

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А. В. Вялова

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины  
для студентов бакалавриата направлений подготовки  
13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника  
и 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Калининград  
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»  
2023

УДК 519.6

Рецензент

кандидат физико-математических наук, исполняющий обязанности заведующего кафедрой прикладной математики и информационных технологий  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет»  
А. И. Руденко

**Вялова, А. В.**

Математический анализ: учеб.-методич. пособие по изучению дисциплины для студ. бакалавриата по направлениям подгот. 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника / **А. В. Вялова.** – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 25 с.

Учебно-методическое пособие содержит характеристику дисциплины, тематический план проведения занятий, вопросы для изучения, методические материалы к занятию, методические указания по выполнению самостоятельной работы.

Табл. 7, список лит. – 11 наименований

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией института цифровых технологий от 17 января 2023 г., протокол № 11

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией института морских технологий, энергетики и строительства от 25.10.2023 г., протокол № 12

УДК 519.6

© Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Калининградский государственный  
технический университет», 2023 г.  
© Вялова А. В., 2023 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН .....	5
2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ .....	7
2.1. Раздел 1. Введение в математический анализ .....	7
2.2. Раздел 2. Предел и непрерывность функции действительной переменной .....	8
2.3. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной .....	9
2.4. Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных .....	11
2.5. Раздел 5. Неопределенный интеграл .....	12
2.6. Раздел 6. Определенный интеграл. Несобственные интегралы .....	13
2.7. Раздел 7. Дифференциальные уравнения .....	15
2.8. Раздел 8. Числовые и функциональные ряды .....	16
2.9. Раздел 9. Двойной, тройной криволинейные интегралы .....	18
3. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	20
3.1. Текущая аттестация .....	20
3.2. Условия получения положительной оценки .....	20
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	23
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	24

## ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие предназначено для студентов бакалавриата направлений подготовки 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника и 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, изучающих дисциплину «Математический анализ». Дисциплина изучается студентами очной и заочной форм обучения обоих направлений в первом и втором семестрах.

Целью освоения дисциплины является формирование знаний, умений и навыков анализа, моделирования и решения теоретических и практических задач с широким использованием математического аппарата, а также компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО.

В результате освоения дисциплины студент должен:

знать:

– основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений;

– простейшие приложения математического анализа в профессиональных дисциплинах;

уметь:

– использовать методы математического анализа при решении типовых задач;

– использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины;

– переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей;

– приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии;

владеть:

– методами построения математических моделей типовых задач;

– математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач.

Для успешного освоения дисциплины студенту нужно владеть знаниями, умениями и навыками довузовской подготовки по математике (проводить алгебраические преобразования, решать уравнения и неравенства, знать основные тригонометрические формулы, уметь проводить тригонометрические преобразования и решать тригонометрические уравнения и неравенства, понимать функции, графики функций и основные ее свойства, знать графики и свойства основных элементарных функций). Также владеть знаниями, умениями и навыками, получаемыми студентами при параллельном освоении дисциплины «Алгебра и геометрия».

В предлагаемом пособии представлен тематический план, содержащий перечень изучаемых тем, мероприятий текущей аттестации и отводимое на них аудиторное время (занятия в соответствии с расписанием) и самостоятельную работу. При формировании личного образовательного плана на семестр обучающемуся следует оценивать рекомендуемое время на изучение дисциплины и возможность больших временных затрат на выполнение отдельных заданий или проработку отдельных тем.

В разделе «Содержание дисциплины» приведены подробные сведения о вопросах, рассматриваемых в данном курсе. Представлены методические рекомендации преподавателя для самостоятельной работы студента. Каждая тема включает ссылку на литературу, а также контрольные вопросы для самопроверки.

Раздел «Методические указания по самостоятельной работе» содержит рекомендации по подготовке к лекционным, практическим занятиям, экзамену и указания по выполнению контрольных работ студентами заочной формы обучения.

Помимо данного пособия, студентам следует использовать материалы, размещенные в соответствующем разделе курса по дисциплине «Математический анализ» в ЭИОС.

## 1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Тематический план первого семестра очной и заочной форм обучения (таблица 1).

Таблица 1

№ п/п	Раздел (модуль) дисциплины	Очная форма обучения				Заочная форма обучения			
		объем аудиторных занятий, ч		объем самостоятель- ной работы, ч		объем аудиторных занятий, ч		объем самостоятель- ной работы, ч	
		лек- ции	практиче- ские заня- тия	лек- ции	практиче- ские занятия	лек- ции	практиче- ские заня- тия.	лек- ции	практиче- ские занятия
1	Введение в математический анализ	3	2	1	1			2	2
2	Предел и непрерывность функций действительной переменной	7	8	1	1	2 (УЗ)	1	10	10
3	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	12	12	1	1	4	2	10	10
4	Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных	8	8	2	1,85	-	1	6	6
		30	30	5	4,85	4 +2 (УЗ)	4	28	28
		60		9,85		8 +2 (УЗ)		56	
		<b>Рубежный (текущий) и итоговый контроль</b>							
	<b>Итоговый контроль (зачет)</b>	-	-	-	-	-	-	-	-
	<b>Всего</b>	60		9,85		8+2 (УЗ)		56	

Тематический план второго семестра очной и заочной форм обучения (таблица 2).

Таблица 2

№ п/п	Раздел (модуль) дисциплины	Очная форма обучения				Заочная форма обучения			
		объем аудиторных занятий, ч		объем самостоятель- ной работы, ч		объем аудиторных занятий, ч		объем самостоятель- ной работы, ч	
		лек- ции	практические занятия	лек- ции	практические занятия	лек- ции	практические занятия	лек- ции	практические занятия
5	Неопределенный интеграл	8	8	4	4	2	3	12	12
6	Определенный интеграл. Не- собственные интегралы	4	4	4	4	2	1	12	12
7	Дифференциальные уравне- ния	10	10	4	4	2	4	12	12
8	Числовые и функциональные ряды	8	8	4	4	2	-	12	12
9	Двойной, тройной криволи- нейные интегралы	-	-	4	4	-	-	12	12,2
		30	30	20	20	8	8	60	60,2
		60		40		16		120,2	
		<b>Рубежный (текущий) и итоговый контроль</b>							
	<b>Контрольная работа 1</b>	-	-	10		-	-	15	
	<b>Контрольная работа 2</b>			10,4		-	-	15	
	<b>Итоговый контроль (экза- мен)</b>	-	-	42,75		-	-	10,6	
	<b>Всего</b>	60		60,4		16		152	

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ

### 2.1. Раздел 1. Введение в математический анализ

*Перечень изучаемых вопросов:* Множества, основные понятия. Числовые множества. Натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа. Операции над множествами. Функция, основные понятия (аргумент, значение функции, область определения, множество значений). Способы задания функции. Основные свойства функции (нули функции, четность, нечетность, возрастание, убывание, периодичность). Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики.

*Методические указания к изучению:*

Изучение дисциплины «Математический анализ» целесообразно начать с основных понятий теории множеств, а затем перейти к понятию числовое множество. Множества, элементами которых являются числа, называются числовыми. Примерами числовых множеств являются: множество натуральных чисел, множество целых чисел, множество рациональных чисел, множество иррациональных чисел, множество действительных чисел.

Над множествами определяются операции, во многом сходные с арифметическими. Операции вводятся для двух множеств. Для наглядности геометрическая интерпретация операций дается диаграммами Эйлера–Венна. Перечисляются основные свойства операций над множествами.

Понятие функции является одним из основных математических понятий, при помощи которых моделируются многие естественные процессы и явления. В данном разделе вводятся определение и основные понятия для числовой функции одной действительной переменной, основные характеристики поведения функции.

Перед началом изучения данного раздела рекомендуется повторить основные элементарные функции, их свойства и графики.

Самостоятельная работа студента при изучении раздела 1 включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий.

*Контрольные вопросы:*

1. Какие множества называются конечными, бесконечными?
2. Что называют подмножеством множества?
3. Какие множества называются равными?
4. Из каких чисел состоят множества натуральных, целых, рациональных, иррациональных и действительных чисел? Как эти множества связаны между собой?
5. Что называют объединением двух множеств? Что называют пересечением двух множеств? Что называют разностью двух множеств?
6. Что называют декартовым произведением двух множеств? Что называют декартовым квадратом?
7. Что такое функция? Какие способы задания функции вы знаете?
8. Что такое нули функции?
9. Дайте определения четной (нечетной) функции.
10. Дайте определения возрастающей, убывающей функции.
11. Дайте определение ограниченной функции.
12. Дайте определение периодической функции.
13. Дайте определение обратной функции. Для каких функций существует обратная функция? Сформулируйте правило нахождения обратной функции.
14. Дайте определение сложной функции. Приведите примеры сложных функций двух, трех промежуточных аргументов.

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 7, 8] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

## 2.2. Раздел 2. Предел и непрерывность функции действительной переменной

*Перечень изучаемых вопросов:* Числовая последовательность, предел последовательности. Признаки сходимости числовых последовательностей. Свойства сходящейся последовательности. Предел функции в точке: определения по Гейне и по Коши, геометрический смысл. Односторонние пределы функции в точке. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малая и большая функции, свойства и связь. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов: виды неопределенностей и методы раскрытия основных неопределенностей. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.

*Методические указания к изучению:*

Изучение темы начинается с понятия числовой последовательности, которая представляет собой числовую функцию, определенную на множестве натуральных чисел и принимающую значения во множестве действительных чисел. Большинство понятий, определенных в предыдущем разделе для функции (монотонность, ограниченность и даже периодичность), применимы и к числовой последовательности. Однако нельзя говорить о четных и нечетных последовательностях, поскольку на множестве натуральных чисел нет двух взаимно противоположных чисел.

Вводится понятие предела последовательности. Операция предельного перехода является одной из основных в математическом анализе. Впервые понятие предела встречалось в элементарной математике, где с помощью предельных переходов определялась длина окружности, объемы цилиндра, конуса и т. д. Оно также использовалось при определении суммы бесконечно убывающей прогрессии.

Понятие предела функции является обобщением предела последовательности: определение предела функции можно сформулировать «на языке последовательностей». Однако наиболее часто встречается определение предела функции на языке окрестностей. Изучение данного раздела рекомендуется начать с понятия проколотой окрестности точки, а затем переходить к определению предела функции в точке. Вводится два эквивалентных между собой определения предела функции в точке: 1) «на языке последовательностей» или по Гейне; 2) «на языке  $\varepsilon - \delta$ » или по Коши. Дается геометрическая интерпретация конечного предела функции в точке по Коши. Вводятся понятия односторонних пределов, предела функции на бесконечности.

При исследовании поведения функций и при вычислении их пределов огромную роль играют понятия бесконечно большой и бесконечно малой функций, их свойства и связь друг с другом. Обратите внимание, как связаны функции, ее предел и бесконечно малая функция. Изучите основные теоремы о пределах, которые облегчают их вычисление. Выучите первый и второй замечательные пределы, их следствия. При подготовке к практическим занятиям выясните методы раскрытия основных видов неопределенностей, возникающих при вычислении пределов. Изучите понятие непрерывности функции, точек разрыва и основные теоремы о непрерывных функциях.

При изучении раздела 2 обязательно используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущего раздела дисциплины и довузовской подготовке по математике. Перед началом изучения данного раздела рекомендуется повторить понятие модуля, его свойства и решение неравенств с модулем.

Самостоятельная работа студента при изучении раздела 2 включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий.

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое числовая последовательность?
2. Сформулируйте определение предела числовой последовательности, дайте геометрическую интерпретацию.

3. Сформулируйте необходимый признак сходимости числовой последовательности.
4. Сформулируйте достаточный признак сходимости числовой последовательности.
5. Перечислите свойства сходящейся последовательности.
6. Сформулируйте определение предела функции в точке по Гейне.
7. Сформулируйте определение предела функции в точке по Коши.
8. Дайте геометрическую интерпретацию определения конечного предела функции по Коши.
9. Сформулируйте определение левостороннего (правостороннего) предела функции в точке.
10. Сформулируйте теорему о связи между односторонними и двусторонним пределами функции в точке.
11. Сформулируйте определение предела функции на бесконечности.
12. Запишите первый замечательный предел и его следствия.
13. Запишите второй замечательный предел и его следствия.
14. Что такое бесконечно большая, бесконечно малая функции?
15. Перечислите основные свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций.
16. Приведите классификацию бесконечно малых функций.
17. Что такое эквивалентные бесконечно малые функции? Запишите важнейшие эквивалентности, используемые при вычислении пределов.
18. Сформулируйте теорему о замене бесконечно малых функций эквивалентными.
19. Дайте определение непрерывной в точке функции.
20. Перечислите свойства непрерывных функций.
21. Какие точки называются точками разрыва первого рода.
22. Какие точки называются точками разрыва второго рода.

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 7, 8] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

### **2.3. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной**

*Перечень изучаемых вопросов:* Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Связь дифференцируемости и непрерывности функции. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем значении (Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталья. Монотонность функции на данном промежутке. Экстремум функции. Необходимое и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Формула Тейлора для произвольной функции.

*Методические указания к изучению:*

Понятие производной является одним из фундаментальных понятий математического анализа. Производная широко используется при решении целого ряда задач математики, физики, экономики, других наук, в особенности при изучении скорости изменения функции, скорости протекания различных процессов. Так, например, скорость  $v$  прямолинейного движения есть производная от пути  $s$  по времени  $t$ ; скорость  $v$  химической реакции есть производная

количества вещества  $m$  по времени  $t$ ; сила переменного тока  $I$  есть производная количества электричества  $q$  по времени  $t$  и т. д. При решении перечисленных задач возникала необходимость рассмотрения предела отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю. Такой предел и был назван производной данной функции в данной точке. Производная функции и некоторые ее приложения известны по школьному курсу математики. Теперь, ввиду огромной важности производной при изучении различных дисциплин, необходимо повторить и углубить имеющиеся знания, а также дополнить их новыми. Необходимо научиться вычислять производные сложной функции, обратной, неявно и параметрически заданных функций, применять логарифмическое дифференцирование, находить производные высших порядков (в том числе -ю производную). Особое место в данной теме занимает понятие дифференциала функции, тесно связанное с понятием производной, а также его применение при приближенных вычислениях значений функции. Также необходимо научиться применять производную для вычисления пределов функций (правило Лопиталя) и для исследования поведения функций (монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке).

При изучении раздела 3 обязательно используются знания, умения и навыки, полученные при изучении предыдущих двух разделов дисциплины и довузовской подготовке по математике.

Самостоятельная работа студента при изучении раздела 3 включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий, а также выполнение индивидуального расчетного задания и контрольной работы по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной».

*Контрольные вопросы:*

1. Сформулируйте определение производной функции. Что такое дифференцирование?
2. В чем состоит геометрический смысл производной? Напишите уравнения касательной и нормали к кривой в заданной точке.
3. В чем состоит физический смысл производной?
4. Напишите правила дифференцирования.
5. Напишите таблицу производных.
6. По какому правилу находится производная сложной и обратной функций?
7. Сформулируйте правило дифференцирования неявно и параметрически заданных функций.
8. Что такое логарифмическое дифференцирование?
9. Дайте определения производной второго, третьего и  $n$ -го порядков. Сформулируйте механический смысл второй производной.
10. Как вычислить производную второго (третьего) порядка от параметрически заданной функции.
11. Сформулируйте правило нахождения производной второго (третьего) порядка от неявно заданной функции.
12. Дайте определение дифференциала.
13. В чем состоит геометрический смысл дифференциала функции?
14. Напишите правила вычисления дифференциала. В чем состоит инвариантность формы первого дифференциала?
15. Как применяется дифференциал к приближенным вычислениям?
16. Дайте определение дифференциалов высших порядков.
17. Сформулируйте теорему Ролля и дайте ее геометрическую интерпретацию.
18. Сформулируйте теорему Лагранжа и дайте ее геометрическую интерпретацию.
19. Сформулируйте теорему Коши и дайте ее геометрическую интерпретацию.
20. Сформулируйте правило Лопиталя (раскрытие неопределенности вида  $0/0$ ).

21. Сформулируйте правило Лопиталя (раскрытие неопределенности вида  $\infty/\infty$ ).
22. Дайте определение возрастающей (убывающей) функции. Сформулируйте достаточный признак возрастающей (убывающей) на промежутке функции.
23. Что такое экстремум функции? Сформулируйте необходимое условие экстремума функции.
24. Сформулируйте достаточные условия экстремума.
25. Что такое наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке? Сформулируйте правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
26. Дайте определение выпуклой вверх (вниз) функции. Сформулируйте достаточный признак выпуклости вверх (вниз) функции на промежутке.
27. Какие точки называются точками перегиба? Сформулируйте достаточные условия существования точек перегиба функции.
28. Дайте определение вертикальной асимптоты графика функции.
29. Дайте определение наклонной асимптоты графика функции.
30. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования наклонных асимптот графика функции.
31. Запишите формулу Тейлора (Маклорена) для произвольной функции. При каких условиях возможно такое представление?
32. Запишите разложения некоторых элементарных функций по формуле Маклорена. Приведите доказательство одной из формул.

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 7, 8] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

#### **2.4. Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных**

*Перечень изучаемых вопросов:* Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных, геометрический смысл. Частные и полный дифференциалы. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях. Градиент функции. Производная по направлению. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.

*Методические указания к изучению:*

До сих пор мы рассматривали функции одной действительной переменной. Но это понятие не охватывает все зависимости, существующие в природе. Даже в самых простых задачах встречаются величины, значения которых определяются совокупностью значений нескольких величин. Так, например, температура тела  $T$  в данный момент времени  $t$  может меняться от точки к точке. Каждая точка тела определяется тремя координатами  $x, y, z$ , поэтому температура тела зависит от трех переменных  $x, y, z$ . Если еще учесть, что температура тела  $T$  изменяется в разные моменты времени  $t$ , то ее значения будут определяться уже четырьмя переменными, т. е.  $T = T(t, x, y, z)$ . Другой пример. Площадь прямоугольника со сторонами  $x$  и  $y$  определяется значениями двух переменных  $x, y$ . Объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями  $x, y, z$  определяется значениями переменных  $x, y$  и  $z$ . Таких примеров можно привести много. Данный раздел посвящен изучению такого рода зависимостей. Здесь будет введено понятие функции нескольких переменных и дан аппарат для изучения поведения таких функций: линии и поверхности уровня, предел и непрерывность функции двух переменных, частные и полное приращения функции двух переменных, частные производные

функции двух переменных, частные и полный дифференциалы, градиент функции, производная по направлению, экстремум функции двух переменных, наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.

При изучении данного раздела обязательно используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущих разделов, а именно предел, непрерывность, производная функции одной действительной переменной.

Самостоятельная работа студента при изучении раздела 4 включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий, подготовку к коллоквиуму по темам первого семестра.

*Контрольные вопросы:*

1. Сформулируйте определения: функция двух переменных, область определения функции двух переменных, область изменения функции двух переменных, график функции двух переменных.

2. Сформулируйте определения: предел и непрерывность функции двух переменных.

3. Запишите следующие формулы: приращение аргументов  $x$ ,  $y$ ; полное приращение функции двух переменных; частные приращения функции двух переменных.

4. Что такое частные производные функции двух переменных? В чем состоит их геометрический смысл?

5. Частные производные второго порядка (дайте понятие и запишите формулы).

6. Сформулируйте определения: полный дифференциал, частные дифференциалы функции двух переменных.

7. По какому правилу вычисляется производная сложной и неявной функции двух переменных.

8. Что такое экстремум функции двух переменных? Сформулируйте необходимое условие, достаточное условие.

9. Как определить наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области?

10. Что такое производная по направлению, градиент?

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

## **2.5. Раздел 5. Неопределенный интеграл**

*Перечень изучаемых вопросов:* Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов. Метод непосредственного интегрирования. Подведение переменной под знак дифференциала. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование простейших иррациональных функций. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

*Методические указания к изучению:*

В данном разделе будет рассматриваться задача, обратная к задаче нахождения производной функции одной действительной переменной. Задача состоит в следующем: дана функция  $f(x)$ , являющаяся производной некоторой функции  $F(x)$ , требуется найти функцию  $F(x)$ . К такой математической задаче приводят многие физические, химические и другие задачи. Например, нахождение закона движения точки, если известна скорость прямолинейного движения точки  $v = v(t)$ . В этом случае искомой функцией  $s = s(t)$  будет такая, для которой  $s'(t) = v(t)$ . Нахождение функции по ее производной называется интегрированием.

При изучении данного раздела используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении разделов 1–3, а именно, предел и производная функции одной действительной переменной, а также школьные знания по математике.

Изучение данного раздела следует начать с понятия первообразной функции. Затем изучите понятия: неопределенный интеграл, интегрирование. Перейдите к свойствам неопределенного интеграла, которые непосредственно вытекают из его определения. Так как интегрирование – это действие, обратное дифференцированию, то можно получить таблицу основных интегралов, используя таблицу производных (или дифференциалов). Эти интегралы называются табличными, их следует выучить наизусть. Все методы вычисления неопределенных интегралов сводятся к указанию приемов, приводящих заданный интеграл к табличному. Поэтому табличные интегралы надо помнить и уметь их узнавать. Изучите, в чем состоят основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; подведение переменной под знак дифференциала; метод замены переменной; интегрирование по частям; интегрирование дробно-рациональных функций; интегрирование тригонометрических функций, интегрирование простейших иррациональных функций. Отработайте навык вычисления неопределенных интегралов на практике. Это умение будет необходимо вам для изучения следующих разделов «Определенный интеграл» и «Дифференциальные уравнения».

Самостоятельная работа студента при изучении раздела 5 включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий, а также подготовку к контрольной работе по разделу «Неопределенный интеграл».

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое первообразная?
2. Сформулируйте определение неопределенного интеграла и перечислите его свойства.
3. Запишите таблицу основных интегралов.
4. В чем состоит метод занесения переменной под знак дифференциала?
5. В чем состоит метод замены переменной?
6. В чем состоит метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле?
7. Какие рациональные дроби называют правильными (неправильными)?
8. Какие дроби называются простейшими?
9. Сформулируйте теорему о разложении правильной рациональной дроби на простейшие дроби.
10. Как интегрировать простейшие рациональной дроби?
11. Сформулируйте правило интегрирования рациональной функции (дроби)?
12. Расскажите основные методы интегрирования тригонометрических функций.
13. Какие есть подходы при интегрировании иррациональных функций?
14. Приведите примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 7, 8] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

## **2.6. Раздел 6. Определенный интеграл. Несобственные интегралы**

*Перечень изучаемых вопросов:* Определенный интеграл: определение, геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Несобственные интегралы. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длин дуг плоских кривых. Вычисление объемов тел по известным поперечным сечениям. Вычисление объемов тел вращения. Физические приложения определенного интеграла.

*Методические указания к изучению:*

При решении многих задач геометрии, физики и других дисциплин приходится суммировать бесконечно большое число бесконечно малых слагаемых, а затем вычислять предел этой суммы. Это приводит к одному из центральных понятий математического анализа, а именно, к понятию определенного интеграла.

Изучение раздела целесообразно начать с разбора задач, приводящих к понятию определенного интеграла. Сюда относятся задачи вычисления площади криволинейной трапеции, длины дуги плоской кривой, объемов тел; работы переменной силы, скорости, пути, массы, моментов инерции и т. д. Затем ввести понятие определенного интеграла, теорему о существовании определенного интеграла. Сформулировать геометрический и физический смысл определенного интеграла. Доказать формулу Ньютона–Лейбница, она дает удобный способ вычисления определенных интегралов. И рассмотреть основные свойства определенного интеграла. На практике необходимо выработать навык вычисления определенных интегралов, применяя: формулу Ньютона–Лейбница, метод замены переменной в определенном интеграле, метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Обратите внимание на интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Изучите понятия несобственных интегралов – интеграла с бесконечным промежутком интегрирования от непрерывной функции и интеграла с конечным промежутком интегрирования от функции, имеющей на нем бесконечный разрыв. Решите задачи на геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление объемов тел, вычисление длин дуг, вычисление площадей поверхностей вращения.

При изучении данного раздела обязательно используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущих разделов, а именно, неопределенный интеграл, предел и производная функции одной переменной.

Самостоятельная работа студентов при изучении раздела 6 включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий, а также выполнение индивидуального расчетного задания по теме «Определенный интеграл. Несобственный интеграл».

*Контрольные вопросы:*

1. Сформулируйте определение определенного интеграла, как предела интегральной суммы.
2. Сформулируйте условие существования определенного интеграла.
3. В чем состоит геометрический и физический смысл определенного интеграла?
4. Перечислите основные свойства определенного интеграла.
5. Какой интеграл называется интегралом с переменным верхним пределом?
6. Запишите формулу Ньютона–Лейбница.
7. Как выполнить замену переменной в определенном интеграле?
8. Как выполнить интегрирование по частям в определенном интеграле?
9. Что такое несобственный интеграл первого рода? Дайте геометрическую интерпретацию.
10. Что такое несобственный интеграл второго рода? Дайте геометрическую интерпретацию.
11. Как вычислить площадь плоской фигуры с помощью определенного интеграла (в декартовой системе координат и для случая параметрического задания кривой)?
12. Как вычислить длину дуги кривой (в декартовой системе координат и для случая параметрического задания кривой)?
13. Как вычислить объем тела по известной площади поперечного сечения?
14. Как вычислить объем тела вращения?

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 7, 8] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

## 2.7. Раздел 7. Дифференциальные уравнения

*Перечень изучаемых вопросов:* Дифференциальные уравнения 1-го порядка: понятие, интегральные кривые, общее и частное решения, начальное условие, задача Коши. Условия существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Бернулли. Метод Лагранжа. Дифференциальные уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка: основные типы и методы интегрирования. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных. Системы дифференциальных уравнений. Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений.

*Методические указания к изучению:*

При исследовании различных явлений часто не удается найти закон, связывающий только величины, характеризующие данное явление. При этом сравнительно легко устанавливается зависимость между этими величинами и их производными. В результате исследуемое явление (процесс) описывается соотношением, связывающим искомую функцию и ее производные или дифференциалы, т. е. дифференциальным уравнением. Одной из основных задач теории дифференциальных уравнений является нахождение решений дифференциальных уравнений. В простейших случаях эта задача в конечном итоге сводится к вычислению интегралов, поэтому процесс нахождения решений дифференциального уравнения называется интегрированием этого уравнения, а график решения называется интегральной кривой дифференциального уравнения.

Изучите основные понятия и определения, связанные с дифференциальными уравнениями 1-го и высших порядков, условия существования и единственности решения дифференциального уравнения. Рассмотрите основные типы дифференциальных уравнений первого и второго порядков и методы их решения. Выработайте навык их решения на практике.

Не все процессы можно описать одним дифференциальным уравнением, в этом случае составляют системы дифференциальных уравнений. В рамках данного курса изучают нормальные системы дифференциальных уравнений первого порядка и метод их решения – метод сведения системы к одному дифференциальному уравнению высшего порядка.

При изучении данного раздела обязательно используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущих разделов, а именно, неопределенный интеграл и производная функции одной переменной.

Самостоятельная работа студента при изучении данного раздела включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий, а также выполнение контрольной работы по теме «Дифференциальные уравнения».

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое дифференциальное уравнение, порядок дифференциального уравнения?
2. Дайте определения: дифференциальное уравнение 1-го порядка, общее (частное) решение дифференциального уравнения 1-го порядка, интегральные кривые дифференциального уравнения 1-го порядка.

3. Сформулируйте теорему существования и единственности задачи Коши.
4. Как записывается уравнение с разделяющимися переменными? Расскажите о методе интегрирования уравнения с разделяющимися переменными.
5. Запишите вид дифференциального уравнения, которое можно с помощью замены свести к уравнению с разделяющимися переменными. Укажите замену.
6. Запишите общий вид однородного дифференциального уравнения первого порядка. Каким методом оно решается?
7. Запишите вид дифференциального уравнения, которое можно с помощью замены свести к однородному дифференциальному уравнению. Укажите замену.
8. Запишите общий вид линейного дифференциального уравнения первого порядка. В чем состоит Метод Бернулли?
9. В чем состоит метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной) для решения линейного дифференциального уравнения первого порядка?
10. Запишите общий вид уравнения Бернулли. Расскажите про методы интегрирования уравнения Бернулли.
11. Какое уравнение называется уравнением в полных дифференциалах. Расскажите о методе решения уравнения в полных дифференциалах.
12. Запишите общий вид дифференциального уравнения второго порядка. Сформулируйте понятия общего и частного решений дифференциального уравнения второго порядка.
13. Сформулируйте теорему существования и единственности задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка.
14. Простейшие дифференциальные уравнения второго порядка (случаи понижения порядка), способы решения.
15. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, общее решение.
16. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, частное и общее решение.
17. В чем состоит метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной) для решения линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
18. Какие системы дифференциальных уравнений называются нормальными? В чем состоит основной способ их интегрирования?

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 8] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

## **2.8. Раздел 8. Числовые и функциональные ряды**

*Перечень изучаемых вопросов:* Числовой ряд с положительными членами (определение, частичные суммы ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды). Необходимый признак сходимости. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши. Знакопеременные и знакопеременные ряды: определения; признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда; условная и абсолютная сходимость. Функциональные ряды: основные понятия. Степенные ряды: определение; радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Маклорена некоторых элементарных функций. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье  $2\pi$  –периодических функций. Теорема Дирихле. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.

*Методические указания к изучению:*

При изучении многих вопросов естествознания и техники применяется метод поэтапного исследования объекта, где на каждом этапе исследования уточняются характеристики изучаемого объекта. Одним из математических понятий, при помощи которых моделируются такие ситуации, является понятие «суммы» бесконечного числа слагаемых, т. е. ряд. Теория рядов широко используется в теоретических исследованиях различных дисциплин и в приближенных вычислениях. С помощью рядов можно вычислять приближенные значения функций, значения интегралов, решать дифференциальные уравнения и т. д.

Ряды с действительными членами можно разделить на две основные группы: числовые ряды и функциональные. Среди числовых рядов выделяют: ряды с положительными членами и знакопеременные ряды. Среди функциональных рядов особый интерес представляют степенные и тригонометрические ряды.

Начать изучение данного раздела следует с числовых рядов. Выясните, что такое числовой ряд, частичные суммы ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Изучите свойства сходящихся рядов и необходимое условие сходимости ряда. Затем изучите достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. После этого перейдите к изучению знакопеременных рядов, абсолютной и условной сходимости. Изучив числовые ряды, переходите к изучению функциональных рядов. Начать следует со степенных рядов. Особое внимание уделите определению области сходимости степенного ряда и разложению функций в ряды Тейлора и Маклорена. Решите задачи на практическое применение рядов для приближенного вычисления значений функций и вычисления определенных интегралов. Изучите основные понятия, связанные с рядом Фурье, достаточные условия разложимости функции в ряд Фурье для  $2\pi$  – периодических функций. Научитесь раскладывать  $2\pi$  – периодические, четные и нечетные функции в ряд Фурье.

При изучении данного раздела используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущих разделов, а именно, необходимо уметь находить предел функции, дифференцировать, интегрировать, в частности подводить функцию под знак дифференциала, интегрировать по частям, знать формулу Ньютона–Лейбница.

Самостоятельная работа студента при изучении данного раздела включает: освоение теоретического учебного материала, подготовку к выполнению практических заданий, выполнение домашних заданий, подготовку к экзамену по дисциплине.

*Контрольные вопросы:*

1. Что такое: числовой ряд, частичные суммы ряда, сходимость ряда?
2. Перечислите основные свойства рядов.
3. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда и следствие из него.
4. Сформулируйте признаки сходимости рядов с положительными членами: признаки сравнения рядов (назовите эталонные ряды), признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.
5. Что такое знакочередующиеся и знакопеременные ряды? Сформулируйте признак Лейбница. Какие ряды называются абсолютно и условно сходящимися?
6. Сформулируйте основные понятия для функциональных рядов (определение, точка сходимости, область сходимости, сумма, остаток).
7. Что такое степенной ряд? Сформулируйте теорему Абеля. Как определить интервал сходимости степенного ряда? Перечислите основные свойства степенных рядов.
8. Запишите общий вид ряда Тейлора и ряда Маклорена.
9. Запишите разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций.
10. Какой ряд называется тригонометрическим рядом?
11. Запишите формулы, по которым вычисляются коэффициенты ряда Фурье для  $2\pi$  – периодической функции.
12. Сформулируйте теорему Дирихле, представляющую достаточные условия разложимости функции в ряд Фурье.

13. Запишите ряд Фурье для четной функции и формулы для вычисления коэффициентов ряда.

14. Запишите ряд Фурье для нечетной функции и формулы для вычисления коэффициентов ряда.

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 8] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

## **2.9. Раздел 9. Двойной, тройной криволинейные интегралы**

*Перечень изучаемых вопросов:* Двойной интеграл: основные понятия и определения. Достаточное условие интегрируемости функции. Основные свойства двойного интеграла. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах. Приложения двойного интеграла. Тройной интеграл: основные понятия. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Некоторые приложения тройного интеграла. Криволинейные интегралы 1-го рода: основные понятия. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода в случае явного, параметрического и полярного представлений кривых интегрирования. Некоторые приложения криволинейного интеграла 1-го рода. Криволинейные интегралы 2-го рода: основные понятия. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода в случае явного, параметрического и полярного представлений кривых интегрирования. Формула Остроградского-Грина. Условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования. Некоторые приложения криволинейного интеграла 2-го рода.

*Методические указания к изучению:*

Кратные (двойные и тройные) интегралы представляют собой обобщение определенного интеграла на случай функции двух и трех переменных. Криволинейные интегралы тоже являются обобщением определенного интеграла, но на случай, когда область интегрирования есть некоторая кривая. Эти интегралы имеют большое практическое применение при решении различных задач в технике, физике, механике. В частности, они используются в теории векторных полей, в математической физике и других разделах математики.

Раздел вынесен на самостоятельное изучение студентов. Перед изучением данного раздела необходимо повторить графики основных элементарных функций, а также кривые второго порядка и поверхности, изученные в курсе аналитической геометрии. Все это необходимо для того, чтобы научиться качественно строить области интегрирования. Необходимо также повторить разделы неопределенный интеграл и формулу Ньютона-Лейбница из раздела определенный интеграл.

После изучения студент должен знать ответы на контрольные вопросы по данному разделу, должен уметь: вычислять двойной интеграл в декартовых координатах с помощью повторного; вычислять двойной интеграл, переходя в полярные координаты; применять двойной интеграл к решению прикладных задач; вычислять криволинейные интегралы I и II рода.

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определение двойного интеграла как предела интегральной суммы. Перечислите основные свойства двойного интеграла.

2. В чем состоит геометрический и физический смысл двойного интеграла.

3. Сформулируйте правило вычисления двойного интеграла в декартовой системе координат в случае правильной области в направлении оси  $Oy$  ( $Ox$ ).

4. Запишите формулы замены переменных в двойном интеграле.

5. Запишите формулы замены переменных в двойном интеграле при переходе от декартовой к полярной системе координат.

6. Сформулируйте правило вычисления двойного интеграла в полярной системе координат.

7. Дайте определение криволинейного интеграла 1-го рода как предела интегральной суммы. Перечислите основные свойства криволинейного интеграла 1-го рода.
8. Запишите формулы для вычисления криволинейного интеграла 1-го рода в случае явного, параметрического и полярного представлений кривых интегрирования.
9. Дайте определение криволинейного интеграла 2-го рода как предела интегральной суммы. Перечислите основные свойства криволинейного интеграла 2-го рода.
10. Запишите формулы для вычисления криволинейного интеграла 2-го рода в случае явного, параметрического представлений кривых интегрирования.
11. Запишите формулу Остроградского–Грина.
12. Сформулируйте условия независимости криволинейного интеграла 2-го рода от пути интегрирования.

*Литература:*

В предлагаемой литературе [1–3, 8] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

### 3. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### 3.1. Текущая аттестация

В ходе изучения дисциплины студентам предстоит пройти следующие этапы текущей аттестации:

- выполнение тестовых заданий;
- выполнение заданий по темам практических занятий;
- выполнение индивидуальных домашних заданий;
- контрольные работы;
- коллоквиум.

Образцы типовых тестов, заданий по темам практических занятий, индивидуальных заданий и контрольных вопросов к ним (для очной формы), вариантов контрольных работ (для очной и заочной форм), а также вопросы к коллоквиуму приведены в ФОС по дисциплине.

#### 3.2. Условия получения положительной оценки

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в первом семестре в форме зачета, во втором семестре в форме экзамена. К экзамену допускаются студенты, успешно прошедшие промежуточную аттестацию за первый семестр, и положительно аттестованные по результатам текущего контроля за второй семестр. Для проведения экзамена экзаменационные материалы компонуются в билеты (два вопроса и три практических задания), относящиеся к различным темам не менее чем трех разделов дисциплины. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

Типовые экзаменационные вопросы и типовые экзаменационные задания приведены в ФОС по дисциплине.

Критерии и шкалы оценивания средств текущей и промежуточной аттестаций освоения дисциплины:

1. Выполнение тестовых заданий оценивается по пятибалльной системе, которая реализована в программном обеспечении (таблица 3).

Таблица 3 – Оценка тестовых заданий

Оценка			
«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»
При правильном выполнении не менее 90 % заданий	при правильном выполнении не менее 80 % заданий	при правильном выполнении не менее 60 % заданий	При правильном выполнении менее 60 % заданий

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60 % заданий.

2. Выполнение заданий по темам практических занятий оценивается по пятибалльной системе (таблица 4).

Таблица 4 – Оценка практических занятий

<b>Оценка</b>			
<b>«отлично»</b>	<b>«хорошо»</b>	<b>«удовлетворительно»</b>	<b>«неудовлетворительно»</b>
Задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок	Задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, допущено не более двух ошибок	Задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, допущено три ошибки	Если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение заданий.

3. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) оценивается по двухбалльной системе (таблица 5).

Таблица 5 – Оценка индивидуальных домашних заданий

<b>Не зачтено</b>	<b>Зачтено</b>
Расчёты произведены неправильно, использованы неверные алгоритмы и формулы; при защите ИДЗ обучающийся не может дать пояснения к расчётам, обозначениям величин и т. п., не может ответить на контрольные вопросы	Расчёты выполнены по верным формулам и алгоритмам и произведены правильно; при защите обучающийся демонстрирует понимание хода выполнения ИДЗ, может дать пояснения по содержанию работы, ответить на контрольные вопросы

Результаты измерений индикатора считаются положительными при получении оценки зачтено.

4. Выполнение контрольных работ для студентов очной формы обучения оценивается по пятибалльной системе (таблица 6).

Таблица 6 – Оценка контрольных работ

<b>Оценка</b>			
<b>«отлично»</b>	<b>«хорошо»</b>	<b>«удовлетворительно»</b>	<b>«неудовлетворительно»</b>
задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок	задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено не более двух ошибок	задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но допущено три ошибки	если задания выполнены с использованием неверных алгоритмов и формул или допущено четыре и более ошибок

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение контрольной работы.

Контрольные работы № 1, 2 для студентов заочной формы обучения оцениваются по двухбалльной системе: «зачтено» – «не зачтено». Оценка «зачтено» ставится в случае правильного выполнения всех предложенных заданий в работе. Студент, получивший за обе контрольные работы «зачтено», допускается до экзамена, на котором преподаватель может задать вопросы по выполнению контрольных работ.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при оценке «зачтено» за выполнение контрольной работы.

5. Шкала оценивания результатов освоения дисциплины на зачете, основана на двухбалльной системе: «зачтено» – «не зачтено».

Положительная оценка («зачтено») выставляется студенту очной формы обучения, успешно выполнившему и защитившему:

- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные домашние задания за первый семестр;
- коллоквиум по темам первого семестра.

Положительная оценка («зачтено») выставляется студенту заочной формы обучения, успешно выполнившему и защитившему:

- задания по темам практических занятий.

6. Шкала оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене основана на пятибалльной системе (таблица 7).

Таблица 7 – Оценка освоения дисциплины

Оценка			
«2» (неудовлетворительно)	«3» (удовлетворительно)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
студент не смог продемонстрировать понимания сущности поставленных вопросов, для него не ясна сама постановка вопросов, хотя при этом на бумаге вопросы могут быть изложены в полном объеме, но он не может объяснить смысла написанного им же текста и т. д.; отвечая на дополнительные вопросы, показал непонимание и незнание основных понятий и определений по изучаемой дисциплине. Когда все задачи студентом либо не решались, либо им был избран неверный метод решения, либо, студент отказался от ответа на экзамене	Студент проявил понимание сущности поставленных вопросов, но раскрыл их не последовательно, не аргументировано, без использования доказательств (дал только постановку задачи и обсудил конечный результат); давал на дополнительные вопросы ответы, демонстрируя в целом понимание изучаемой дисциплины. Для большинства задач (более 50 %) верно избран способ их решения, однако, в процессе решения допущены ошибки в вычислениях или в записях необходимых формул	Студент проявил понимание сущности теоретических вопросов, последовательно изложил ответы на вопросы; ответы были недостаточно обоснованы без опоры на знания из элементарной математики; допускал ошибки в ответах на дополнительные вопросы, но в целом продемонстрировал понимание и знание программы курса. Сделана попытка решения всех задач, везде избран верный математический аппарат и больше половины задач решены полностью, возможны недочеты в вычислениях	Студент проявил полное понимание сущности теоретических вопросов, последовательно изложил ответы на вопросы (постановка задачи, ход решения, выводы); ответы были обоснованы с опорой на знания из элементарной математики; дал правильные ответы на дополнительные вопросы. В случае правильного выбора способа решения, доведения решения всех задач до конечного результата, допустимы недочеты вычислительного характера

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебно-методическом пособии нашли отражение следующие характеристики дисциплины «Математический анализ»:

- 1) тематический план;
- 2) содержание дисциплины и указания к ее изучению, включающие по каждой теме: перечень изучаемых вопросов, методические указания к изучению темы, ссылки на литературу, контрольные вопросы;
- 3) требования к аттестации по дисциплине: содержание текущей аттестации, условия получения положительной оценки на экзамене.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### Основная литература

1. Шипачев, В. С. Основы высшей математики: учеб. пособие / В. С. Шипачев; ред. А. Н. Тихонов. – 6-е изд., стер. – Москва: Высшая школа, 2004. – 479 с.
2. Гусак, А. А. Основы высшей математики [Электронный ресурс]: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск: ТетраСистемс, 2012. – 205 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

### Дополнительная учебная литература

3. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа: учеб. / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. – Москва: Наука, 1973. – 720 с.
4. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие / П. Е. Данко [и др.]. – 7-е изд., испр. – Москва: АСТ: Мир и Образование; Минск: Харвест, 2014. – 815 с.
5. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: учеб. пособие / Б. П. Демидович [и др.]; под ред. Б. П. Демидовича. – Москва: Астрель: АСТ, 2004. – 495 с.
6. Кузнецов, Л. А. Сборник заданий по высшей математике: Типовые расчеты: учеб. пособие / Л. А. Кузнецов. – Изд. 11-е, стер. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. – 238 с.
7. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. пособие: в 2 т. / Н. С. Пискунов. – изд-е стер. – Москва: Интеграл-Пресс, 2002. – Т. 1. – 415 с.
8. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. – 4-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2006. – 608 с.
9. Общероссийский математический портал [Электронный ресурс]. URL: <http://www.mathnet.ru/>
10. Mathcad-справочник по высшей математике [Электронный ресурс]. URL: <http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp>
11. ЭИОС ФГБОУ ВО «КГТУ». 09.03.01 Информатика и вычислительная техника. Автоматизированные системы обработки информации и управления / ВТ Математический анализ [Электронный ресурс]. URL: <https://eios.klgtu.ru/course/view.php?id=2809>

Локальный электронный методический материал

Александра Вячеславна Вялова

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Редактор И. Голубева

Уч.-изд. л. 2,7. Печ. л. 1,6.

Издательство федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Калининградский государственный технический университет».  
236022, Калининград, Советский проспект, 1