электрический момент диполя.
31. Первое граничное условие в электростатическом поле.
32. Второе граничное условие в электростатическом поле.
33. Граничное условие для вектора поляризации.
34. Граничные условия для потенциала.
35. Электрическая емкость.
36. Энергия электростатического поля.

37. Напряженность электрического поля, создаваемого заряженной осью.
38. Объяснить суть метода наложения.
39. Объяснить порядок расчета электрической емкости.
40. В чем заключается суть метода изображений?
41. Какие задачи относятся к задачам Сирла?
42. Записать первую группу формул Максвелла (потенциальные коэффициенты).
43. Записать вторую группу формул Максвелла (емкостные коэффициенты).
44. Записать третью группу формул Максвелла (частичные емкости).
45. Записать граничные условия на поверхности раздела двух проводящих сред.
46. Указать аналогии электрического поля в проводящей среде с электростатическим полем.
47. На основе основных понятий теории поля обосновать закон Ома.
48. На основе основных понятий теории поля обосновать первый закон Кирхгофа.
49. На основе основных понятий теории поля обосновать второй закон Кирхгофа.
50. На основе основных понятий теории поля обосновать закон Джоуля-Ленца.
51. Основные соотношения магнитного поля постоянного тока.
52. Векторный потенциал магнитного поля.
53. Записать выражение магнитного потока через векторный потенциал.
54. Первое граничное условие для магнитного поля постоянного тока.
55. Второе граничное условие для магнитного поля постоянного тока.
56. Граничные условия для векторного потенциала поля.
57. Скалярный потенциал магнитного поля постоянного тока.
58. Аналогии электростатического и магнитного полей.

Локальный электронный методический материал

Илья Евгеньевич Кажекин

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Редактор И. Голубева

Уч.-изд. л. 2,8. Печ. л. 2,6

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
236022, Калининград, Советский проспект, 1