

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Д. К. Кугучева**

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ**

Учебно-методическое пособие – локальный электронный методический  
материал по практическим занятиям для студентов бакалавриата  
по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Калининград  
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»  
2022

УДК 621.311

Рецензент

кандидат технических наук, доцент кафедры энергетики  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет»  
М. С. Харитонов

**Кугучева, Д. К.**

Математические задачи электроэнергетики: учебно-методическое пособие – локальный электронный методический материал по практическим занятиям для студентов бакалавриата по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника / **Д. К. Кугучева.** – Калининград: ФГБОУ ВО «КГТУ», 2022. – 55 с.

В учебно-методическом пособии по практическим занятиям представлены практические задания и Методические рекомендации: по их выполнению, а также задания и вопросы для самостоятельной работы. Практические занятия предназначены для закрепления теоретического материала и приобретения навыков выполнения расчетов в сфере электроэнергетики.

Рисунков - 10, таблиц - 3, список литературы – 10 наименований.

Локальный электронный методический материал. Учебно-методическое пособие. Рекомендовано к использованию в учебном процессе методической комиссией института морских технологий, энергетики и строительства 23.12.2022 г., протокол № 03

УДК 621.311

© Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Калининградский государственный  
технический университет», 2022 г.  
© Кугучева Д. К., 2022 г.

## Содержание

<b>Введение</b>	3
<b>Практическая работа № 1</b> «Применение математического моделирования для решения электротехнических задач»	5
<b>Практическая работа № 2</b> «Математические модели ЛЭП. Исследование режима холостого хода ЛЭП»	12
<b>Практическая работа № 3</b> «Математические модели ЛЭП. Исследование режимов передачи мощности по ЛЭП»	17
<b>Практическая работа № 4</b> «Расчет установившегося режима ЭЭС на основе линейных математических моделей»	20
<b>Практическая работа № 5</b> «Расчет установившегося режима ЭЭС на основе нелинейных математических моделей»	27
<b>Практическая работа № 6</b> «Математические методы анализа статической устойчивости установившихся режимов ЭЭС»	33
<b>Приложение 1</b>	41
<b>Рекомендуемая литература</b>	53

## Введение

Дисциплина «Математические задачи электроэнергетики» обеспечивает формирование у обучающихся готовности к использованию системы знаний в области электроэнергетики.

Целью освоения дисциплины является знакомство с основными принципами математических задач электроэнергетики.

Задачи изучения дисциплины:

- изучение основных понятий, методов, приемов физико-математического аппарата и математического моделирования электроэнергетических режимов;
- приобретение навыков анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач;
- формирование базовых знаний, умений и навыков для успешного (в т.ч. самостоятельного) освоения различных технологий и программно-вычислительных комплексов.

По завершении изучения дисциплины «Математические задачи электроэнергетики» у обучающегося должны быть сформированы следующие компетенции:

**знать:**

- основы проектирования электрических станций и подстанций;
- математические модели объектов электроэнергетики;
- методы составления схем замещения электроэнергетических систем и систем уравнений, описывающих процессы в этих системах;
- основы применения в электроэнергетических задачах численных методов решения систем алгебраических и дифференциальных уравнений;

**уметь:**

- ориентироваться в областях проектирования и эксплуатации;
- практически применять в работе конкретный математический аппарат при исследованиях, проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем;

**владеть:**

- навыками составления схем замещения электроэнергетических систем и расчета систем уравнений, описывающих процессы в этих схемах;
- методами математического и имитационного моделирования в профессиональной деятельности;
- методами расчета установившихся режимов электроэнергетических систем.

Целью пособия по практическим занятиям является развитие знаний, умений и навыков в области составления и расчета математических моделей объектов электроэнергетики.

Задачами освоения пособия по практическим занятиям являются:

- изучение способов применения математического моделирования для решения электротехнических задач;
- изучение принципов расчета установившегося режима электроэнергетической системы;
- изучение автоматических методов анализа статической устойчивости установившихся режимов электроэнергетической системы.

## Практическая работа № 1

### «Применение математического моделирования для решения электротехнических задач»

**Цель практической работы:** формирование навыков применения различных видов моделей при решении электротехнических задач в среде Mathcad; исследования возможностей графического моделирования для представления процессов и функций в двухмерном и трехмерном пространствах в среде Mathcad и Excel.

#### Перечень знаний и умений для достижения цели:

*знать:*

- схемы замещения и способы построения математических моделей различных электротехнических объектов

*уметь:*

- пользоваться ПК Mathcad для решения электротехнических задач.

#### Учебная литература по практической работе:

Моделирование в электроэнергетике [Электронный ресурс]: учеб.пособие / А.Ф. Шаталов, И. Воротников, М. Мастепаненко, и др. ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Агрус, 2014. - 140 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

#### Методические рекомендации:

Моделирование представляет собой универсальный и эффективный метод познания окружающего мира. Процесс решения любой задачи неразрывно связан с формированием того или иного вида модели.

*Модель* – это материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе познания (изучения) замещает объект-оригинал, сохраняя при этом наиболее типичные его черты, характерные для решаемой задачи.

При построении модели учитываются только те факторы, которые наиболее существенны для проводимого исследования. Следовательно, *фундаментальным свойством модели* является то, что она всегда беднее объекта-оригинала.

*Использование модели позволяет:*

- понять, как устроен реальный объект, каковы его структура, свойства, законы развития и взаимодействия с окружающим миром;
- научиться управлять объектом (процессом), выбрать наилучший способ управления при заданных целях;

➤ прогнозировать прямые и косвенные последствия реализации заданных способов и форм воздействия на объект.

Эффективная модель должна обладать рядом свойств, таких как [4]:

- *адекватность* – степень соответствия объекту-оригиналу (полнота модели);
- *универсальность* – применимость модели к анализу многочисленной группы объектов и решения широкого класса задач;
- *экономичность* – количество вычислительных ресурсов, которые необходимы для реализации модели.

Формирование модели – сложный творческий процесс, который требует от исследователя опыта, интуиции, глубокого знания предметной области и возможностей современной компьютерной техники для принятия компромиссных решений и получения эффективной модели (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Процедура формирования эффективной модели

Модели можно классифицировать по ряду признаков, например по способу представления модели подразделяются на материальные и идеальные.

К *материальным* можно отнести, в частности, *физические модели*, которые представляют собой увеличенную или уменьшенную копию объекта-оригинала. При этом допускается исследование свойств с последующим переносом их на реальный объект на основе теории подобия.

*Идеальные* включают в себя образные (иконические), вербальные (словесные), знаковые модели. К *знаковым*, в частности, относятся графические и математические модели. *Графические модели* позволяют с помощью графики отобразить существенные свойства объекта. *Математические модели* позво-

ляют описать свойства объекта на языке математики для решения различных исследовательских задач.

В практическом блоке №1 исследуются возможности применения различных форм моделей для решения электротехнических задач с помощью универсальных и специализированных программных систем, таких как *Mathcad*, *Microsoft Excel*.

### Исходные данные к задаче

В качестве исходных данных задана схема электрических соединений по вариантам (табл. 1.1, рис. 1.2).

Таблица 1.1 – Исходные данные вариантов для решения практического блока №1

Номер варианта	$R_1$	$R_2$	$R_3$	U	Номер схемы
1	10	15	20	220	Рис. 1.2 а
2	8	16	5	32	Рис. 1.2 б
3	9	14	19	220	Рис. 1.2 а
4	7	15	4	32	Рис. 1.2 б
5	11	16	21	220	Рис. 1.2 а
6	10	18	7	32	Рис. 1.2 б
7	10	17	12	220	Рис. 1.2 а
8	5	8	15	32	Рис. 1.2 б
9	12	17	22	220	Рис. 1.2 а
10	6	14	3	32	Рис. 1.2 б

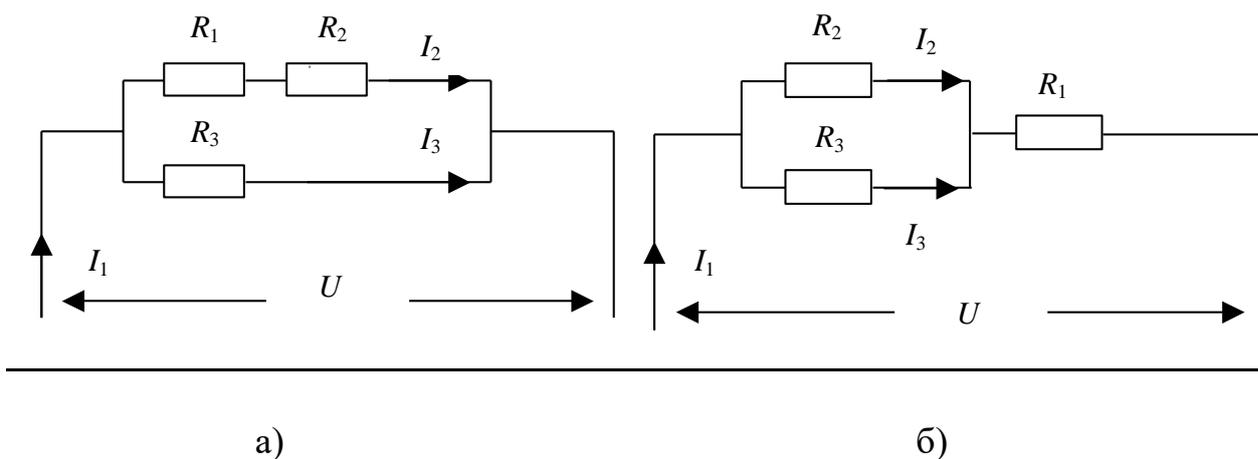


Рис. 1.2 – Исходные данные к практическому блоку №1

### Ход работы

- Сформировать математическую модель, используя законы Ома и Кирхгофа и рассчитать значения токов  $I_1, I_2, I_3$  в среде *Mathcad*.

- Сформировать математическую модель в виде системы уравнений на основе первого и второго законов Кирхгофа и рассчитать значения токов  $I_1, I_2, I_3$  в среде *Mathcad* двумя способами:

⇒ с использованием конструкции  $\{Given.....Find\}$ ;

⇒ с использованием матричного метода.

- Задано уравнение, моделирующее переходные процессы в электрической системе, а также функция в трехмерном пространстве.

$$f(t) = \frac{k \cdot \exp(0.11t + 2)}{(13+t)} \sin(t) \quad f1(t) = \frac{k \cdot \exp(0.11t + 2)}{(10+t)} \sin(t)$$

$$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$$

Сформировать графическую модель в среде *Mathcad*, построив графики переходных процессов на интервале времени  $t=0...10$ , если коэффициент  $k$  принимает два возможных значения:  $k_1 = 20, k_2 = 50$ .

- Сформировать графическую модель процесса, который представлен функцией в трехмерном пространстве. Проанализировать возможности работы с графическими моделями, которые предоставляет *Mathcad*.

- Заданы статистические данные о нагрузке предприятия

#### Вариант № 1

Час	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Р, МВт	112	154	136	174	205	275	190	254	269	210	173	157	148

#### Вариант № 2

Час	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Р, МВт	80	87	82	103	127	134	115	140	143	124	109	93	89

Построить график нагрузки в среде *Microsoft Excel*. Проанализировать возможности работы с графическими моделями, которые предоставляет *Microsoft Excel*.

Определить значения математического ожидания и среднеквадратического отклонения нагрузки на заданном интервале, используя встроенные функции *Microsoft Excel*.

- Решить следующие задачи:

#### Задание 1

Взять модель турбогенератора из справочника Гайсарова Р.В., расшифровать наименование, начертить схему замещения и рассчитать ее в именованных единицах и в относительных единицах.

#### Задание 2

Определить, в каком соотношении находятся выраженные в омах индуктивные сопротивления генераторов G1 и G2 одинаковой мощности, но с номинальными напряжениями соответственно 6,3 и 10,5 кВ, если их относительные индуктивные сопротивления при своих номинальных условиях одинаковы.

#### Задание 3

Дан трехобмоточный трансформатор

$$S_{ном} = 40 \text{ МВА}$$

$$U_{ном} = 115 / 38,5 / 10,5 \text{ кВ}$$

$$u_k\%_{В-С} = 10,5\% ;$$

$$u_k\%_{В-Н} = 17\% ;$$

$$u_k\%_{С-Н} = 6\%$$

$$\Delta P_k = 230 \text{ кВт}$$

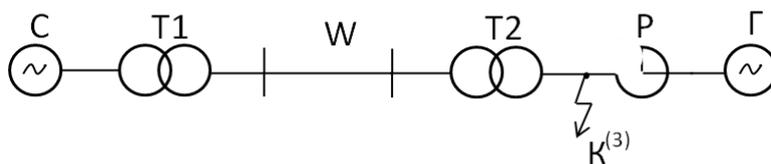
Рассчитать коэффициент трансформации трансформатора и параметры схемы замещения трехобмоточного трансформатора для точки КЗ, расположенной на среднем напряжении. Расчет провести

1. в именованных единицах
2. в относительных единицах

Сделать выводы из расчетов.

#### Задание 4

Составить математическую модель заданной энергосистемы, рассчитать параметры ее элементов и действующее значение тока КЗ в начальный момент времени.



Исходные данные:

Система (С):  $I_{K3}^{(3)} = 15,6$  кА

ЛЭП (W):  $l=20$  км,  $x_0=0,4$  Ом/км,  $r_0=0,156$  Ом/км

Трансформатор (Т1):  $S_H=40$  МВА,  $U_{НОМ}=115/38,5$  кВ,  $u_K=10,5\%$ ,  $P_K=170$  кВт

Трансформатор (Т2):  $S_H=80$  МВА,  $U_{НОМ}=121/6,3$  кВ,  $u_K=10,5\%$ ,  $P_K=315$  кВт

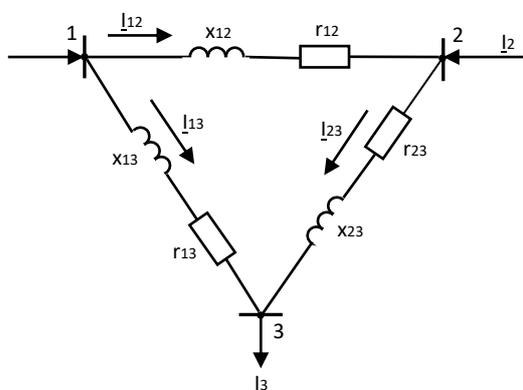
Реактор (Р):  $x_{НОМ}=0,105$  Ом/км,  $U_{НОМ}=10$  кВ,  $I_{НОМ}=4$  кА,  $P_K=27,7$  кВт

Генератор (Г):  $P_{НОМ}=25$  МВт,  $\cos\varphi_{НОМ}=0,8$ ;  $U_{НОМ}=6,3$  кВ,  $x_d'' = 0,129$ ,  $x_2=0,158$ ,  $T_a=0,27$  с.

В предшествующем режиме генератор работал с перевозбуждением при номинальной нагрузке.

Задание 5

Составить уравнение узловых напряжений для электрической сети, схема замещения которой приведена на рисунке, рассчитать напряжения в узлах, токи и напряжения в ветвях сети.



В схеме два генераторных узла 1,2 и нагрузочный узел 3.

Сопротивления ветвей следующие:

$$Z_{12} = 10 + j20 \text{ Ом}$$

$$Z_{13} = 15 + j30 \text{ Ом}$$

$$Z_{23} = 10 + j25 \text{ Ом}$$

Узел 1 принят в качестве балансирующего и базисного, напряжение узла равно

$$U_1 = U_\phi = 115 \text{ кВ.}$$

Задающие токи в узлах 2 и 3 соответственно равны

$$\underline{I}_2 = I'_2 + jI''_2 = 0,151 - j0,091 \text{ кА}$$

$$\underline{I}_3 = I'_3 + jI''_3 = 0,242 - j0,121 \text{ кА}$$

### **Контрольные вопросы**

1. Моделирование: характеристика, определение, свойства
2. Области использования математических моделей
3. Принцип выполнения практического задания, основные этапы

### **Содержание отчета**

- 1) Номер практического занятия, тема и цель работы.
- 2) Результаты выполнения практической работы согласно заданию.
- 3) Ответы на контрольные вопросы.

## Практическая работа № 2

«Математические модели ЛЭП. Исследование холостого хода ЛЭП»

**Цель практической работы:** ознакомление со свойствами и математическими моделями ЛЭП, получение навыков исследования объекта по его математической модели.

### Перечень знаний и умений для достижения цели:

*знать:*

- схемы замещения и способы построения математических моделей различных электротехнических объектов

*уметь:*

- пользоваться ПК Mathcad для решения электротехнических задач.

### Учебная литература по практической работе:

Моделирование в электроэнергетике [Электронный ресурс]: учеб.пособие / А.Ф. Шаталов, И. Воротников, М. Мастепаненко, и др. ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Агрус, 2014. - 140 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

### Методические рекомендации:

Передача электроэнергии по ЛЭП обусловлена распространением электромагнитных волн вдоль проводов. С учетом распределенности параметров линий и изменения токов и напряжений во времени соотношения между токами и напряжения в линии записываются в виде дифференциальных уравнений в частных производных с независимыми переменными времени и одной пространственной координаты. Решение таких уравнений с учетом граничных условий и синусоидальности изменения токов и напряжений во времени записывается в символической форме для действующих значений напряжений и токов по концам ЛЭП:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch}(\gamma l) + \dot{I}_2 Z_c \operatorname{sh}(\gamma l), \quad (2.1)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma l) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma l), \quad (2.2)$$

где  $\dot{U}_1$  и  $\dot{I}_1$  – комплексные действующие значения напряжения и тока в начале линии (со стороны питания);

$\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$  – комплексные действующие значения напряжения и тока в конце линии (со стороны нагрузки);

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\dot{z}_0}{\dot{y}_0}} \text{ – волновое сопротивление;}$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z}_0 \cdot \dot{y}_0} = \alpha + j\beta \text{ – коэффициент распространения волны;}$$

где  $\alpha$  – коэффициент затухания волны;

$\beta$  – коэффициент фазы;

$\dot{z}_0 = r_0 + jx_0$  – комплексная величина погонного сопротивления фазы ЛЭП;

$\dot{y}_0 = g_0 + jb_0$  – комплексная величина погонной проводимости фазы ЛЭП.

Для идеальной линии  $r_0 = 0$ ,  $g_0 = 0$ .

Здесь и ниже для трехфазной системы значение тока увеличено в  $\sqrt{3}$  раз, поэтому при сопоставлении тока с предельно допустимым его следует делить на  $\sqrt{3}$ .

Уравнения (2.1) и (2.2) называются уравнениями длинной линии и могут быть представлены как уравнения четырехполюсника (рис. 2.1) через параметры  $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}, \dot{D}$ .

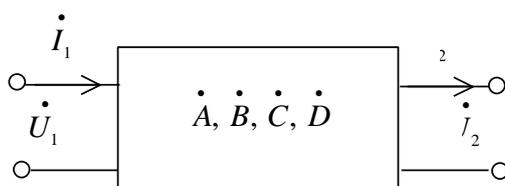


Рис. 2.1. Четырехполюсник

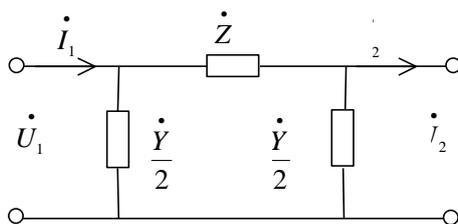


Рис. 2.2. П-образная схема замещения ЛЭП

$$\dot{U}_1 = \dot{A} \dot{U}_2 + \dot{B} \cdot \dot{I}_2, \quad (2.3)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{C} \cdot \dot{U}_2 + \dot{D} \cdot \dot{I}_2. \quad (2.4)$$

Таким образом, математической моделью ЛЭП, учитывающей распределенность параметров однородной ЛЭП, являются уравнения четырехполюсника с коэффициентами, которые получаются при сопоставлении уравнений (2.1), (2.2), (2.3), (2.4) соответственно. Назовем уравнения (2.1) и (2.2) *моделью 1* (уравнения длинной линии).

Для упрощения исследования свойств ЛЭП иногда вводят понятие идеальной линии. В идеальной линии параметры  $r_0$  и  $g_0$  приравняются к нулю, что соответствует отсутствию потерь. Такую модель назовем *моделью 2* (уравнение идеальной линии). В практических расчетах очень часто пренебрегают распределенностью параметров линии вследствие того, что большинство линий имеет небольшую длину, и интервал времени распространения электромагнитных волн в таких линиях значительно меньше периода изменения синусоидального напряжения и тока (0,02 с). Математическая модель линии в этом случае значительно упрощается и называется упрощенной моделью с сосредоточенными параметрами – *модель 3*.

Коэффициенты четырехполюсника всех моделей приведены ниже.

**Модель 1.**  $\dot{A} = \dot{D} = \text{ch}(\dot{\gamma}l); \quad \dot{B} = \dot{Z}_c \text{sh}(\dot{\gamma}l); \quad \dot{C} = \frac{\text{sh}(\dot{\gamma}l)}{\dot{Z}_c}.$

**Модель 2.**  $\dot{A} = \dot{D} = \cos(\dot{\beta}l); \quad \dot{B} = j \dot{Z}_c \sin(\dot{\beta}l); \quad \dot{C} = j \frac{\sin(\dot{\beta}l)}{\dot{Z}_c}.$

**Модель 3.** Если ЛЭП представить П-образной схемой замещения с сосредоточенными параметрами (рис. 2.2) и допустить, что значения этих параметров можно вычислить умножением погонных параметров на длину ЛЭП:

$$\dot{Z} = z_0 l; \quad \dot{Y} = y_0 l,$$

то получим еще одну модель. Коэффициенты четырехполюсника через параметры схемы замещения равны:

$$\dot{A} = \dot{D} = 1 + z_0 l \frac{y_0 l}{2} = 1 + \frac{\dot{Z} \dot{Y}}{2}; \quad \dot{B} = z_0 l = \dot{Z}; \quad \dot{C} = y_0 l + z_0 l \frac{(y_0 l)^2}{2} = \dot{Y} + \dot{Z} \left( \frac{\dot{Y}}{2} \right)^2.$$

Режим холостого хода ЛЭП. При холостом ходе ток в конце ЛЭП равен нулю ( $\dot{I}_2 = 0$ ), тогда  $\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2$ .

Несмотря на отсутствие нагрузки по линии протекает ток, обусловленный проводимостью линии, и напряжения по концам линии не равны между собой. Мало того, такой режим очень опасен для линии из-за больших значений напряжений и токов. Для снижения опасных уровней режимных параметров осуществляют компенсацию емкостных токов с помощью установки в ЛЭП специальных катушек индуктивностей – реакторов.

### Исходные данные к задаче

Но- мер вари- анта	Марка провода	Дли- на, км	Погонные параметры фазы ЛЭП				$U_{но}$ м, кВ	Напряжение в начале линии $U_1$ ,кВ		Мощность нагрузки		Допу- сти- мый ток, $I_{доп}$ , А
			$r_0$ , Ом/к м	$x_0$ , Ом/к м	$g_0$ , мкСм/ км	$b_0$ , мкСм/ км		в ре- жиме хх	в ре- жиме нагруз- ки	$P_2$ , МВт	$Q_2$ , Мвар	
1	3хАС300/ 66	800	0,034	0,31	0,015	3,97	500	490	520	850	100	2040
2	3хАС330/ 43	750	0,029	0,308	0,025	3,6	500	500	510	650	100	2190
3	3хАС300/ 66	820	0,034	0,31	0,015	3,97	500	500	524	880	50	2040
4	3хАС400/ 51	900	0,025	0,306	0,027	3,62	500	510	520	760	20	2475
5	3хАС500/ 54	550	0,02	0,304	0,034	3,64	500	500	510	900	20	2835
6	3хАС240/ 56	650	0,024	0,308	0,045	3,76	750	755	760	120 0	500	3050
7	3хАС300/ 66	800	0,021	0,288	0,043	4,11	750	755	760	200 0	100	3400
8	3хАС400/ 51	700	0,015	0,286	0,041	4,13	750	755	760	200 0	110	4125
9	3хАС400/ 93	800	0,019	0,289	0,039	4,13	750	758	760	190 0	160	3400
10	3хАС500/ 54	670	0,015	0,303	0,044	3,9	750	750	770	180 0	180	3780
11	3хАС300/ 66	670	0,034	0,31	0,015	3,97	500	500	520	900	70	2040

### Ход работы

- Задать исходные параметры линии, режима и ограничения для линии.
- Найти сопротивления  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  для идеальной ЛЭП (использовать модель 2).
- Определить параметры четырехполюсника для идеальной линии (для режима холостого хода).

- Найти напряжение в конце линии. Записать уравнение и построить график изменения напряжения вдоль ЛЭП.
- Найти ток в начале линии. Записать уравнение и построить график изменения тока вдоль ЛЭП.
- Построить графики изменения активной и реактивной мощности вдоль ЛЭП.
- Сделать вывод о допустимости режима, нанести на графики уровни допустимых значений.

### **Контрольные вопросы**

1. ЛЭП: определение, виды, схема замещения, свойства
2. Уравнения длинной линии – физический смысл
3. Принцип выполнения практического задания, основные этапы

### **Содержание отчета**

- 1) Номер практического занятия, тема и цель работы.
- 2) Результаты выполнения практической работы согласно заданию.
- 3) Ответы на контрольные вопросы.

### Практическая работа № 3

«Математические модели ЛЭП. Исследование режимов передачи мощности по ЛЭП»

**Цель практической работы:** ознакомление со свойствами и математическими моделями ЛЭП, получение навыков исследования объекта по его математической модели.

#### Перечень знаний и умений для достижения цели:

*знать:*

- схемы замещения и способы построения математических моделей различных электротехнических объектов

*уметь:*

- пользоваться ПК Mathcad для решения электротехнических задач.

#### Учебная литература по практической работе:

Моделирование в электроэнергетике [Электронный ресурс]: учеб.пособие / А.Ф. Шаталов, И. Воротников, М. Мастепаненко, и др. ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Агрус, 2014. - 140 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

#### Методические рекомендации:

При передаче мощности по ЛЭП возникают потери мощности, поэтому напряжения по концам линии различаются по величине и по фазе. Для линий большой протяженности представляет интерес определение напряжения и токов по линии в различных ее точках.

Наиболее экономичный режим передачи мощности возникает, если сопротивление нагрузки ЛЭП равно волновому сопротивлению. В этом случае отсутствует отраженная волна, и передача энергии происходит с минимальными потерями. Передаваемая в этом режиме мощность называется натуральной и равна

$$P_{\text{нат}} = \frac{U^2}{Z_c}. \quad (3.1)$$

К преимуществам режима передачи натуральной мощности относится следующее:

- передача энергии происходит с минимальными потерями;
- благоприятное распределение напряжения вдоль ЛЭП  $U_2 \approx U_1$ ;

➤ линия самобалансирована по  $Q$ .

Ток в конце линии может быть определен по соотношению:

$$\dot{I}_2 = \frac{S_2^*}{U_2} . \quad (3.2)$$

### Исходные данные к задаче

Задать исходные данные для нагрузочного режима, мощность нагрузки  $-P_2$ ,  $Q_2 = 0$ ; напряжение в начале линии  $-U_{1н}$ , остальные параметры ЛЭП аналогичны используемым в практическом блоке №1.

### Ход работы

▪ Исследовать распределенность параметров вдоль линии в трех режимах:

⇒ режим передачи натуральной мощности  $P_2 = P_{\text{нат}}$ ;

⇒ режим передачи мощности больше натуральной  $P_2 > P_{\text{нат}}$ ;

⇒ режим передачи мощности меньше натуральной  $P_2 < P_{\text{нат}}$ .

В каждом из этих режимов сделать следующее:

⇒ используя уравнение четырехполюсника (2.3) и уравнение (3.2), составить систему уравнений, найти ток и напряжение в конце линии  $\dot{I}_2$ ,  $\dot{U}_2$  с помощью блока  $\{Given...find\}$ ;

⇒ сформировать математические зависимости для построения графиков изменения напряжения, тока, активной и реактивной мощности вдоль ЛЭП  $U(x)$ ,  $I(x)$ ,  $P(x)$ ,  $Q(x)$  для каждого режима.

▪ Построить графики изменения напряжения, тока, активной и реактивной мощности вдоль ЛЭП  $U(x)$ ,  $I(x)$ ,  $P(x)$ ,  $Q(x)$  в одних координатных осях.

▪ Сделать выводы о закономерностях изменения тока и напряжения вдоль ЛЭП и допустимости для всех трех режимов.

### Контрольные вопросы

1. Свойства и математические модели ЛЭП
2. Режим передачи мощности по ЛЭП – физический смысл
3. Принцип выполнения практического задания, основные этапы

### Содержание отчета

- 1) Номер практического занятия, тема и цель работы.
- 2) Результаты выполнения практической работы согласно заданию.
- 3) Ответы на контрольные вопросы.

## Практическая работа № 4

«Расчет установившегося режима ЭЭС на основе линейных математических моделей»

**Цель практической работы:** формирование навыков моделирования установившихся режимов ЭЭС на основе линейных уравнений состояния (обобщенного уравнения состояния и уравнения узловых напряжений) в среде Mathcad.

### Перечень знаний и умений для достижения цели:

*знать:*

- схемы замещения и способы построения математических моделей различных электротехнических объектов

*уметь:*

- пользоваться ПК Mathcad для решения электротехнических задач.

### Учебная литература по практической работе:

Моделирование в электроэнергетике [Электронный ресурс]: учеб.пособие / А.Ф. Шаталов, И. Воротников, М. Мастепаненко, и др. ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Агрус, 2014. - 140 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

### Методические рекомендации:

Задача расчета и анализа установившихся режимов является базовой как при проектировании, так и управлении электроэнергетическими системами (ЭЭС). При проектировании ЭЭС расчет установившихся режимов производится с целью выбора и уточнения параметров проектируемой системы. В процессе эксплуатации подобные расчеты позволяют оперативно управлять и прогнозировать работу ЭЭС. При этом осуществляется оценка допустимости режима по техническим условиям оборудования.

Постановка задачи расчета режима функционирования определяется особенностями ЭЭС как сложной технической системы, которая включает в себя большое количество элементов, вырабатывающих, преобразующих, передающих, распределяющих, потребляющих электроэнергию и образующих сложно-замкнутую разветвленную структуру.

*Режимом* работы ЭЭС называется *состояние* системы в любой момент времени или на некотором интервале времени.

Под *установившимся режимом* понимается такое состояние ЭЭС, когда параметры системы на рассматриваемом интервале времени сохраняются неиз-

менными или изменяются достаточно медленно. Задача расчета установившихся режимов ЭЭС сводится к определению совокупности параметров, характеризующих работу системы: напряжений в различных точках системы, токов в ее элементах, потоков и потерь мощности и т.д.

Проведение расчета установившегося режима связано с рядом основных этапов:

- предварительное преобразование и переход к расчетной схеме электрической системы;
- формирование уравнения состояния по известным исходным данным с учетом структуры расчетной схемы;
- выбор метода расчета, составление алгоритма и программы на ЭВМ;
- проведение расчета установившегося режима на ЭВМ;
- анализ точности полученных результатов.

В основе решения задачи расчета режима лежит использование математических моделей макроуровня, представляющих собой линейные уравнения состояния (например, обобщенное уравнение состояния, уравнения узловых напряжений) и нелинейные уравнения состояния (например, уравнения узловых напряжений в форме баланса мощности или в форме баланса токов).

Математические модели макроуровня, применяемые в задаче расчета установившихся режимов, основаны на законах Ома и Кирхгофа, представленных в матричной форме записи.

Рассмотрим две формы линейных уравнений состояния, которые позволяют произвести расчет установившегося режима при упрощенном представлении нагрузки и генерации мощности с помощью линейных источников тока (задающего тока).

**Модель 1.** Классической формой линейной модели является *обобщенное уравнение состояния*.

$$\text{1-й закон Кирхгофа:} \quad MI_B = J; \quad (4.1)$$

$$\text{2-й закон Кирхгофа:} \quad NZ_B I_B = E_K, \quad (4.2)$$

где  $M$  – матрица инцидентий 1-го рода описывает связь ветвей и узлов схемы.

### Структура

### Правила формирования

$$M = \begin{matrix} \text{Узлы} \\ i \\ j \end{matrix} \begin{matrix} \text{Ветви} \\ j \\ i \end{matrix} \begin{bmatrix} m_{ij} \\ \vdots \\ m_{ij} \end{bmatrix} \quad m_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если ветвь выходит из узла } i \rightarrow j \\ -1, & \text{если ветвь входит в узел } i \leftarrow j \\ 0, & \text{если ветвь не связана с узлом} \end{cases}$$

$M$  – матрица инциденций 2-го рода описывает связь ветвей и независимых контуров

### Структура

### Правила формирования

$$N = \begin{matrix} \text{Контур} \\ i \\ j \end{matrix} \begin{matrix} \text{Ветви} \\ j \\ i \end{matrix} \begin{bmatrix} n_{ij} \\ \vdots \\ n_{ij} \end{bmatrix} \quad n_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если направление ветви и контура совпадает} \\ -1, & \text{если направление ветви и контура не совпадает} \\ 0, & \text{если ветвь не связана с контуром} \end{cases}$$

$n$  – число узлов,  $m$  – число ветвей,  $L$  – число независимых контуров.

Вектор задающих токов

Матрица сопротивлений ветвей

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix} \quad Z_B = \begin{bmatrix} Z_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & Z_m \end{bmatrix} = Y_B^{-1}$$

Вектор токов ветвей

Вектор ЭДС ветвей

Вектор контурных токов

$$I_B = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix} \quad E_B = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_m \end{bmatrix} \quad E_K = N E_B = \begin{bmatrix} E_{K1} \\ E_{K2} \\ \vdots \\ E_{KL} \end{bmatrix}$$

Обобщенное уравнение состояния, полученное на основе 1-го и 2-го законов Кирхгофа, имеет вид:

$$A I_B = F, \tag{4.3}$$

где  $A = \begin{bmatrix} M \\ NZ_B \end{bmatrix}$  – блочная матрица коэффициентов;

$F = \begin{bmatrix} J \\ \dots \\ E_K \end{bmatrix}$  – блочная матрица свободных членов уравнений.

Представленная модель является универсальной, но не экономичной в связи с большой размерностью системы уравнений (4.3). Поэтому наибольшее распространение в практике расчета установившихся режимов получило уравнение узловых напряжений.

**Модель 2.** Линейная форма уравнения узловых напряжений.

$$Y_y U_\Delta = J - M Y_B E_B, \quad (4.4)$$

где  $Y_y = M Y_B M^T$  – матрица узловых проводимостей;  $U_\Delta = [U_i - U_6]$  – матрица узловых напряжений;  $U_6$  – базисное напряжение балансирующего узла;  $Y_B = Z_B^{-1}$  – матрица проводимостей ветвей;  $E_B$  – матрица ЭДС ветвей;  $J$  – вектор задающих токов.

Если в схеме замещения нагрузка и генерация мощности моделируются с помощью задающих токов, то  $E_B = 0$  и уравнение узловых напряжений имеет вид

$$Y_y U_\Delta = J. \quad (4.5)$$

Алгоритм расчета установившегося режима по уравнению узловых напряжений включает в себя следующие этапы .

1. Расчет узловых напряжений по уравнению (4.5)

$$U_\Delta = Y_y^{-1} J.$$

2. Определение уровней напряжений в узлах  $U = U_\Delta + U_6$ . (4.6)

Возможно выполнение этапов 1 и 2 одновременно.

$$U = Y_y^{-1} (J - Y_6 U_6), \quad (4.7)$$

$Y_6$  – матрица проводимостей ветвей, связывающих узлы схемы с балансирующим узлом  $B$  .

3. Расчет падений напряжений в ветвях схемы

$$U_B = M^T U_\Delta = M^T (U - U_6). \quad (4.8)$$

4. Определение токов в ветвях схемы

$$I_B = Y_B (U_B + E_B). \quad (4.9)$$

5. Расчет потоков мощности  $P, Q$ .

## Исходные данные к задаче

Таблица 4.1 – Исходные данные вариантов

№	Сопровиления ветвей, Ом											Задающие токи, кА								$\delta$
	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	
1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	0.8	0.2	0.4	0.7	0.9	0.1	3	4	6	8	9	11	6	9	$\pi/3$
2	0.3	0.2	0.5	0.6	0.7	0.8	0.2	0.4	0.6	0.9	0.1	3	5	6	7	9	11	5	9	$\pi/4$
3	0.3	0.4	0.8	0.9	0.5	0.7	0.6	0.3	0.7	0.2	0.1	2	3	5	8	6	3	7	1	$\pi/6$
4	0.2	0.5	0.7	0.9	0.6	0.4	0.3	0.6	0.9	0.3	0.8	3	2	5	7	3	4	7	6	$\pi/3$
5	0.2	0.4	0.3	0.5	0.3	0.6	0.4	0.5	0.8	0.2	0.7	2	3	6	8	4	9	6	1	$\pi/6$
6	0.5	0.3	0.6	0.9	0.7	0.8	0.5	0.4	0.6	0.4	0.2	3	5	4	8	6	5	9	6	$\pi/4$
7	0.2	0.3	0.4	0.8	0.3	0.5	0.8	0.5	0.6	0.9	0.2	8	3	4	6	5	9	7	2	$\pi/6$
8	0.3	0.5	0.4	0.5	0.6	0.9	0.8	0.5	0.7	0.8	0.7	3	8	6	4	9	10	6	8	$\pi/3$
9	0.1	0.5	0.3	0.5	0.4	0.1	0.2	0.3	0.7	0.6	0.1	2	4	3	5	6	9	7	10	$\pi/4$
10	0.2	0.3	0.5	0.6	0.8	0.2	0.3	0.4	0.9	0.6	0.7	3	5	4	5	6	8	9	4	$\pi/6$

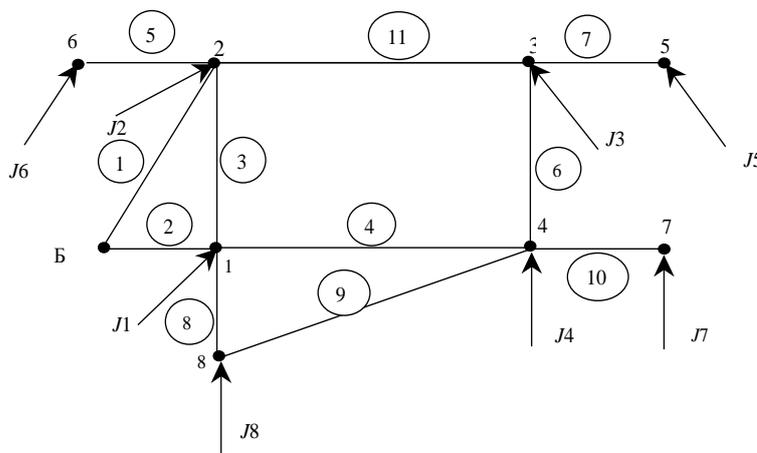


Рисунок 4.1 – Расчетная схема

$U_6 = 10,5$  кВ,  $S_6 = 7$  МВА,  $E_q = 1.07$ ,  $U_c = 1$ ,  $P_d = 60$ ,  $T_j = 14$  с,  $x_d = 1.7$ ,  $x'_d = 0.172$ ,  $T_{d0} = 7.26$ .

### Ход работы

1. Расчет установившегося режима по линейным моделям для сети постоянного тока.

- Рассчитать токи в ветвях расчетной схемы сети постоянного тока, используя обобщенное уравнение состояния. Исходные данные по вариантам приведены таблице 4.1.

*Алгоритм расчета*

⇒ Ввести исходные данные  $M, N$ , вектор-столбец сопротивлений ветвей  $Z$ , вектор задающих токов нагрузки  $J$ , вектор ЭДС ветвей  $E_B$ .

⇒ Сформировать диагональную матрицу сопротивлений  $Z_B$ , используя встроенную функцию  $Z_B = \text{diag}(Z)$ .

⇒ Рассчитать промежуточную матрицу  $H = N \cdot Z_B$ , матрицу контурных ЭДС  $E_K$ .

⇒ Сформировать блочные матрицы коэффициентов  $A$  и свободных членов уравнения  $F$ , используя встроенную функцию *stack*, например:

$$A := \text{stack}(M, H).$$

⇒ Рассчитать токи в ветвях схемы по обобщенному уравнению состояния через обратную матрицу коэффициентов.

• Определить параметры установившегося режима для расчетной схемы, по уравнению узловых напряжений в линейной форме.

*Алгоритм расчета*

⇒ Рассчитать матрицу узловых проводимостей по  $Y_y = MY_B M^T$ .

⇒ Определить уровни напряжений в узлах по (4.7), либо используя (4.5) и (4.6),  $U_6 = 10,5$  кВ.

⇒ Расчет падений напряжений в ветвях схемы по (4.8).

⇒ Определение токов в ветвях схемы по (4.9).

• Сравнить результаты расчета – токи в ветвях схемы, полученные по **Модели 1** и **Модели 2**.

2. *Расчет установившегося режима по линейным моделям для сети переменного тока.*

• Определить параметры установившегося режима для расчетной схемы по уравнению узловых напряжений в линейной форме. Исходные данные по вариантам приведены в табл. 4.1. Расчет провести с учетом единиц измерения параметров.

*Алгоритм расчета*

⇒ Ввести исходные данные  $M$ , вектор-столбец сопротивлений ветвей  $Z(\text{Ом})$ , вектор задающих токов нагрузки  $J(\text{кА})$ ,  $U_6 = 220$  кВ.

⇒ Сформировать диагональную матрицу проводимостей ветвей в сименсах

$$Y_{B,i,i} = \frac{1}{Z_i}, \text{ где } i := 1 \dots 7.$$

⇒ Сформировать матрицу проводимостей ветвей, связывающих узлы схемы с балансирующим  $Y_6$  в сименсах.

⇒ Рассчитать матрицу узловых проводимостей в сименсах.

⇒ Рассчитать напряжения в узлах схемы в киловольтах.

⇒ Определить модуль и фазу напряжений в киловольтах и градусах.

⇒ Рассчитать вектор падений напряжения в ветвях схемы в киловольтах.

⇒ Рассчитать токи в ветвях схемы в килоамперах.

⇒ *Осуществить проверку результатов по балансу токов*: сумма задающих токов должна быть равна току балансирующего узла с обратным знаком. Ток балансирующего узла равен алгебраической сумме токов ветвей, связанных с узлом  $B$  с учетом их направления.

### **Контрольные вопросы**

1. ЭЭС: определение, свойства, режимы
2. Задачи и способы анализа установившихся режимов
3. Формы линейных уравнений состояния – математическая запись и физический смысл
4. Принцип выполнения практического задания, основные этапы

### **Содержание отчета**

- 1) Номер практического занятия, тема и цель работы.
- 2) Результаты выполнения практической работы согласно заданию.
- 3) Ответы на контрольные вопросы.

## Практическая работа № 5

«Расчет установившегося режима ЭЭС на основе нелинейных математических моделей»

**Цель практической работы:** формирование навыков моделирования установившихся режимов ЭЭС на основе нелинейных уравнений состояния в среде Mathcad.

### Перечень знаний и умений для достижения цели:

*знать:*

- схемы замещения и способы построения математических моделей различных электротехнических объектов

*уметь:*

- пользоваться ПК Mathcad для решения электротехнических задач.

### Учебная литература по практической работе:

Моделирование в электроэнергетике [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.Ф. Шаталов, И. Воротников, М. Мастепаненко, и др. ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Агрус, 2014. - 140 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

### Методические рекомендации:

Нелинейные уравнения состояния позволяют произвести расчет установившегося режима при представлении нагрузки и генерации мощности с помощью нелинейных источников тока.

$$J_K(\dot{U}) = \frac{S_K^*(\dot{U})}{\sqrt{3}U_K^*}, \quad (5.1)$$

где  $J_K(U)$  – нелинейный источник тока;  $S_K^*$  – мощность трех фаз узла К;  $U_K^*$  – сопряженный комплекс междуфазного напряжения узла К.

В качестве исходных данных используется  $S_H = \text{const}$ ,  $S_T = \text{const}$ .

Существуют две формы представления нелинейных уравнений узловых напряжений.

**Модель 3. Уравнения узловых напряжений в форме баланса токов**

$$\dot{Y}_y \dot{U} = \sqrt{3} \cdot j(\dot{U}) - \dot{Y}_6 U_6. \quad (5.2)$$

Например, для трехузловой схемы:

$$\begin{cases} \dot{Y}_{11}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{12}\dot{U}_2 + \dot{Y}_{13}\dot{U}_3 = \frac{S_1^*}{U_1^*} - \dot{Y}_{16}U_6 \\ \dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2 + \dot{Y}_{23}\dot{U}_3 = \frac{S_2^*}{U_2^*} - \dot{Y}_{26}U_6, \\ \dot{Y}_{31}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{32}\dot{U}_2 + \dot{Y}_{33}\dot{U}_3 = \frac{S_3^*}{U_3^*} - \dot{Y}_{36}U_6, \end{cases}$$

где  $Y_{i6} = -Y_{i1} - Y_{i2} - Y_{i3}$ .

**Модель 4. Уравнения узловых напряжений в форме баланса мощности**

$$U^* \text{diag}(\dot{Y}_y \dot{U} + \dot{Y}_6 U_6) = S^*. \quad (5.3)$$

Например, для трехузловой схемы:

$$\begin{cases} \dot{U}_1^* (\dot{Y}_{11}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{12}\dot{U}_2 + \dot{Y}_{13}\dot{U}_3 + \dot{Y}_{16}U_6) = S_1^*, \\ \dot{U}_2^* (\dot{Y}_{21}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{22}\dot{U}_2 + \dot{Y}_{23}\dot{U}_3 + \dot{Y}_{26}U_6) = S_2^*, \\ \dot{U}_3^* (\dot{Y}_{31}\dot{U}_1 + \dot{Y}_{32}\dot{U}_2 + \dot{Y}_{33}\dot{U}_3 + \dot{Y}_{36}U_6) = S_3^*. \end{cases}$$

### Исходные данные к задаче

Исходные данные к практическому блоку №5 приведены в Приложении 1.

### Ход работы

Произвести расчет установившегося режима на основе нелинейной модели: уравнения узловых напряжений в форме баланса мощности. Исходные данные по вариантам приведены в приложении 1.

#### Алгоритм расчета

1. Установить индексацию массивов с единицы (по умолчанию индексы элементов массивов начинаются с нуля)  $ORIGIN := 1$ .

2. При выполнении работы использовать возможности работы *Mathcad* с единицами измерения. Ввести дополнительные единицы измерения, отсутствующие в системе:

$$MVA := 10^3 \cdot kV \cdot amp$$

$$Mwatt := MVA$$

$$Mvar := MVA.$$

3. Ввести исходные данные – погонные параметры ЛЭП (использовать возможности *Mathcad* работы с единицами измерения):

$r_0$  (ohm / km);  $x_0$  (ohm / km);  $b_0$  (siemens / km) – погонные параметры ЛЭП;

$l(\text{km})$  – длина ЛЭП;  $P_H (\text{Mwatt}); Q_H (\text{Mvar})$  – мощность нагрузки;  $U_0 = 222 \text{ kV}$  – базисное напряжение;  $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ kV}$  – номинальное напряжение.

#### 4. Рассчитать параметры ЛЭП:

$$R := (r0 \cdot l) \quad X := (x0 \cdot l) \quad B := (i \cdot b0 \cdot l)$$

где  $\rightarrow$  – векторная операция – действие производится над всеми составляющими вектора.

$$Z := R + i \cdot X$$

$S := -S_n$  сопряженный вектор мощности нагрузки

$$S_n := P_n + i \cdot Q_n$$

#### 5. Сформировать матрицу узловых проводимостей.

- Составить и ввести матрицу инцидентий 1-го рода  $\mathbf{M}$ .
- Рассчитать матрицу проводимостей ветвей в *siemens*.

$$i := 1 \dots 5 \quad Y_{b_i, i} := \frac{1}{Z_i}$$

- Рассчитать матрицу узловых проводимостей в *siemens*

$$Y_y := \mathbf{M} Y_b \mathbf{M}^T$$

- Рассчитать емкостные проводимости поперечных ветвей и добавить их к диагональным собственным проводимостям узлов матрицы  $Y_y$ .

Например, первый узел расчетной схемы связан с ветвями 3 и 5 (рис. 5.1):

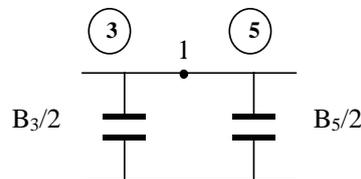


Рис. 5.1. Фрагмент расчетной схемы

$$\text{Для узла 1: } Y_{y1,1} := Y_{y1,1} + \frac{B_3 + B_5}{2}$$

- Добавить столбец матрицы узловых проводимостей, соответствующий балансирующему узлу.

Например, для расчетной схемы вида (рис. 5.2).

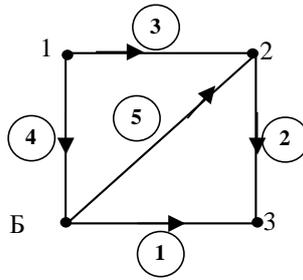


Рис. 5.2. Расчетная схема

$$Y_{y_{1,4}} := -\frac{1}{Z_4} \quad Y_{y_{2,4}} := -\frac{1}{Z_5} \quad Y_{y_{3,4}} := -\frac{1}{Z_1}$$

6. Рассчитать значения узловых напряжения с использованием нелинейных уравнений узловых напряжений в форме баланса мощности.

*Пример из программы в среде Mathcad:*

Начальное приближение

$$U1 := (1.0 - i \cdot 0.15) \cdot U_{non}$$

$$U2 := U1$$

$$U3 := U1$$

Решающий блок

Given

$$U1 \cdot \left( \overline{Y_{y_{1,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{1,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{1,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{1,4}}} \cdot \overline{U0} \right) = S_1$$

$$U2 \cdot \left( \overline{Y_{y_{2,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{2,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{2,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{2,4}}} \cdot \overline{U0} \right) = S_2$$

$$U3 \cdot \left( \overline{Y_{y_{3,1}}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{y_{3,2}}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{y_{3,3}}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{y_{3,4}}} \cdot \overline{U0} \right) = S_3$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} := \text{Minerr} (U_1, U_2, U_3)$$

Функция *Minerr* позволяет определить возможное решение с минимальной ошибкой. Обозначение  $\overline{Y_{y_{1,1}}}$  – сопряженное комплексное значение узловой проводимости.

7. Рассчитать значения параметров установившегося режима.

- Модуль напряжения в (kV) и фазу напряжения в градусах (deg)

В программе *Mathcad*: модуль определяется операцией  $|U1|$ , фаза –  $\arg(U1)$ .

- Значения напряжений в начале и конце каждой ветви.

Пример для схемы (рис. 5.2) из программы в среде *Mathcad*:

$$U_i := \begin{pmatrix} U_0 \\ U_2 \\ U_1 \\ U_1 \\ U_0 \end{pmatrix} \quad U_k := \begin{pmatrix} U_3 \\ U_3 \\ U_2 \\ U_0 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

• Значения токов в ветвях схемы в *amp*, использовать векторную операцию:

$$\xrightarrow{\quad} I := \left( \frac{U_i - U_k}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I}{Z} \right)$$

• Значения потоков мощности в начале и в конце каждой ветви:

$$\Rightarrow \text{в начале ветви } i - S_{i \text{ нач}} = \sqrt{3} \cdot U_{i \text{ нач}} \cdot I - |U_{i \text{ нач}}|^2 \cdot \frac{B_i}{2}.$$

С использованием векторных операций из программы в *Mathcad*:

$$\xrightarrow{\quad} S_i := (\sqrt{3} \cdot U_i \cdot \bar{I}) - \left[ (|U_i|)^2 \frac{B_i}{2} \right];$$

$$\Rightarrow \text{в конце ветви } i - S_{i \text{ кон}} = \sqrt{3} \cdot U_{i \text{ кон}} \cdot I + |U_{i \text{ кон}}|^2 \cdot \frac{B_i}{2}.$$

В среде *Mathcad* с помощью векторных операций представление аналогично.

• Значения потерь мощности в ветвях схемы:

$$\Delta P = \text{Re}(S_{\text{нач}} - S_{\text{кон}}),$$

$$\Delta Q = \text{Im}(S_{\text{нач}} - S_{\text{кон}}).$$

8. Осуществить проверку результатов по балансу мощности: баланс мощности в схеме должен соответствовать мощности балансирующего узла. Мощность балансирующего узла равна алгебраической сумме потоков мощности ветвей, связанных с узлом Б с учетом их направления.

Пример для схемы (рис. 5.2) из программы в среде *Mathcad*:

баланс мощности в схеме:

$$\sum_{i=1}^3 P_{H_i} + \sum dP + i \cdot \left( \sum_{i=1}^3 Q_{H_i} + \sum dQ \right)$$

$$\text{мощность балансирующего узла: } S_{H5} + S_{H1} - S_{K4}.$$

### Контрольные вопросы

1. Моделирование установившихся режимов ЭЭС: способы
2. Уравнения узловых напряжений: математическая запись и физический смысл
3. Принцип выполнения практического задания, основные этапы

### **Содержание отчета**

- 1) Номер практического занятия, тема и цель работы.
- 2) Результаты выполнения практической работы согласно заданию.
- 3) Ответы на контрольные вопросы.

## Практическая работа № 6

«Математические методы анализа статической устойчивости установившихся режимов ЭЭС»

**Цель практической работы:** формирование навыков применения сосредоточенных математических моделей макроуровня для анализа статической устойчивости энергосистем.

### Перечень знаний и умений для достижения цели:

*знать:*

- схемы замещения и способы построения математических моделей различных электротехнических объектов

*уметь:*

- пользоваться ПК Mathcad для решения электротехнических задач.

### Учебная литература по практической работе:

Моделирование в электроэнергетике [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.Ф. Шаталов, И. Воротников, М. Мастепаненко, и др. ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Агрус, 2014. - 140 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

### Методические рекомендации:

При проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем решается задача анализа статической устойчивости.

Под устойчивостью понимается способность системы возвращаться в исходное или близкое к исходному состояние равновесия после малого возмущающего воздействия. Такого типа устойчивость называется статической либо устойчивостью в «малом» и является необходимым условием работоспособности любой технической системы.

При анализе электрической системы *состоянию равновесия* соответствует *нормальный установившийся режим*. В качестве *малых возмущающих воздействий* можно рассматривать, например, подключение или отключение потребителей, которые приводят к изменению параметров системы во времени и возникновению переходных процессов.

Анализ статической устойчивости, основанный на методе малых колебаний, включает в себя следующие этапы.

1. *Допускается малое возмущение* относительно исходного состояния равновесия. Под воздействием малого возмущения в электрической системе воз-

никают переходные процессы, которые описываются с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

2. Составляются *дифференциальные уравнения переходного процесса*. Для широкого класса технических систем при анализе переходных процессов используются системы дифференциальных уравнений вида:

$$\sum_{i=1}^n \left( a_{ij} \frac{d^2 x_i}{dt^2} + b_{ij} \frac{dx_i}{dt} + c_{ij} x_i \right) = F_j(t), \quad (6.1)$$

где  $j = 1 \dots n$ ;  $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}$  – постоянные коэффициенты;  $x_i(t)$  – переменные, характеризующие реакцию системы на малое возмущение;  $F_j(t)$  – внешние силы, отражающие изменение условий работы системы.

Реакция системы на возмущающее воздействие  $x_i(t)$  может быть представлена как совокупность вынужденной  $x_{\text{вын } i}(t)$  и свободной  $x_{\text{св } i}(t)$  составляющих. При этом для анализа устойчивости определяющее значение имеет характер изменения свободной составляющей, т. е. характер возникающих в системе свободных колебаний, который определяется внутренними свойствами системы.

Положение равновесия является асимптотически устойчивым, если выполняется условие затухания во времени свободных колебаний

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{\text{св } i}(t) = 0. \quad (6.2)$$

3. *Анализ характера переходных процессов*. Как правило, дифференциальные уравнения, описывающие переходные процессы в технических системах, не линейны вследствие нелинейности физических закономерностей, связывающих параметры режима электрической системы. Для упрощения анализа при малых отклонениях все нелинейные функции линеаризуются. Считая, что возмущающее воздействие незначительно во времени и отклонения параметров режима от исходных значений  $\Delta x_i(t)$  малы, можно перейти к дифференциальным уравнениям, линейным относительно  $\Delta x_i(t)$ . Для анализа изменения во времени свободной составляющей  $\Delta x_i(t)$  в общем случае необходимо решить дифференциальное уравнение  $n$  степени:

$$a_0 \frac{d^n \Delta x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} \Delta x}{dt^{n-1}} + \dots + a_n \Delta x = 0. \quad (6.3)$$

Используя операторный метод, можно перейти от дифференциального уравнения (6.3) к характеристическому уравнению

$$D(p) = a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (6.4)$$

Дальнейшее исследование переходных процессов, возникающих в электрической системе, определяется видом корней характеристического уравнения (6.4).

На основе *теоремы Ляпунова* положение равновесия является статически устойчивым, если все корни характеристического уравнения (6.4) имеют отрицательную вещественную часть; неустойчивым, если хоть один корень уравнения (6.4) имеет положительную вещественную часть.

Возможны *два подхода* к решению поставленной задачи.

- При степени характеристического уравнения  $n = 2$  определяются корни уравнения (6.4) и устойчивость системы анализируется на основе теоремы Ляпунова, далее определяется характер изменения во времени свободной составляющей  $\Delta x_i(t)$ .

- При степени характеристического уравнения  $n \geq 3$  об устойчивости системы судят без непосредственного решения характеристического уравнения (6.4), используя *критерии устойчивости*.

*Критерии устойчивости.* Анализ статической устойчивости электрических систем путем прямого отыскания корней характеристического уравнения связан с практическими трудностями, поскольку отсутствуют аналитические выражения для корней уравнений выше четвертого порядка. Однако для суждения об устойчивости системы достаточно знать то, что все корни расположены в левой полуплоскости комплексной плоскости и имеют отрицательную вещественную часть.

*Определение.* Условия, которые позволяют судить о наличии отрицательной вещественной части всех корней характеристического уравнения без его непосредственного решения, называются *критериями устойчивости*. Критерии устойчивости подразделяются на алгебраические и частотные.

#### *Алгебраический критерий Гурвица*

Для использования критерия Гурвица составляется *определитель Гурвица* по следующим правилам:

- по главной диагонали располагаются коэффициенты уравнения (6.4) в порядке возрастания индексов начиная с  $a_1$ ;
- построчно помещаются коэффициенты только с четными или только с нечетными индексами, при этом влево от диагонали индексы уменьшаются, а вправо – увеличиваются;
- все недостающие коэффициенты заменяются нулями.

Например, для характеристического уравнения  $n = 3$  определитель Гурвица имеет вид:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}. \quad (6.5)$$

Затем выделяются миноры относительно главной диагонали определителя Гурвица  $\Delta_3$  и применяется *критерий Гурвица*: для устойчивости системы

необходимо и достаточно, чтобы при  $a_0 > 0$  все главные диагональные миноры определителя Гурвица были положительны.

Условия устойчивости для  $\Delta_3$ :

$$a_0 > 0,$$

$$\Delta_1 = a_1 > 0,$$

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0,$$

$$\Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_3^2 a_0 = a_3 \Delta_2 > 0.$$

### Частотный критерий устойчивости Михайлова

В основу критерия Михайлова положен принцип аргумента, известный из теории функций комплексного переменного.

Для применения критерия Михайлова необходимо заменить  $p = j\omega$ , где  $\omega$  – частота свободных колебаний, и подставить в выражение (6.4). Например, для характеристического уравнения  $n = 3$ :

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= a_0(j\omega)^3 + a_1(j\omega)^2 + a_2(j\omega) + a_3 = -a_0j\omega^3 - a_1\omega^2 + a_2j\omega + a_3 = \\ &= U(\omega) + jV(\omega), \\ U(\omega) &= -a_1\omega^2 + a_3, \end{aligned} \tag{6.6}$$

$$V(\omega) = -a_0\omega^3 + a_2\omega = \omega(-a_0\omega^2 + a_2).$$

Вектор  $D(j\omega)$ , изображенный в декартовых координатах на плоскости, при изменении  $0 < \omega < \infty$  вращается и концом вектора описывает кривую, которая называется *годографом* характеристического уравнения.

**Практическая формулировка** критерия Михайлова: система будет устойчива, если при возрастании  $0 < \omega < \infty$  годограф, начинаясь на положительной части вещественной оси, проходит последовательно в положительном направлении  $n$  квадрантов, где  $n$  – степень характеристического уравнения. Такое перемещение годографа соответствует повороту вектора характеристического многочлена  $D(j\omega)$  на угол  $n \cdot \frac{\pi}{2}$ .

С использованием практической формулировки критерия Михайлова можно построить годографы устойчивых систем, которые имеют жесткую конфигурацию в зависимости от степени характеристического уравнения (рис. 6.1).

Таким образом, изменяя частоту свободных колебаний  $0 < \omega < \infty$ , нужно построить годограф Михайлова, и по его конфигурации сделать вывод о статической устойчивости системы с учетом степени характеристического уравнения.

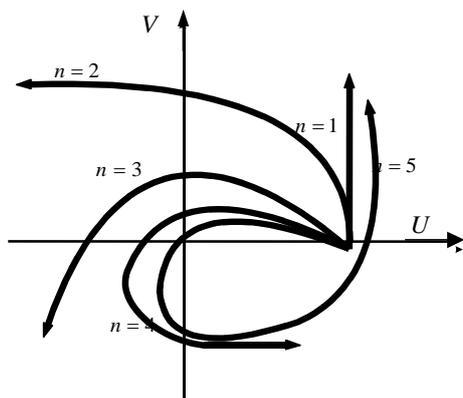


Рис. 6.1. Годографы устойчивых систем

Имеется возможность анализа устойчивости системы по критерию Михайлова без построения годографа. Для того чтобы система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\begin{aligned} &\triangleright U(\omega=0) = a_n > 0; \\ &\triangleright \frac{\partial V}{\partial \omega}(\omega=0) = a_{n-1} > 0; \end{aligned} \quad (6.7)$$

- $\triangleright$  корни уравнений  $U(\omega) = 0$   $V(\omega) = 0$  должны быть перемежающимися (чередующимися на числовой оси).

### Исходные данные к задаче

#### Ход работы

Произвести анализ статической устойчивости системы, для которой рассчитан установившийся режим в практическом блоке № 4, на основе линейного уравнения узловых напряжений. Продолжить программу практического блока № 4 (раздел 4.2) в среде *Mathcad*.

Анализ статической устойчивости системы проведем при отсутствии нагрузки в узлах и подключении к узлу 5 синхронного неявнополюсного генератора. Эквивалентная схема приведена на рис. 6.2.

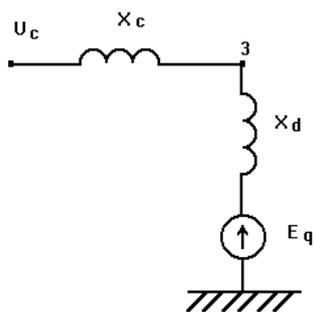


Рис. 6.2. Эквивалентная расчетная схема

## Алгоритм расчета

### 1. Ввод исходных данных

- Ввести дополнительные исходные данные

$E_q$  – синхронная ЭДС ;

$x_d$  – индуктивное сопротивление по продольной оси ;

$U_c$  – напряжение системы ;  $T_j$  – постоянная инерции, в с ;

$R_d$  – коэффициент демпфирования ;

$\delta$  – угол между векторами  $U_c$  и  $E_q$ .

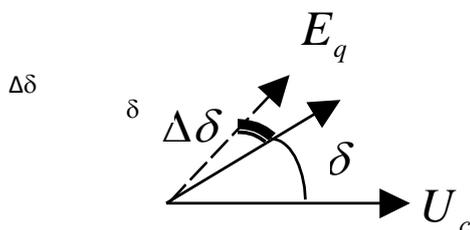


Рис. 6.3.

Для перевода в относительные единицы ввести базисные параметры

$$S_{\delta} = S_{\Gamma \text{ ном}}, \quad U_{\delta} = U_{\Gamma \text{ ном}};$$

- перевести их в относительные единицы

$$T_j(\text{o.e.}) = T_j(\text{с})\omega_0 = T_j(\text{с}) \cdot 314; \quad (6.8)$$

- рассчитать значение эквивалентного сопротивления системы  $x_c$ , которое соответствует диагональному элементу матрицы узловых сопротивлений  $Z_y$

$$Z_y := Y_y^{-1}. \quad (6.9)$$

Поскольку синхронная машина подключена к узлу 5, то  $x_c = Z_{y5,5}$ ;

- перевести эквивалентное сопротивление в относительные единицы:

$$x_c(\text{o.e.}) = x_c(\text{Ом}) \cdot \frac{S_{\delta}}{U_{\delta}^2}. \quad (6.10)$$

2. Анализ статической устойчивости по корням характеристического уравнения.

Если не учитывать переходные процессы в обмотке возбуждения генератора, но учесть демпфирующие моменты, дифференциальное уравнение относительно  $\Delta\delta$  имеет вид:

$$T_j \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\Delta\delta}{dt} + c_1 \Delta\delta = 0. \quad (6.11)$$

• Используя операторный метод  $\frac{d\Delta\delta}{dt} = p$ , перейти к характеристическому уравнению

$$T_j p^2 + P_d p + c_1 = 0. \quad (6.12)$$

• Рассчитать коэффициент  $c_1$  уравнения (6.12), определяется исходя из соотношения

$$c_1 = \frac{E_q U_c}{x_{d\Sigma}} \cos \delta, \quad (6.13)$$

где значение  $x_{d\Sigma}$  определяется по формуле

$$x_{d\Sigma} = x_c + x_d. \quad (6.14)$$

• Определить значения корней характеристического уравнения (6.12)  $p_1, p_2$ , на основе *теоремы Ляпунова* сделать вывод об устойчивости системы.

• Построить график переходного процесса по выражениям:

▪ если корни  $p_1 = \alpha_1, p_2 = \alpha_2$  — действительные, то  $\Delta\delta(t) = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t}$ ;

▪ если корни комплексно-сопряженные ( $p_{1,2} = \alpha \pm j\beta$ ), то

$$\Delta\delta(t) = 2C e^{\alpha t} \sin(\beta t + \varphi), \text{ где } C = \sqrt{A^2 + B^2}, \varphi = \arctg \frac{A}{B}.$$

3. *Анализ статической устойчивости по алгебраическому критерию Гурвица.*

Если учесть не только демпфирующие моменты, но и переходные процессы в обмотке возбуждения генератора, то в этом случае характеристическое уравнение будет иметь третий порядок

$$D(p) = a_0 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0. \quad (6.15)$$

• Рассчитать коэффициенты уравнения (6.15) исходя из соотношений

$$a_0 = T_j T_d'; \quad a_1 = T_j + P_d T_d'; \quad a_2 = c_2 T_d' + P_d; \quad a_3 = c_1.$$

где  $T_d'$  — *переходная постоянная времени генератора по продольной оси.*

Значение коэффициента  $c_1$  вычисляется по (7.12), а для определения  $c_2$  используется выражение.

$$c_2 = c_1 + \frac{x_d - x'_d}{x_{d\Sigma} x'_{d\Sigma}} U_c^2 \sin^2 \delta, \quad (6.16)$$

где  $x'_d$  – переходное реактивное сопротивление генератора по продольной оси

$$x'_{d\Sigma} = x'_d + x_c. \quad (6.17)$$

Переходная постоянная времени генератора  $T'_d$  рассчитывается из выражения

$$T'_d = \frac{x'_{d\Sigma}}{x_{d\Sigma}} T_{d0}, \quad (6.18)$$

$T_{d0}$  – постоянная времени обмотки возбуждения синхронной машины при разомкнутой обмотке статора.

- Составить определитель Гурвица и рассчитать миноры определителя относительно главной диагонали.

Пример расчета определителя из программы в среде **Mathcad**:

$$\Delta_3 := \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}.$$

- Сделать вывод об устойчивости системы по критерию Гурвица.

### Контрольные вопросы

1. Сосредоточенные математические модели макроуровня: определение, физический смысл
2. Дифференциальные уравнения переходного процесса: математическая запись и физический смысл
3. Алгебраический критерий Гурвица: математическая запись и физический смысл
4. Частотный критерий устойчивости Михайлова
5. Принцип выполнения практического задания, основные этапы

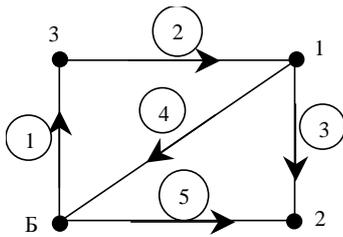
### Содержание отчета

- 1) Номер практического занятия, тема и цель работы.
- 2) Результаты выполнения практической работы согласно заданию.
- 3) Ответы на контрольные вопросы.

Вариант 1

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.12 \\ 0.125 \\ 0.09 \\ 0.085 \\ 0.085 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.43 \\ 0.42 \\ 0.429 \\ 0.423 \\ 0.425 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.57 \\ 2.51 \\ 2.564 \\ 2.528 \\ 2.54 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 90 \\ 85 \\ 130 \\ 125 \\ 140 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

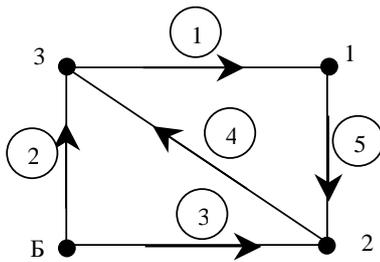
Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 60 \\ 80 \\ 120 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 30 \\ 45 \\ 70 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

## Вариант 2

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.13 \\ 0.125 \\ 0.039 \\ 0.075 \\ 0.095 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0.44 \\ 0.43 \\ 0.425 \\ 0.45 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.749 \\ 2.63 \\ 2.56 \\ 2.54 \\ 2.69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 100 \\ 185 \\ 120 \\ 85 \\ 110 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

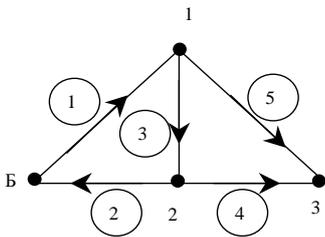
Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 80 \\ 180 \\ 100 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 50 \\ 75 \\ 60 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

### Вариант 3

Расчетная схема

Исходные данные



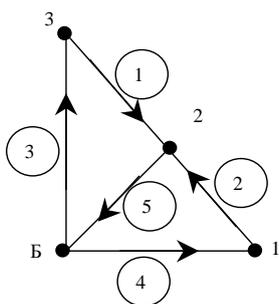
$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.12 \\ 0.069 \\ 0.085 \\ 0.15 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.36 \\ 0.34 \\ 0.45 \\ 0.42 \\ 0.43 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.152 \\ 2.032 \\ 2.69 \\ 2.51 \\ 2.57 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}}$$

$$l = \begin{bmatrix} 90 \\ 85 \\ 125 \\ 185 \\ 130 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 100 \\ 160 \\ 90 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 50 \\ 85 \\ 40 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.13 \\ 0.11 \\ 0.059 \\ 0.35 \\ 0.25 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0.34 \\ 0.42 \\ 0.41 \\ 0.45 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.749 \\ 2.032 \\ 2.51 \\ 2.451 \\ 2.69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 98 \\ 95 \\ 135 \\ 150 \\ 110 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

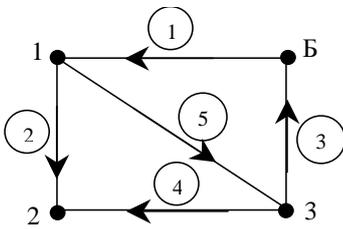
Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 80 \\ 130 \\ 190 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 50 \\ 85 \\ 80 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

## Вариант 5

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.14 \\ 0.11 \\ 0.045 \\ 0.25 \\ 0.13 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.35 \\ 0.47 \\ 0.41 \\ 0.4 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.39 \\ 2.092 \\ 2.809 \\ 2.451 \\ 2.391 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 96 \\ 121 \\ 130 \\ 75 \\ 120 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 60 \\ 75 \\ 120 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 30 \\ 35 \\ 60 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

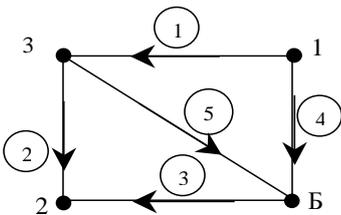
## Вариант 6

Расчетная схема

Исходные данные

$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.12 \\ 0.13 \\ 0.2 \\ 0.21 \\ 0.12 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.43 \\ 0.39 \\ 0.4 \\ 0.25 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.51 \\ 2.57 \\ 2.331 \\ 2.391 \\ 1.494 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 90 \\ 187 \\ 110 \\ 57 \\ 110 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$



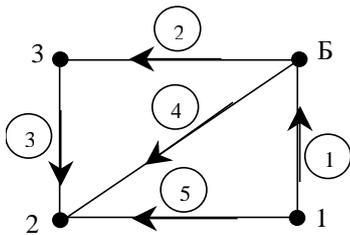
Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 90 \\ 120 \\ 110 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 50 \\ 65 \\ 55 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

## Вариант 7

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.11 \\ 0.12 \\ 0.382 \\ 0.25 \\ 0.12 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.45 \\ 0.39 \\ 0.39 \\ 0.45 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.391 \\ 2.69 \\ 2.331 \\ 2.331 \\ 2.69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}}$$

$$l = \begin{bmatrix} 85 \\ 180 \\ 120 \\ 87 \\ 90 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

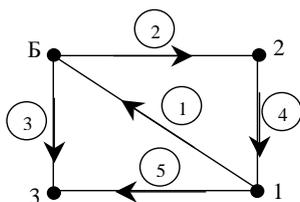
Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 70 \\ 180 \\ 120 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 30 \\ 90 \\ 65 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

## Вариант 8

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.21 \\ 0.15 \\ 0.38 \\ 0.12 \\ 0.14 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.35 \\ 0.22 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.45 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.092 \\ 1.315 \\ 2.391 \\ 2.391 \\ 2.69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 115 \\ 80 \\ 50 \\ 77 \\ 92 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 60 \\ 110 \\ 90 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 30 \\ 70 \\ 45 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

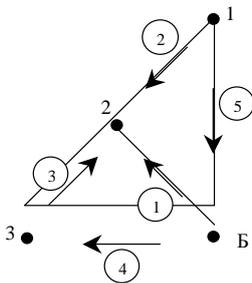
## Вариант 9

Расчетная схема

Исходные данные

$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.31 \\ 0.17 \\ 0.27 \\ 0.12 \\ 0.13 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.45 \\ 0.4 \\ 0.37 \\ 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.692 \\ 2.391 \\ 2.211 \\ 2.989 \\ 3.586 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 95 \\ 86 \\ 67 \\ 89 \\ 119 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$



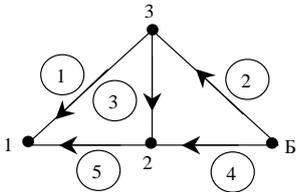
Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 89 \\ 176 \\ 95 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 40 \\ 85 \\ 45 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

Вариант 10

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.21 \\ 0.15 \\ 0.38 \\ 0.12 \\ 0.14 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0.35 \\ 0.22 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.45 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.092 \\ 1.315 \\ 2.391 \\ 2.391 \\ 2.69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}}$$

$$l = \begin{bmatrix} 115 \\ 80 \\ 50 \\ 77 \\ 92 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

Мощности нагрузки узлов:

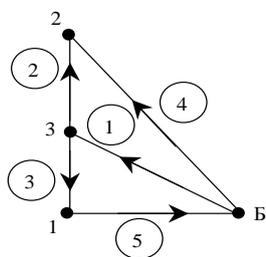
$$P_H = \begin{bmatrix} 60 \\ 110 \\ 90 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt}$$

$$Q_H = \begin{bmatrix} 30 \\ 70 \\ 45 \end{bmatrix} \cdot \text{Mva}$$

## Вариант 11

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.21 \\ 0.17 \\ 0.38 \\ 0.19 \\ 0.13 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.39 \\ 0.26 \\ 0.41 \\ 0.41 \\ 0.45 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 2.331 \\ 1.554 \\ 2.451 \\ 2.451 \\ 2.69 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 95 \\ 88 \\ 56 \\ 110 \\ 95 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

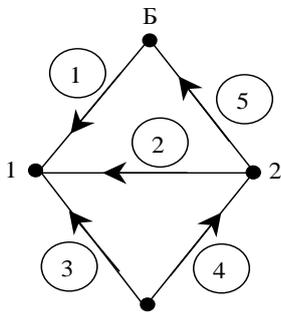
Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 75 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 60 \\ 40 \\ 35 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

Вариант 12

Расчетная схема

Исходные данные



$$r_0 = \begin{bmatrix} 0.24 \\ 0.14 \\ 0.3 \\ 0.12 \\ 0.13 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.2 \\ 0.35 \\ 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$$

$$b_0 = \begin{bmatrix} 1.494 \\ 1.195 \\ 2.092 \\ 1.195 \\ 2.391 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}} \quad l = \begin{bmatrix} 95 \\ 88 \\ 56 \\ 77 \\ 95 \end{bmatrix} \cdot \text{km}$$

Мощности нагрузки узлов:

$$P_H = \begin{bmatrix} 90 \\ 110 \\ 80 \end{bmatrix} \cdot \text{Mwatt} \quad Q_H = \begin{bmatrix} 40 \\ 70 \\ 35 \end{bmatrix} \cdot \text{Mvar}$$

## Рекомендуемая литература

1. Моделирование в электроэнергетике [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.Ф. Шаталов, И. Воротников, М. Мастепаненко, и др. ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Агрус, 2014. - 140 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).
2. Костин, В.Н. Электроэнергетические системы и сети : учеб. пособие / В. Н. Костин. - Санкт-Петербург : Троицкий мост, 2015. - 304 с.
3. Идельчик В.И. Электрические системы и сети. Учебник для вузов. – Москва: Энергоатомиздат, 1989. – 592с.
4. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для вузов/ Л.А. Бессонов, 9-е изд. – Москва: Гардарики, 2001. – 317 с.
5. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник для вузов/ Л.А. Бессонов, 9-е изд. – М.: Гардарики, 2001. – 638 с.
6. Мельников, Н.А. Электрические сети и системы: учеб. / Н. А. Мельников, 2-е изд., стереотип. - Москва: Энергия, 1975. – 463 с.
7. Голубев М. Л. Методы расчета токов короткого замыкания в распределительных сетях. Москва: Энергия, 1967. – 59 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»)
8. Короткие замыкания и несимметричные режимы электроустановок: учебное пособие для студентов вузов / И.П. Крючков, В.А. Старшинов, Ю.П. Гусев, М.В. Пираторов. – Москва: Издательский дом МЭИ, 2008. – 471 с.
9. Переходные процессы в электроэнергетических системах: учебник для вузов / И.П. Крючков, В.А. Старшинов, Ю.П. Гусев, М.В. Пираторов; под ред. И.П. Крюčkова. – 2-е изд., стер. – Москва: Издательский дом МЭИ, 2009. – 414 с.

10. Рекус, Г.Г. Сборник задач и упражнений по электротехнике и основам электроники: учеб. пособие / Г.Г. Рекус, А.И. Белоусов. – изд. 2-е, перераб. - Москва: Директ-Медиа, 2014. – 417 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»)

Локальный электронный методический материал

Дарья Константиновна Кугучева

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ

*Редактор И. Голубева*

Локальное электронное издание

Уч.-изд. л. 3,8. Печ. л. 3,5

Издательство федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет».  
236022, Калининград, Советский проспект, 1