Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Б. Л. Геллер

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебно-методическое пособие по практическим занятиям
для студентов направления подготовки бакалавров
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2023

УДК 621.3 (076)

Рецензент
кандидат технических наук, доцент кафедры энергетики ФГБОУ ВО
«Калининградский государственный технический университет»
И. Е. Кажекин

Геллер, Б. Л.

Теоретические основы электротехники: учеб.-методич. пособие по практическим занятиям для студ. бакалавриата по направлению подгот. 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника / **Б. Л. Геллер.** – Калининград: ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 61 с.

Учебно-методическое пособие является руководством по практическим занятиям по дисциплине «Теоретические основы электротехники» для обучающихся по направлению подготовки бакалавров 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника. В учебном пособии приведена тематика практических занятий, даны общие методические рекомендации по решению задач, типовые задачи и примеры их решения.

Список лит. – 4 наименования

Учебно-методическое пособие по практическим занятиям рекомендовано к изданию в качестве локального электронного методического материала для использования в учебном процессе методической комиссией Института морских технологий, энергетики и строительства 23.12.2022 г., протокол № 04

УДК 621.3 (076)

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Калининградский государственный технический университет», 2023 г.
© Геллер Б. Л., 2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ ……... 4

1. ТЕМАТИКА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ …… 7

Тема 1. Простейшие расчеты электрических цепей постоянного тока …..... 7

Тема 2. Методы расчета электрических цепей постоянного тока …..... 11

Тема 3. Расчет однофазных цепей синусоидального тока …..... 17

Тема 4. Расчет трехфазных цепей …..... 24

Тема 5. Несинусоидальные процессы в линейных электрических цепях …..... 27

Тема 6. Расчет нелинейных электрических цепей постоянного тока …..... 30

Тема 7. Расчет магнитных цепей …..... 33

Тема 8. Расчет нелинейных электрических цепей переменного тока …..... 37

Тема 9. Переходные процессы в линейных электрических цепях …..... 45

Тема 10. Установившиеся процессы в линиях с распределенными параметрами …..... 53

2. ОПИСАНИРЕ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ …… 59

ЛИТЕРАТУРА 60

ВВЕДЕНИЕ

Целью изучения дисциплины «Теоретические основы электротехники» является формирование теоретического фундамента, на котором строится последующее изучение всех электротехнических дисциплин, предусмотренных в данной образовательной программе. На основе законов и положений теоретической электротехники и осуществляется проектирование и эксплуатация различных электротехнических устройств и установок.

Основные задачи дисциплины «Теоретические основы электротехники» состоят в понимании проявлений электромагнитного поля в различных устройствах техники, изучении физических свойств электрического и магнитного полей, методов расчета электрических и магнитных процессов в электрических цепях постоянного тока, однофазного и трехфазного переменного тока, и токов произвольного характера.

Целью практических занятий по дисциплины «Теоретические основы электротехники» является выработка навыка решения задач.

Задачи практических занятий:

- актуализация теоретических положений электротехники;
- освоение основных расчетных методов;
- выработка практических навыков расчетной работы;
- развитие способностей логического анализа и творческих способностей будущих специалистов в области электроэнергетики.

После выполнения заданий практикума обучаемые должны:

Знать: законы в области электрического и магнитного поля, а также теорию электрических и магнитных цепей и методы их анализа в установившихся и переходных процессах;

Уметь: формировать законченное представление о полученных практических результатах применения теоретических основ электротехники при решении задач в области электроэнергетики и электротехники;

Владеть: методами расчета переходных и установившихся процессов в линейных и нелинейных электрических цепях.

Развитие практических навыков при изучении теоретических основ электротехники имеет очень большое значение. Понимание теоретического материала и умение применить его для решения конкретных технических вопросов возможно только в результате решения большого количества задач. Основные расчетные формулы, которые каждый специалист в области электротехники должен знать наизусть, естественным образом запоминаются в процессе решения задач, что гораздо эффективнее, чем простое «зазубривание».

Основные, типовые задачи, встречающиеся в профессиональной деятельности специалиста в области электротехники, разбираются на практических занятиях. Однако необходимо помнить, что цель практических занятий – научиться не столько решать конкретные задачи, сколько применять теоретические положения к решению любых задач. Поэтому при подготовке к практическому занятию необходимо повторить теоретический материал по теме занятия. В конечном счете, работа на практических занятиях достигает цели только тогда, когда студент приобретает навык самостоятельного решения задач, приведенных в рекомендованных изданиях.

Кроме того, процесс решения задач развивает навык логического мышления, совершенствует математическую культуру, воспитывает умение выстраивать путь решения в виде последовательности шагов, дает опыт работы с уравнениями и числами.

При решении задач рекомендуется придерживаться следующих правил:

1) Перед началом решения необходимо прочитать задание полностью, убедиться, что понятны исходные данные и то, что следует найти.

2) Схема электрической (магнитной) цепи, приведенная в задании, переносится в рабочую тетрадь полностью. При этом ее следует дополнить необходимыми для работы обозначениями токов и напряжений, с обязательным указанием их направлений. В расчетах могут использоваться только те величины, которые обозначены на схеме, или определение которых приведено в тексте решения.

3) Если в процессе решения выполняется упрощение электрической цепи, или составляется эквивалентная схема замещения, все эти схемы следует приводить в решении.

4) Полученный результат расчета должен быть проверен. Как правило, существует метод проверки, не требующий дополнительных сложных расчетов. В зависимости от характера задачи для проверки могут использоваться: выполнение законов Кирхгофа, график, векторная диаграмма, баланс мощности, соответствие полученного результата исходным данным или начальным условиям.

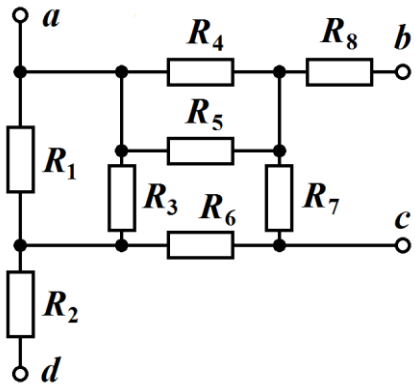
5) При изложении решения обязательными являются текстовые пояснения и обозначение отдельных этапов. Это следует делать и в том случае, если решение не требуется предъявлять преподавателю, так как данные пояснения способствуют выстраиванию логической последовательности шагов, ведущих к цели. На каждом шаге студент должен понимать, зачем этот шаг нужен.

1. ТЕМАТИКА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ

Тема 1. Простейшие расчеты электрических цепей постоянного тока

Цель занятия: освоение основных понятий и свойств элементов электрической цепи.

Задача 1.1



Дана схема электрической цепи.

R_1 = 24 Ом; R_2 = 5 Ом; R_3 = 8 Ом;

R_4 = 6 Ом; R_5 = 3 Ом; R_6 = 4 Ом;

R_7 = 8 Ом; R_8 = 10 Ом.

Определить эквивалентное сопротивление между зажимами *a* и *b*; *a* и *c*; *a* и *d*; *b* и *c*; *b* и *d*; *c* и *d*.

Методические рекомендации по решению задачи:

Для успешного решения задачи необходимо усвоить понятие последовательного и параллельного соединения участков электрической цепи применительно как к отдельным элементам, так и к сложным сочетаниям элементов (к двухполюсникам). Последовательность решения заключается в пошаговом упрощении цепи путем замены последовательного и параллельного соединения сопротивлений их эквивалентами. На начальном этапе освоения материала рекомендуется после каждого упрощения составлять новую схему цепи с обозначением эквивалентных сопротивлений.

Пример выполнения последовательности расчетов:

$$R_{13}=\frac{R_1\cdot R_3}{R_1+R_3}=\frac{24\cdot 8}{24+8}=6\text{ Ом.}\qquad R_{45}=\frac{R_4\cdot R_5}{R_4+R_5}=\frac{6\cdot 3}{6+3}=2\text{ Ом.}$$

$$R_{ab}=\frac{(R_{13}+R_6+R_7)\cdot R_{45}}{R_{13}+R_6+R_7+R_{45}}+R_8=\frac{(6+4+8)\cdot 2}{6+4+8+2}+10=11{,}8\text{ Ом.}$$

$$R_{ac}=\frac{(R_{45}+R_7)\cdot(R_{13}+R_6)}{R_{45}+R_7+R_{13}+R_6}=\frac{(2+8)\cdot(4+6)}{2+8+4+6}=5\text{ Ом.}$$

$$R_{ad}=\frac{R_{13}\cdot(R_{45}+R_6+R_7)\cdot R_{45}}{R_{13}+R_{45}+R_6+R_7}+R_2=\frac{6\cdot(2+4+8)}{6+2+4+8}+5=9{,}2\text{ Ом.}$$

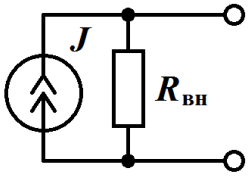
$$R_{bc}=\frac{(R_{45}+R_{13}+R_6)\cdot R_7}{R_{45}+R_{13}+R_6+R_7}+R_8=\frac{(2+6+4)\cdot 8}{2+6+4+8}+10=14{,}8\text{ Ом.}$$

$$R_{bd}=\frac{(R_{45}+R_{13})\cdot(R_6+R_7)}{R_{45}+R_{13}+R_6+R_7}+R_2+R_8=\frac{(2+6)\cdot(4+8)}{2+6+4+8}+5+10=19{,}8\text{ Ом.}$$

$$R_{cd}=\frac{(R_{13}+R_{45}+R_7)\cdot R_6}{R_{13}+R_{45}+R_7+R_6}+R_2=\frac{(6+2+8)\cdot 4}{6+2+8+4}+5=8{,}2\text{ Ом.}$$

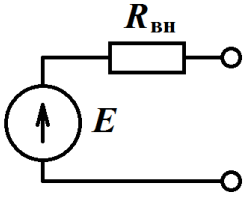
Задача 1.2

Реальный источник электрической энергии представлен расчетным эквивалентом с источником тока (см. рисунок). J = 5 А; $R_в$ = 20 Ом. Представить реальный источник в виде расчетного эквивалента с источником ЭДС. Доказать эквивалентность выполненного преобразования.



Задача 1.3

Реальный источник электрической энергии представлен расчетным эквивалентом с источником ЭДС (см. рисунок). E = 360 В; $R_{вн}$ = 40 Ом. Представить реальный источник в виде расчетного эквивалента с источником тока. Доказать эквивалентность выполненного преобразования.



Методические рекомендации по решению задач 1.2 и 1.3:

При подобных преобразованиях выполняются следующие соотношения: $E = JR_в$; Величина $R_в$ остается без изменения.

Доказательство заключается в сравнении опытов холостого хода и короткого замыкания для исходной и эквивалентной схем. Совпадение результатов свидетельствует об эквивалентности. Так, для задачи 1.2 получаем: $E = 5 \cdot 20 = 100$ В. Опыт холостого хода в обоих случаях дает напряжение на зажимах источника 100 В; опыт короткого замыкания в обоих случаях дает ток короткого замыкания 5 А.

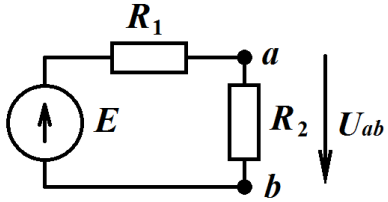
Задача 1.4

Для условий задачи 1.3 построить зависимость напряжения на зажимах источника от тока.

Методические рекомендации по решению задачи: в линейных цепях указанная зависимость всегда имеет вид прямой линии, проходящей через точки холостого хода ($I_{хх} = 0$; $U_{хх} = E$) и короткого замыкания ($I_{кз} = E/R_{вн}$; $U_{хх} = 0$).

Задача 1.5.

На рисунке представлена схема электрической цепи.



$E = 220$ В; $R_1 = 60$ Ом; $R_2 = 50$ Ом.

Определить U_{ab}.

Методические рекомендации по решению задачи:

Ток источника $I = \dfrac{E}{R_1 + R_2} = 2$ А. Тогда искомое напряжение

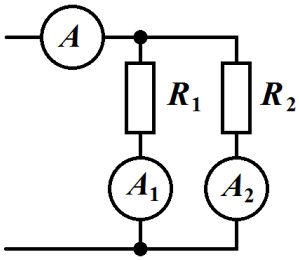
$$U_{ab} = IR_2 = 100 \text{ В}.$$

Так как нахождение распределения напряжений при последовательном соединении сопротивлений является весьма распространенной практической задачей, полезно вывести общую расчетную формулу и знать ее наизусть:

$$U_{ab} = E\frac{R_2}{R_1 + R_2}. \qquad \text{Аналогично} \quad U_{R1} = E\frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Представленную цепь можно рассматривать как делитель напряжения. Обратите внимание: при последовательном соединении сопротивлений падения напряжения на них распределяются пропорционально сопротивлениям.

Задача 1.6



На рисунке представлена схема электрической цепи. R_1 = 8 Ом; R_2 = 12 Ом. Амперметр A показывает 4 А. Определить показания амперметров A_1 и A_2.

Методические рекомендации по решению задачи:

Резисторы R_1 и R_2 соединены параллельно. Эквивалентное сопротивление цепи $R_{12} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4{,}8$ Ом.

Падение напряжения на резисторах (и на всей цепи) $U = IR_{12} = 19{,}2$ В.

Токи резисторов: $I_1 = \dfrac{U}{R_1} = 2{,}4$ А. $I_2 = \dfrac{U}{R_2} = 1{,}6$ А.

Эту цепь можно рассматривать как делитель тока. Общие формулы для расчета распределения токов:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{IR_{12}}{R_1} = I\frac{R_2}{R_1 + R_2} = I\frac{g_1}{g_1 + g_2}.$$ Аналогично $$I_2 = I\frac{R_1}{R_1 + R_2} = I\frac{g_2}{g_1 + g_2}.$$

Обратите внимание на совпадение структуры формул делителя напряжения и делителя тока. При параллельном соединении токи распределяются пропорционально проводимостям.

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 1.2 и 1.3 из [3].

Вопросы для самоконтроля:

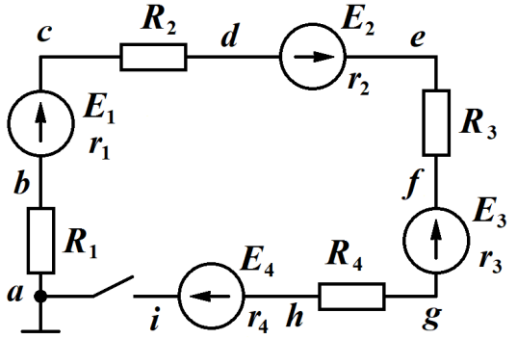
1. Как определить эквивалентное сопротивление при последовательном и параллельном соединении резистивных элементов?
2. Чем отличается источник тока от источника ЭДС?
3. Что такое внутреннее сопротивление источника электроэнергии?
4. Как определить внутреннее сопротивление источника экспериментальным путем?

5. Какова зависимость выходного напряжения от тока у реального источника электроэнергии?

Тема 2. Методы расчета электрических цепей постоянного тока

Цель занятия: освоение практических методов расчета электрических цепей постоянного тока.

Задача 2.1



Построить потенциальную диаграмму для контура, изображенного на рисунке, при замкнутом и разомкнутом контакте, предполагая, что точка *a* заземлена. Источники электроэнергии не идеальны.

Величины ЭДС: E_1 = 25 В; E_2 = 5 В; E_3 = 20 В; E_4 = 35 В. Сопротивления резисторов: R_1 = 8 Ом; R_2 = 24 Ом; R_3 = 40 Ом; R_4 = 4 Ом. Внутренние сопротивления источников электроэнергии: r_1 = 2 Ом; r_2 = 6 Ом; r_3 = 2 Ом; r_4 = 4 Ом.

Методические рекомендации:

При решении задачи необходимо вначале определить все токи (в данной задаче – один ток). затем определяются потенциалы всех точек цепи.

Пример выполнения:

При замкнутом контакте

$$I = \frac{E_1 + E_2 - E_3 + E_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + r_1 + r_2 + r_3 + r_4} = \frac{25 + 5 - 20 + 35}{8 + 24 + 40 + 4 + 2 + 6 + 2 + 4} = \frac{45}{90} = 0{,}5 \text{ А}.$$

Расчет потенциалов точек:

$\varphi_b = \varphi_a - IR_1 = -4$ В;

$\varphi_c = \varphi_b + E_1 - Ir_1 = 20$ В;

$\varphi_d = \varphi_c - IR_2 = 8$ В;

$\varphi_e = \varphi_d + E_2 - Ir_2 = 10$ В;

$\varphi_f = \varphi_e - IR_3 = -10$ В;

$\varphi_g = \varphi_f - E_3 - Ir_3 = -31$ В;

$\varphi_h = \varphi_g - IR_4 = -33$ В;

$\varphi_i = \varphi_h + E_4 - Ir_4 = 0$ В.

Расчет последнего потенциала является проверочным: очевидно, что при замкнутом контакте $\varphi_i = \varphi_a = 0$.

При разомкнутом контакте ток равен нулю.

$\varphi_b = \varphi_a = 0$;

$\varphi_c = \varphi_b + E_1 = 25$ В;

$\varphi_d = \varphi_c$;

$\varphi_e = \varphi_d + E_2 = 30$ В;

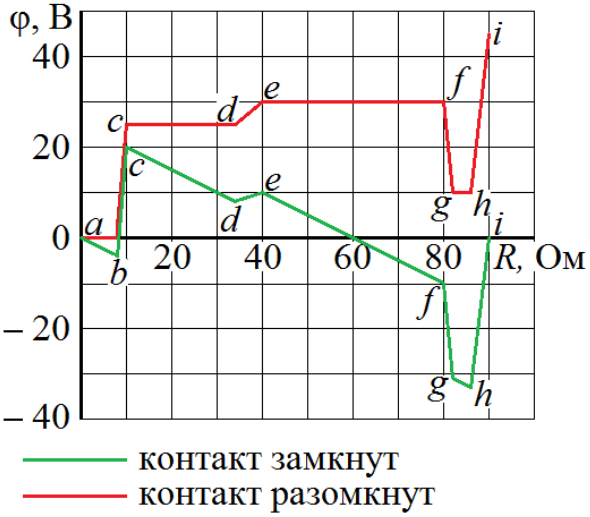
$\varphi_f = \varphi_e$;

$\varphi_g = \varphi_f - E_3 = 10$ В;

$\varphi_h = \varphi_g$;

$\varphi_i = \varphi_h + + E_4 = 45$ В.

При построении потенциальной диаграммы по оси R откладывается сумма сопротивлений участка цепи от точки a до рассматриваемой точки.



Задача 2.2

Каково должно быть сечение медных проводов линии для передачи потребителю мощности 16 кВт при условии, что потеря мощности не превысит 5%, если длина линии 180 м, и напряжение в конце линии 220 В?

Пример решения:

$U = 220$ В; $P = 16$ кВт; $\Delta P = 0{,}05$ Р; $l = 180$ м.

Определим ток: $$I = \frac{P}{U} = \frac{16 \cdot 10^3}{220} = \frac{45}{90} = 72{,}7 \text{ А}.$$

Потери мощности в линии $\Delta P = 0{,}05P = 800$ Вт.

Суммарное сопротивление проводов определим из равенства:

$$\Delta P = I^2 \cdot 2r_{\text{л}} \quad \Rightarrow \quad r_{\text{л}} = \frac{\Delta P}{2I^2} = \frac{800}{2 \cdot 72{,}7^2} = 0{,}0756 \text{ Ом}.$$

Определим минимальное сечение провода.

$$R = \frac{\rho l}{S}. \qquad \rho = 0{,}0171 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}. \quad \Rightarrow \quad S = \frac{\rho l}{r_{\text{л}}} = \frac{0{,}0171 \cdot 180}{0.0756} = 40{,}7 \text{ мм}^2.$$

Задача 2.3

Источник электроэнергии с неизвестными параметрами нагружен на сопротивление 600 Ом, при этом к нагрузке приложено напряжение 180 В. Для определения параметров источника параллельно нагрузке дополнительно подключили сопротивление 3 кОм, при этом напряжение на нагрузке стало равным 175 В. Определить параметры источника.

Методические рекомендации:

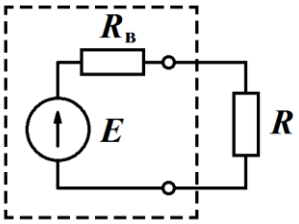
Параметрами источника являются его ЭДС и внутреннее сопротивление. Необходимо составить эквивалентную схему замещения и рассчитать ее по законам Ома и Кирхгофа.

Пример решения:

Расчетная схем приведена на рисунке.

Введем переменные: R_1 = 600 Ом; U_1 = 175 В; $R_{\text{доп}}$ = 3 кОм; U_2 = 175 В.

При включении дополнительного сопротивления общее сопротивление нагрузки составило



$$R_2 = \frac{R_1 R_{\text{доп}}}{R_1 + R_{\text{доп}}} = 500 \text{ Ом}.$$

Используя формулу для делителя напряжения, находим:

$$U_1 = E \frac{R_1}{R_{\text{в}} + R_1}; \quad U_2 = E \frac{R_2}{R_{\text{в}} + R_2}.$$

Выражаем E из обоих уравнений и приравниваем: $U_1 \frac{R_{\text{в}} + R_1}{R_1} = U_2 \frac{R_{\text{в}} + R_2}{R_2}$.

Отсюда выражаем $R_{\text{в}}$, и затем находим E:

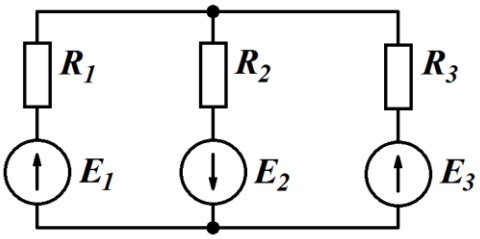
$$R_{\text{в}} = \frac{U_1 - U_2}{\frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1}} = 100 \text{ Ом}. \quad E = U_1 \frac{R_{\text{в}} + R_1}{R_1} = 210 \text{ Ом}.$$

Задача 2.4

Дано:

E_1 = 30 В; E_2 = 60 В; E_3 = 90 В;

R_1 = 15 Ом; R_2 = 30 Ом; R_3 = 90 Ом.



Определить токи в ветвях, используя следующие методы:

а) расчет по законам Кирхгофа;
б) метод контурных токов;
в) метод наложения;
г) метод эквивалентного генератора;
д) метод двух узлов.

Проверить баланс мощности.

Пример выполнения:

Пусть направления токов ветвей I_1, I_2, I_3 совпадают с направлениями ЭДС.

а) Составим уравнения по законам Кирхгофа. Первый контур включает ветви 1 и 2, обход по часовой стрелке. Второй контур включает ветви 2 и 3, обход против часовой стрелки.

$$I_1 + I_3 = I_2;$$

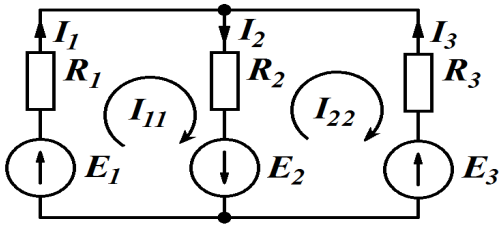
$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_1 + E_2;$$

$$I_2 R_2 + I_3 R3_2 = E_2 + E_3.$$

Подставляя исходные данные и решая систему, находим:

I_1 = 1,4 А; I_2 = 2,3 А; I_3 = 0,9 А.

б) Контуры те же, что в п. а). Направление контурных токов I_{11} и I_{22} выбираем по часовой стрелке. Расчетная схема принимает вид:



Система уравнений для контурных токов составляется по стандартной форме:

$$I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} = E_{11};$$

$$I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} = E_{22}.$$

Для рассчитываемой цепи $R_{11} = R_1 + R_2$; $R_{22} = R_2 + R_3$; $R_{12} = R_{21} = -R_2$; $E_{11} = E_1 + E_2$; $E_{22} = -E_2 - E_3$.

Подставляя исходные данные и решая систему, находим:

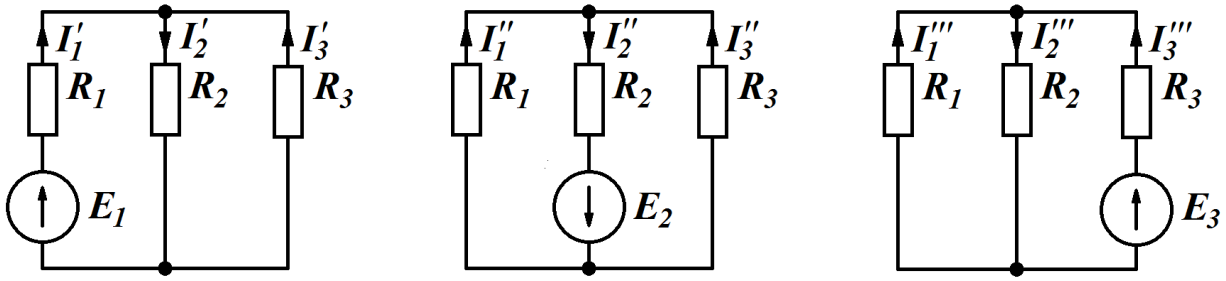
$I_{11} = 1{,}4$ А; $I_{22} = -0.9$ А.

Находим токи:

$I_1 = I_{11} = 1{,}4$ А; $I_2 = I_{11} - I_{11} = 2{,}3$ А; $I_3 = -I_{22} = 0.9$ А.

в) Находим частичные токи.

Расчетная схема для определения частичных токов I'_1, I'_2, I'_3 от источника E_1 приведена на рисунке *а*.



а) *б*) *в*)

Ток источника

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = 0{,}8 \text{ А}.$$

Напряжение между узлами

$$U'_{23} = I'_1 \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 18 \text{ В}.$$

Другие частичные токи:

$$I'_2 = \frac{U'_{23}}{R_2} = 0{,}6 \text{ А}; \quad I'_3 = -\frac{U'_{23}}{R_3} = -0{,}2 \text{ А}.$$

Аналогично находим частичные токи I''_1, I''_2, I''_3 от источника E_2 (рисунок *б*) и частичные токи I'''_1, I'''_2, I'''_3 от источника E_3 (рисунок *в*).

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = 1{,}4 \text{ А}.$$

$$U_{13}'' = I_1'' \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 18 \text{ В}.$$

$$I_1'' = \frac{U_{13}''}{R_1} = 1{,}2 \text{ А}; \quad I_3'' = \frac{U_{13}''}{R_3} = 0{,}2 \text{ А}.$$

$$I_3''' = \frac{E_3}{R_3 + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 0{,}9 \text{ А}.$$

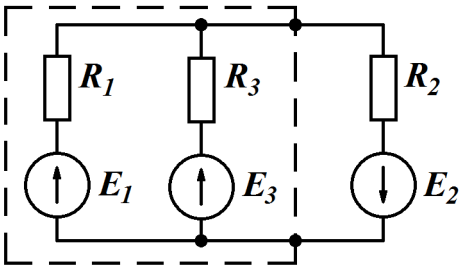
$$U_{12}''' = I_1''' \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 9 \text{ В}.$$

$$I_1''' = -\frac{U_{12}'''}{R_1} = -0{,}6 \text{ А}; \quad I_2''' = \frac{U_{12}'''}{R_2} = 0{,}3 \text{ А}.$$

Находим токи ветвей.

$I_1 = I'_1 + I''_1 + I'''_1 = 1{,}4$ А. $I_2 = I'_2 + I''_2 + I'''_2 = 2{,}3$ А. $I_3 = I'_3 + I''_3 + I'''_3 = 0{,}9$ А.

г) В качестве примера рассмотрим использование метода эквивалентного генератора для нахождения тока I_2. Выделяем из цепи ветвь 2, а остальную часть цепи представляем в виде эквивалентного генератора (показан пунктиром):



При разрыве ветви 2 на зажимах эквивалентного генератора образуется напряжение холостого хода U_x. Для его определения найдем ток I, протекающий в этом режиме по контуру, образованному ветвями 1 и 2.

$$I = \frac{E_1 - E_3}{R_1 + R_3} = -\frac{4}{7} \text{ А}.$$

Тогда $U_x = IR_3 + E_3 = \dfrac{270}{7}$ В.

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора

$$R_{\text{в}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{90}{7} \text{ Ом}.$$

Ток ветви 2

$$I_2 = \frac{E_2 + U_{\text{х}}}{R_2 + R_{\text{в}}} = 2{,}3 \text{ А}.$$

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 1.39 и 1.44 из [2]; 1.17, 1.40, 1.48 и 1.55 из [3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Какова общая форма системы уравнений при расчете методом контурных токов?

2. В каких случаях метод узловых потенциалов является предпочтительным?

3. Как определяется внутреннее сопротивление активного двухполюсника при наличии в его составе как источников ЭДС, так и источников тока?

4. Каковы правила составления схем для определения частичных оков в методе наложения?

Тема 3. Расчет однофазных цепей синусоидального тока

Цель занятия: освоение практических методов расчета электрических цепей однофазного синусоидального тока.

Методические рекомендации по выполнению заданий раздела:

В первую очередь необходимо усвоить свойства синусоидальных функций времени: амплитуда, частота, период, начальная фаза. а также принцип представления синусоидальных функций с помощью комплексных чисел. Важным является умение выполнять математические операции с комплексными числами в алгебраической и показательной формах.

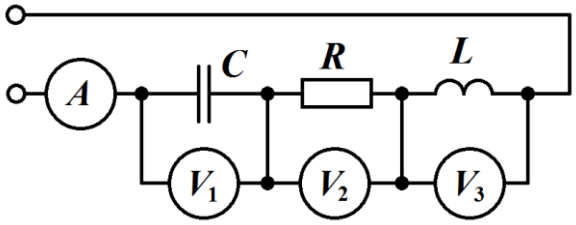
Расчеты в цепях переменного тока традиционно ведутся с использованием комплексов действующих значений.

Необходимо знать наизусть формулы взаимосвязи тока и напряжения в индуктивных и емкостных элементах, сопротивления индуктивных и емкостных элементов переменному току, активной, реактивной и полной мощности, резонансной частоты.

Задача 3-1

Показания приборов: I = 5 А; U_1 = 60 В; U_2 = 15 В; U_3 = 40 В.

Определить напряжение, приложенное к цепи, сопротивление каждого элемента и полное сопротивление цепи. Заменить цепь эквивалентной. Построить векторную диаграмму.



Пример решения:

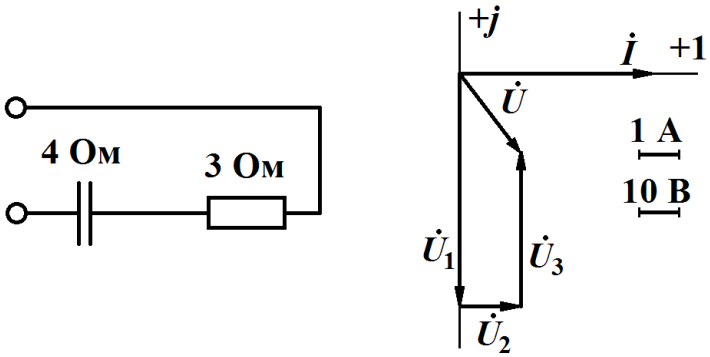
Определяем сопротивления элементов:

$$X_C = \frac{U_1}{I} = 12 \text{ Ом}. \quad R = \frac{U_2}{I} = 3 \text{ Ом}. \quad X_L = \frac{U_3}{I} = 12 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление цепи $Z = R + j(X_L - X_L) = 3 + j4$ Ом.

Напряжение, приложенное к цепи $U = I|Z| = 5\sqrt{3^2 + 4^2} = 25$ В.

Эквивалентная цепь и векторная диаграмма показаны на рисунке.



Задача 3-2

Генератор, питающий линию передачи электроэнергии, отдает активную мощность 54 кВт. Напряжение генератора 3 кВ. Параметры приемника, включенного в конце линии: активное сопротивление 50 Ом, реактивное – 50 Ом. Приемник потребляет активную мощность 45 кВт. Определить параметры линии.

Пример решения:

$P_1 = 54$ кВт; $U_1 = 3$ кВ; $R_2 = 50$ Ом; $X_2 = 50$ Ом; $P_2 = 45$ кВт.

Обозначим искомые активное и реактивное сопротивления линии соответственно $R_л$ и $X_л$.

Ток линии $I = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} = 30$ А.

Активное сопротивление всей цепи $R = R_л + R_2 = \frac{P_1}{I^2} = 60$ Ом.

Отсюда $R_л = R - R_2 = 10$ Ом.

Полное сопротивление цепи $Z = \frac{U_1}{I} = 100$ Ом.

Реактивное сопротивление цепи $X = \sqrt{Z^2 - R^2} = 80$ Ом.

$X_л = X - XR_2 = 80 - 50 = 30$ Ом.

Задача 3-3

Активная нагрузка величиной 20 Ом подключена к источнику напряжения с действующим значением 120 В через индуктивную катушку с активным сопротивлением 5 Ом. Через катушку проходит ток 3 А, частота тока 400 Гц. Определить индуктивность катушки.

Пример решения:

$R = 30$ Ом; $R_к = 5$ Ом; $I = 3$ А; $U = 120$ В; $f = 400$ Гц. $L = ?$

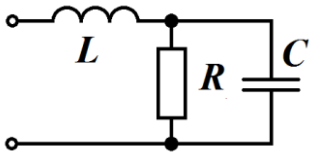
$Z = U/I = 120/3 = 40$ Ом.

$$X_L = \sqrt{Z^2 - (R + R_к)^2} = \sqrt{40^2 - (20 + 5)^2} = 31{,}2 \text{ Ом}.$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{31{,}2}{2\pi \cdot 400} = 0{,}0124 \text{ Гн}.$$

Задача 3-4

Цепь подключена к источнику тока $i(t) = 4{,}5 \sin 350t$.



$L = 0{,}1$ Гн; $C = 150$ мкФ; $R = 33$ Ом.

Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Пример решения:

Найдем сопротивления реактивных элементов и комплексное сопротивление всей цепи.

$$X_L = \omega L = 35 \text{ Ом}. \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = 19{,}05 \text{ Ом}. \quad Z = jX_L + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = 8{,}25 + j20{,}7 \text{ Ом}.$$

Определим напряжения и токи:

$$\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 3{,}18 \text{ А}.$$

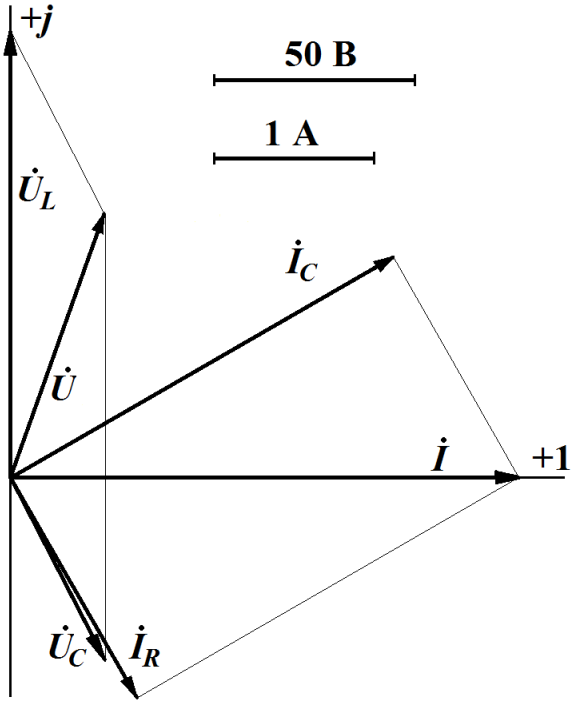
$$\dot{U} = \dot{I}Z = 26{,}4 + j65{,}9 \text{ В}.$$

$$\dot{U}_L = \dot{I}jX_L = 111{,}4\,j \text{ В}.$$

$$\dot{U}_C = \dot{U} - \dot{U}_L = 26{,}4 - j45{,}5 \text{ В}.$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_C}{R} = 0{,}8 - j1{,}38 \text{ А}.$$

$$\dot{I}_C = \dot{I} - \dot{I}_R = 2{,}39 + j1{,}38 \text{ А}.$$



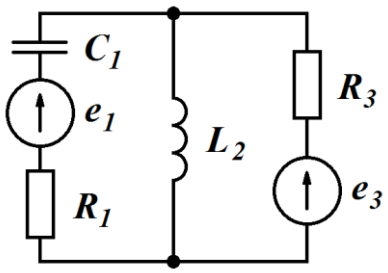
Векторная диаграмма приведена на рисунке.

Задача 3-5

$e_1 = 509 \sin(\omega t + 30°)$ В. $e_3 = 198 \cos(\omega t - 30°)$ В.

$f = 50$ Гц. $R_1 = 100$ Ом. $R_3 = 40$ Ом. $C_1 = 25{,}6$ мкФ. $L_2 = 0{,}255$ Гн.

Определить токи, записать их в виде комплексов действующих значений и в виде функций времени. Построить векторную диаграмму токов, ЭДС, падений напряжения на элементах. Составить баланс активной мощности.



Пример решения:

Представляем ЭДС в виде комплексов действующих значений.

$$\dot{E}_1 = \frac{509}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 312 - j180 \text{ В};$$

$$\dot{E}_3 = \frac{225}{\sqrt{2}} e^{j60^\circ} = 70 + j121 \text{ В}.$$

Определяем комплексные сопротивления ветвей.

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\,2\pi\, f\, C_1} = 100 - j120 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = j\,2\pi\, f\, L_2 = j80 \text{ Ом}.$$

Определяем напряжение на индуктивности U_{L2} методом двух узлов. Принимаем направление U_{L2} от верхнего по схеме узла к нижнему.

$$\dot{U}_{L2} = \frac{\dfrac{\dot{E}_1}{Z_1} + \dfrac{\dot{E}_3}{R_3}}{\dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} + \dfrac{1}{R_3}} = 161 e^{j70^\circ} = 25 + j189 \text{ В}.$$

Задаемся направлениями токов (при представлении решения в письменном виде необходимо проставить на схеме обозначения узлов и направления токов). Пусть токи I_1 и I_3 направлены к узлу a, ток I_2 – к узлу b.

Определяем токи.

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_L}{Z_1} = 1{,}22 + j1{,}38 \text{ А}; \quad I_1 = \left|\dot{I}_1\right| = 1{,}84 \text{ А}.$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_L}{Z_2} = 2.35 - j0{,}31 \text{ А}; \quad I_2 = \left|\dot{I}_2\right| = 2{,}37 \text{ А}.$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_3 - \dot{U}_L}{R_3} = 1{,}14 - j1{,}68 \text{ А}. \quad I_3 = \left|\dot{I}_3\right| = 2{,}03 \text{ А}.$$

Как видно, для найденных токов выполняется первый закон Кирхгофа ($I_1 + I_3 = I_2$), что является подтверждением правильности расчетов.

Запишем токи в виде функций времени.

$i_1 = \sqrt{2}\, I_1 \sin(314t + \arg(\dot{I}_1)) = 2{,}6\sin(314t + 48{,}5°)$ А;

$i_2 = 3{,}36\sin(314t - 7{,}4°)$ А;

$i_3 = 2{,}87\sin(314t - 56°)$ А.

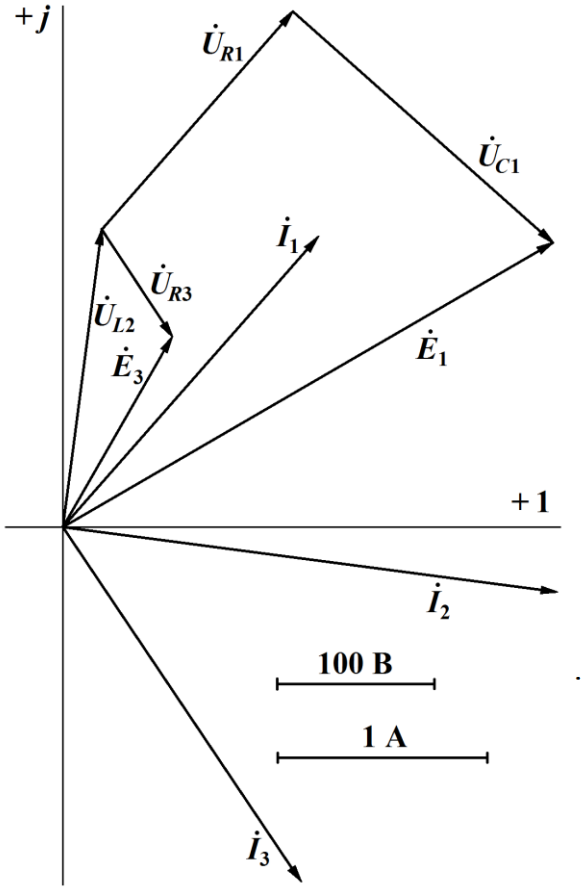
Определяем падения напряжения для построения векторной диаграммы.

$\dot{U}_{R1} = \dot{I}_1 R_1 = 122 + j138$ В;

$\dot{U}_{C1} = \dot{I}_1 \dfrac{1}{j \cdot 2\pi f C_1} = 145 - j146$ В;

$\dot{U}_{R3} = \dot{I}_3 R_3 = 45 - j67$ В.

Векторная диаграмма приведена на рисунке.



Составим баланс активной мощности.

Суммарная активная мощность источников

$P_{ист} = \mathrm{Re}(\dot{E}_1\dot{I}_1^* + \dot{E}_3\dot{I}_3^*) = \mathrm{Re}[(312 + j180)\cdot(1{,}22 - j1{,}$.

Суммарная активная мощность приемников $P_{пр} = I_1^2 R_1 + I_3^2 R_3 = 503$ Вт .

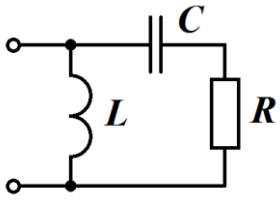
Баланс мощности сходится.

Задача 3-6

К источнику синусоидального напряжения с частотой 400 Гц подключена активная нагрузка сопротивлением 200 Ом через конденсатор емкостью 1,53 мкФ. Определить индуктивность катушки, которую следует подключить к зажимам источника, чтобы ток, потребляемый от источника, совпал по фазе с его выходным напряжением. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

Пример решения:

Составляем схему цепи после подключения катушки и определяем входное сопротивление цепи.



$$Z = \frac{j\omega L\left(\frac{1}{j\omega C} + R\right)}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{j\omega L\left(1 + j\omega CR\right)}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR} == \frac{\left(j\omega L - \omega^2 LCR\right)\left(1 - \omega^2 LC - j\omega CR\right)}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \left(\omega CR\right)^2}.$$

Условием совпадения фаз тока и напряжения является равенство нулю мнимой части входного сопротивления.

$$\mathrm{Im}(Z) = \frac{\omega L\left(1 - \omega^2 LC\right) + \omega^3 LC^2 R^2}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \left(\omega CR\right)^2} = 0.$$

Отсюда находим: $L = \frac{1}{\omega^2 C} + CR^2 = 0{,}165$ Гн.

Задача 3-7

Катушка с индуктивностью 10 мГн и активным сопротивлением 1,5 Ом подключена к источнику переменного напряжения с частотой 1,3 кГц через конденсатор. Известно, что в цепи имеет место режим резонанса. Определить емкость конденсатора. Определить соотношение между входным напряжением цепи и напряжением на конденсаторе.

Пример решения:

Частота резонанса $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Отсюда

$$C = \frac{1}{\left(2\pi f_0\right)^2 L} = 1{,}5 \text{ мкФ}.$$

В режиме резонанса входное напряжение цепи равно напряжению на активном сопротивлении. Искомое соотношение

$$\frac{U_C}{U_{\text{вх}}} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{U_L}{U_R} = \frac{2\pi f L}{R} = 54{,}5.$$

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 3.5, 3.13, 3.20, 3.21, 3.29, 3.44 из [2]; 2.4, 2.18, 2.30, 2.37 из [3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Что понимают под действующим значением тока (напряжения)?

2. Какому моменту времени соответствует положение векторов напряжения и тока на векторной диаграмме?

3. Каково взаимное расположение на векторной диаграмме векторов тока и напряжения в резистивном. индуктивном и емкостном элементе?

4. Как определить вид синусоидальной функции времени по комплексу действующего значения?

5. Как определить комплексное сопротивление ветви?

6. Назовите способы определения активной мощности, генерируемой источником, и расходуемой в приемнике.

7. Запишите условие резонансного режима двухполюсника.

8. Как в расчете учитывают наличие магнитной связи между индуктивными катушками?

Тема 4. Расчет трехфазных цепей

Цель занятия: освоение практических методов расчета электрических цепей трехфазного синусоидального тока.

Методические рекомендации по выполнению заданий раздела:

Для успешного выполнения заданий необходимо знать три основные схемы соединений трехфазных цепей: «звезда – звезда», «звезда – звезда с нейтральным проводом» и «звезда – треугольник». Для каждой схемы следует усвоить соотношение между фазными и линейными напряжениями и токами, и знать особенности расчета этих цепей при симметричной и несимметричной нагрузке.

Задача 4.1

От симметричного генератора с фазным напряжением 120 В через четырехпроводную линию включены три группы одинаковых ламп. Между фазой *A* и нейтральным проводом включены 30 ламп, между фазой *B* и нейтральным проводом – 25 ламп, между фазой *C* и нейтральным проводом –

20 ламп. Сопротивление каждой лампы 300 Ом. Определить ток в нейтральном проводе. Под каким напряжением окажется каждая группа ламп при обрыве нейтрального провода?

Пример решения:

Введем обозначения: $U_ф$ = 120 В, R = 300 Ом, n_A = 30, n_B = 25, n_C = 20.

Определим ток в нейтральном проводе I_N как сумму токов фаз.

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{E}_A}{R}\cdot n_A + \frac{\dot{E}_B}{R}\cdot n_A + \frac{\dot{E}_C}{R}\cdot n_A = \frac{\dot{E}_A}{R}\left(n_A + n_B\cdot e^{-j120^\circ} + n_C\cdot e^{j120^\circ}\right) = 3 - j\sqrt{3}\ \text{А}.$$

$$I_N = \sqrt{9+3} = 2\sqrt{3} \approx 3{,}46\ \text{А}.$$

Определим смещение нейтрали при обрыве нейтрального провода.

$$\dot{U}_{0'} = \frac{\frac{\dot{E}_A}{R}\cdot n_A + \frac{\dot{E}_B}{R}\cdot n_B + \frac{\dot{E}_C}{R}\cdot n_C}{\frac{n_A}{R} + \frac{n_B}{R} + \frac{n_C}{R}} = 12 - j4\sqrt{3}\ \text{В}.$$

Определим напряжения на группах ламп при обрыве.

$$U_{A0'} = \left|\dot{E}_A - U_{0'}\right| = 108\ \text{В};\quad U_{B0'} = \left|\dot{E}_B - U_{0'}\right| = 121\ \text{В};\quad U_{C0'} = \left|\dot{E}_C - U_{0'}\right| = 132\ \text{В}.$$

Задача 4.2

К симметричному генератору с фазной ЭДС 127 В и внутренним сопротивлением 0,3 + j0,9 Ом подключена симметричная нагрузка 10 + j6 Ом по схеме Y/Y через линию с сопротивлением каждого провода 0,5 + j1 Ом. Определить:

- ток каждой фазы;
- фазное и линейное напряжения генератора;
- фазное и линейное напряжения нагрузки;
- активную мощность, вырабатываемую генератором и расходуемую в нагрузке.

Построить векторную диаграмму.

Пример решения:

Так как трехфазная цепь симметричная, расчет и построение векторной диаграммы ведем для фазы А. Решения для других фаз находятся поворотом на ± 180°.

Комплексные сопротивления генератора, провода и нагрузки обозначим соответственно $Z_г$, $Z_{пр}$ и $Z_н$.

Ток фазы A $\dot{I}_A = \dfrac{\dot{E}_A}{Z_г + Z_{пр} + Z_н} = 7{,}66 - j5{,}6 = 9{,}49e^{-j36{,}2^\circ}$ А.

Фазное напряжение генератора $\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{I}_A Z_г = 119{,}7 - j5{,}2$ В.

Линейное напряжение генератора $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_A\left(1 - e^{-j120^\circ}\right) = 184 + j96$ В.

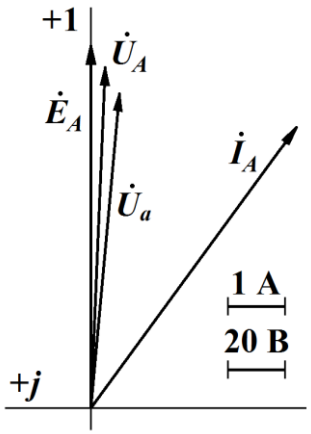
Фазное напряжение нагрузки $\dot{U}_a = \dot{I}_A Z_н = 110 - j10$ В.

Линейное напряжение нагрузки $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a\left(1 - e^{-j120^\circ}\right) = 174 + j80$ В.

Активная мощность, вырабатываемая генератором

$$P_г = \left|\dot{I}_A\right|^2 \cdot \mathrm{Re}\left(Z_г + Z_{пр} + Z_н\right) = 2{,}92 \text{ кВт}.$$

Активная мощность нагрузки $P_н = \left|\dot{I}_A\right|^2 \cdot \mathrm{Re}\left(Z_н\right) = 2{,}70$ кВт.



Векторная диаграмма фазы A приведена на рисунке. Обратите внимание, что на векторных диаграммах трехфазных систем действительную ось принято располагать вертикально.

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 6.2, 6.3, 6.15 из [2] и 4.2, 4.11 из [3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Каково соотношение между линейными и фазными напряжениями симметричной нагрузки при соединении ее звездой?

2. Каково соотношение между линейными и фазными токами симметричной нагрузки при соединении ее треугольником?

3. К чему приводит несимметрия в нагрузке при соединении ее звездой?

4. К чему приводит несимметрия в нагрузке при соединении ее по схеме «звезда – звезда с нейтральным проводом»?

5. Каков наиболее рациональный путь расчета трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником?

Тема 5. Несинусоидальные процессы в линейных электрических цепях

Цель занятия: закрепление теоретических положений о разложении периодической функции времени в гармонический ряд, и освоение практических методов расчета электрических цепей при несинусоидальных токах.

Задача 5-1

К цепи из последовательно соединенных активного сопротивления R, катушки с индуктивностью L и конденсатора C подключено напряжение $u(t) = 80 + 127\sin\omega_1 t + 24\sin(3\omega_1 t - 60°)$ В. Параметры цепи: R = 15 Ом; $\omega_1 L$ = 7 Ом; $\frac{1}{\omega_1 C}$ = 48 Ом. Выразить ток цепи как функцию времени.

Пример решения:

Определим комплексные сопротивления цепи для отдельных гармоник. Сопротивление конденсатора постоянному току бесконечно. Поэтому постоянная составляющая тока равна нулю.

$$Z_{(1)} = R + j\left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right) = 15 - j41 = 43{,}7e^{-j69{,}9°}\ \text{Ом};$$

$$Z_{(3)} = R + j\left(3\omega_1 L - \frac{1}{3\omega_1 C}\right) = 15 + j5 = 15{,}8e^{j18{,}4°}\ \text{Ом}$$

Параметры гармоник тока определяем по общей формуле:

$$I_{m(k)} = \frac{U_{m(k)}}{\left|Z_{(k)}\right|}; \quad \varphi_{I(k)} = \varphi_{U(k)} - \varphi_{Z(k)}.$$

В нашем случае

$$I_{m(1)} = \frac{U_{m(1)}}{|Z_1|} = \frac{127}{43{,}7} = 2{,}91 \text{ А}; \quad I_{m(3)} = \frac{U_{m(3)}}{|Z_3|} = \frac{24}{18{,}4} = 1{,}52 \text{ А}$$

Ток цепи $i(t) = 2{,}91 \sin(\omega_1 t + 69{,}9°) + 1{,}52 \sin(3\omega_1 t - 78{,}4°)$ А.

Задача 5-2

К электрической цепи (рис. 1) приложено периодическое напряжение (рис. 2) с амплитудой 100 В и периодом $T = 4$ мс. . $L = 10$ мГн; $C = 15$ мкФ; $R = 100$ Ом. Определить действующее значение напряжения на резисторе.

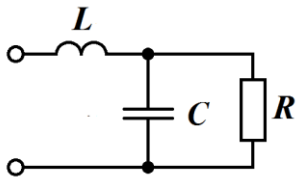


Рис. 1

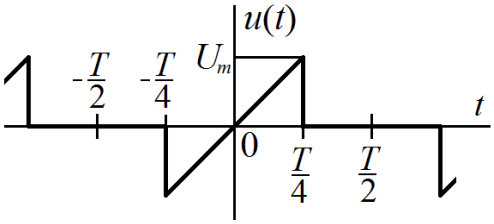


Рис. 2

Пример решения:

Разложим кривую $u(t)$ в ряд Фурье.

Функция $u(t)$ отлична от нуля в интервале $(-T/4; T/4)$. На этом интервале $u(t) = U_m \cdot \frac{4t}{T}$. Чтобы сделать период равным 2π, используем для разложения функцию $u(\omega t) = U_m \cdot \frac{2\omega t}{\pi}$, где $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Функция $u(\omega t)$ отлична от нуля на интервале $(-\pi; \pi)$.

Кривая $u(t)$ симметрична относительно начала координат, поэтому разложение в ряд Фурье содержит только синусные составляющие. Амплитуды гармоник напряжения

$$U_{km} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} U_m \cdot \frac{2\omega t}{\pi} \sin(k\omega t) d\omega t = \frac{2U_m}{k^2\pi^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} k\omega t \sin(k\omega t) dk\omega t =$$

$$= \frac{2U_m}{k^2\pi^2} \left[\sin(k\omega t) - k\omega t \cos\sin(k\omega t) \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} \right] = \frac{2U_m}{k^2\pi^2} \left[2\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) - k\pi \cos\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) \right].$$

Ограничиваемся первыми четырьмя гармониками.

$$U_{1m} = \frac{4U_m}{\pi^2} = 40{,}5\ \text{В};\ U_{2m} = \frac{U_m}{\pi} = 31{,}8\ \text{В};\ U_{3m} = -\frac{4U_m}{9\pi^2} = -4{,}5\ \text{В};\ U_{4m} = -\frac{U_{1m}}{2\pi} = -15{,}9\ \text{В}.$$

Определим комплексный коэффициент передачи цепи для *k*-й гармоники.

$$W(k) = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}} = \frac{\dfrac{R \cdot \dfrac{1}{jk\omega C}}{R + \dfrac{1}{jk\omega C}}}{jk\omega L + \dfrac{R \cdot \dfrac{1}{jk\omega C}}{R + \dfrac{1}{jk\omega C}}} = \frac{1}{1 - k^2\omega^2 LC + jk\omega\dfrac{L}{R}}.$$

Подставляя исходные данные, получаем:

$$W(1) = 1{,}563 - j0{,}195;\ \ W(2) = -1{,}88 - j0{,}62;$$

$$W(3) = -0{,}425 - j0{,}043;\ \ W(4) = -0{,}202 - j0{,}013.$$

Определяем амплитуды гармоник напряжения на резисторе.

$$U_{R1m} = U_{1m}|W(1)| = 63{,}8\ \text{В};\ U_{R2m} = U_{2m}|W(2)| = 63{,}0\ \text{В};$$

$$U_{R3m} = U_{3m}|W(3)| = 1{,}92\ \text{В};\ U_{R4m} = U_{4m}|W(4)| = 3{,}23\ \text{В}.$$

Определяем действующее значение напряжения на резисторе.

$$U_R = \sqrt{\frac{(U_{R1m})^2 + (U_{R2m})^2 + (U_{R2m})^2 + (U_{R4m})^2}{2}} = 63{,}5\ \text{В}.$$

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 7.1, 7.9 из [2] и 7.1, 7.9 из [3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Как определить действующее значение несинусоидального периодического напряжения (тока)?

2. Какова последовательность расчета линейной электрической цепи при несинусоидальных воздействиях?

3. Каковы особенности резонансных явлений, возникающих при несинусоидальных воздействиях?

4. Как определяются активная и полная мощности несинусоидального тока?

5. Назовите особенности работы трехфазных систем, вызываемых гармониками, кратными трем

Тема 6. Расчет нелинейных электрических цепей постоянного тока

Цель занятия: закрепление общих представлений о расчете нелинейных электрических цепей и освоение практических методов расчета таких цепей.

Задача 6.1

Цепь состоит из соединенных последовательно нелинейных резисторов НР1 и НР2. На рис. 1 приведены их вольтамперные характеристики. К цепи приложено напряжение $U = 120$ В. Найти ток в цепи и падения напряжения на резисторах.

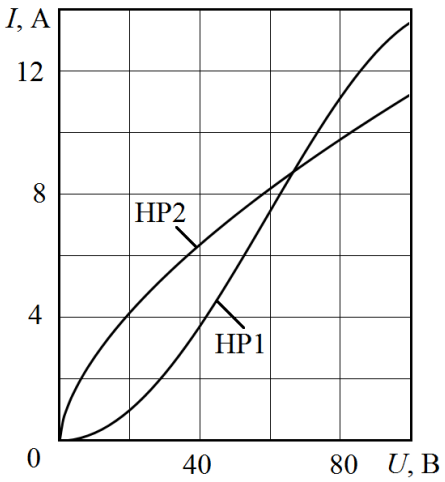


Рис. 1

Пример решения:

Строим вольтамперную характеристику цепи, складывая абсциссы характеристик НР1 и НР2 (рис. 2). Затем заданное значение ЭДС U откладываем по оси абсцисс и через полученную точку проводим вертикальную линию до пересечения с результирующей вольтамперной характеристикой в точке c. Ордината точки c равна искомому току. Абсциссы точек a и b дают падения напряжения на соответствующих резисторах.

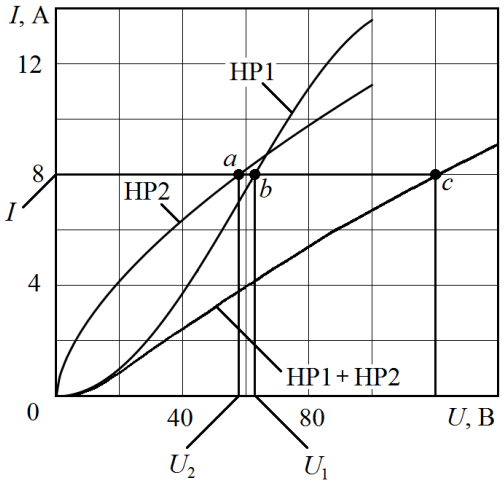


Рис. 2

Ответы: $I = 8{,}0$ А; $U_1 = 63$ В; $U_2 = 57$ В.

Задача 6.2

Дана схема электрической цепи и вольтамперная характеристика нелинейного резистора НР (рис. 1). Определить ток в нелинейном резисторе методом эквивалентного генератора. E = 240 В. R_1 = 96 Ом. R_2 = 48 Ом.

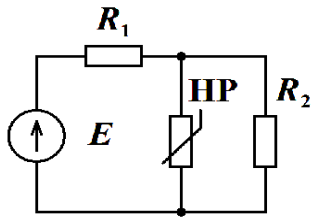
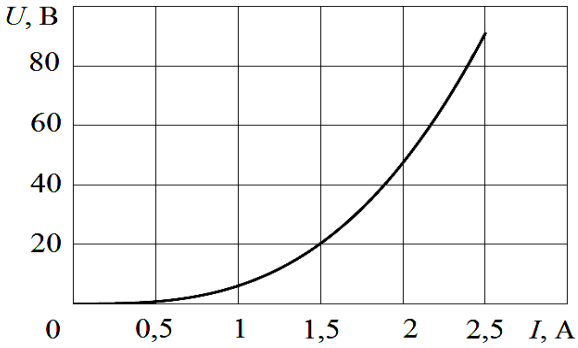


Рис. 1



Пример решения:

Выделяем ветвь с НР, а всю остальную линейную цепь представляем в виде активного двухполюсника (рис. 2).

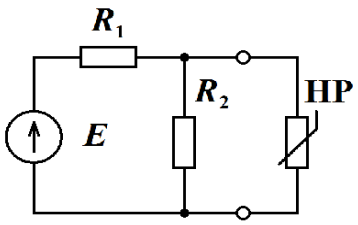
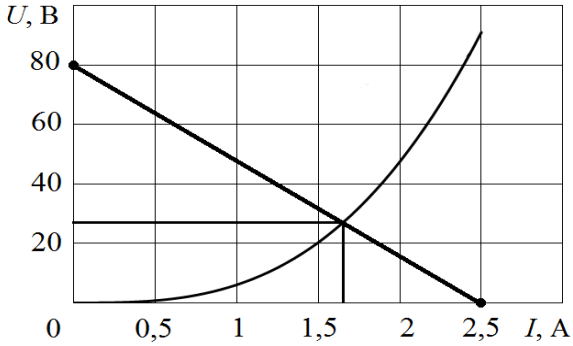


Рис. 2



Определяем параметры эквивалентного генератора $E_{экв}$ и $R_в$.

$$E_{экв} = E\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 80\ \text{В}; \quad R_в = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 32\ \text{Ом}.$$

Проводим прямую через две точки: точку холостого хода (I = 0; $U = E_{экв}$) и точку короткого замыкания ($I = E_{экв}/R_в$, U = 0). Точка пересечения прямой с вольтамперной характеристикой НР является решением. Ответ: I = 1,7 А.

Задача 6.3

Дана схема нелинейной электрической цепи (рис. 1) и симметричные вольтамперные характеристики нелинейных резисторов (рис. 2).

$E_1 = 80$ В; $E_2 = 60$ В; $E_3 = 100$ В.

Определить напряжение между узлами и токи в ветвях.

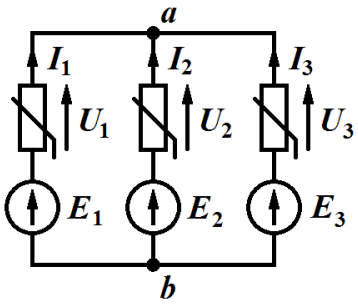


Рис. 1

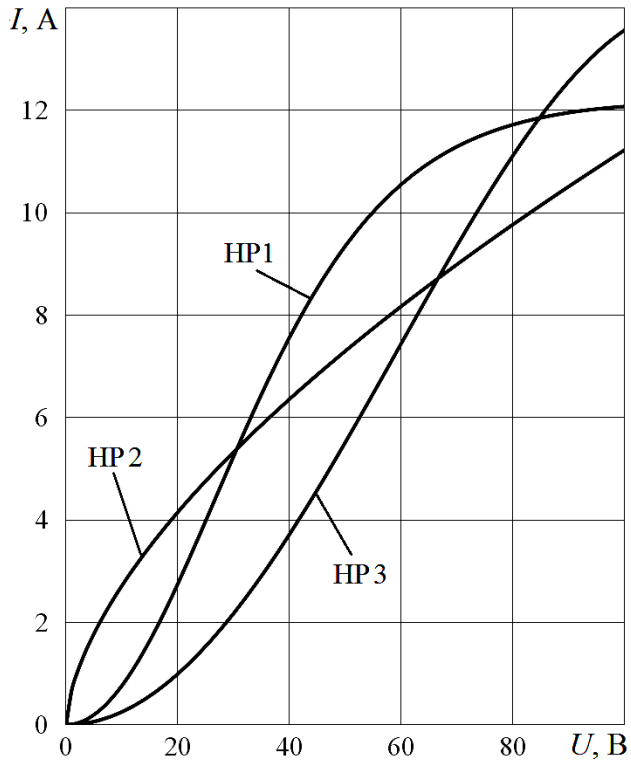


Рис. 2

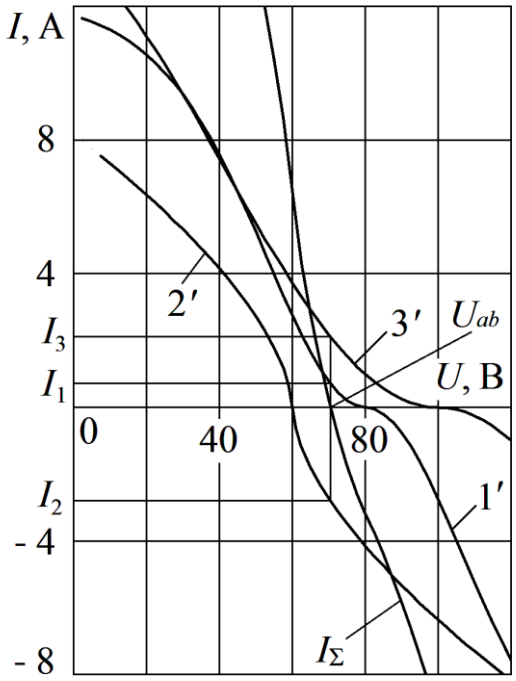


Рис. 3

Пример решения:

Выразим все токи в функции одного переменного – напряжения U_{ab} между двумя узлами. Для этого выразим падения напряжения на нелинейных резисторах U_1 , U_2 , U_3 через ЭДС и U_{ab}: $U_1 = E_1 - U_{ab}$; $U_2 = E_2 - U_{ab}$; $U_3 = E_3 - U_{ab}$.

Перестроим кривые токов в соответствии с приведенными уравнениями. Для этого у абсциссы любой точки кривой изменяем знак (это значит – зеркально отражаем кривую относительно оси ординат) и сдвигаем ее на

величину ЭДС данной ветви вправо, поскольку ЭДС направлены к узлу *a*. (Если какая-либо ЭДС направлена к узлу *b*, то сдвиг должен быть влево).

Перестроенные кривые обозначены на рис. 3 как 1′, 2′, 3′. Теперь все токи – функции одного аргумента (U_{ab}), поэтому можно в соответствии с первым законом Кирхгофа выполнить графическое сложение. Кривая суммы токов обозначена I_{Σ}. В точке пересечения ее с осью абсцисс выполняется первый закон Кирхгофа, следовательно, эта точка и соответствует истинному значению U_{ab}. Проведем в этой точке перпендикуляр к оси абсцисс. Ординаты точек пересечения перпендикуляра с кривыми 1′, 2′, 3′ дадут значения токов I_1, I_2, I_3.

Ответ: $U_{ab} = 70$ В; $I_1 = 0{,}7$ А; $I_2 = -2{,}8$ А; $I_3 = 0{,}7$ А.

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 13.2, 13.29 из [2].

Вопросы для самоконтроля:

1. Как определить статическое и дифференциальное сопротивление нелинейного элемента в данной точке вольтамперной характеристики?

2. Как заменить несколько параллельных ветвей с нелинейными сопротивлениями и источниками ЭДС одной эквивалентной?

3. Перечислите этапы расчета нелинейных цепей методом двух узлов.

4. Как применить метод эквивалентного генератора к расчету нелинейной цепи?

Тема 7. Расчет магнитных цепей

Цель занятия: освоение практических методов расчета магнитных цепей.

Методические рекомендации по решению задач темы:

Следует иметь в виду, что нет принципиальных отличий в методах расчета электрических цепей постоянного тока и магнитных цепей при постоянных намагничивающих силах. Однако расчет магнитных цепей требует понимания физической природы нелинейности катушек с ферромагнитным сердечником. Необходимо усвоить понятия кривой намагничивания,

намагничивающей силы и падения магнитного напряжения, научиться строить вебер-амперную характеристику нелинейной катушки.

Общий подход к расчету магнитной цепи основывается на аналогии понятий электричества и магнетизма. Аналогом тока в электрической цепи является поток в магнитной цепи, аналогом электродвижущей силы – магнитодвижущая сила, аналогом вольтамперной характеристики нелинейного резистора — вебер-амперная характеристика участка магнитной цепи.

Задача 7.1

На стальной магнитопровод, выполненный из стали сечением $S = 5$ см^2 и длиной средней силовой линии $l_{ср} = 20$ см намотана обмотка с числом витков $w = 100$. Кривая намагничивания стали дана в таблице. Найти ток в обмотке, необходимый для создания в магнитопроводе потока $\Phi = 6{,}6 \cdot 10^{-4}$ Вб.

B, Тл	H, А/м	B, Тл	H, А/м	B, Тл	H, А/м	B, Тл	H, А/м
0,25	50	1,0	210	1,4	1 500	1,65	10 000
0,4	64	1,1	250	1,42	2 000	1,7	13 000
0,6	88	1,2	390	1,45	2 800	1,75	18 000
0,7	113	1,25	530	1,5	4 200	1,8	23 000
0,8	138	1,3	700	1,56	6 000	1,9	34 000
0,9	170	1,35	1 000	1,6	7 800	2,0	70 000

Пример решения:

$B = \Phi/S = 6{,}6 \cdot 10^{-4}/5 \cdot 10^{-4} = 1{,}32$ Тл.

Для этого значения B находим H линейной интерполяцией:

$$H = H_1 + (B - B_1) \cdot \frac{H_2 - H_1}{B_2 - B_1} = 700 + 0{,}02 \cdot \frac{300}{0{,}05} = 820 \text{ А/м}$$

Находим ток из соотношения $Iw = Hl$: $I = \dfrac{Hl}{w} = \dfrac{820 \cdot 0{,}2}{100} = 1{,}64$ А.

Задача 7.2

На магнитопровод, размеры которого в мм приведены на рис. 1, намотана обмотка с числом витков w = 100. По обмотке протекает ток 2 А. Сталь та же, что в задаче 7.1. Определить магнитную индукцию в воздушном зазоре. Площадь сечения воздушного зазора считать равной площади сечения магнитопровода.

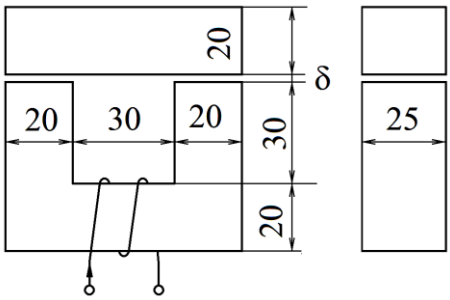


Рис. 1

Пример решения:

Из геометрии магнитопровода $S = 25 \cdot 20 = 500$ см^2 $= 5 \cdot 10^{-4}$ м^2; $l = 0{,}2$ м.

МДС обмотки Iw = 200 А.

Используем соотношение $Iw = \sum Hl$. В нашем случае $Iw = Hl + \dfrac{B}{\mu_0} \cdot 2\delta$.

Строим кривую $Iw = f(B)$ по этому выражению. Видно, что значение Iw = 200 А достигается при B = 1 Тл. Это и есть решение.

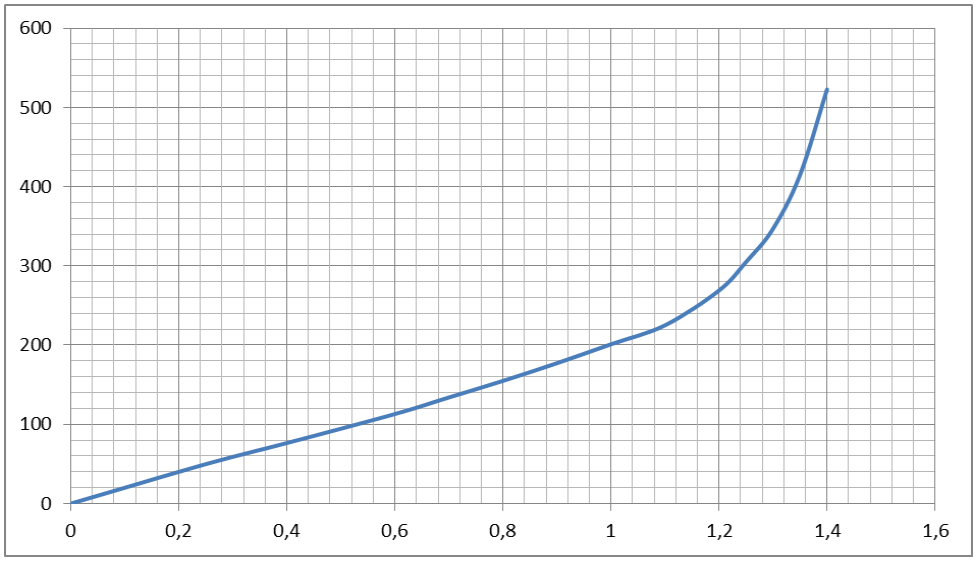
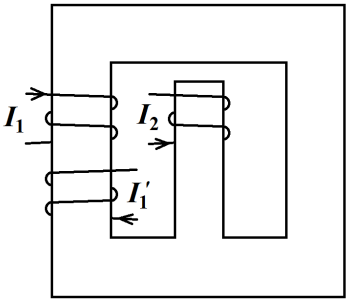


Рис. 2

Задача 7.3

На рисунке показан магнитопровод с изображением намагничивающих катушек, способа



их намотки на сердечник и положительных направлений токов в них.

$l_1 = 90$ см; $l_2 = 30$ см; $l_3 = 90$ см; $\delta = 0{,}5$ мм;

$S_1 = 100$ см^2; $S_2 = 188$ см^2; $S_3 = 100$ см^2;

$w_1 = 100$; $w'_1 = 100$; $w_2 = 700$;

$I_1 = 2$ А; $I'_1 = 1$ А; $I_2 = 0{,}5$ А.

Приняты следующие обозначения величин: l – длина средней силовой линии одной ветви магнитной цепи; δ – длина воздушного зазора; S – сечение участков магнитопровода; w – число витков катушек; I – постоянный ток в катушке. Обозначения величин даются с индексами, которые указывают, к какой ветви магнитной цепи относится та или иная величина: индекс 1 – к левой магнитной ветви, 2 – к средней ветви, 3 – к правой ветви.

Магнитные свойства стали, из которой изготовлены магнитопроводы, определяются кривой намагничивания, которая задана таблицей:

H, А/м	20	40	60	80	120	200	400	600	800	1200
B, Тл	0,22	0,75	0,93	1,02	1,14	1,28	1,47	1,53	1,57	1,6

Определить магнитные потоки Φ_1, Φ_2, Φ_3 методом двух узлов.

Методические указания по решению задачи:

Обозначим через a верхний по рисунку узел магнитной цепи, через b – нижний. Задаемся направлениями магнитных потоков к узлу a. Для каждой из ветвей записываем выражения для магнитного напряжения между узлами:

$$U_{mab1} = -H_1 l_1 + I_1 w_1 + I_1' w_1'; \; U_{mab2} = H_2 l_2 + H_\delta \delta - I_2 w_2; \; U_{mab3} = H_3 l_3 .$$

Для всех трех ветвей рассчитываем зависимость $\Phi(U_{mab})$ следующим образом. Задаемся рядом значений B. Для каждого значения определяем магнитный поток $\Phi = B/S$, напряженность магнитного поля в магнитопроводе по кривой намагничивания и напряженность магнитного поля в воздушном зазоре H_δ (при наличии). Далее строятся три зависимости $\Phi(U_{mab})$, затем эти зависимости зеркально отражаются относительно оси ординат и переносятся по оси абсцисс влево или вправо (в зависимости от знака МДС ветви). Имеет место полная аналогия с расчетом нелинейной цепи постоянного тока методом

двух узлов. Затем строится кривая $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$. Точка пересечения этой кривой с осью абсцисс дает значение U_{mab}, при котором по перестроенным кривым определяются искомые значения магнитных потоков.

Рекомендуется проделать этот расчет самостоятельно.

Ответы: $U_{mab} = -375$ А; $\Phi_1 = 15{,}7$ мВб; $\Phi_2 = -1$ мВб; $\Phi_3 = -14{,}7$ мВб.

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 14.7, 14.11 из [2].

Вопросы для самоконтроля:

1. Что называется магнитной цепью?
2. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа применительно к магнитной цепи.
3. Каковы особенности расчета магнитной цепи при наличии воздушного зазора?
4. Перечислите этапы расчета нелинейных цепей методом двух узлов.

Тема 8. Расчет нелинейных электрических цепей переменного тока

Цель занятия: освоение практических методов расчета нелинейных электрических цепей переменного тока.

Задача 8.1

Катушка с числом витков $w = 500$ и магнитопроводом из трансформаторной стали включена в сеть с напряжением $U = 220$ В и частотой 50 Гц. Ток катушки $I = 10$ А, активная мощность $P = 1500$ Вт. Сопротивление постоянному току обмотки из медного провода $R_м = 10$ Ом. Амплитуда потока в магнитопроводе $\Phi_m = 10^{-3}$ Вб.

Составить схему замещения катушки и построить векторную диаграмму.

Пример решения:

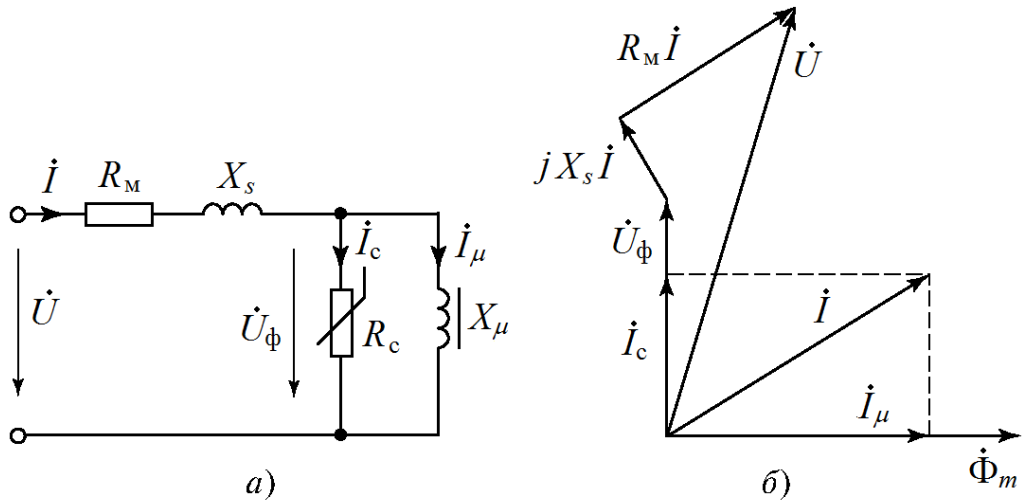
Схема замещения катушки представлена на рис. *а*, где L_μ – эквивалентная индуктивность катушки, обусловленная потоком в магнитопроводе; L_s – индуктивность рассеяния; $R_с$ – эквивалентное активное

сопротивление, учитывающее потери в магнитопроводе; $R_м$ – сопротивление обмотки.

Для определения параметров схемы замещения предварительно вычислим составляющую напряжения $\mathring{U}_Ф$, связанную с потоком в магнитопроводе. Пусть поток имеет начальную фазу, равную нулю. Тогда $u(t) = d\Psi/dt = d/dt\ (w\Phi_m \sin\omega t) = w\omega\Phi_m \cos\omega t$. Тогда

$$\dot{U}_Ф = \frac{jw \cdot 2\pi f \Phi_m}{\sqrt{2}}.$$

На практике часто используют эту формулу в виде: $\dot{U}_Ф = j4.44 w f \Phi_m$.



Расчет по исходным данным дает: $\dot{U}_Ф = j111$ В.

Определим эквивалентное сопротивление потерь в магнитопроводе $R_{эк}$.

Активная мощность $P = R_м I^2 + \frac{U_Ф^2}{R_c}$. Отсюда $R_c = 24{,}6$ Ом.

Составляющая тока, обусловленная потерями в магнитопроводе, $I_c = \frac{U_Ф}{R_c} = 4{,}51$ А.

Для определения эквивалентного индуктивного сопротивления X_μ находим реактивную составляющую тока, т.е. ток через идеализированную индуктивную катушку:

$$I_\mu = \sqrt{I^2 - I_с^2} = 8{,}9 \text{ А}; \quad X_\mu = U_Ф / I_с = 12{,}5 \text{ Ом}.$$

Индуктивное сопротивление рассеяния X_s определим, вычислив комплексное сопротивление катушки:

$$Z = R_м + jX_s + jX_\mu R_с/(R_с + jX_\mu) = 15{,}05 + j(X_s + 9.9),$$

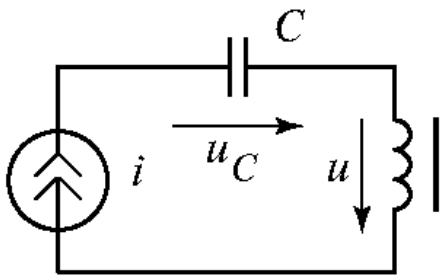
и определив модуль полного сопротивления $Z = U/I = 22$ Ом.

Таким образом, $22^2 = 15{,}05^2 + (X_s + 9{,}9)^2$, откуда $X_s = 6{,}2$ Ом.

Векторная диаграмма для схемы замещения построена на рисунке *б*.

Задача 8.2

Вольтамперная характеристика катушки со стальным магнитопроводом для действующих значений может быть аппроксимирована выражением $U = 300I - 10I^3$, где напряжение в вольтах, ток в амперах. Катушка соединена последовательно с конденсатором емкостью $C = 15$ мкФ и получает питание от источника синусоидального тока частотой $f = 50$ Гц (см. рисунок).



Определить действующее значение тока, при котором в цепи возникнет резонанс напряжений.

Пример решения:

Условие резонанса имеет вид: $U_C = U_L$. Напряжение на линейном конденсаторе $U_C = I/\omega C = 210\,I$. Подставляя это выражение в условие резонанса, получаем уравнение $300I - 10I^3 = 210I$, откуда $I = 3$ А.

Задача 8.3

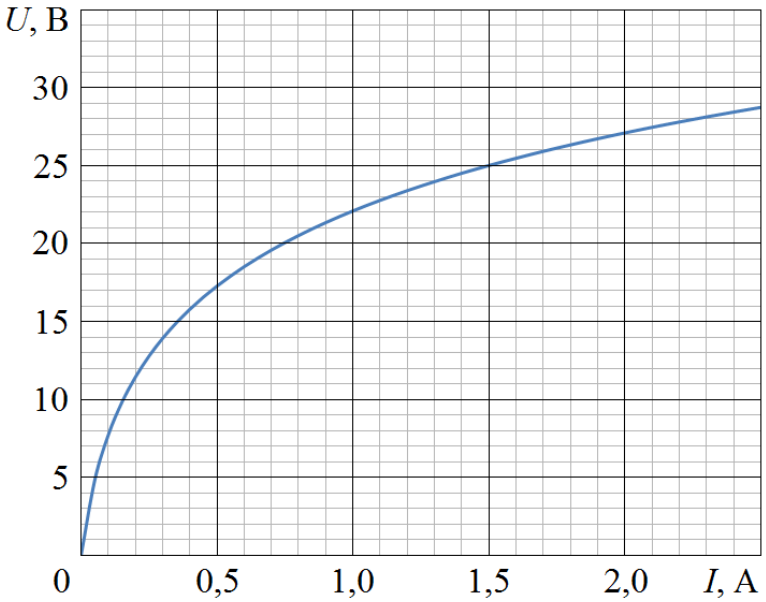


Рис. 1

К последовательной цепи, состоящей из идеальной индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником и линейного конденсатора емкостью 25 мкФ, приложено переменное напряжение частотой 400 Гц. Вольтамперная характеристика катушки для действующих значений показана на рис. 1.

Определить, при каком входном напряжении в цепи произойдет скачкообразное увеличение тока, и какова величина этого скачка.

Пример решения:

Добавляем на график вольтамперную характеристику линейного конденсатора согласно выражению $U_C = I/(\omega C)$. Затем строим результирующую вольтамперную характеристику цепи. Для этого задаемся рядом значений тока. Для каждого значения находим напряжение цепи U как разность напряжений $U_L - U_C$ (напряжения на индуктивной катушке и на конденсаторе находятся в противофазе). Результат построения показан на рис. 2. Ордината максимума результирующей вольтамперной характеристики дает то значение входного напряжения $U_{вх}$, при котором произойдет скачок тока, а абсцисса – начальное значение этого скачка. Проведя касательную к точке максимума до пересечения с продолжением характеристики $U(I)$, получаем конечное значение скачка тока.

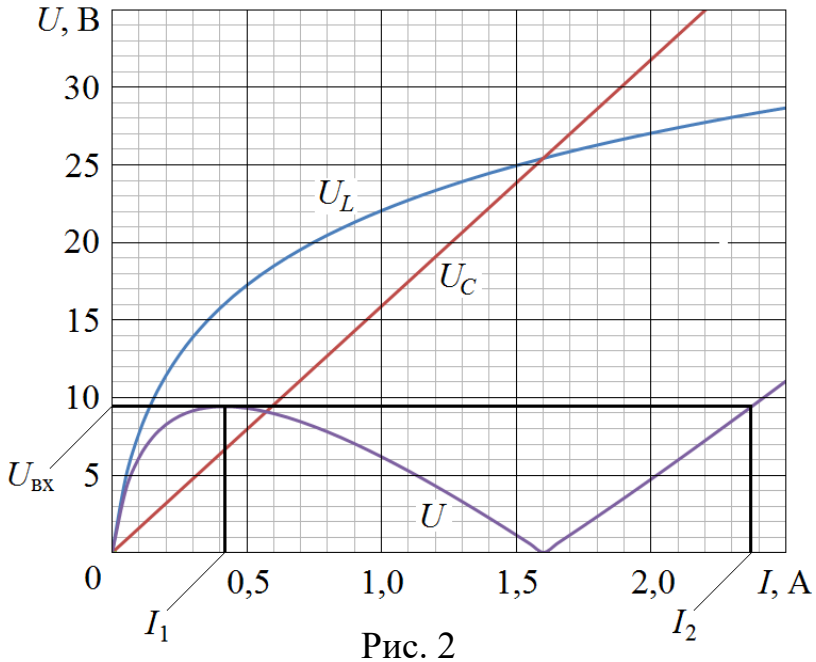


Рис. 2

Ответ: $U_{вх}$ = 9,5 В; величина скачка тока $I_2 - I_1$ = 2,37 – 0,42 = 1,95 А.

Задача 8.4

На рис. 1, *а–в* изображены симметричные вебер-амперные характеристики индуктивной катушки при трех способах кусочно-линейной аппроксимации. Соответствующие обозначенным точкам значения потокосцепления ψ и тока *i* даны в таблице. К зажимам индуктивной катушки подведено напряжение $u(t) = U_m \cos \omega t$. Полагая активное сопротивление индуктивной катушки равным нулю, построить кривую тока в цепи и потокосцепления в функции ω*t* для трех способов аппроксимации. Амплитуда напряжения U_m =1000 В; ω = 1000 с$^{-1}$.

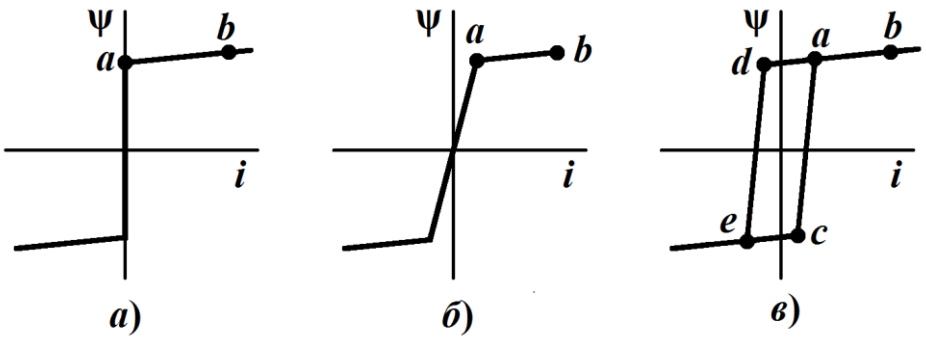


Рис. 1

Точки	Параметры вебер-амперных характеристик					
	Рис. 1, *а*		Рис. 1, *б*		Рис. 1, *в*	
	i, А	ψ, Вб	*i*, А	ψ, Вб	*i*, А	ψ, Вб
a	0	0,9475	0,05	0,95	0,1	0,946
b	1	1	1	1	1	1
c	–	–	–	–	0,05	– 0,937

Пример решения:

При всех видах вебер-амперных характеристик и при любых параметрах элементов напряжение на индуктивной катушке $u = d\psi/dt$. Поэтому

$$\psi = \int u dt = \int U_m \cos \omega t dt = \frac{U_m}{\omega} \sin \omega t .$$

Постоянная интегрирования равна нулю из физических соображений: в цепи нет постоянных ЭДС, а вебер-амперные характеристики симметричны. Поэтому не может быть постоянной составляющей у любого тока и, соответственно, потока.

Подставляя исходные данные, получаем: $\psi = \sin \omega t$, Вб.

Вебер-амперная характеристика *а*:

При перемещении по вертикальному участку вебер-амперной характеристики $i = 0$. По достижении точки *a* рабочая точка процесса переходит на прямую *ab*. Уравнение этой прямой:

$$\frac{\psi - \psi_a}{\psi_b - \psi_a} = \frac{i - i_a}{i_b - i_a} .$$

Подставляем исходные данные и выражаем ток: $i = 19{,}05 \sin \omega t - 18{,}05$ А. Как видно, в точке *b* ток и потокосцепление принимают максимальные значения.

Определим момент времени t_1, при котором происходит переход с вертикального на пологий участок вебер-амперной характеристики. При $t = t_1$ $\psi = \psi_a$. То есть, $\psi_a = \sin \omega t_1$. Отсюда $\omega t_1 = \arcsin 0{,}9475 = 71{,}4°$.

Временные диаграммы показаны на рис. 2.

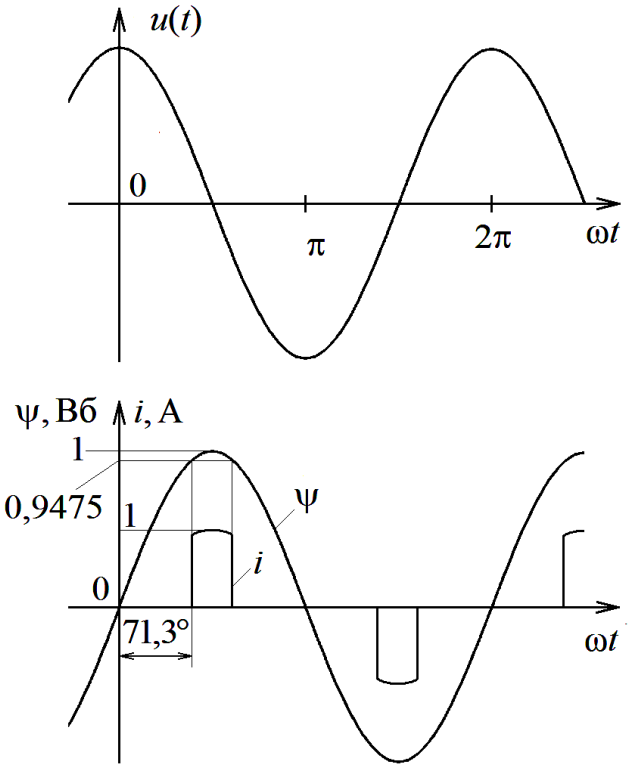


Рис. 2

Вебер-амперная характеристика *б*:

При перемещении по крутому участку вебер-амперной характеристики, проходящему через начало координат, уравнение зависимости $\psi(i)$ имеет вид:

$$\frac{\psi}{\psi_a} = \frac{i}{i_a}.$$

Отсюда закон изменения тока: $i = \frac{i_a}{\psi_a}\psi = 0{,}05263\sin\omega t$ А.

Переход на пологий участок вебер-амперной характеристики происходит в момент t_1, соответствующий точке *a*. Поэтому $\omega t_1 = \arcsin\psi_a = \arcsin 0{,}95 = 71{,}8°$.

На пологом участке вебер-амперной характеристики связь тока и потокосцепления определяется так же, как и в предыдущем случае: $\frac{\psi - \psi_a}{\psi_b - \psi_a} = \frac{i - i_a}{i_b - i_a}$. Отсюда $i = 19\sin\omega t - 18$ А.

Временные диаграммы показаны на рис. 3.

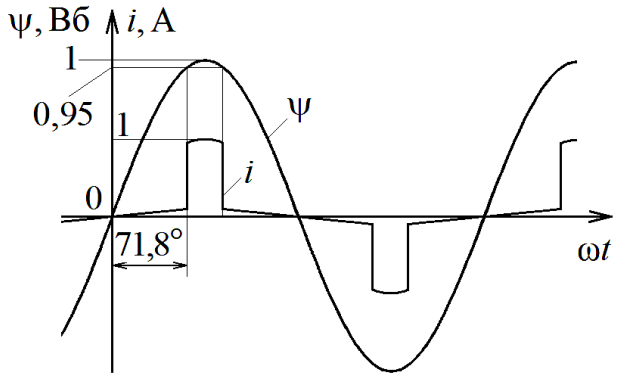


Рис. 3

Вебер-амперная характеристика *в*:

При перемещении по крутому участку вебер-амперной характеристики от точки *c* к точке *a* уравнение прямой $\frac{\psi - \psi_c}{\psi_a - \psi_c} = \frac{i - i_c}{i_a - i_c}$. Отсюда находим закон изменения тока: $i = 0{,}05655 \sin \omega t + 0{,}07488$ А.

Переход на пологий участок вебер-амперной характеристики происходит в момент t_1, соответствующий точке *a*. Поэтому $\omega t_1 = \arcsin \psi_a = \arcsin 0{,}946 = 71{,}1°$.

На пологом участке вебер-амперной характеристики величина закон изменения тока определяется аналогично предыдущему: $i = 16{,}67 \sin \omega t - 15{,}67$ А.

Переход на прямую *de* происходит в момент t_2, соответствующий точке *d*. Поэтому $\omega t_2 = 180° - \arcsin \psi_d = 180° - \arcsin 0{,}937 = 180° - 69{,}9° = 110{,}4°$.

Временные диаграммы показаны на рис. 4.

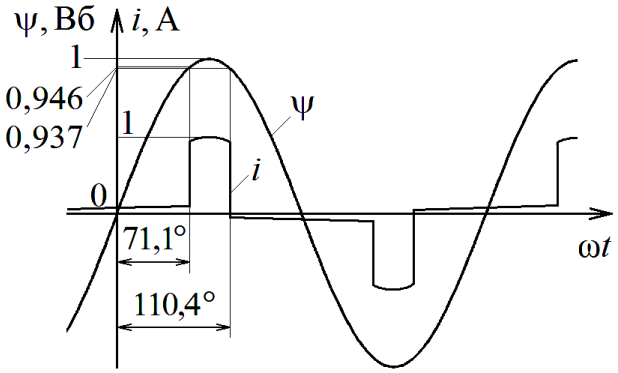


Рис. 4

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 15.6 и 15.11 из [2].

Вопросы для самоконтроля:

1. Чем отличаются вольтамперные характеристики для мгновенных значений, для первых гармоник и для действующих значений величин?
2. Как определяются моменты открытия и закрытия диодов?
3. В чем принципиальное отличие феррорезонанса от резонанса в линейных цепях?
4. Назовите смысл понятия «индуктивности рассеяния».
5. Какова физическая природа потерь в трансформаторе, и как они отображаются в расчетной схеме и на векторной диаграмме?

Тема 9. Переходные процессы в линейных электрических цепях

Цель занятия: освоение практических методов расчета магнитных цепей.

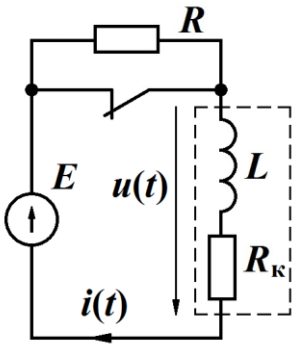
Общие методические рекомендации по решению задач темы:

Переходные процессы в электрической цепи, как и в любой физической системе, возникают только в том случае, если в цепи происходят процессы накопления энергии (и соответственно расходования накопленной энергии). В катушках индуктивности происходит накопление энергии магнитного поля, в конденсаторах – накопление энергии электрического поля. В общем случае процессы в цепи характеризуются системой интегро-дифференциальных уравнений, которые могут быть приведены путем последовательного исключения переменных к одному дифференциальному уравнению *n*-го порядка. Различные методы расчета переходных процессов по сути являются различными методами решения дифференциальных уравнений.

Независимо от метода решения вначале следует определить начальные условия: токи катушек индуктивности и напряжения на конденсаторах в момент, непосредственного предшествующий коммутации. Нахождение принужденных составляющих к операторном методе формально не требуется. однако весьма полезно для проверки полученного решения.

При освоении классического метода особое внимание следует уделить приемам нахождения постоянных интегрирования. В операторном методе важно правильно составить операторную схему замещения и выбрать направление внутренних ЭДС.

Задача 9.1



Катушка электромагнитного устройства с параметрами L = 5 Гн и $R_к$ = 100 Ом подключена к источнику E = 48 В. R = 500 Ом. Определить напряжение катушки $u(t)$ и ее ток $i(t)$ после размыкания ключа.

Пример решения:

Задачу можно решать различными методами. Во всех случаях необходимо определить начальное условие: ток индуктивности при t = 0:

$i(0_+) = i(0_-) = E/ R_к$ = 0,48 А.

Классический метод.

Принужденное значение тока $i_{пр} = E/(R + R_к)$ = 0,08 А.

Характеристическое уравнение находим, разрывая цепь в любом месте и приравнивая нулю комплексное сопротивление цепи относительно точек разрыва. В комплексном сопротивлении цепи множитель $j\omega$ заменяем на p.

$pL + R + R_к = 0$.

Корень характеристического уравнения $p = -(R + R_к)/L = -120$ 1/с.

При одном корне свободная составляющая переходного процесса имеет вид: $i_{св}(t) = Ae^{pt}$.

Находим постоянную интегрирования A из равенства $i_{пр} + i_{св}(0) = i(0)$.

Отсюда $A = i(0) - i_{пр}$ = 0,4 А.

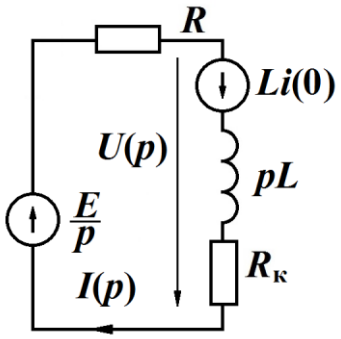
Окончательно $i(t) = i_{пр} + i_{св}(t) = i_{пр} + Ae^{pt} = 0{,}08 + 0{,}4e^{-120t}$ А.

Напряжение катушки можно найти тремя способами. Первый – заново решить переходный процесс классическим методом. Второй – использовать соотношение: $u = Ldi/dt + iR_к$. Третий – использовать соотношение: $u = E - iR$. Во всех случаях получаем: $u = 8 - 200e^{-120t}$ В.

Операторный метод.

Используя начальное условие, составляем операторную схему замещения.

Непосредственно из операторной схемы замещения получаем операторные изображения искомых величин:



$$I(p)=\frac{\frac{E}{p}+Li(0)}{pL+R+R_к};$$

$$U(p)=\frac{E}{p}-I(p)R=\frac{E}{p}-\frac{ER}{p\left(pL+R+R_к\right)}-\frac{Li(0)R}{pL+R+R_к}.$$

Переходим к оригиналам. Ввиду простоты изображений используем известные формулы соответствия между изображения и оригиналами:

$$\frac{1}{p}\Leftrightarrow 1;\quad \frac{1}{p+a}\Leftrightarrow e^{-at};\quad \frac{a}{p\left(p+a\right)}\Leftrightarrow 1-e^{-at}.$$

Для использования формул соответствия приводим полученные изображения к аналогичному виду:

$$I(p)=\frac{E}{R+R_к}\cdot\frac{\frac{R+R_к}{L}}{p\left(p+\frac{R+R_к}{L}\right)}+i(0)\cdot\frac{1}{p+\frac{R+R_к}{L}};$$

$$U(p)=\frac{E}{p}-\frac{ER}{R+R_к}\cdot\frac{\frac{R+R_к}{L}}{p\left(p+\frac{R+R_к}{L}\right)}-i(0)R\cdot\frac{1}{p+\frac{R+R_к}{L}}.$$

Применяя формулы соответствия, получаем:

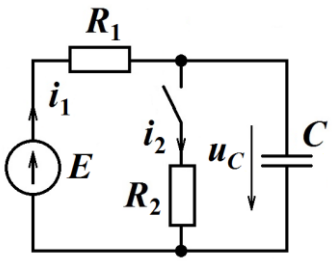
$$i(t)=\frac{E}{R+R_к}\left(1+e^{-\frac{R+R_к}{L}t}\right)+i(0)e^{-\frac{R+R_к}{L}t}=\frac{E}{R+R_к}+\left[i(0)-\frac{E}{R+R_к}\right]e^{-\frac{R+R_к}{L}t};$$

$$u(t)=E-\frac{ER}{R+R_к}\left(1+e^{-\frac{R+R_к}{L}t}\right)-i(0)R\cdot e^{-\frac{R+R_к}{L}t}=\frac{ER_к}{R+R_к}+\left(\frac{ER}{R+R_к}-i(0)R\right)e^{-\frac{R+R_к}{L}t}.$$

Подставляя исходные данные, получаем:

$i(t) = 0{,}08 + 0{,}4e^{-120t}$ А; $u(t) = 8 - 200e^{-120t}$ В.

Задача 9.2



Параметры электрической цепи, приведенной на рисунке: E = 200 В; C = 100 мкФ; R_1 = 1 кОм; R_2 = 20 Ом. Определить токи $i_1(t)$, $i_2(t)$ и напряжение на конденсаторе $u_C(t)$ при замыкании ключа.

Пример решения:

Начальное условие. Так как постоянный ток через конденсатор в установившемся режиме протекать не может, то при разомкнутом ключе ток в цепи равен нулю. Конденсатор заряжен до напряжения источника: $u_C(0) = E$.

Классический метод.

Найдем принужденные значения величин. Так как принужденное значение тока конденсатора равно нулю, то $i_{1пр} = i_{2пр} = E/(R_1 + R_2) = 200/1020 =$ 0,196 А. $u_{Cпр} = i_{2пр} R_2 = 3{,}92$ В.

Характеристическое уравнение

$$R_1 + \frac{R_2 \dfrac{1}{pC}}{R_2 + \dfrac{1}{pC}} = 0.$$

Упрощая дробь и приравнивая числитель к нулю, получаем:

$$pCR_1R_2 + R_1 + R_2 = 0. \text{ Отсюда } p = -\frac{R_1 + R_2}{CR_1R_2} = 510\,\frac{1}{\text{с}}.$$

Проще начать с определения $u_C(t)$, так как после этого токи находятся элементарно.

Свободная составляющая напряжения на конденсаторе $u_{Cсв}(t) = Ae^{pt}$.

При $t = 0$ $u_C(0) = u_{Cпр} + u_{Cсв}(0) = u_{Cпр} + A$. Отсюда

$A = u_C(0) - u_{Cпр} = 200 - 3{,}92 = 196{,}1$ В.

Таким образом, $u_C(t) = u_{Cпр} + Ae^{pt}. = 3{,}9 + 196{,}1e^{-510t}$ В.

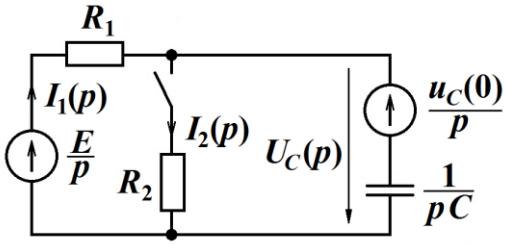
Токи находятся из очевидных соотношений:

$$i_1(t) = \frac{E - u_C(t)}{R_1} = 0{,}196\left(1 - e^{-510t}\right)\text{А}; \quad i_2(t) = \frac{u_C(t)}{R_2} = 0{,}196 + 9{,}8e^{-510t}\ \text{А}.$$

Операторный метод.

Составляем операторную схему замещения.

Для получения операторных изображений искомых величин лучше всего использовать метод двух узлов, позволяющий в данной цепи сразу получить изображение напряжения на конденсаторе:



$$U_C(p)=\frac{\dfrac{\dfrac{E}{p}}{R_1}+\dfrac{\dfrac{u_C(0)}{p}}{\dfrac{1}{p}}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+pC}=\frac{ER_2+u_C(0)pCR_1R_2}{R_1+R_2+pCR_1R_2}.$$

Изображения токов находятся из тех же соотношений, которые использовались в классическом методе. Переход к функциям времени происходит так же, как в предыдущем примере. Обучающимся рекомендуется проделать эти выкладки самостоятельно и убедиться, что решения, полученные двумя методами, совпадают.

Задача 9.3

Параметры электрической цепи, приведенной на рис. 1: E = 150 В; C = 6 мкФ; L = 5 мГн; R_1 = 68 Ом; R_2 = 15 Ом; R_3 = 24 Ом. Найти $i_C(t)$.

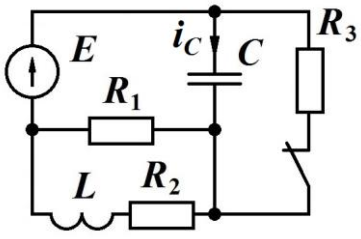


Рис. 1

Пример решения:

Для определения начальных условий составляем эквивалентную схему для докоммутационного режима (рис. 2). Примечание: в ряде случаев начальные условия очевидны (это может зависеть от навыка обучающегося); тогда

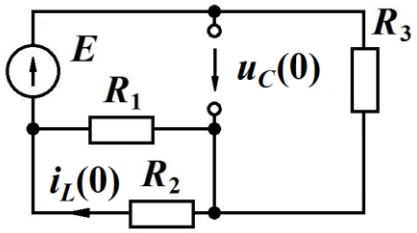


Рис. 2

эквивалентную схему составлять не обязательно.

По эквивалентной схеме определяем:

$$u_C(0) = E \cdot \frac{R_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3} = \frac{E R_3 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)} = 99{,}2 \text{ В};$$

$$i_L(0) = \frac{E - u_C(0)}{R_2} = \frac{E R_1}{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)} = 3{,}39 \text{ А}.$$

Рассчитаем переходный процесс классическим методом.

Принужденная составляющая тока i_C через конденсатор равна нулю.

Характеристическое уравнение

$$\frac{1}{pC} + \frac{R_1 (pL + R_2)}{R_1 + pL + R_2} = 0.$$

Приводим к общему знаменателю и приравниваем числитель к нулю:

$$p^2 LCR_1 + p(L + CR_1 R_2) + R_1 + R_2 = 0.$$

Подставляем данные: $2{,}04 \cdot 10^{-6} p^2 + 0{,}01112p + 83 = 0$.

Корни характеристического уравнения: $p_{1,2} = -2{,}725 \pm j5{,}767$ 1/с.

Свободная составляющая тока через конденсатор: $i_{Cсв}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$. Так как $i_{Cпр} = 0$, то $i_{Cсв} = i_C$.

Находим постоянные интегрирования A_1 и A_2 из системы уравнений:

$$A_1 + A_2 = i_{Cсв}(0);$$

$$p_1 A_1 + p_2 A_2 = i'_{Cсв}(0).$$

Найдем $i_{Cсв}(0)$.

$$i_{Cсв}(0) = i_C(0) = i_{R_1}(0) + i_{R_2}(0) = \frac{E - u_C(00}{R_1} + i_L(0) = 4{,}13 \text{ А}.$$

Найдем $i'_{Cсв}(0)$. Это один из наиболее сложных этапов в классическом методе, который в каждом отдельном случае выполняется по-своему и требует внимательного анализа уравнений, описывающих процессы в данной цепи. Общий подход заключается в использовании известных соотношений $u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$ и $i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt}$. Например, для определения производной $\frac{di_L(0)}{dt}$ нужно найти значение $u_L(0)$ с помощью законов Кирхгофа и начальных

условий, Если же нужно найти производную некоторого другого тока, его выражают через i_L также с помощью законов Кирхгофа.

В рассматриваемом примере $i_C = i_{R_1} + i_L$. Поэтому $i'_C(0) = i'_{R_1}(0) + i'_L(0)$.

Производную i'_{R_1} найдем из уравнения $E = u_C + i_{R_1}R_1$. Дифференцируем его:

$E' = 0 = u'_C + i'_{R_1}R_1 = \dfrac{i_C}{C} + i'_{R_1}R_1$. Отсюда $i'_{R_1}(0) = -\dfrac{i_C(0)}{R_1C} = -10147\,\dfrac{\text{А}}{\text{с}}$.

Производную i'_L найдем из уравнения $E = u_C + u_{R_2} + u_L = u_C + i_LR_2 + Li'_L$. Отсюда

$$i'_L(0) = \frac{E - u_C(0) - i_L(0)R_2}{L} = \frac{1}{L}\left(E - \frac{ER_3(R_1+R_2)}{R_1R_2 + R_3(R_1+R_2)} - \frac{ER_1R_2}{R_1R_2 + R_3(R_1+R_2)}\right) = 0.$$

Таким образом, $i'_C(0) = i'_{R_1}(0) = -10131\,\dfrac{\text{А}}{\text{с}}$.

Система уравнений для определения A_1 и A_2 принимает вид:

$$A_1 + A_2 = 4{,}13; \quad p_1A_1 + p_2A_2 = -10131\ .$$

Решая систему, находим: $A_1 = 2{,}066 - j0{,}098$; $A_2 = 2{,}066 + j0{,}098$.

Записываем искомый ток: $i_C(t) = i_{C\text{св}}(t) = A_1e^{p_1t} + A_2e^{p_2t}$.

$$i_C(t) = (2{,}066 - j0.098)e^{(-2725+j5767)t} + (2{,}066 + j0.098)e^{(-2725-j5767)t} =$$

$$= e^{-2725t}\left[(2{,}066 - j0.098)\cdot(\cos 5767t + j\sin 5767t) + (2{,}066 + j0.098)\cdot(\cos 5767t - j\sin 5767t)\right] =$$

$$= e^{-2725t}(4{,}13\cdot\cos 5767t + 0{,}196\sin 5767t)\ \text{А}.$$

Рассчитаем переходный процесс операторным методом.

Составляем операторную схему замещения (рис. 3).

Находим изображение напряжения между узлами a и b $U_{ab}(p)$ методом двух узлов.

$$U_{ab}(p) = \frac{\dfrac{Li_L(0)}{R_2 + pL} + \dfrac{\dfrac{u_C(0)}{p} - \dfrac{E}{p}}{\dfrac{1}{pC}}}{\dfrac{1}{R_2 + pL} + \dfrac{1}{R_1} + pC}.$$

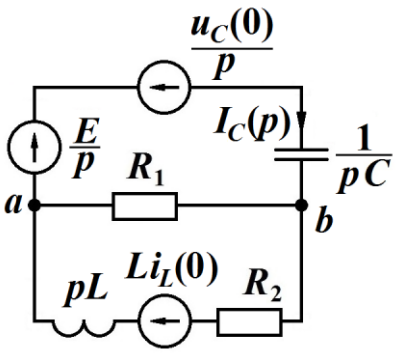


Рис. 3

Изображение тока через конденсатор

$$I_C(p) = \frac{U_{ab}(p) + \dfrac{E}{p} - \dfrac{u_C(0)}{p}}{\dfrac{1}{pC}}.$$

Проводя элементарные преобразования, представляем изображение $I_C(p)$ в виде отношения двух полиномов. Иногда может быть полезным подставить в общем виде выражения для начальных условий. В нашем случае результат может быть представлен в следующем виде:

$$I_C(p) = \frac{EC}{\dfrac{R_2}{R_1 + R_2} + \dfrac{R_3}{R_1}} \cdot \frac{pL + R_2}{p^2 LCR_1 + p\left(L + CR_1R_2\right) + R_1 + R_2}.$$

Подставляя исходные данные, получаем:

$$I_C(p) = 1{,}686 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0{,}005p + 15}{2{,}05 \cdot 10^{--6} p^2 + 0{,}01112p + 83}.$$

Как видим, знаменатель дроби представляет собой характеристический полином, рассмотренный при решении классическим методом; его корни уже найдены. Обозначая дробь как $N(p)/M(p)$, используем формулу разложения:

$$i_C(t) = 1{,}686 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{N(p_1)}{M'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{N(p_2)}{M'(p_2)} e^{p_2 t} \right) =$$

$$= e^{-2725t} \left[(2{,}066 - j0{,}098) \cdot (\cos 5767t + j \sin 5767t) + (2{,}066 + j0{,}098) \cdot (\cos 5767t - j \sin 5767t) \right] =$$

$$= e^{-2725t} \left(4{,}13 \cdot \cos 5767t + 0{,}196 \sin 5767t\right) \text{ А}.$$

Как видим, результаты расчетов классическим и операторным методами совпадают.

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 8.3, 8.13, 8.26, 8.43 из [2] и 8.5, 8.12, 8.27 из [3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Что понимают под принужденными и свободными токами и напряжениями?

2. Сформулируйте законы коммутации.

3. Чем определяется число корней характеристического уравнения?

4. Как определяется характеристическое уравнение в классическом и операторном методе?

Тема 10. Установившиеся процессы в линиях с распределенными параметрами

Цель занятия: освоение практических методов расчета процессов в линиях с распределенными параметрами.

Общие методические рекомендации по решению задач темы:

Расчеты процессов в линиях с распределенными параметрами отличаются разнообразием постановки задачи. Для успешного решения обучающийся должен:

- понимать физический смысл первичных параметров линии R_0, G_0, L_0, C_0;
- знать основные уравнения линии:

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{\gamma x} + \dot{A}_2 e^{-\gamma x}\ ; \quad \dot{I} = \frac{\dot{A}_2}{Z_в} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{A}_1}{Z_в} e^{\gamma x}\ ;$$

- понимать смысл вторичных параметров линии: постоянная распространения γ и волновое сопротивление $Z_в$; уметь выразить их через первичные параметры линии и рассчитывать для частных случаев линии без потерь, линии постоянного тока, линии без искажений;
- уметь выразить напряжение и ток в любой точке линии через напряжение и ток в начале линии и в конце линии;
- иметь представление и падающих и отраженных волнах в линии, о процессах отражения для частных случаев нагрузки линии;
- знать физический смысл и основные соотношения для фазовой скорости и длины волны.

Задача 10.1

На некоторой частоте передачи были измерены входные сопротивления линии в режимах холостого хода $Z_х$ и короткого замыкания $Z_к$: $Z_х = 767e^{j4°30'}$; $Z_к = 735e^{-j4°30'}$. Расстояние между передатчиком и приемником $l = 20$ км. Определить вторичные параметры линии.

Пример решения:

Используем выражения для напряжения и тока в начале линии через напряжение и ток в конце линии.

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma l + \dot{I}_2 Z_в \operatorname{sh}\gamma l; \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_в}\operatorname{sh}\gamma l + \dot{I}_2 \operatorname{ch}\gamma l.$$

В режиме холостого хода $I_2 = 0$, в режиме короткого замыкания $U_2 = 0$. Поэтому

$$Z_х = \frac{\dot{U}_{1х}}{\dot{I}_{1х}} = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma l}{\frac{\dot{U}_2}{Z_в}\operatorname{sh}\gamma l} = Z_в \frac{\operatorname{ch}\gamma l}{\operatorname{sh}\gamma l};$$

$$Z_к = \frac{\dot{I}_2 Z_в \operatorname{sh}\gamma l}{\dot{I}_2 \operatorname{ch}\gamma l} = Z_в \frac{\operatorname{sh}\gamma l}{\operatorname{ch}\gamma l}.$$

Отсюда видно, что $Z_х Z_к = Z_в^{\,2}$. Поэтому $Z_в = \sqrt{Z_х Z_к} = 751$ Ом.

Для определения γ найдем отношение $Z_к / Z_х$.

$$\frac{Z_к}{Z_х} = \left(\frac{\operatorname{sh}\gamma l}{\operatorname{ch}\gamma l}\right)^2 = (\operatorname{th}\gamma l)^2. \quad \text{Отсюда } \gamma = \frac{1}{l}\operatorname{arth}\left(\sqrt{\frac{Z_к}{Z_х}}\right) = \frac{1}{l}\operatorname{arth}\left(\sqrt{\frac{735e^{-j4°30'}}{675e^{j4°30'}}}\right) =$$

$$= \frac{1}{l}\operatorname{arth}\left(0{,}979e^{-j4°30'}\right) = 0{,}08 - j0{,}033\,\frac{1}{\text{км}}.$$

Задача 10.2

Известны вторичные параметры линии на частоте $f = 1000$ Гц: постоянная распространения $\gamma = (1{,}85 + j8\pi)\cdot 10^{-3}$ 1/км; волновое сопротивление $Z_в = 600e^{-j3°}$ Ом. Найти эти же параметры на частоте 50 Гц и на постоянном токе.

Пример решения:

Известно, что $\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0}$; $Z_в = \sqrt{Z_0 / Y_0}$. Тогда $Z_0 = \gamma Z_в$; $Y_0 = \dfrac{\gamma}{Z_в}$.

Расчет дает: $Z_0 = 1{,}69 + j15{,}0 \dfrac{\text{Ом}}{\text{км}}$; $Y_0 = (0{,}306 + j42{,}0) \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{См}}{\text{км}}$.

А так как $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$ и $Y_0 = G_0 + j\omega C_0$, то R_0 = 1,69 Ом/км; ωL_0 = 15 Ом/км; G_0 = 0,306 мкСм/км; ωC_0 = 42 мкСм/км.

На частоте 50 Гц величины ωL_0 и ωC_0 уменьшаются в 20 раз по сравнению с частотой 1000 Гц..

$$Z_0 = 1{,}69 + j0{,}75 \ \frac{\text{Ом}}{\text{км}}; \ Y_0 = 0{,}306 + j2{,}1 \ \frac{\text{мкСм}}{\text{км}}.$$

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = (1{,}2 + j1.58) \cdot 10^{-3} \ \frac{1}{\text{км}}; \ Z_в = \sqrt{Z_0 / Y_0} = 870 - j451 \ \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

На постоянном токе

$$Z_0 = R_0 = 1{,}69 \ \frac{\text{Ом}}{\text{км}}; \ Y_0 = G_0 = 0{,}306 \ \frac{\text{мкСм}}{\text{км}}.$$

$$\gamma = \sqrt{R_0 G_0} = 7{,}17 \cdot 10^{-4} \ \frac{1}{\text{км}}; \ Z_в = \sqrt{R_0 / G_0} = 2360 \ \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

Задача 10.3

Воздушная линия связи имеет параметры: R_0 = 2,84 Ом/км; L_0 = 1,94 мГн/км; G_0 = 0,7 мкСм/км; C_0 = 6,25 нФ/км.

1. Найти индуктивность катушек, которые надо включить через каждые 500 м, чтобы линия стала неискажающей.

2. Определить фазовую скорость волны в неискажающей линии.

3. Какую наибольшую длину может иметь неискажающая линия, если допустимое затухание 11,3 дБ?

Пример решения:

1. Условие неискажающей линии с дополнительной индуктивностью $L_{доп}$:

$$R_0/(L_0 + L_{доп}) = G_0/C_0.$$

Отсюда $L_{доп} = R_0\ C_0/G_0 - L_0 = 23{,}4$ мГн/км. Учитывая, что на каждый километр включаются две дополнительные катушки, индуктивность одной катушки должна быть 11,7 мГн.

2. Для определения фазовой скорости найдем γ.

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0 + j\omega L_{доп})\cdot(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{\left(R_0 + j\omega\frac{R_0 C_0}{G_0}\right)\cdot(G_0 + j\omega C_0)} =$$

$$= \sqrt{\frac{R_0}{G_0}}\cdot(G_0 + j\omega C_0).$$

Коэффициент фазы β есть мнимая часть γ: $\beta = \sqrt{\frac{R_0}{G_0}}\cdot\omega C_0$.

Фазовая скорость $v_ф = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{G_0}{R_0}}\cdot\frac{1}{C_0} = 79{,}5\cdot10^3\ \frac{км}{с}$.

3. Затухание (U_1/U_2), выраженное в децибелах, определяется как $20\lg\frac{U_1}{U_2}$.

Согласно условию, $20\lg\frac{U_1}{U_2} = 11{,}3$, или $\frac{U_1}{U_2} = 10^{\frac{11{,}3}{20}}$. Коэффициент затухания $\alpha = \sqrt{R_0 G_0}$ (действительная часть γ) представляет собой затухание в неперах на единицу длины линии: $\alpha l = \ln\frac{U_1}{U_2}$. Тогда

$$l = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{\alpha}\ln10^{\frac{11{,}3}{20}} = \frac{11{,}3}{20\sqrt{R_0 G_0}}\ln10 = 923\text{ км}.$$

Задача 10.4

Известны первичные параметры воздушной линия: $R_0 = 2{,}84$ Ом/км; $L_0 = 1{,}94$ мГн/км; $G_0 = 0{,}7$ мкСм/км; $C_0 = 6{,}25$ нФ/км. Определить, при каком сопротивлении приемника в линии отсутствует отраженная волна на частоте 800 Гц. При найденном сопротивлении приемника найти напряжение, активную мощность источника и КПД линии длиной 59 км, если напряжение приемника равно 20 В. Как изменится напряжение U_2, если отсоединить приемник?

Пример решения:

Отраженная волна отсутствует, если сопротивление нагрузки равно волновому: $Z_н = Z_в$.

$$Z_в = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = 563{,}7 - j74{,}0 \text{ Ом} = 569e^{-j7{,}5°}.$$

Постоянная распространения

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)\cdot(G_0 + j\omega C_0)} = (2{,}72 + j17{,}7)\cdot 10^{-3} \text{ 1/км}.$$

Так как в согласованном режиме $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 e^{\gamma l}$, то $U_1 = U_2\left|e^{\gamma l}\right| = U_2 e^{\alpha l} = 25{,}3$ В.

Активная мощность источника $P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_{Z_в} = \dfrac{U_1^2}{Z_в}\cos 7{,}5° = 0{,}963$ Вт.

В согласованном режиме мощности относятся как квадраты напряжений. Поэтому $P_2 = P_1\left(\dfrac{U_2}{U_1}\right)^2 = 0{,}82$ Вт.

КПД линии $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = 0{,}725$.

При отсоединенном приемнике (режим холостого хода линии) $I_2 = 0$. Уравнение для напряжений имеет вид: $\dot{U}_{1x} = \dot{U}_{2x}\text{ch}\gamma l$. Тогда

$$U_{2x} = \frac{U_1}{\left|\dfrac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2}\right|} = \frac{U_1}{\dfrac{1}{2}\left|e^{\alpha l}(\cos\beta l + j\sin\beta l) + e^{-\alpha l}(\cos\beta l - j\sin\beta l)\right|} =$$

$$= \frac{U_1}{\sqrt{(\cos\beta l\cdot \text{ch}\alpha l)^2 + (\sin\beta l\cdot \text{sh}\alpha l)^2}} = 44{,}3 \text{ В}.$$

Задание для самостоятельной работы: решить задачи 11.2, 11.5 из [2] и 11.13, 11.23, 11.31 из [3].

Вопросы для самоконтроля:

1. Что является причиной изменения токов и напряжений вдоль линии?
2. Из каких условий определяют коэффициенты A_1 и A_2?

3. Каков физический смысл постоянной распространения и волнового сопротивления?

4. Почему нагрузку линии стремятся брать согласованной?

5. Назовите особенности линии без потерь и линии без искажений.

2. ОПИСАНИЕ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного на практические занятия. Формой контроля является выполнение практических заданий в рабочей тетради.

Критерии оценки практического занятия:

Оценка «отлично» выставляется, если студент активно работает в течение всего практического занятия, и показывает при этом глубокое овладение лекционным материалом, проявляет умение самостоятельно определить путь решения задачи, знает расчетные соотношения, выполняет все этапы практического задания, получает правильный ответ.

Оценка «хорошо» выставляется при условии соблюдения следующих требований: студент активно работает в течение практического занятия, выполняет учебные задания, но в ответах допускает неточности, проявляет недостаточное умение выбрать наиболее рациональный путь решения задачи, недостаточно полно увязывает конкретные приемы решения с общетеоретическими положениями, не может четко сделать обобщения и выводы.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, когда студент обнаруживает знание лекционного материала и учебной литературы, в целом овладел приемами решения задач. Но на занятии ведет себя пассивно, дает неполные ответы на вопросы, допускает грубые ошибки при выборе теоретических соотношений и выполнении расчетов, не может обобщить и сделать четкие логические выводы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, когда студент не выполняет заданий преподавателя, не знает теоретический материал, не понимает постановки задачи или сути основных расчетных соотношений, допускает грубые ошибки в расчетах,

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учеб. / Л. А. Бессонов. – 12-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2016. – 701 с.

2. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: учеб. пособие для вузов / Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Заруди и др. – Москва: Высшая школа, 1988. – 543 с.

3. Шебес, М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособие. 4-е изд., перераб. и доп. / М.Р. Шебес, М.В. Каблукова. – Москва: Высшая школа, 1990. – 544 с.

4. Сборник задач и упражнений по теоретической электротехнике: Учеб. пособие для вузов / под ред. проф. П.А. Ионкина. – Москва: Энергоатомиздат, 1982. – 768 с.

Локальный электронный методический материал

Геллер Борис Львович

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Редактор И. Голубева

Локальное электронное издание
Уч.-изд. л. 3,8. Печ. л. 3,8

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет».
236022, Калининград, Советский проспект, 1