

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

**И. Б. Мартынова**

## **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов,  
обучающихся в бакалавриате по направлению подготовки 26.03.02  
Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской  
инфраструктуры

Калининград  
Издательство ФГБОУ ВО "КГТУ"  
2022

УДК 621.1.016

Рецензент

кандидат технических наук, доцент кафедры теории механизмов и машин и деталей машин ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» Н. А. Середа

**Мартынова, И. Б.**

Теоретическая механика: учеб.-метод. пособие по изучению дисциплины для студентов бакалавриата по направлению подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры / И. Б. Мартынова. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2022. – 46 с.

Учебно-методическое пособие подготовлено в соответствии с учебным планом и рабочей программой дисциплины «Теоретическая механика», и предназначено для подготовки бакалавров направления подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры

В учебно-методическом пособии представлены методические материалы по изучению дисциплины, включающие тематический план занятий с перечнем ключевых вопросов для каждой лекции, целевой установкой, рекомендуемой литературой, методическими указаниями и вопросами для самоконтроля. Представлен план практических занятий. Изложены методические указания по выполнению самостоятельной работы студентами очной и заочной форм обучения.

Рис. 9, табл. – 2, список лит. – 7 наименований

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины «Теоретическая механика» рекомендовано к изданию в качестве локального методического электронного документа для использования в учебном процессе методической комиссией Института морских технологий, энергетики и строительства 28.10.2022 г., протокол № 02

УДК 621.1.016

© Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Калининградский государственный  
технический университет», 2022 г.  
© Мартынова И. Б., 2022 г.

## Оглавление

Введение .....	4
1 Методические рекомендации по изучению дисциплины .....	7
2 Практические занятия .....	37
3 Методические указания по выполнению самостоятельной работы .....	38
4 Методические указания по самостоятельной работе студентов заочного обучения .....	39
Библиографический список .....	39
Приложение А. Типовые контрольные задания для текущего контроля по дисциплине .....	41
Приложение Б. Типовые экзаменационные вопросы по дисциплине .....	44

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Теоретическая механика» входит в ОПОП ВО по направлению подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры и изучается студентами очной формы обучения в третьем семестре.

Цель освоения дисциплины состоит в формировании знаний, умений и навыков в области механики.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- **знать** основные законы теоретической механики и методы решения задач о движении и равновесии материальных объектов;
- **уметь** применять законы теоретической механики при решении профессиональных задач;
- **владеть** навыками использования законов теоретической механики для построения расчетов объектов профессиональной деятельности.

Дисциплина опирается на компетенции, знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплин «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Физика», «Инженерная и компьютерная графика». В особенности необходимо иметь соответствующую математическую подготовку.

Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины «Теоретическая механика», используются в дисциплинах «Сопrotивление материалов», «Детали машин и основы конструирования», «Гидромеханика», «Конструкция корпуса и прочность судов», «Теория колебаний», «Проектирование судов», «Проектирование судовых устройств и систем», «Эксплуатационная прочность судов».

Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля по дисциплине;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

К оценочным средствам текущего контроля по дисциплине относятся:

- расчетно-графическая работа;
- контрольные задания по отдельным темам дисциплины (очная форма обучения);

*Расчетно-графическая работа по отдельным темам* дисциплины для студентов очной формы обучения включают решение 2-х задач из источника [7], а именно: применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы и равновесие твердого тела под действием плоской системы сил (система двух тел). Вариант задания определяется преподавателем.

Расчетно-графическая работа выполняется студентами в течение текущего семестра. Консультации по выполнению расчетно-графической работы и их проверка проводятся преподавателями в часы индивидуальных консультаций. По результатам выполнения расчетно-графической работы по соответствующей теме студент, самостоятельно выполнивший задания и продемонстрировавший понимание физического смысла рассмотренных процессов, получает оценку «зачтено».

*Контрольные задания по отдельным темам* дисциплины для студентов очной формы относятся к элементам текущего контроля. Они выполняются на практических занятиях по вариантам и включают решение задач по темам: определение скоростей и ускорений точек тела при вращательном движении; применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы; определение реакций опор твердого тела (произвольная пространственная система сил). Типовые контрольные задания для студентов очной формы обучения приведены в приложении А.

*Расчетно-графическая работа* для студентов заочной формы обучения включает решение следующих задач: К-2 (кинематика), С-2, С-4 (статика), Д-6 (динамика) по методическим указаниям [4]. Вариант заданий также выбирается в соответствии с методическими указаниями [4].

При подготовке к выполнению контрольных заданий и расчетно-графической работы (очная форма обучения) и перед выполнением расчетно-графической работы (заочная форма обучения) студент изучает теоретический материал по соответствующей теме и разбирает примеры решения задач.

При оценке преподавателем работы студентов в течение семестра (по очной форме обучения) учитывается:

- посещаемость учебных занятий;
- активность работы студентов на практических занятиях;
- готовность к практическим занятиям (наличие конспектов, инструментов для выполнения графических рисунков к задачам и т. д.);
- выполнение расчетно-графической работы и самостоятельное аудиторное решение заданий;
- выполнение домашних заданий по темам практических занятий.

К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в третьем семестре в форме экзамена, относятся соответственно:

- экзаменационные вопросы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена в третьем семестре. К экзамену допускаются студенты:

очная форма обучения – студенты, получившие положительную оценку по результатам оценочных средств (текущая аттестация) на практических занятиях и самостоятельной работы.

заочная форма обучения – студенты, выполнившие и защитившие расчетно-графическую работу.

Экзаменационный билет содержит два вопроса из представленного перечня (Приложение Б), относящиеся соответственно к разделам дисциплины и задачу, соответствующую темам практических занятий для очной формы обучения и темам расчетно-графической работы для заочной формы обучения.

Экзаменационная оценка («отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно») является экспертной, зависит от уровня освоения студентом тем дисциплины (наличия и сущности ошибок, допущенных студентом при ответе на экзаменационные вопросы) и выставляется в соответствии с критериями, указанными ниже.

При определении оценки (уровня освоения дисциплины) следует руководствоваться следующими требованиями:

- оценки «отлично» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала при решении экзаменационной задачи и ответах по теоретическому материалу, свободно владеющий навыками решения задач. Как правило, оценка «отлично» выставляется студенту, усвоившему взаимосвязь основных физических понятий дисциплины в их значении для приобретаемой специальности, проявившему способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала;

- оценки «хорошо» заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебного материала, успешно выполняющий предусмотренные программой задания. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студенту, показавшему систематический характер знаний по дисциплине и способному к их самостоятельному пополнению в ходе дальнейшей учебной работы и в будущей профессиональной деятельности;

- оценки «удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учёбы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» предусматривает решение экзаменационной задачи и знаний более 50 % материала в ответах на 2 теоретических вопроса.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, не решившему экзаменационную задачу или же обнаружившему знание основного учебного материала менее чем на 50 %.

В данном учебно-методическом пособии представлены методические материалы по изучению дисциплины, включающие тематический план занятий с перечнем ключевых вопросов для каждой лекции, целевой установкой, рекомендуемой литературой, методическими указаниями и вопросами для самоконтроля. Изложены методические указания по выполнению студентами

самостоятельной работы. Приведен план практических занятий. В приложении приведены типовые контрольные задания для студентов очной формы обучения и типовые экзаменационные вопросы.

## **1 Методические рекомендации по изучению дисциплины**

Теоретическая механика относится к разряду естественных наук и изучает общие законы механического движения и взаимодействия объектов и получила широкое практическое приложение в естествознании и технике. Понимание всех законов классической механики формируется в процессе лекционных и практических занятий, и в самостоятельной учебной работе и позволяет применять их для решения задач, связанных с расчетом и эксплуатацией типовых конструкций в условиях динамических и тепловых нагрузок.

Изучение дисциплины подразумевает, прежде всего, хорошую математическую подготовку. В ряде книг по теоретической механике в отдельном разделе приведены сведения из векторной алгебры, которая используется практически во всех разделах курса. В представленном библиографическом списке эти данные отражены в источниках [2; 4]. Следует уметь определять проекции векторов на оси координат, геометрическую и аналитическую сумму векторов, скалярное и векторное произведение двух векторов, дифференцировать векторы. Кроме того, обладать навыками пользования декартовой системой координат, иметь понятия о единичных векторах, о представлении составляющих вектора с помощью единичных векторов по декартовым осям координат. Для успешного освоения материала необходимо знать раздел математики «Дифференциальное и интегральное исчисление» - вычислять производные, интегралы от простейших функций, а также решать дифференциальные уравнения 1-го порядка и однородные и неоднородные 2-го порядка. Также следует помнить определение тригонометрических функций, основные тригонометрические тождества.

Постигая данную дисциплину, рекомендуется помнить о размерности рассматриваемых физических величин. Теория размерностей является очень полезной как при выводе формул, так и при составлении уравнений.

Приступая к изучению дисциплины, необходимо внимательно отнестись к вопросу «Введение» первой темы, где преподавателем определяются цель и задачи дисциплины в общей программе профессиональной подготовки, её место в учебном плане и методы, которые будут использованы при её изучении. Указывается перечень основной и дополнительной литературы, необходимой как для самостоятельного изучения ряда тем и разделов, так и для уяснения тем

аудиторных занятий. Поэтому кроме написания конспектов следует сразу же получить (приобрести) один из рекомендуемых учебников.

Во «Введении» определяются также область применения законов классической механики и области, где они теряют свою силу, даются принимаемые допущения, основные понятия и аксиомы. Кроме того, показывается применение классической механики как ценного инструмента для решения различных вопросов естествознания и техники.

Так как механическое движение в теоретической механике связано с изменением положения объекта по отношению к другим телам, при рассмотрении вопроса «Кинематика точки» даются способы определения положения точки. Следует серьёзно отнестись к определению понятий кинематических характеристик движения – основе всей кинематики. Изложение практического использования этих понятий обеспечивает мотивацию к изучению дисциплины как базовой для освоения инженерных дисциплин профессионального профиля.

Материал курса, излагаемый на всех остальных лекциях, базируется на содержании первого занятия, сопровождается и наглядными и жизненными (природными и техническими) примерами использования понятий и законов дисциплины.

При изучении дисциплины каждое последующее занятие основывается на предыдущем. Перед очередной лекцией следует обязательно просмотреть конспект предшествующей. Главное - понять излагаемый материал, а при возникновении вопросов постараться разобраться с помощью учебника или с преподавателем. Такой подход обеспечивает преемственность в последовательности изучения материала и устойчивое закрепление знаний, является хорошим подспорьем для подготовки к текущей и промежуточной аттестации. Пропущенную лекцию следует обязательно просмотреть и переписать конспект. Закончив изучение темы, следует проверить себя, попытавшись ответить на вопросы по данной теме.

Ниже приведен тематический план лекционных занятий.

### **Тема 1. Введение. Кинематика точки**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Цель и задачи дисциплины. Место дисциплины в структуре образовательной программы. Планируемые результаты освоения дисциплины.
2. Предмет механики. Основные понятия. Объекты изучения теоретической механики.
3. Способы задания движения точки; скорость и ускорение точки.

*Целевая установка:* Изучение вопроса «Введение» должно привести к пониманию, что все наблюдаемое человеком вокруг себя есть не что иное, как разнообразные формы движения и взаимодействия материи, а механическое движение – это простейший вид движения; представления реальных материальных тел в виде идеализированных конкретных объектов, а наблюдаемые в нашей жизни явления объясняются закономерностями механики. При изучении вопроса «Кинематика точки» должно прийти осознание, что механическое движение есть изменение положения (перемещение) материального объекта по отношению к другим телам с течением времени, способов определения этого положения точки, кинематических характеристик движения точки.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 2-6, 98-116], [2, с. 3-14].

### **Методические указания**

Вначале изучения дисциплины «Теоретическая механика» необходимо обозначить цели и задачи изучения этой дисциплины, указать ее место в структуре образовательной программы, сформулировать планируемые результаты освоения дисциплины.

При изучении основных понятий необходимо уяснить смысл механического движения, его относительность, как можно доказать его наличие, что является объектами изучения классической механики.

Должны быть четко определены задачи кинематики точки, т.е. что необходимо знать для характеристики её движения. Необходимо строго различать форму (кривизну) траектории движения точки, определяющей наличие тех или иных кинематических характеристик движения.

При изучении способов задания законов движения надо понимать, как в том или ином из них определяется положение точки в каждый момент времени и что все способы взаимосвязаны между собой.

Необходимо понять физический смысл скорости и ускорения, знать их размерность и вычисление при рассмотренных способах задания закона движения, а также осознать существование частных случаев движения точки и их особенности. Следует помнить, скорость и ускорение - векторные величины. Кинематические характеристики движения приведены на рисунке 1.



Рисунок 1 - Кинематические характеристики движения

*Вопросы для самопроверки:*

1. Каким считают пространство и время в классической механике?
2. Что такое механическое движение?
3. Что такое система отсчета?
4. Что является объектами изучения в теоретической механике? Дать определения этих объектов.
5. Какими способами определяют положение точки?
6. Что является кинематическими характеристиками движения?
7. Что понимают под траекторией движения?
8. Какие виды траектории различают?
9. Что такое скорость точки?
10. Как определяют скорость при различных способах задания закона движения точки?
11. Что такое ускорение точки?
12. Как определяют ускорение при различных способах задания закона движения точки?
13. Какими составляющими представлено ускорение точки при естественном способе задания закона движения?
14. Назовите частные случаи движения точки и кинематические характеристики в этих случаях.

**Тема 2. Кинематика твердого тела**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Классификация движений твердого тела (ТТ). Теорема о проекциях скоростей точек, напрямую их соединяющих.
2. Поступательное движение твердого тела. Закон поступательного движения твёрдого тела.
3. Вращательное движение ТТ, угловая скорость и угловое ускорение.
4. Скорость и ускорение точки твёрдого тела при вращательном движении. Кинематическая схема передачи.

5. Плоскопараллельное движение ТТ. Определение скорости точки ТТ при плоскопараллельном движении.

6. Мгновенный центр скоростей. Определение скорости точки ТТ с помощью мгновенного центра скоростей.

7. Определение ускорения точки ТТ при плоскопараллельном движении.

*Целевая установка:* Студент должен получить понятия о классификации движений твердого тела, узнать примеры существования различных видов движения в природе и технике, а также методах кинематического исследования простейших видов движения (поступательного и вращательного) и плоскопараллельного.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 123-134, 138-152], [2, с. 21-34].

### Методические указания

Объектом исследования в данном разделе кинематики является абсолютно твердое тело, трактуемое как совокупность материальных точек, положение которых не изменяется относительно друг друга.



Рисунок 2 - Виды движений твердого тела

В соответствии с принятой классификацией движения твердого тела (рисунок 2) для каждого вида существует своя методика определения кинематических характеристик. Определенному виду движения присущ свой признак, который и позволяет установить, что в данном конкретном случае имеет место быть, а значит использовать соответствующую методику. Необходимо знать эти признаки, а также параметры, определяющие положение твердого тела в конкретном случае, основные свойства движений.

Следует строго различать понятия линейных скорости и ускорения и угловых скорости и ускорения, знать их размерности, связь между собой, графическое изображение.

При изучении процессов преобразования движений надо уметь читать кинематические схемы передачи движения, условные обозначения тел на них, определять каким образом движется конкретное тело. Понимание этого является залогом успешного решения задач не только по теоретической механике, но и по другим дисциплинам.

Простейшими движениями твердого тела являются поступательное и вращательное движения. Необходимо помнить, что при изучении поступательного движения тело принимают за материальную точку и используют методику исследования кинематики точки. При изучении вращательного движения надо не забывать, что положение вращающегося тела определяется углом поворота  $\varphi$ , а кинематическими параметрами являются угловые характеристики – угловая скорость  $\omega$  и угловое ускорение  $\varepsilon$ . Все точки, не лежащие на неподвижной оси вращения, движутся по окружностям с центрами на этой оси. Следует отличать вращательное движение от плоскопараллельного движения.

Плоскопараллельное движение в общем случае представляется совокупностью поступательного и вращательного движений. Для понимания его сущности следует хорошо владеть знаниями по кинематике поступательного и вращательного движений, видеть его отличие от вращения тела. Надо уяснить, что скорость и ускорение точки тела получаются от суммы этих двух движений. Одним из способов представления плоскопараллельного движения является его трактовка как вращения вокруг мгновенной оси. Точку, через которую проходит мгновенная ось вращения, и называют мгновенным центром скоростей. Необходимо понимать, что в этом случае ось вращения в каждое мгновение меняет свое положение, но для определения линейной скорости точки тела используют ту же формулу, что и для вращательного движения. Успешное решения задач по определению линейных скоростей точек тела связано с умением находить положение мгновенного центра скоростей, что подразумевает знание способов его определения и понимания их.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Как классифицируются движения твердого тела?
2. Что такое поступательное движение?
3. Какое основное свойство поступательного движения?
4. Что такое вращательное движение?
5. Какие кинематические параметры характеризуют вращательное движение?
6. Что такое плоскопараллельное движение?

7. Какие кинематические параметры характеризуют поступательную, а какие вращательную часть плоскопараллельного движения?

8. Что такое мгновенный центр скоростей?

9. Какие существуют способы определения мгновенного центра скоростей?

### **Тема 3. Кинематика сложного движения**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Абсолютное, относительное и переносное движения.
2. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.
3. Ускорение Кориолиса.

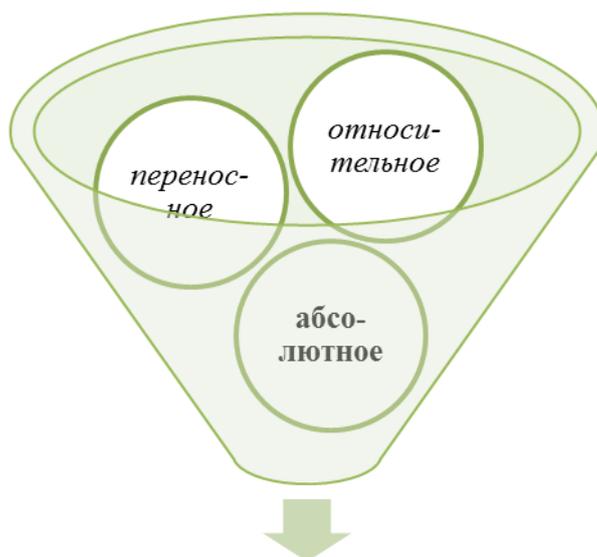
*Целевая установка:* Студент должен научиться вычислять кинематические параметры точки при её движении относительно произвольно движущейся системы отсчета, уметь определять при одновременном движении точки в нескольких системах отсчета составляющие сложного движения: абсолютное, переносное и относительное движения и их характеристики.

*Рекомендуемая литература:* [2, с. 52-56], [3, с. 143-145, 148-152], [5, с. 275-285].

### **Методические указания**

Движение материальной точки бывает необходимо одновременно рассматривать относительно разных тел отсчёта, которые могут и сами двигаться по отношению друг друга. Поскольку точка в этом случае участвует в нескольких движениях, то это движение и называют сложным. Оно встречается и в природе и в технике. При этом одну из систем отсчета считают условно неподвижной. Примером сложного движения может служить движение пассажира в метро.

Для определения кинематических параметров точки относительно разных систем отсчета вводят понятия движений относительно этих систем, обозначаемых соответствующими индексами: абсолютного, относительного и переносного. Абсолютное движение связано с условно неподвижным телом (платформа метро), переносное – с телом, которое само перемещается относительно условно неподвижного тела (эскалатор метро), относительное движение – перемещение рассматриваемого тела по отношению к подвижной системе отсчета (пассажир относительно эскалатора) (рисунок 3). Для вычисления скоростей и ускорений точки в соответствующей системе отсчета применяют все методы и формулы кинематики точки и кинематики твердого тела. При вычислении кинематических параметров в абсолютном движении по соответствующим формулам следует помнить, что скорость и ускорения величины векторные, и имеет место быть сложение векторов.



### сложное движение точки

Рисунок 3 - Представление сложного движения точки

При вращательном движении подвижной системы отсчета относительно условно неподвижной появляется ускорение, учитывающее изменение скорости в относительном движении в результате переносного, а также в переносном движении в результате относительного – ускорение Кориолиса. Для его вычисления необходимо знать относительную скорость движения и переносную угловую скорость. Направление этого ускорения определяется по правилу векторного произведения, предполагая уже известными направления векторов относительной линейной скорости и переносной угловой скорости.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Какое движение точки называется сложным?
2. Что называют абсолютным движением точки?
3. Как называется движение точки относительно подвижной системы отсчёта?
4. Какое движение точки называется переносным?
5. Как вычисляется абсолютная скорость точки?
6. Как вычисляется абсолютное ускорение точки?
7. Какой скорости изменение характеризует переносное ускорение?
8. Какой скорости изменение характеризует относительное ускорение?
9. Какой величины изменение характеризует ускорение Кориолиса?
10. В каких случаях возникает ускорение Кориолиса?
11. В каких случаях ускорение Кориолиса отсутствует?
12. Как определить направление ускорения Кориолиса?

## **Тема 4. Введение в кинетику**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Предмет кинетики. Основные понятия.
2. Законы Ньютона.
3. Связи. Реакции связей

*Целевая установка:* Студенту необходимо осознать сущность кинетики (статика + динамика) и вспомнить основные понятия механики из ранее изучаемого курса физики. Запомнить, что в данной дисциплине рассматривается только механическое взаимодействие, мерой которого является векторная величина – сила. Вспомнить законы Галилея – Ньютона, прийти к пониманию, что все законы механики справедливы для свободных тел, а все тела, ограничивающие движение других тел, называются связями, действие связей учитывают соответствующими силами – реакциями связей, узнать виды связей и их замену.

Рекомендуемая литература: [1, с. 6-7, 9-12], [2, с. 65-66, 69-70], [5, с. 7-8, 11-14].

### **Методические указания**

Кинетика – это раздел механики, в котором изучаются равновесие и движение механических систем под действием приложенных к ним сил. Кинетика подразделяется на статику и динамику. Надо помнить, что в природе все тела взаимодействуют друг с другом. В классической механике изучается только механическое взаимодействие, которое изменяет или стремится изменить характер движения взаимодействующих тел. Мерой этого взаимодействия является векторная величина – сила. Это понятие дуальное, т.е. говоря сила, подразумевают, что взаимодействуют минимум два тела. При изучении темы следует уяснить понятия «линия действия силы», «равнодействующая» (сила), «уравновешивающая сила», «система сил», «система сил эквивалентная нулю», «масса», «свободное тело», «несвободное тело», помнить о разделении сил на внешние и внутренние, активные и реакции связей, а также на распределенные и сосредоточенные силы (рисунок 4). О последних силах будет подробно сказано при изучении темы «Введение в кинетику механической системы».

Основой кинетики являются некоторые законы, возникшие из практической деятельности человека и проверенные опытом. Эти объективные законы природы были высказаны Галилеем и систематически изложены Ньютоном. Студент, изучавший эти законы в курсе физики, должен закрепить данные знания в данном курсе, запомнить основной закон динамики и научиться использовать эти знания при решении задач кинетики (статики и

динамики), помнить правило, вытекающее из одного из законов о сложении и разложении сил, действующих на точку (тело) по правилу параллелограмма.

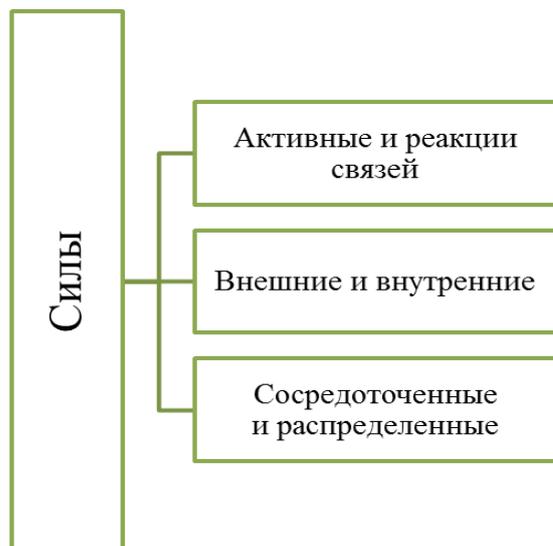


Рисунок 4 - Разделение сил по определенным признакам

Поскольку все законы классической механики справедливы для свободных тел, важно уяснить смысл понятий «свободное тело», «несвободное тело», «связь», «реакция связи», аксиомы связей и её применение, строго различать виды связей, понимать каким перемещениям препятствует та или иная связь, как наличие данной связи учитывается при расчетах и почему таким образом. Четкое осознание данных определений, а не просто «заучивание», является залогом успешного дальнейшего изучения дисциплины.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Что такое кинетика?
2. Что изучает динамика?
3. Что изучает статика?
4. Что является мерой механического взаимодействия материальных тел?
5. Что такое система сил?
6. Какая сила называется равнодействующей системы сил?
7. Какая сила называется уравнивающей системы сил?
8. Какие силы называют внешними?
9. Какие силы называют внутренними?
10. Сформулировать основные законы Галилея – Ньютона.
11. Как складываются и раскладываются силы, действующие на материальную точку (тело)?
12. Что такое масса?
13. Какое уравнение называется основным уравнением динамики?
14. Сформулируйте аксиому связей.

15. Что называется связью, наложенной на твердое тело?
16. Что называется реакцией связи?
17. Назовите основные виды связей, укажите их реакции и назовите причины появления таких реакций.

### **Тема 5. Динамика материальной точки**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Дифференциальные уравнения движения материальной точки.
2. Дифференциальное уравнение относительного движения точки.
3. Две задачи динамики.

*Целевая установка:* Студент должен уметь представлять основной закон динамики в различной форме, применяя знания по кинематике точки. Изучить дифференциальное уравнение относительного движения точки, основываясь на кинематике сложного движения точки и основном уравнении динамики, а также понять сущность двух задач динамики.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 228-234, 244-245, 249-257], [2, с. 104-107, 111-112], [6, с. 13-17, 73-79].

### **Методические указания**

При изучении раздела «Кинематика точки» исследовалось движение без учета причин, вызвавших это движение точки. Основной закон динамики связывает между собой кинематические характеристики движущейся точки и силы, действия которых и обуславливают это движение.

Существующие способы задания закона движения точки (способы определения положения) позволяют представить основной закон динамики в разнообразных формах дифференциальных уравнений движения. Для выражения движения несвободной точки надо использовать понятия несвободного тела, реакции связей. При составлении уравнений следует следить за размерностью физических величин, входящих в них.

Из кинематики сложного движения точки известно, что для наблюдателя, находящегося в разных системах отсчета, одно и то же движение материальной точки происходит неодинаково. Часто в практических задачах возникает потребность определять движение точки относительно подвижной системы отсчета. Дифференциальное уравнение относительного движения точки основывается на знании теоремы определения ускорения при сложном движении (теоремы Кориолиса) и основного уравнения динамики. Проявление теоремы относительного движения точки встречается и в природе и в технике. При изучении этого уравнения (динамической теоремы Кориолиса) важно усвоить, что появление ускорения является результатом и действия сил и

результатом движения самой системы отсчета, а также уяснить частные случаи этой теоремы.

Так как в динамике исследуется механическое движение под действием приложенных сил, то исторически выделили две основные задачи динамики – прямую и обратную. Первая (прямая) задача заключается в нахождении равнодействующей сил, вызывающих движение рассматриваемого объекта, по известному закону его движения и массе. Таким образом, зная, как изменяется положение объекта, находится причина такого перемещения. Вторая (обратная) – по известным действующим на материальный объект силам и массе определить каким будет движение данного объекта. Следует помнить, что, так как решение обратной задачи связано с интегрированием, то для получения единственного решения должны быть заданы начальные условия.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Написать дифференциальные уравнения движения точки в векторной форме.
2. Написать дифференциальные уравнение движения точки в проекциях на декартовы оси координат.
3. Написать дифференциальные уравнение движения точки в проекциях на естественные оси.
4. Записать уравнение движения несвободной точки в аналитической форме.
5. Сформулировать основной закон динамики для относительного движения точки.
6. Записать выражение переносной и кориолисовой сил инерции?
7. В каком случае переносная и кориолисова сила инерции равны нулю?
8. Какая система координат называется инерциальной?
9. Написать частные случаи динамической теоремы Кориолиса.
10. В чём заключается принцип относительности классической механики?
11. Записать условие относительного покоя.
12. Какие две основные задачи выделяют в динамике?
13. Что должно быть задано при решении дифференциальных уравнений движения точки интегрированием?

## **Тема 6. Введение в динамику механической системы**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Силы, действующие на абсолютно твёрдое тело. Распределённые силы.
2. Центр тяжести.
3. Момент силы относительно полюса и относительно оси.
4. Пара сил.
5. Силы трения.

6. Главный вектор и главный момент.
7. Центр масс.
8. Моменты инерции относительно полюса, плоскости, оси. Теорема Гюйгенса – Штейнера.
9. Моменты инерции простейших однородных тел.

*Целевая установка:* Студент должен узнать, в чем суть теоремы о двух силах и что действие силы не изменяется при «скольжении» её вдоль своей линии действия; расширить свои знания о силах сопротивления движению – силах трения; познакомиться с распределенными силами, с классификацией систем сил по расположению линий их действия, с понятиями «центр тяжести», «момент силы», «пара сил», «главный вектор», «главный момент», «центр масс», «момент инерции»; научиться пользоваться теоремой Штейнера и вычислять моменты инерции простейших однородных тел.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 8,13, 20-25, 28, 52-54, 63-73, 89-96, 260-270], [2, с. 67, 71-74, 78-79, 81-82, 91-100, 118-122], [5, с. 36-37, 46-49, 57, 83-86, 123-136], [6, с. 88, 89-97].

### **Методические указания**

Механическая система представляет собой такую совокупность материальных точек (тел), положение и движение каждой из них зависит от положения и движения остальных. Исследовать такую систему в ее трактовке как совокупности точек для большинства практических задач не представляется возможным из – за больших математических сложностей. Для изучения механических систем вводят ряд понятий и определений.

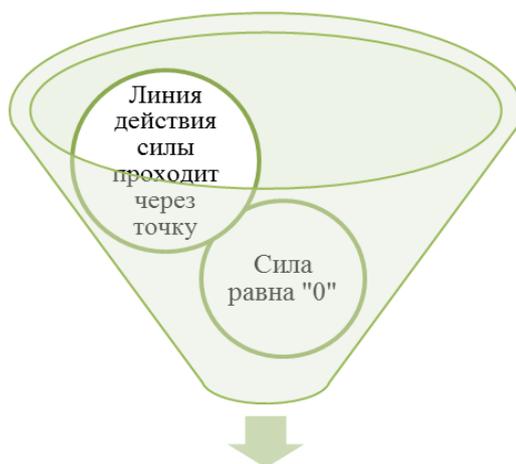
Из ранее изученного материала дисциплины известно, что мерой механического взаимодействия тел является сила. Силы, приложенные к абсолютно твердому телу, имеют некоторые специфические свойства. Две силы, приложенные к твердому телу, равные по модулю, имеющие противоположные направления и одну линию действия, образуют уравновешенную систему сил, т.е. не изменяют состояние движения или покоя этого тела. Также силу, приложенную к абсолютно твердому телу, не изменяя состояния тела, можно переносить вдоль линии действия в любую точку тела. Системы сил классифицируют по расположению линий их действия по отношению друг друга: произвольная, плоская, сходящихся сил и параллельных. Различают силы сосредоточенные и распределенные. Все аксиомы и теоремы классической механики справедливы для сосредоточенных сил. Существует целый класс взаимодействий, который не представляется возможным представить в виде одного вектора, приложенного в точке. В этом случае вводят понятие распределенной нагрузки, которая характеризуется интенсивностью распределения. Единицы измерения:  $\text{Н/м}^3$ ,  $\text{Н/м}^2$ ,  $\text{Н/м}$ . При

решении задач механики распределенную нагрузку заменяют сосредоточенной силой – равнодействующей. Вычисляют модуль и точку приложения этой силы в зависимости от вида распределения.

Из курса физики, изучаемого ранее, известно о действии на частицы твердого тела вблизи поверхности Земли сил тяжести. Для тел, размеры которых малы по сравнению с радиусом земной поверхности, можно считать, что эти силы образуют систему параллельных сил. Равнодействующую сил тяжести и точку её приложения можно определить по формулам для распределенных сил. Точку приложения равнодействующей сил тяжести и называют центром тяжести тела. Методы определения координат центра тяжести следующие: метод симметрии, метод разбиения и метод интегрирования.

Тело под действием приложенной силы может совершать поступательное и вращательное движение. Для оценки вращательного эффекта силы, приложенной к телу, вводят понятие момента силы относительно точки и относительно оси. Единицы измерения момента силы – Нм. В механике принято правило знаков для момента силы. В некоторых случаях момент силы равен нулю. Это важно знать, так как при решении задач порой появляется вопрос о целесообразном выборе точки (полюса). Его стараются выбрать так, чтобы моменты каких-то неизвестных сил обращались в ноль. На основании определений момента силы, следует четко понимать: в каких случаях момент силы относительно точки (рис. 5а) и момент относительно оси (рис. 5б) равен нулю. Это является важным фактором при решении различных задач.

а)



Случаи равенства "нулю" момента силы относительно точки

б)

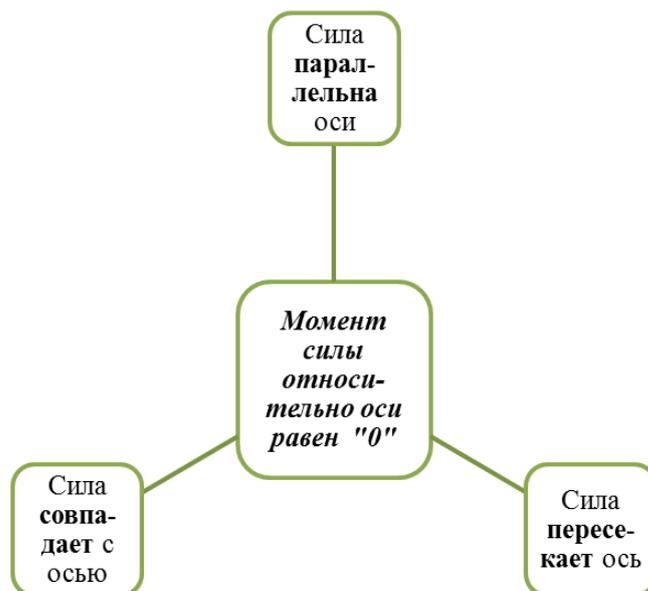


Рисунок 5 - Момент силы равен нулю: а - относительно точки; б - относительно оси

Существует особая система сил, равнодействующая которой равна нулю, но, тем не менее, приложение такой системы к твердому телу вызывает его вращение. Система двух равных параллельных и противоположно направленных сил называется парой. Действие пары характеризуется плоскостью действия, направлением вращения в данной плоскости и интенсивностью воздействия, определяемой силами пары и плечом. Пары сил имеет определенные свойства, применяемые в практике. Следует уяснить, что пара сил может вращать тело только относительно оси, перпендикулярной плоскости действия пары сил.

При движении одного тела по поверхности другого в плоскости их соприкосновения возникает сопротивление движению – сила трения скольжения. Эту силу можно рассматривать как одну из составляющих реакции шероховатой поверхности. В классической механике рассматривается сухое трение, для которого установлены приближенные законы сухого трения – законы Кулона. При изучении трения скольжения вводят понятие конуса трения. Через этот конус можно сформулировать понятие равновесия тела, находящегося под действием сил. При качении одного тела по поверхности другого возникает сопротивление, условно названное трением качения. Для этого трения также установлены законы. Сопротивление качению гораздо меньше сопротивления скольжению. Важно осознать, что вследствие того, что сопротивление качению гораздо меньше сопротивления скольжению, в технике для уменьшения потерь стремятся заменить трение скольжения трением качения.

Важный смысл в кинетике имеют понятия главного вектора  $\bar{F}^*$  и главного момента системы сил  $\bar{M}_O^*(\bar{F}_k)$ . Эти величины используются в области задач и статики и динамики. Следует помнить, что главный вектор не является силой, хотя и имеет размерность силы и равен геометрической сумме всех действующих в системе сил. В этом его отличие от равнодействующей, заменяющей собой систему сил. Для системы сходящихся сил эти понятия одинаковы.

Центр масс – геометрическая точка, положение которой определяется распределением массы в теле или группы тел в механической системе. Перемещение этой точки определяет движение тела или механической системы как целого. Масса всей системы вычисляется как арифметическая сумма масс всех тел, входящих в эту систему. Применение понятия центра масс и системы координат, связанной с этой точкой, удобно во многих приложениях механики и упрощает расчеты. В ряде случаев можно не учитывать форму и размеры тела, а рассматривать только движение этой геометрической точки.

Масса тела является мерой инертности при его поступательном движении. Вращение системы материальных точек зависит не только от массы системы, но и от распределения этой массы по отношению к точке (полюсу), оси или плоскости. Величину, характеризующую распределение масс в механической системе, являющуюся мерой инертности системы точек при вращении, называют моментом инерции. Различают полярные, осевые, центробежные, относительно плоскости моменты инерции. Они обозначаются  $J$ , единицы измерения в системе СИ  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $([J] = [\text{кг} \cdot \text{м}^2])$ , вычисляются как сумма произведений элементарных масс на квадрат их расстояний до точки, прямой (оси), плоскости, либо произведение расстояний до каждой из двух осей соответственно.

Момент инерции тела относительно оси зависит не только от массы, формы, размеров тела, но и от положения его по отношению к этой оси. Из ранее изученного курса физики известна теорема Гюйгенса–Штейнера, согласно которой момент инерции тела относительно произвольной оси равен её моменту инерции относительно параллельной оси, проходящей через центр масс системы, плюс произведение массы системы на квадрат расстояния до этой оси. Осевые моменты инерции твердых тел иногда вычисляют по массе и радиусу инерции –  $i$  ( $\rho$ ). Радиусом инерции относительно данной оси  $l$  называется расстояние  $i_l$  ( $\rho_l$ ), квадрат которого умноженный на массу тела, равен моменту инерции тела относительно этой оси -  $J_l = m \cdot i_l^2$ .

Моменты инерции однородных тел простейшей формы относительно некоторых осей вращения можно вычислить по формулам, приведенным в литературе (справочниках) либо вывести самостоятельно.

*Вопросы для самопроверки:*

1. В каком случае при действии двух сил свободное твердое тело будет находиться в покое?
2. Как изменится действие силы на тело при переносе её вдоль своей линии действия?
3. Что такое система сходящихся сил, параллельных сил?
4. Какие силы называются распределенные?
5. Как учитывают распределенные силы при решении задач механики?
6. Как определяется центр тяжести твердого тела?
7. Что называется моментом силы относительно точки?
8. Что называется алгебраическим моментом силы относительно точки?
9. Как определяется момент силы относительно оси?
10. В каких случаях момент силы относительно оси равен нулю?
11. Какая совокупность сил называется парой?
12. Как вычисляется момент пары сил и куда он направлен?
13. Перечислить основные свойства пары сил, приложенной к твердому телу.
14. Какие виды трения различают?
15. Сформулировать причины трения скольжения.
16. Как вычисляется максимальная сила трения скольжения?
17. Как называется сопротивление, испытываемое катящимся по поверхности колесом?
18. Как вычисляется момент трения качения?
19. Что называется главным вектором и главным моментом системы сил, приложенных к твердому телу?
20. В чем разница понятий равнодействующей и главного вектора?
21. Перечислить свойства внутренних сил системы.
22. Чему равна масса системы материальных точек?
23. Что называется центром масс механической системы?
24. Как вычисляется центр масс механической системы?
25. Какими величинами характеризуется распределение масс в механической системе?
26. Как связаны моменты инерции относительно параллельных осей, одна из которых проходит через центр масс?
27. Что такое радиус инерции?

**Тема 7. Общие теоремы динамики.**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Динамические характеристики движения.
2. Теорема об изменении количества движения механической системы.
3. Теорема о движении центра масс механической системы.

4. Теорема об изменении момента количества движения механической системы.
5. Кинетическая энергия точки и твёрдого тела.
6. Работа силы. Работа момента силы.
7. Теорема об изменении кинетической энергии.
8. Потенциальная энергия.
9. Закон сохранения механической энергии системы.

*Целевая установка:* Студент должен познакомиться с основными динамическими характеристиками движения и на их основе изучить общие теоремы динамики, являющиеся следствием основного закона динамики. Использовать эти теоремы для исследования движения механических систем под действием приложенных к ним сил.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 283-303, 311-331, 332-333, 335-336, 340], [2, с. 133-135, 135-136].

### **Методические указания**

Исследование движения механической системы под действием сил в трактовке её как совокупности  $N$  материальных точек связано с большими сложностями, так как требует решения такого же  $N$  количества дифференциальных уравнений движения. Общие теоремы динамики дают возможность не исследовать движение каждой точки системы, а найти общие динамические характеристики системы и установить связь между этими характеристиками и действующими на систему силами. Такой подход дает возможность исследования движения механических систем, широко применяемый в инженерной практике. Эти теоремы являются следствием основного закона динамики и позволяют изучать отдельные важные стороны данного явления, не изучая его в целом. Основные динамические характеристики движения – это количество движения, кинетический момент и кинетическая энергия. Выражения для них имеют соответственно вид: количество движения точки -  $\bar{q} = m\bar{v}$ , механической системы -  $\bar{Q} = M\bar{v}_C$ , кинетический момент точки -  $\bar{k}_O = \bar{r} \times m\bar{v}$ , механической системы -  $\bar{K}_O = \sum \bar{k}_O$ , кинетическая энергия точки -  $T_k = \frac{1}{2}m_k v_k^2$ , механической системы -  $T = \sum \frac{1}{2}m_k v_k^2$ . Динамические характеристики движения приведены на рисунке 6. Необходимо осознавать, что ни одна из этих характеристик не является универсальной и знать возможности её применения. Общие теоремы динамики приведены на рисунке 7.



Рисунок 6 - Динамические характеристики движения

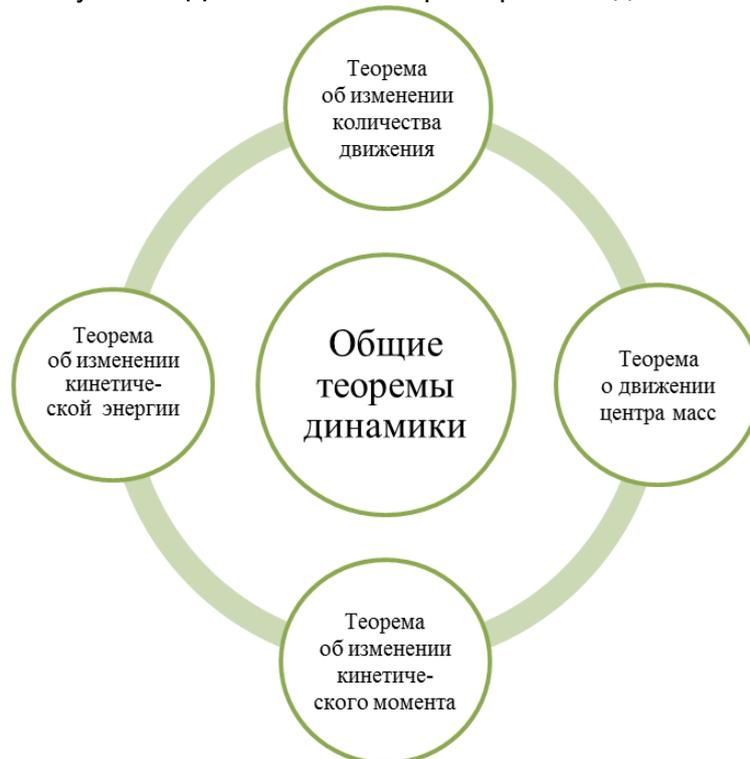


Рисунок 7 - Структура общих теорем динамики

Теорема об изменении количества движения точки и механической системы имеет соответственно следующий вид:  $\frac{d\bar{q}}{dt} = \bar{F}_k^{(e)*}$ ,  $\frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{F}^{(e)*}$ . Следствия из этой теоремы называются законами сохранения импульса и встречаются в природе и технике, объясняя многие наблюдаемые явления.

Теорема о движении центра масс механической системы получается на основании предыдущей теоремы и выражения количества движения для механической системы -  $M\bar{a}_c = \bar{F}^{(e)*}$ . Эта теорема позволяет рассматривать поступательно движущееся тело как материальную точку с массой равной массе тела и соответственно применить основное уравнение динамики. Теорема также имеет следствия – законы сохранения движения центра масс. Наблюдаются и в природе и в технике.

Теорема об изменении момента количества движения механической системы (кинетического момента) имеет соответственно следующий вид:  $\frac{d\bar{K}_O}{dt} = \bar{M}^*$ . Следствия из этой теоремы – законы сохранения кинетического момента встречаются в природе и используются в технических приложениях. Из этой теоремы получают дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела. Кинетический момент для вращающегося вокруг оси тела равен  $K_z = J_z \omega$ . Дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела по своей структуре аналогично основному уравнению динамики. Оно имеет вид  $J_z \ddot{\phi} = M_z^*$ . В нем роль массы играет момент инерции, ускорения – угловое ускорение, а сумму сил – сумма моментов сил относительно оси вращения.

Кинетическая энергия является третьей динамической характеристикой движения. Формулу вычисления кинетической энергии для твердого тела можно получить, преобразуя выражение кинетической энергии системы материальных точек для различных видов движения: поступательного, вращательного и плоскопараллельного. При использовании этих формул следует внимательно относиться к индексам входящих в них величин.

Воздействие силы на материальное тело зависит, в том числе, от её направления по отношению к перемещению точки её приложения, и от пути, на протяжении которого эта сила действует. Для характеристики результата действия силы на материальное тело в зависимости от взаимного расположения векторов силы и перемещения и от пути, на котором действует сила, вводят понятие работа силы. Работу силы разделяют на элементарную и полную. Для правильного вычисления работы силы следует строго следовать формулировке обеих форм работ. Элементарная работа вычисляется  $dA = |d\vec{F}||d\vec{r}|\cos(\overline{d\vec{F}d\vec{r}})$ . Из анализа формулы следует, что работа может быть положительной, отрицательной и равной нулю. Это обстоятельство следует учитывать при решении конкретных задач. Если направление силы совпадает с направлением перемещения точки ее приложения (или её проекции на это направление), то работа положительная. В противном случае работа отрицательная. Сила не совершает работы, если её направление перпендикулярно направлению перемещения, точка приложения силы неподвижна, или же сила в данный момент времени равна нулю (рисунок 8).



Рисунок 8 - Сила не совершает работы

Полная работа вычисляется как сумма элементарных работ на конечном перемещении точки приложения силы. Существуют силы, работа которых не зависит от траектории движения точки приложения силы, а определяется только начальным и конечным положением точки. Такие силы называются потенциальными (силы тяжести, силы упругости). Важным моментом является вычисление работ сил при вращении тела. Работа силы, приложенной к вращающемуся твердому телу, вычисляется  $dA = M_z(\vec{F})d\varphi$ . Перемещение в этом случае угловое. Следует помнить о работе внутренних сил системы. Если механическая система неизменяемая (например, твердые тела), то работа внутренних сил равна нулю. При рассмотрении системы, состоящей из соединенных между собой различными связями твердых тел, учитывают работу реакций этих внутренних связей. Есть связи, сумма работ реакций которых равна нулю. Такие связи получили название идеальные. Эффективность работы силы, совершаемой в единицу времени, оценивают величиной, которая называется мощность.

Теорема об изменении кинетической энергии для неизменяемой механической системы имеет следующее выражение в интегральной форме  $T_k - T_n = \sum A_k^e$ . Приращение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних сил на этом перемещении. А в дифференциальной форме для такой системы теорема записывается  $dT = \sum dA_k^e$ . С помощью теоремы об изменении кинетической энергии можно решать прямую и обратную задачи динамики. Чаще всего данная теорема используется для исследования движения механических систем с одной степенью свободы.

Известно, что есть класс сил, работа которых зависит только от начального и конечного положения точки. Силы, обладающие таким свойством, назвали потенциальными. Действуют они в потенциальном силовом поле. В этом поле вводят скалярную величину – потенциальную энергию. Эта

величина равна работе произведенной силой, действующей на находящуюся в этом поле материальную точку, при перемещении точки из данного положения в некоторое начальное положение.

При действии на механическую систему только потенциальных сил на основании теоремы об изменении кинетической энергии и понятия потенциальной энергии можно получить закон сохранения механической энергии в потенциальном силовом поле:  $T + \Pi = const$ . Механические системы, для которых выполняется этот закон, называются консервативными.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Назовите основные динамические характеристики движения.
- В.2. Какие динамические характеристики являются векторными, а какие скалярными?
3. Какие недостатки у каждой из основных динамических характеристик?
4. Как вычисляется количество движения точки и механической системы?
5. Как изменяется количество движения точки, равномерно движущейся по окружности?
6. Чему равно количество движения тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс?
7. Сформулировать теорему об изменении количества движения механической системы.
8. В каких случаях количество движения механической системы или его проекции на ось не изменяются?
9. Может ли сила тяжести изменить горизонтальную составляющую количества движения системы?
10. Сформулировать теорему о движении центра масс механической системы.
11. Как влияют внутренние силы системы на движение её центра масс?
12. В каких случаях центр масс системы находится в покое?
13. При каких условиях центр масс движется прямолинейно и равномерно?
14. Какое движение твердого тела можно рассматривать как движение материальной точки, имеющей массу твердого тела?
15. Как определяется кинетический момент материальной точки относительно центра?
16. В каких случаях кинетический момент материальной точки относительно оси равен нулю?
17. Чему равен кинетический момент твердого тела относительно оси вращения?
18. Сформулировать теорему об изменении кинетического момента системы.

19. В каких случаях кинетический момент относительно неподвижного центра или неподвижной оси остаются величинами постоянными?

20. Можно ли изменить кинетический момент системы за счет внутренних сил?

21. Написать дифференциальное уравнение вращательного твердого тела вокруг неподвижной оси.

22. Сравнить дифференциальное уравнение вращательного твердого тела вокруг неподвижной оси с основным уравнением динамики материальной точки.

23. Назвать условие равномерного вращения тела вокруг неподвижной оси.

24. Как вычисляется кинетическая энергия материальной точки?

25. Как определяется кинетическая энергия механической системы?

26. Как вычисляется кинетическая энергия вращающегося тела, движущегося поступательно, плоскопараллельно?

27. Как определяется элементарная работа силы?

28. В каких случаях элементарная работа силы равна нулю?

29. Когда работа силы, приложенной к вращающемуся твердому телу равна нулю?

30. Как вычисляются работа пары сил?

31. В каких механических системах сумма работ внутренних сил равна нулю?

32. От каких величин зависит мощность силы, мощность момента?

33. Записать выражение теоремы об изменении кинетической энергии для неизменяемой механической системы.

34. Какое силовое поле называется потенциальным?

35. Как определяется работа потенциальной силы на конечном перемещении точки её приложения?

36. Что называется потенциальной энергией точки?

37. Чему равна механическая энергия системы материальных точек?

## **Тема 8. Статика твёрдого тела**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Условия равновесия системы сил, приложенной к твёрдому телу.

2. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.

3. Условия равновесия систем сходящихся и параллельных сил.

4. Условия равновесия плоской системы сил.

5. Равновесие системы тел.

6. Принцип возможных перемещений.

*Целевая установка:* Студент должен познакомиться с понятиями равновесия системы сил, статически определимой задачи, с условиями равновесия различных систем сил, научиться составлять уравнения равновесия тела и системы тел, пользоваться теоремой Вариньона при определении моментов сил, принципом возможных перемещений для изучения условий равновесия сложных несвободных систем.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 43-45, 48-54, 374-377], [2, с. 74-75, 81, 88-90, 136], [5, с. 24-77, 59-64, 68-78, 92, 96, 112-122], [6, с. 293-319].

### **Методические указания**

Статика является одним из разделов кинетики, где исследуются условия равновесия механических систем под действием приложенных к ним сил. Ранее было дано понятие уравновешенной системы сил. Такая система при действии её на тело (механическую систему), которое находится в состоянии равновесия, не изменит это состояние. Поэтому равновесие тела (механической системы) напрямую связано с понятием равновесия системы сил. Существуют векторная и скалярная форма условий равновесия произвольной пространственной системы сил. Векторные условия записываются двумя уравнениями следующим образом:  $\bar{F}^* = 0$  и  $\bar{M}_O^*(\bar{F}_k) = 0$ . В результате проектирования этих уравнений на декартовы оси координат, получают шесть уравнений, выражающих аналитические условия равновесия.

При исследовании равновесия тела и составлении уравнений равновесия – уравнений моментов - для удобства применяют теорему Вариньона о моменте равнодействующей. Она используется при определении моментов сил относительно точки и относительно оси.

В зависимости от расположения линий действия сил в рассматриваемой системе сил различают произвольную пространственную систему сил, плоскую, систему параллельных и сходящихся сил (рисунок 9). Последние три системы относятся к системам частного вида. Для них аналитические условия равновесия имеют более простой вид, получаются путем упрощения аналитических условий равновесия для произвольной пространственной системы сил. Для плоской системы сил различают три аналитических формы условий равновесия. Следует обратить внимание, что все эти три формы равнозначны.



Рисунок 9 - Классификация сил по взаимному расположению линий их действия

При составлении условий равновесия необходимо четко знать и уметь использовать понятия проекции сил, моментов сил относительно точки и оси, пары сил, сосредоточенных и распределенных сил, внешних и внутренних, статической определимости, аксиому связей.

В ряде случаев возникает необходимость исследовать равновесие механической системы, которая состоит из определенного числа тел, соединенных между собой различными связями. Известно, что если такая система находится в равновесии, то и все входящие в неё тела также находятся в равновесии. Поэтому можно рассматривать равновесие каждого тела в отдельности, используя уравнения равновесия для твердого тела, освобождая его от внешних и внутренних связей. Необходимо иметь в виду тот факт, что внутренние силы взаимодействия между телами равны по модулю и противоположны по направлению по аксиоме действия и противодействия. Это обстоятельство следует помнить при учете внутренних связей.

Принцип возможных перемещений позволяет изучать равновесие несвободных механических систем, не рассматривая реакции идеальных связей. Поэтому им удобно пользоваться, в том числе, для несвободных систем, состоящих из большого количества твердых тел. Этот принцип определяет общие условия равновесия любой механической системы с голономными идеальными стационарными удерживающими связями, требует учета только активных сил, исключая неизвестные реакции связей. Для исследования равновесия механических систем с помощью названного принципа необходимо уметь вычислять работу силы и знать понятие «возможное перемещение точки» и его отличие от действительного перемещения. Принцип возможных перемещений имеет следующий вид  $\sum \bar{F}_k^e \delta \bar{r}_k = 0$  и широко применяется в

других областях механики, например в строительной механике, гидравлике и т. д.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Сформулировать необходимые и достаточные условия равновесия твердого тела относительно инерциальной системы отсчета.
2. Записать условия равновесия произвольной системы сил, действующих на твердое тело, в аналитической форме.
3. Написать условия равновесия системы сходящихся и параллельных сил.
4. Сформулировать условия равновесия плоской системы сил (основная форма).
5. Какие формы условий равновесия плоской системы ещё используются? Сформулировать их.
6. Какое количество независимых уравнений равновесия можно составить для плоской системы  $n$  сочлененных тел?
7. Какие задачи статики называются статически определимыми, а какие статически неопределимыми?
8. От чего зависит число независимых уравнений равновесия для  $n$  сочлененных тел?
9. В чем заключается метод расчленения при исследовании равновесия  $n$  сочлененных тел?
10. Что такое действительное перемещение материальной точки?
11. Какое перемещение материальной точки называют возможным?
12. В каких случаях действительное перемещение принадлежит к числу возможных?
13. Сформулировать определение возможной работы.
14. В каком состоянии находится система, для которой применим принцип возможных перемещений?
15. Сформулировать принцип возможных перемещений.

## **Тема 9. Принцип Даламбера**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Принцип Даламбера.
2. Общее уравнение динамики.
3. Статические и динамические реакции подшипников.

*Целевая установка:* Студент должен изучить принцип Даламбера и с его помощью составлять дифференциальные уравнения движения системы и вычислять ускорение движущихся тел, ознакомиться с применением принципа Даламбера для определения реакций опор и уравнивания тела,

вращающегося вокруг неподвижной оси. Изучить общее уравнение динамики и на основании его научиться составлять и решать дифференциальные уравнения движения механических систем с одной или несколькими степенями свободы.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 348-369, 386-393], [2, с. 136], [6, с. 273-290, 311-319].

### Методические указания

Принцип Даламбера дает возможность применить для решения задач динамики более простые методы статики. Его широко используют в инженерной практике, в частности в задачах динамики машин и механизмов. Дифференциальным уравнениям динамики придают вид уравнений равновесия. Следует помнить, что в данном принципе подразумевают уравновешенной определенную систему сил, а не равновесие (покой) точки или системы точек. Сам принцип для системы материальных точек заключается в том, что если к каждой точке движущейся механической системы условно приложить соответствующую силу инерции, то в любой момент движения точки, действующие на точку активные силы, реакции связей (и те и другие внешние и внутренние), а также сила инерции образуют уравновешенную систему сил. При решении задач используют следствие из этого принципа, заключающееся в равенстве нулю главного вектора и главного момента относительно любого центра приложенных к системе внешних сил и сил инерции всех её точек. Для исследования движения механических систем, состоящих из большого числа точек, применяют готовые формулы вычисления главного вектора инерции и главного момента инерции. Эти выражения имеют вид:  $\bar{\Phi}^* = -M\bar{a}_c$  и  $\bar{M}_O^{*(\Phi)} = -\frac{d\bar{K}_O}{dt}$ . При использовании данных формул следует учитывать вид движения совершаемого телом.

Различают статические и динамические реакции опор. Первые вызываются только внешними силами. Вторые зависят только от сил инерции, а значит от скорости вращения и от распределения массы тела относительно оси его вращения. Вращающиеся части многих современных машина и механизмов имеют большие скорости вращения. Поэтому возникают значительные динамические нагрузки, во много раз превышающие статические. В результате возникает значительная перегрузка подшипников (опор), сокращение срока их службы, дисбаланс вала, приводящий к значительной вибрационной нагрузке. В связи с этим задача определения реакций подшипников является важной инженерной задачей, особенно при работе вращающихся частей на высоких скоростях. В инженерной практике для решения задач по определению динамических реакций подшипников и их ликвидации и используют принцип Даламбера. На основании его получают уравнения для определения реакций опор.

Рассмотренный выше принцип возможных перемещений даёт общий метод решения задач статики. Принцип Даламбера позволяет использовать методы статики при решении задач динамики с помощью введения сил инерции. Применяя последовательно эти принципы к движущейся механической системе с идеальными голономными стационарными удерживающими связями, получают уравнение, названное общим уравнением динамики, или принципом Даламбера–Лагранжа. Это уравнение позволяет составлять дифференциальные уравнения движения механической системы с одной или несколькими степенями свободы. Количество уравнений равно числу степеней свободы, которое в свою очередь определяется числом независимых возможных перемещений точек системы. Принцип Даламбера–Лагранжа можно использовать и для механических систем с неидеальными связями, например при наличии силы трения, переведя её в разряд активных сил. Также с помощью этого принципа вычисляют реакции идеальных связей, наложенных на систему, применяя аксиому о связях и считая эти реакции активными силами. При изучении движения системы с помощью этого уравнения необходимо четко уметь определять работу сил и моментов, силы инерции и моменты сил инерции, владеть понятиями «возможные перемещения», «связи и их реакции», «моменты инерции тел» и т. д.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Сформулировать принцип Даламбера для материальной точки.
2. Как вычисляется сила инерции для материальной точки?
3. Записать следствия из принципа Даламбера для механической системы.
4. Как вычисляются главный вектор и главный момент сил инерции твердого тела?
5. Какие условия должны быть выполнены для того, чтобы вращение тела вокруг неподвижной оси не вызывало дополнительные нагрузки на подшипники?
6. Сформулировать общее уравнение динамики для механической системы с идеальными связями.

## **Тема 10. Уравнение Лагранжа второго рода**

*Ключевые вопросы темы:*

1. Обобщенные координаты.
2. Обобщенные силы.
3. Уравнение Лагранжа второго рода.

*Целевая установка:* Студент должен изучить понятия обобщенные координаты и обобщенные силы, уравнение Лагранжа второго рода и с его

помощью составлять дифференциальные уравнения движения механической системы и осуществлять их решение.

*Рекомендуемая литература:* [1, с. 73-84], [2, с. 137], [6, с. 291-293, 319-323, 333-337, 338-357].

### **Методические указания**

Для исследования движения сложных механических систем, таких как с несколькими степенями свободы, или имеющими нестационарные связи или обладающими обоими этими свойствами, используют дифференциальные уравнения движения системы в обобщенных координатах – уравнения Лагранжа второго рода.

При изучении этой темы необходимо знать смысл понятий «обобщенные координаты» и «обобщенные силы». Следует вспомнить, что положение точки в декартовой системе определяется тремя координатами. Если рассматривать механическую систему, состоящую из  $n$  точек, то её положение относительно названной координатной системы будет определено  $3n$  координатами. Известно, что связи, наложенные на тело (систему точек или тел), ограничивают какие-то их движения. Поэтому для несвободной системы число независимых координат, определяющих её положение, будет меньше на число наложенных связей. При решении ряда задач с целью нахождения положения системы для удобства есть смысл использовать вместо декартовых координат другие геометрические параметры: отрезки прямых, дуги, углы, площади и т. д. Любые не зависящие между собой параметры, однозначно определяющие в любой момент времени положение механической системы в пространстве, называются *обобщенными координатами*. Для одной и той же системы возможен выбор нескольких вариантов этих координат, что конкретно определяется условиями задачи. Названные координаты обозначаются –  $q(t)$ . Число независимых обобщенных координат, однозначно определяющих положение механической системы с голономными стационарными удерживающими связями, называется *числом степеней свободы*.

Для понимания смысла обобщенной силы необходимо вспомнить ряд определений, изученных ранее, таких как: кинематические связи между скоростями тел системы при их движении, сила, момент силы, работа силы, вычисление кинетической энергии, работы момента, элементарные и возможные перемещения, принцип возможных перемещений. Известно, что для системы с голономными стационарными удерживающими связями с определенным числом степеней свободы положение её точек полностью может быть описано обобщенными координатами. Определение обобщенной силы, обозначаемой  $Q$ , осуществляется на основании вычисления элементарных работ сил, приложенных к точкам системы, на элементарном перемещении этих

точек за бесконечно малый промежуток времени. Выражение для суммы элементарных работ сил системы имеет вид

$$\sum_{k=1}^n dA_k = \sum_{k=1}^n Q_i dq_i$$

Для определения обобщенной силы  $Q_i$  по соответствующей обобщенной координате  $q_i$ , учитывая, что обобщенные координаты - независимые величины, выражение суммы элементарных работ примет вид

$$\left( \sum_{k=1}^n dA_k \right)_{q_i} = Q_i dq_i$$

Отсюда обобщенная сила вычисляется следующим образом

$$Q_i = \left( \sum_{k=1}^n dA_k \right)_{q_i} / dq_i$$

Таким образом, обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате, - это коэффициент, стоящий в выражении работ активных сил при соответствующих элементарных перемещениях системы, вызванных изменением соответствующей обобщенной координаты. Обобщенная сила – скалярная величина, зависит от обобщенной координаты данной системы. С изменением набора  $q_i$  изменяется и  $Q_i$ . Размерность обобщенной силы получается из выражения  $[Q] = [A]/[q]$  и может быть разной в зависимости от размерности обобщенной координаты. Например, если размерность обобщенной координаты соответствует размерности длины, то обобщенная сила измеряется в ньютонгах, если обобщенной координатой является угол, то размерность этой силы  $[Q] = [\text{Нм}]$ .

Уравнение Лагранжа второго рода может быть получено, например, из теоремы об изменении кинетической энергии или общего уравнения динамики. Оно имеет вид  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$ . В данном уравнении кинетическая энергия является функцией обобщенных скоростей  $\dot{q}_i$ , поэтому уравнение Лагранжа представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка относительно обобщенных координат. С помощью этого уравнения можно решать и прямую и обратную задачи динамики. При исследовании движения механической системы с помощью данного уравнения из рассмотрения исключены реакции идеальных связей. Вид уравнений Лагранжа второго рода не зависит ни от количества тел (точек) механической системы, ни от вида движения этих тел, а число этих уравнений определяется числом степеней свободы.

Таким образом, рассмотренные уравнения Лагранжа являются универсальными уравнениями механики, позволяющие решать задачи для любых как угодно движущихся голономных и стационарных систем.

*Вопросы для самопроверки:*

1. Что такое обобщенные координаты механической системы?
2. Что такое число степеней свободы механической системы?
3. Написать выражение суммы элементарных работ сил системы через обобщенные силы.
4. Как вычисляется обобщенная сила?
5. Какую размерность имеет обобщенная сила?
6. Написать уравнение Лагранжа второго рода.
7. Как определяется число уравнений Лагранжа второго рода для данной механической системы?
8. Написать уравнение Лагранжа второго рода для механической системы, находящейся под действием только потенциальных сил.

## 2 Практические занятия

Ниже приведен тематический план практических занятий (таблица 2).

Подробная информация о практических занятиях дана в соответствующем учебно-методическом пособии по практическим занятиям. В этом пособии также отражены особенности выполнения практических заданий студентами заочной формы обучения.

Таблица 2 – План практических занятий

Номер темы	Название темы
1	Кинематика точки
2	Кинематика твердого тела. Поступательное и вращательное движение
3	Кинематика твердого тела. Плоскопараллельное движение
4	Кинематика сложного движения точки
5	Динамика материальной точки. Дифференциальное уравнение относительного движения точки
7	Общие теоремы динамики. Теорема об изменении кинетического момента. Исследование движения тел механической системы
7	Общие теоремы динамики. Теорема об изменении кинетического момента. Дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела
7	Общие теоремы динамики. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы. Кинетическая энергия
7	Общие теоремы динамики. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы. Работа силы. Работа момента силы.
8	Статика твёрдого тела. Условия равновесия составной конструкции (плоская система сил)
8	Статика твёрдого тела. Условия равновесия твердого тела (пространственная система сил)
8	Статика твёрдого тела. Принцип возможных перемещений
10	Уравнение Лагранжа второго рода

На практических занятиях, проводимых в форме контактной работы с преподавателем, разбираются типовые задачи и упражнения по тематике лекционных занятий, формируются навыки в решении таких задач.

### **3 Методические указания по выполнению самостоятельной работы**

Самостоятельная работа студентов предусмотрена рабочей программой, где отражено ее содержание. Она требует, прежде всего, систематического усвоения лекционного материала, что служит гарантией понимания материала практических занятий. Кроме того, для успешного овладения дисциплиной необходимо усвоить ряд понятий, определений, терминов предлагаемого курса, понимания их применения. Наряду с этим, самостоятельной работой к каждому практическому занятию предусмотрено выполнение домашней работы по решению задач, разобранных в аудитории, а также выполнение расчетно-графической работы.

При *выполнении домашней работы* следует:

1. Прежде всего, разобраться с аналогичной разобранной на практическом занятии задачей по данной теме.

2. Понять необходимые в данном случае определения, применение тех или иных формул.

3. Записать условие предлагаемой задачи полностью. Сделать к ней схему чертежными инструментами, при этом все углы, действующие силы, число тел и их расположение на чертеже должно соответствовать условию задачи.

Схема должна быть аккуратной и наглядной, а её размеры должны ясно показывать все силы или векторы скорости и ускорения и др. Показывать все эти векторы и координатные оси на чертеже, а также указывать единицы измерения получаемых величин нужно обязательно.

4. Решение задачи сопровождать краткими пояснениями, что позволит быстрее усвоить материал.

5. При проведении расчетов все формулы пишут разборчиво, используя стандартное обозначение физических величин, сначала в общем виде, затем в той же последовательности подставляют численные значения и приводят конечный результат.

6. Домашние задания выполняются в обычной отдельной тетради. Каждую задачу начинать на развороте листа.

Домашние задания рекомендуется выполнять в ближайшее время после работы в аудитории и систематически. При возникновении вопросов обращаться к преподавателю на следующем практическом занятии или на консультации.

*Задание на выполнение расчетно-графической работы* выдается для студентов очной формы обучения преподавателем, как закрепление и контроль усвоения отдельных тем по источнику [7]. Для студентов заочной формы обучения задание выбирается по номеру шифра из источника [4].

Подробная информация о выполнении расчетно-графических работ дана в соответствующем учебно-методическом пособии по расчетно-графическим работам. В этом пособии также отражены особенности выполнения заданий и студентами заочной формы обучения. Даны правила оформления РГР.

#### **4 Методические указания по самостоятельной работе студентов заочного обучения**

Студенты заочной формы обучения изучают дисциплину «Теоретическая механика» посредством самостоятельной работы с рекомендованными учебно-методическими материалами, размещенными в библиотеке КГТУ и ЭИОС. Разъяснения по наиболее сложным и основополагающим моментам дисциплины происходит в форме аудиторных занятий в период сессии, на очных консультациях, а также посредством ЭИОС. При выполнении расчетно-графической работы следует руководствоваться соответствующей рекомендованной литературой и настоящим пособием, а также учебно-методическим пособием по выполнению таких работ [4].

#### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Добронравов, В. В. Курс теоретической механики: учеб. / В. В. Добронравов, Н. Н. Никитин. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва: Высшая школа, 1983. - 575 с.
2. Бертяев, В. Д. Краткий курс теоретической механики: учеб. / В. Д. Бертяев [и др.]. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2011. - 196 с.
3. Колесников, К. С. Курс теоретической механики: учеб. / К. С. Колесников, Н. А. Алфутов, В. В. Дубинин [и др.]. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 736 с.
4. Котова, Л. И. Теоретическая механика: метод. указ. и контр. задан для студ.-заочников машиностроит., строит., трансп., приборостроит. специальностей вузов / Л. И. Котова [и др.]– 4-е изд. – Москва: Высшая школа, 1989. – 112 с.
5. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: в 2 ч.: учеб. / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. - 6-е изд., испр. - Москва: Высшая школа, 1984. - Ч. 1: Статика. Кинематика. - 343 с.

6. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: в 2 ч.: учеб. / А. А. Яблонский. - 6-е изд., испр. - Москва: Высшая школа, 1984. - Ч. 2: Динамика. - 423 с.

7. Яблонский, А. А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учеб. пособие / А. А. Яблонский, С. С. Норе́йко, С. А. Вольфсон [и др.]. - 7-е изд., испр. - Москва: Интеграл – Пресс, 2001. – 384 с.

Типовые контрольные задания для текущего контроля по дисциплине

Контрольное задание № 1. «Определение скоростей и ускорений точек тела при вращательном движении»

Задача 1. По заданным характеристикам движения тела 1 ( $v_1, a_1$ ) определить скорость и ускорение точки  $M$  (рис.1). Радиусы тел  $R_2, r_2$  и  $R_3, r_3$  заданы.

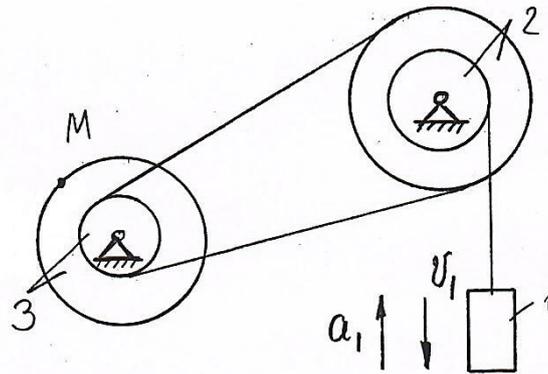


Рисунок 1 к задаче 1

Контрольное задание № 2. «Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы»

Задача 2. Механическая система под действием сил приходит в движение из состояния покоя (рисунок 2). Учитывая трение скольжения (тело 3) и сопротивление качению (тело 1), пренебрегая массами нитей, предполагаемых нерастяжимыми, определить угловую скорость  $\omega_2$  тела 2, когда тело 1 пройдет путь  $S$ . Массы тел соответственно  $m_1, m_2, m_3$ . Необходимые для решения данные:  $R_2=2 r_2= r; r_1=r; i_2=r\sqrt{2}$ ; тело 1 считать цилиндром. Коэффициент трения скольжения  $f$  и коэффициент трения качения  $\delta$  заданы. На тело 1 действует сила  $F$ , на тело 2 пара сил с моментом  $M$ .

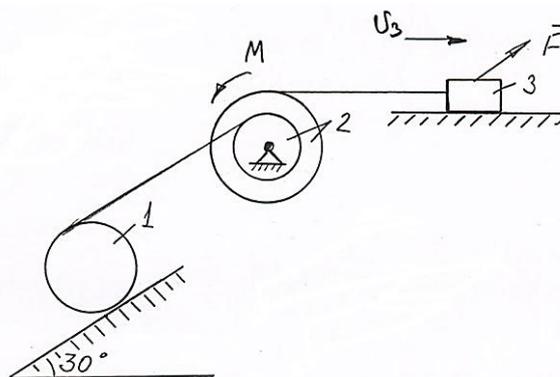


Рисунок 2 к задаче 2

Контрольное задание № 3. «Определение реакций опор твердого тела (произвольная пространственная система сил)»

Задача 3. Две однородные тонкие плиты жестко соединены (сварены) между собой под прямым углом друг к другу и закреплены сферическим шарниром в точке  $A$ , цилиндрическим шарниром в точке  $B$  и невесомым стержнем  $LL'$  (рис.3). Размеры плит  $AB=3l$ ,  $BC=2l$  и  $CD=l$ . Вес большей плиты  $G_3$ , вес меньшей плиты  $G_2$ . На конструкцию действуют сила  $F_1$  (лежащая в плоскости  $// zAy$ ), сила  $F_2$  (параллельная оси  $z$ ) и пара сил с моментом  $M$ , лежащая в плоскости плиты 3.  $LH=HD$ ;  $CE=EB$ .

С учетом реакции связей составить уравнение проекций сил на одну из осей координат и уравнение моментов относительно одной из осей координат (по заданию преподавателя).

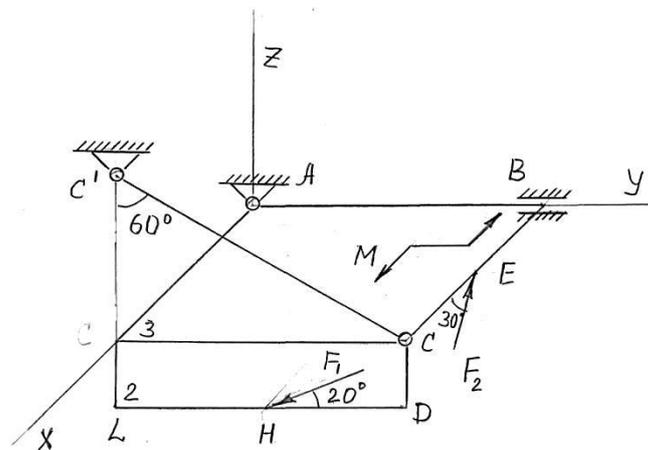


Рисунок 3 к задаче 3

Задача 4. Однородная прямоугольная пластина весом  $G$  и размерами  $AB=2l$  и  $BC=3l$  закреплена в точке  $A$  сферическим шарниром, в точке  $B$  цилиндрическим шарниром и удерживается в равновесии невесомым стержнем  $DD'$  (рис. 4). На плиту действуют сила  $F_1$  (лежащая в плоскости  $xz$ ), сила  $F_2$  (параллельная оси  $y$ ) и пара сил с моментом  $M$ , лежащая в плоскости плиты.  $BH=HC$ ;  $DE=EC$ .

С учетом реакции связей составить уравнение проекций сил на одну из осей координат и уравнение моментов относительно одной из осей координат (по заданию преподавателя).



Типовые экзаменационные вопросы по дисциплине

1. Материальная точка. Абсолютно твердое тело. Механическая система.
2. Формы дифференциального уравнения движения МТ. 1-я и 2-я задачи динамики.
3. 2-й закон Ньютона.
4. Центр масс механической системы.
5. Моменты инерции простых однородных тел.
6. Понятие момента инерции.
7. Теорема Гюйгенса – Штейнера.
8. Динамические характеристики движения.
9. Теорема об изменении количества движения МТ и механической системы. Следствия.
10. Теорема об изменении момента количества движения МТ и механической системы. Следствия.
11. Теорема о движении центра масс механической системы. Следствия. Законы сохранения импульса и момента импульса.
12. Теорема об изменении кинетической энергии МТ и механической системы. Формулы для вычисления кинетической энергии материальных тел при различных видах движения. Потенциальная энергия.
13. Элементарная работа системы внешних сил, приложенных к твердому телу.
14. Способы задания закона движения точки. Траектории движения.
15. Скорость точки. Ускорение точки. Проекция ускорения точки на естественные оси координат.
16. Виды движений твердого тела. Теорема о проекциях скоростей двух точек на ось, проходящую через них.
17. Кинематика поступательного движения твердого тела. Основная теорема.
18. Вращательное движение твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Скорость и ускорение точек твердого тела.
19. Плоско - параллельное движение твердого тела. Основное свойство и уравнение движения.
20. Плоско – параллельное движение твёрдого тела. Теорема о скоростях точек плоской фигуры.
21. МЦС. Теорема о существовании и единственности МЦС.
22. МЦС. Определение скоростей точек плоской фигуры с помощью МЦС.

23. Способы определения МЦС.
24. Сложное движение. Определение скорости и ускорения. Ускорение Кориолиса.
25. Момент силы относительно полюса. Момент силы относительно оси.
26. Эквивалентная система сил. Признак эквивалентности. Сила, приложенная к твердому телу – скользящий вектор (теорема о переносе силы вдоль линии действия).
27. Система сил эквивалентная нулю. Векторные и скалярные условия равновесия твердого тела под действием произвольной системы сил. Статическая определимость.
28. Системы сил частного вида. Частные случаи условий равновесия.
29. Понятие главного вектора и главного момента.
30. Пара сил и ее свойства.
31. Понятие о равнодействующей.
32. Теорема Вариньона (о моменте равнодействующей). Понятие о равнодействующей.
33. Трение скольжения. Законы Кулона для трения скольжения в покое.
34. Связи. Реакции связей. Виды связей.
35. Силы сосредоточенные и распределенные.
36. Аксиома освобожденности от связей.

Локальный электронный методический материал

Ирина Борисовна Мартынова

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Редактор Э. С. Круглова

Уч.-изд. л. 3,3. Печ. л. 2,9

Издательство федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет»  
236022, Калининград, Советский проспект, 1