



Федеральное агентство по рыболовству  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств  
(приложение к рабочей программе модуля)  
**«МАТЕМАТИКА»**

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата  
по направлению подготовки

**38.03.01 ЭКОНОМИКА**  
Профиль программы  
**«ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМИКА»**

ИНСТИТУТ  
РАЗРАБОТЧИК

отраслевой экономики и управления  
кафедра прикладной математики и информационных технологий

## 1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
<p>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.2: Выбирает методы и способы для обработки профессиональных данных и деловой информации в соответствии с поставленными задачами</p>	<p>Математика</p>	<p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также их простейшие приложения в профессиональных дисциплинах;</li> <li>- методы решения математических задач до числового или другого требуемого результата (графика, формулы и т.п.)</li> <li>- основные применения теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;</li> </ul> <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать в профессиональной деятельности базовые знания математики;</li> <li>- ставить цели и формулировать математическую постановку задач, связанных с реализацией профессиональных функций;</li> <li>- прогнозировать возможный результат предлагаемого математического решения, уметь оценивать его значения;</li> <li>- переводить экономические задачи с описательного языка на язык математики;</li> <li>- строить математические модели прикладных задач с оптимальным выбором их решения, анализа и оценки полученных результатов;</li> <li>- оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и</li> </ul>

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			качественных отношений; <u>Владеть:</u> - методами анализа и навыками самостоятельного изучения учебной и научной математической литературы - математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач; - математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным проблемам; - способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения

## 2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольным работам.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена, относятся:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

### **3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ**

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 90 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2 Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

Типовые варианты заданий для практических занятий приведены в Приложении №2.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения практических заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

## **4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

4.1 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

Тематика контрольных работ представлена в Приложении № 3.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине (первый и второй семестр) проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля и контрольной работе.

Типовые вопросы и образцы заданий к экзамену приведены в Приложении № 4.

Представленные экзаменационные вопросы для проведения экзамена компоуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам и индикаторам двух разделов дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

#### 4.3. Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации

Шкала аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

## 5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математика» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (профиль «Прикладная экономика»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий (протокол № 6 от 04.03.2022г.).

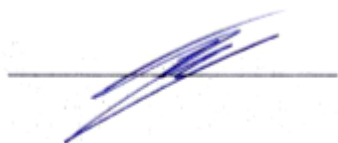
И.о.заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры экономики и финансов (протокол № 6 от 26.04.2022 г.)

Заведующий кафедрой



А.Г. Мнаçаканян



## ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Вариант 1

№1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = (0 \ 9 \ -5)$ . В матрице  $C = A \cdot B$  элемент  $c_{32}$  равен:

1. 45
2. -35
3. 15
4. 0

Вопрос №2. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 7 & -11 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 3 & -5 \end{vmatrix}$  равен:

1. 20
2. 5
3. 35
4. 0

Вопрос №3. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 7y - 2x = 5 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$$

главный определитель  $\Delta$  равен:

1. 41
2. 29
3. -31
4. 11

Вопрос №4. Для векторов  $\vec{a} = \{3, -1, 2\}$  и  $\vec{b} = \{2, -2, 1\}$  модуль разности  $|\vec{a} - \vec{b}|$  равен:

1.  $\{1, 1, 1\}$
2. 10
3. 3
4.  $\sqrt{3}$

Вопрос №5. Даны векторы:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \{-2, 1, 0\}, \vec{b} = \{5, -3, 4\}, \\ \vec{c} &= \{3, 2, -1\}, \vec{d} = \{0, -4, 2\}, \\ \vec{f} &= \{3, -1, -3\}, \vec{t} = \{1, 0, 4\}. \end{aligned}$$

Верные утверждения:

1.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$ ,  $\vec{c} \cdot \vec{d} = -10$
2.  $\vec{c} \cdot \vec{d} = -10$ ,  $\vec{f} \cdot \vec{t} = -10$
3.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ ,  $\vec{f} \cdot \vec{t} = -10$

4.  $\vec{a} \cdot \vec{c} = -4, \vec{d} \cdot \vec{t} = 5$

Вопрос №6. Векторное произведение  $\vec{j} \times \vec{i}$  базисных векторов  $\vec{j}$  и  $\vec{i}$  равно:

1.  $\vec{k}$
2.  $-\vec{k}$
3.  $\vec{j}$ ,
4.  $\vec{i}$

Вопрос №7. Для векторов  $\vec{a} = \{0,4, -3\}$ ,  $\vec{b} = \{1, -3,2\}$ ,  $\vec{c} = \{0,2,6\}$  векторно-скалярное (смешанное) произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$  равно:

1. -18
2. 18
3. -30
4. 30

Вопрос №8. Даны прямые на плоскости:

- 1)  $1-5x + 3y = 0$
- 2)  $5 - x - 2y = 0$
- 3)  $3x + 5y + 2 = 0$

Верным является утверждение:

1. 1) и 2) перпендикулярны
2. 1) и 3) перпендикулярны
3. 2) и 3) перпендикулярны
4. 1), 2), 3) попарно не перпендикулярны

Вопрос №9. Общее уравнение прямой, проходящей через точки А (3,-2) и В (5,1), имеет вид:

1.  $2x + 3y = 0$
2.  $3x - 2y - 13 = 0$
3.  $2x + 3y - 13 = 0$
4.  $5x + y - 13 = 0$

Вопрос №10. Даны вершины треугольника ABC:

А (3, 0), В (-1, 5), С (15, 1). Длина медианы AM равна:

1. 3
2. 5
3. 7
4. 4

Вопрос №11. Даны вершины треугольника ABC: А (2, 0), В (6, -3), С (14, 5).

Угол при вершине А равен:

1.  $\arccos (33/65)$
2.  $\pi/3$
3.  $2\pi/3$
4.  $\arccos (-33/65)$

Вопрос №12. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями  $a=4$  и  $b=6$  и фокусами на оси  $Oy$  записывается формулой:

1.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$
2.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$
3.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = -1$
4.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = -1$

Вопрос №13. Через точку  $A(2, -5, -3)$  параллельно плоскости  $5x - y + 7z - 3 = 0$  проходит плоскость:

1.  $2x - 5y - 3z - 38 = 0$
2.  $5x - y + 7z + 6 = 0$
3.  $2x - 5y - 3z + 6 = 0$
4.  $5x - y + 7z = 0$

Вопрос №14. Плоскость  $3x + 2y - z - 5 = 0$  перпендикулярна плоскости:

1.  $3x + 2y - z = 0$
2.  $3x + 2y - 13 = 0$
3.  $2x - 5y + 4 = 0$
4.  $2x - 5y - 4z + 10 = 0$

Вопрос №15. Прямая, проходящая через точки  $A(2, 2, 3)$  и  $B(5, -2, 3)$ , перпендикулярна плоскости:

1.  $3x - 4y + 12 = 0$
2.  $4x + 3y - 2 = 0$
3.  $2x + 2y + 3z = 0$
4.  $5x - 2y + 3z + 3 = 0$

Вопрос №16. Значение  $\alpha$ , при котором прямые  $l_1: \frac{x-1}{0} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-7}{6}$  и  $l_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+5}{\alpha}$  ортогональны друг другу, равно:

1.  $-4$
2.  $0$
3.  $1$
4.  $2$

Вопрос №17. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{2x^6 + 5x^5 - 4x}$  равен:

1.  $4$
2.  $2/5$
3.  $+\infty$
4.  $2$

Вопрос №18. Для функции  $y = \cos^2(e^{-x})$  производная  $y'(x)$  равна:

1.  $y'(x) = -2e^{-x} \cdot \sin(e^{-x})$
2.  $y'(x) = 2e^{-x} \cdot \sin(e^{-x})$
3.  $y'(x) = e^{-x} \cdot \sin(2e^{-x})$
4.  $y'(x) = -e^{-x} \cdot \sin^2(e^{-x})$

Вопрос №19. Для функции  $\begin{cases} x = \arctg 2t \\ y = \ln(1 + 4t^2) \end{cases}$  производная  $y'(x)$  равна:

1.  $y'(x) = -4t$
2.  $y'(x) = \frac{1}{4t}$
3.  $y'(x) = -\frac{1}{4t}$
4.  $y'(x) = 4t$

Вопрос №20. Неопределенный интеграл  $\int x \cos(5x^2) dx$  равен:

1.  $\frac{1}{10} \sin 5x^2 + C$
2.  $-0,1 \sin 5x^2 + C$
3.  $10 \sin 5x^2$
4.  $-10 \sin 5x^2$

Вопрос №21.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$ , тогда разность  $F(3) - F(1)$  равна:

1. 8
2. 9
3. 80
4. 0

Вопрос №22. Площадь криволинейной трапеции  $D: \begin{cases} y = x^2 - 2 \\ y = 2x + 6 \end{cases}$  равна:

1.  $\frac{20}{3}$
2. 36
3. 28
4. 24

Вопрос №23. Несобственным интегралом 2-го рода является:

1.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$
2.  $\int_3^5 \frac{dx}{x-2}$
3.  $\int_1^3 \frac{dx}{x-1}$
4.  $\int_1^3 \frac{dx}{(x-5)^2}$

Вопрос №24. Определённый интеграл  $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{x^4+4}$  равен:

1. 0

2.  $\frac{\pi}{16}$
3.  $\frac{\pi}{8}$
4.  $\frac{\pi}{4}$

Вопрос №25. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1.  $y' + 2xy = x^3 + 1$
2.  $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$
3.  $y(x^2 + 4)dy + x(y^2 + 16)dx = 0$
4.  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №26. Частным решением дифференциального уравнения  $xy' - 3y = -x^2$  удовлетворяющим начальным условиям  $y(1) = 3$ , является функция:

1.  $y = x^2(x + 2)$
2.  $y = x^2(3x + 1)$
3.  $y = x^2(4x + 1)$
4.  $y = x^2(2x + 1)$

Вопрос №27. Общим решением уравнения  $y'' - 8y' + 25y = 0$  является функция:

1.  $y = Ce^{-4x}\cos 3x$
2.  $y = e^{-4x}(C_1\cos 3x + C_2\sin 3x)$
3.  $y = e^{4x}(C_1\cos 3x + C_2\sin 3x)$
4.  $y = Ce^{4x}\cos 3x$

Вопрос №28. Для ряда  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{7}{16} + \dots$  формула  $n$ -го члена равна:

1.  $u_n = \frac{(-1)^n(2n-1)}{2^n}, (n=1,2,3, \dots)$
2.  $u_n = (-1)^n \frac{2n}{2n-1} (n = 1,2,3, \dots)$
3.  $u_n = (-1)^n \frac{2n+1}{n+2} (n = 0,1,2, \dots)$
4.  $u_n = (-1)^n \frac{2n+1}{2n+2} (n = 0,1,2, \dots)$

Вопрос №29. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^2}$  :

1. знакочередующийся
2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакостоянный

Вопрос №30. Общий член ряда Маклорена для функции  $y = e^x$  имеет вид:

1.  $(-1)^n \frac{x^n}{n}$
2.  $\frac{x^n}{n}$
3.  $(-1)^n \frac{x^n}{n!}$
4.  $\frac{x^n}{n!}$

Вопрос №31. В комбинаторике размещения без повторений из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов вычисляются по формуле:

1.  $\frac{n!}{m!(n-m)!}$
2.  $\frac{n!}{(n-m)!}$
3.  $\frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$
4.  $n^m$

Вопрос №32. В биномиальном распределении вероятность  $P_n(k)$  вычисляется по формуле:

1.  $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(k), q = 1 - p$
2.  $P_n(k) = \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$
3.  $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, q = 1 - p$
4.  $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right), q = 1 - p$

Вопрос №33. Закон распределения непрерывной случайной величины  $X$ , заданной плотностью вероятностей:  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } x \geq 0 \ (\lambda > 0), \end{cases}$  называют:

1. равномерным
2. показательным
3. биномиальным
4. нормальным

Вопрос №34. Закон распределения дискретной случайной величины  $X$ , в котором применяют формулу  $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$ , называют:

1. геометрическим
2. гипергеометрическим
3. законом Пуассона
4. биномиальным

Вопрос №35. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - e^{-x}, & x > 0. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадет в интервал  $(\ln 2; \ln 3)$ , равна:

1. 0
2.  $\frac{1}{6}$
3.  $\frac{5}{6}$
4. 1

Вопрос №36. Задано статистическое распределение выборки объема  $n = \sum_{i=1}^5 n_i = 20$ :

x	-2	-1	0	1	2
$n_i$	5	4	1	3	7

Выборочное среднее  $\bar{x}_v$  равно:

1. 0
2. 0,5
3. -0,5
4. 0,15

Вопрос №37. Коэффициент корреляции  $r_{XY}$  двух случайных величин X и Y изменяется в пределах:

1.  $0 \leq r_{XY} < +\infty$
2.  $-\infty < r_{XY} < +\infty$
3.  $-1 \leq r_{XY} \leq 1$
4.  $0 \leq r_{XY} \leq 1$

Вопрос №38. Оценка  $\tilde{\theta}$  параметра  $\theta$  распределения генеральной совокупности, для которой выполнено равенство  $M(\tilde{\theta}) = \theta$  называется:

1. состоятельной
2. эффективной
3. несмещенной
4. асимптотически несмещенной

Вопрос №39. Для случайной величины X, распределенной по нормальному закону, центральный момент второго порядка равен:

1.  $\sigma^2$
2.  $\lambda p$
3.  $\lambda$
4.  $npq$

Вопрос №40. При построении доверительного интервала для вероятности  $p$  его центром является:

1. выборочная средняя  $\bar{x}$
2. выборочная дисперсия  $s^2$
3. относительная частота  $\frac{m}{n}$
4. исправленная выборочная дисперсия  $s_0^2$

## Вариант 2

Вопрос №1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ . В матрице  $C = A \cdot B$  элемент  $c_{21}$  равен:

1. 3
2. 5
3. 7
4. -3

Вопрос №2. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ . Обратная матрица  $A^{-1}$  имеет вид:

1.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$
2.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$
3.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$
4.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

Вопрос №3. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5y - 2x = 3 \\ 9x - 4y = 5 \end{cases}$$

главный определитель  $\Delta$  равен:

1. -24
2. -37
3. -38
4. 53

Вопрос №4. Для векторов  $\vec{a} = \{2, 1, -5\}$  и  $\vec{b} = \{2, -7, 1\}$  модуль разности  $|\vec{a} - \vec{b}|$  равен;

1.  $\{0, 8, -6\}$
2. 100
3. -8
4. 10

Вопрос №5. Даны векторы:



$$\vec{a} = \{3, 5, 1\}, \vec{b} = \{2, -3, -1\},$$

$$\vec{c} = \{4, -3, 2\}, \vec{d} = \{1, -2, 3\},$$

$$\vec{f} = \{-2, 0, 3\}, \vec{t} = \{1, 4, -3\}.$$

Верные утверждения:

1.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10, \vec{c} \cdot \vec{d} = 16$
2.  $\vec{c} \cdot \vec{d} = 16, \vec{f} \cdot \vec{t} = 7$
3.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10, \vec{f} \cdot \vec{t} = 7$
4.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10, \vec{c} \cdot \vec{f} = -14$

Вопрос №6. Векторное произведение  $\vec{k} \times \vec{j}$  базисных векторов  $\vec{k}$  и  $\vec{j}$  равно:

1.  $-\vec{k}$
2.  $-\vec{j}$ ,
3.  $-\vec{i}$
4.  $\vec{i}$

Вопрос №7. Смешанное произведение векторов  $\vec{a} = \{3, -2, 0\}$ ;  $\vec{b} = \{-5, 0, -1\}$ ;  $\vec{c} = \{0, -3, 4\}$  равно:

1. 31
2. -49
3. 49
4. -31

Вопрос №8. Даны вершины треугольника ABC: A (-2, 1), B (-1,5), C (4,3). Уравнение высоты ВН имеет вид:

1.  $x - 3y + 16 = 0$
2.  $6x + 2y - 1 = 0$
3.  $3x - y + 8 = 0$
4.  $3x + y - 2 = 0$

Вопрос №9. Прямые  $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{5} = \frac{z}{\alpha}$  и  $l_2: \frac{x+2}{\beta} = \frac{y}{-10} = \frac{z+7}{6}$  параллельны при значениях параметров  $\alpha$  и  $\beta$ :

1.  $\alpha = -4, \beta = -3$
2.  $\alpha = 4, \beta = 3$
3.  $\alpha = 3, \beta = 4$
4.  $\alpha = -3, \beta = -4$

Вопрос №10. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями  $a=4$  и  $b=5$  и фокусами на оси Оу записывается формулой:

1.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$

$$2. \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$$

$$3. \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1$$

$$4. \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = -1$$

Вопрос №11. Через точку  $A(3, -1, 5)$  параллельно плоскости  $9x - 2y + z - 5 = 0$  проходит плоскость:

$$1. 9x - 2y + z - 34 = 0$$

$$2. 3x + 2y + z - 12 = 0$$

$$3. 3x - y + z - 34 = 0$$

$$4. 3x - y + z - 15 = 0$$

Вопрос №12. Значение  $\alpha$ , при котором прямые  $l_1: \frac{x-1}{0} = \frac{y+5}{8} = \frac{z-7}{6}$  и  $l_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{\alpha}$  ортогональны друг другу, равно:

$$1. 4$$

$$2. -4$$

$$3. -12$$

$$4. 0$$

Вопрос №13. Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 - x^6}{5x^5 - 4x + 3}$  равен:

$$1. 0$$

$$2. 2/5$$

$$3. +\infty$$

$$4. -\infty$$

Вопрос №14. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x \cdot \sin 2x}$  равен:

$$1. 0,25$$

$$2. 0,5$$

$$3. -0,5$$

$$4. -0,25$$

Вопрос №15. Для функции  $y = e^{2x}(1 - 2x)$  производная  $y'(x)$  равна:

$$1. y'(x) = -4e^{2x}$$

$$2. y'(x) = -4xe^{2x}$$

$$3. y'(x) = 2xe^{2x-1}(1 - 2x) - 2e^{2x}$$

$$4. y'(x) = -4xe^{2x-1}$$

Вопрос №16. Для функции  $\begin{cases} x = \arcsin 2t \\ y = \sqrt{1 - 4t^2} \end{cases}$  производная  $y'(x)$  равна:

$$1. y'(x) = -2t$$

$$2. y'(x) = 2t$$

$$3. y'(x) = \frac{1}{2t}$$

4.  $y'(x) = -\frac{1}{2t}$

Вопрос №17. Неопределенный интеграл  $\int \frac{\cos x}{9+\sin^2 x} dx$  равен:

1.  $-\frac{1}{9} \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{9} + C$
2.  $\frac{1}{9} \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{9} + C$
3.  $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{3} + C$
4.  $-\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{3} + C$

Вопрос №18.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 5^{x-1} \ln 5$ , тогда разность  $F(2)-F(1)$  равна:

1. 1
2. 5
3. 4
4. 0

Вопрос №19. Площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 - 1$ ,  $y = -2x + 7$ , равна:

1. 92
2. 54
3. 66
4. 36

Вопрос 20. Несобственным интегралом 2-го рода является:

1.  $\int_1^3 \frac{dx}{(x-3)^3}$
2.  $\int_0^\infty \frac{dx}{4+x^2}$
3.  $\int_0^2 \frac{dx}{x-3}$
4.  $\int_1^e \frac{dx}{x}$

Вопрос №21. Определённый интеграл  $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$  равен:

1.  $\frac{\pi}{2} + 1$
2.  $\pi$
3. 1
4.  $\frac{\pi}{2} - 1$

Вопрос №22. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является:

1.  $y' + 2xy = x^3 + 1$
2.  $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$
3.  $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$
4.  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №23. Частным решением дифференциального уравнения  $xy' = 2y - x$ , удовлетворяющим начальным условиям  $y(1) = 3$ , является функция:

1.  $y = x(x + 2)$
2.  $y = x(3x + 1)$
3.  $y = x(2x + 1)$
4.  $y = x(4x + 1)$

Вопрос №24. Общим решением уравнения  $y'' + 10y' + 29y = 0$  является:

1.  $y = Ce^{-5x} \cos 2x$
2.  $y = e^{-5x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
3.  $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{2x}$
4.  $y = C_1 \cos 2x - C_2 \cos 5x$

Вопрос №25. Для ряда  $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \dots$  формула  $n$ -го члена равна:

1.  $u_n = \frac{n+1}{3^n}, (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$
2.  $u_n = \frac{n}{3^{n-1}}, (n = 1, 2, 3, \dots)$
3.  $u_n = \frac{2^{n+1}}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
4.  $u_n = \frac{2^n}{3^n} (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №26. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$ :

1. знакочередующийся
2. степенной
3. знакопеременный
4. знакопостоянный

Вопрос №27. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n+2)3^n}$ :

1. знакочередующийся
2. степенной
3. знакопеременный
4. знакопостоянный

Вопрос №28. Общий член ряда Маклорена для функции  $y = \cos x$  имеет вид:

1.  $(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
2.  $(-1)^n \frac{x^{2n}}{2n}$
3.  $(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

$$4. (-1)^n \frac{x^{n+1}}{2n+1}$$

Вопрос №29. В комбинаторике по формуле  $\frac{n!}{(n-m)!}$  рассчитывают:

1. сочетания без повторений из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов
2. сочетания с повторениями из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов
3. размещения с повторениями из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов
4. размещения без повторений из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов

Вопрос №30. В комбинаторике по формуле  $\frac{n!}{m!(n-m)!}$  рассчитывают:

1. сочетания без повторений из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов
2. сочетания с повторениями из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов
3. размещения с повторениями из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов
4. размещения без повторений из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов

Вопрос №31. Формула Байеса имеет вид:

1.  $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i)$
2.  $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A \cdot H_i),$
3.  $P(H_k/A) = \frac{P(H_k) \cdot P(A/H_k)}{P(A)}, k=\overline{1, n}$
4.  $P(H_k/A) = \frac{\sum_{i=1}^n P(A \cdot H_i)}{P(A)}, k=\overline{1, n}$

Вопрос №32. Распределение непрерывной случайной величины  $X$ , все значения которой принадлежат интервалу  $[a, b]$ , а ее математическое ожидание  $M(X) = \frac{a+b}{2}$ , называют:

1. равномерным,
2. показательным,
3. биномиальным,
4. нормальным.

Вопрос №33. Распределение непрерывной случайной величины  $X$ , заданной плотностью вероятностей  $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ , называют:

1. равномерным
2. показательным
3. биномиальным
4. нормальным

Вопрос №34. В законе распределения Пуассона для расчета вероятностей значений случайной величины  $X$  применяют формулу:

1.  $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^m$

2.  $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^\lambda$

3.  $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e$

4.  $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

Вопрос №35. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{2}, & 0 < x \leq \sqrt{2}, \\ 1, & x > \sqrt{2}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадет в интервал  $(\frac{1}{2}; 1)$ , равна:

1.  $\frac{3}{4}$
2. 1
3.  $\frac{3}{8}$
4. 0

Вопрос №36. Задано статистическое распределение выборки объема  $n = \sum_{i=1}^6 n_i = 20$ :

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	0	2	2	8	6	2

Выборочное среднее  $\bar{x}_B$  равно:

1. 3,2
2. 2,5
3. 0,5
4. 0,6

Вопрос №37. Если случайные величины  $X$  и  $Y$  связаны линейной зависимостью, то значение коэффициента корреляции  $r_{xy}$  равно:

1. 0
2.  $\pm 1$
3. числу из интервала  $(0, 1)$
4. числу из интервала  $(-1, 0)$

Вопрос №38. Несмещенной состоятельной статистической оценкой дисперсии  $D(X)$  является:

1. выборочная дисперсия  $D_B$

2. выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_v$
3. исправленная выборочная дисперсия  $S^2$
4. исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение  $S$

Вопрос №39. Для случайной величины  $X$ , распределенной по биномиальному закону, центральный момент второго порядка равен:

1.  $np$
2.  $\lambda p$
3.  $\lambda$
4.  $npq$

Вопрос №40. При построении доверительного интервала для математического ожидания его центром является:

1. выборочная средняя  $\bar{x}$
2. выборочная дисперсия  $s^2$
3. относительная частота  $\frac{m}{n}$
4. исправленная выборочная дисперсия  $s_0^2$

**Вариант 3.**

Вопрос №1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = (0 \ 9 \ -5)$ . В матрице  $C = A \cdot B$  элемент  $c_{31}$ :

1. не существует
2. -35
3. -45
4. 0

Вопрос №2. Матрица  $A^{-1}$ , обратная матрице  $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  имеет вид:

1.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$
2.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{pmatrix}$
3.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
4.  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$

Вопрос №3. Для системы линейных уравнений  $\begin{cases} 6y + 5x = 11 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$  главный определитель  $\Delta$  равен:

1. 2
2. 9
3. 39
4. 38

Вопрос №4. Для векторов  $\vec{a} = \{2, -4, 2\}$  и  $\vec{b} = \{0, 2, -3\}$  модуль суммы  $|3\vec{a} + 2\vec{b}|$  равен:

1.  $\{6, -8, 0\}$
2. 10
3. 100
4. -14

Вопрос №5. Даны векторы:

$$\vec{a} = \{3, -1, 1\}, \vec{b} = \{2, 1, 0\},$$

$$\vec{c} = \{4, -1, -2\}, \vec{d} = \{1, -1, 1\},$$

$$\vec{f} = \{2, -1, -2\}, \vec{t} = \{4, 1, 1\}.$$

Верные утверждения:

1.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ ,  $\vec{c} \cdot \vec{d} = 5$
2.  $\vec{c} \cdot \vec{d} = 5$ ,  $\vec{f} \cdot \vec{t} = 5$



3.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5, \vec{f} \cdot \vec{t} = 5$

4.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5, \vec{b} \cdot \vec{c} = 5$

Вопрос №6. Векторное произведение  $\vec{j} \times \vec{k}$  базисных векторов  $\vec{j}$  и  $\vec{k}$  равно:

1.  $\vec{k}$

2.  $-\vec{k}$

3.  $\vec{j}$ ,

4.  $\vec{i}$

Вопрос №7. Для векторов  $\vec{a}(0,2,3)$ ,  $\vec{b}(-1,3,4)$ ,  $\vec{c}(6,7,1)$  векторно-скалярное (смешанное) произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$  равно:

1. -25

2. -121

3. 79

4. -34

Вопрос №8. Даны три прямые на плоскости:

1)  $5x - 3y - 1 = 0$ ,

2)  $6x + 2y - 5 = 0$ ,

3)  $3x - 9y + 2 = 0$ .

Верным является утверждение:

1. 1) и 2) перпендикулярны

2. 1) и 3) перпендикулярны

3. 2) и 3) перпендикулярны

4. нет перпендикулярных прямых

Вопрос №9. Уравнение прямой, проходящей через точки А (5,-2) и В (3,1), имеет вид:

1.  $x - y - 7 = 0$

2.  $3x + 2y - 11 = 0$

3.  $3x - 2y - 19 = 0$

4.  $5x + y - 16 = 0$

Вопрос №10. Даны вершины треугольника ABC: А (2,1), В (-3,7), С (15,1). Длина медианы AM равна:

1. 5

2. 3

3. 7

4. 4

Вопрос №11. В треугольнике ABC, где A(5,0), B(1,3), C(-7,5), внутренний угол при вершине A равен:

1.  $\frac{\pi}{3}$
2.  $\arccos \frac{63}{65}$
3.  $\arccos \left(-\frac{63}{65}\right)$
4.  $\frac{2\pi}{3}$

Вопрос №12. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями a=7 и b=4 и фокусами на оси Oy записывается формулой:

1.  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$
2.  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{4} = 1$
3.  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = -1$
4.  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{4} = -1$

Вопрос №13. Через точку A(3, -4, -2) параллельно плоскости  $3x - 2y + 5z - 1 = 0$  проходит плоскость:

1.  $3x - 2y + 5z - 7 = 0$
2.  $5x - y + 3z - 13 = 0$
3.  $3x - 2y + 5z = 0$
4.  $5x - y + 3z = 0$

Вопрос №14. Плоскость  $2x + 3y - 3z - 5 = 0$  перпендикулярна плоскости:

1.  $2x + 3y - 3z = 0$
2.  $2x + 3y - 3 = 0$
3.  $3x + 2y - 12 = 0$
4.  $3x - 6y - 4z + 7 = 0$

Вопрос №15. Прямая, проходящая через точки A (3,5,1) и B (1,-2,3), перпендикулярна плоскости:

1.  $2x + 7y - 2z + 6 = 0$
2.  $2x + 7y + 2z + 27 = 0$
3.  $2x - 7y - 2z + 5 = 0$
4.  $2x + 7y + 2z + 1 = 0$

Вопрос №16. Значение  $\alpha$ , при котором прямые  $l_1: \frac{x-1}{0} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-7}{6}$  и  $l_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{\alpha}$  ортогональны друг другу, равно:

1. -4
2. -2
3. 1
4. 2

Вопрос №17. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{5x^6 + 5x^5 - 4x}$  равен:

1. 2
2.  $\frac{2}{5}$
3.  $+\infty$
4. 0

Вопрос №18. Предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+6} - 2}$  равен:

1. -16
2. 0
3. -4
4. 16

Вопрос №19. Для функции  $y = e^{5x}(1 - 5x)$  производная  $y'(x)$  равна:

1.  $y' = -25e^{5x}$
2.  $y' = -5xe^{5x}$
3.  $y' = -25xe^{5x}$
4.  $y' = -5e^{5x}$

Вопрос №20. Для функции  $\begin{cases} x = \arccos 5t \\ y = \sqrt{1 - 25t^2} \end{cases}$  производная  $y'(x)$  равна:

1.  $5t$ ,
2.  $-5t$ ,
3.  $\frac{1}{5t}$ ,
4.  $-\frac{1}{5t}$ .

Вопрос №21. Определенный интеграл  $\int_1^{e^2} \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx$  равен:

1.  $e^2$
2.  $\frac{e^2 + 3}{2}$
3.  $\frac{e^2 + 1}{2}$
4.  $e^2 + 1$

Вопрос №22.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 7^x \ln 7$ , тогда разность  $F(2) - F(0)$  равна:

1. 50
2. 48
3.  $48 \ln^2 7$
4. 0

Вопрос №23. Площадь криволинейной трапеции  $y = (x - 1)^2 + 1$ ,  $x = -3$ ,  $x = 3$ ,  $y = 0$  равна:

1. 12
2. 24
3. 6
4. 30

Вопрос №24. Несобственным интегралом 2-го рода является:

1.  $\int_2^5 \frac{dx}{x-5}$
2.  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(x+2)^2}$
3.  $\int_1^3 \frac{dx}{x}$
4.  $\int_3^5 \frac{dx}{x^2}$

Вопрос №25. Линейным дифференциальным уравнением первого порядка является:

1.  $y' + 2xy = x^3 + 1$
2.  $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$
3.  $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$
4.  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №26. Частным решением дифференциального уравнения  $xy' = 2y - x$ , удовлетворяющим начальным условиям  $y(1) = 3$ , является функция:

1.  $y = x(x + 2)$
2.  $y = x(3x + 1)$
3.  $y = x(2x + 1)$
4.  $y = x(4x + 1)$

Вопрос №27. Общее решение уравнения  $y'' + 6y' + 34y = 0$  имеет вид:

1.  $y = e^{-3x}(C_1 \cos 5x - C_2 \sin 5x)$
2.  $y = e^{-3x}(C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)$
3.  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{5x}$
4.  $y = e^{5x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Вопрос №28. Для ряда  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots$  формула  $n$ -го члена равна:

1.  $u_n = (-1)^n \frac{1}{2^n}, (n=1, 2, \dots)$
2.  $u_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{2^n}$

$$3. u_n = (-1)^n \frac{1}{n+2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$4. u_n = (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

Вопрос №29. Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!4^n}$  :

1. знакопеременный
2. степенной ряд
3. знакочередующийся
4. знакопостоянный

Вопрос №30. Общий член ряда Маклорена для функции  $y = \cos x$  имеет вид:

$$1. (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

$$2. (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

$$3. \frac{x^{2n+1}}{2n}$$

$$4. \frac{x^{n+1}}{3n}$$

Вопрос №31. Формула полной вероятности имеет вид:

$$1. P(H_i/A) = \frac{\sum_{i=1}^n P(H_i \cdot A)}{P(A)}$$

$$2. P(A/H_i) = \frac{P(H_1) \cdot P(A/H_1) + \dots + P(H_n) \cdot P(A/H_n)}{P(A)}$$

$$3. P(A) = P(H_i) \cdot P(A/H_i) + \dots + P(H_n) \cdot P(A/H_n)$$

$$4. P(A) = \frac{P(H_k) \cdot P(A/H_k)}{P(A \cdot H_k)}, k = 1, 2, \dots, n$$

Вопрос №32. В комбинаторике сочетания без повторений из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов рассчитываются по формуле:

$$1. \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$$2. \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$3. \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$$

$$4. n^m$$

Вопрос №33. Формула, соответствующая локальной теореме Муавра-Лапласа, имеет вид:

$$1. P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), \quad x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}, \quad q = 1-p$$

$$2. P_n(k) \approx \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$$

$$3. P_n(k) \approx C_n^k p^k q^{n-k}, \quad q = 1-p$$

$$4. P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right), \quad q = 1 - p$$

Вопрос №34. Распределение дискретной случайной величины  $X$ , заданной вероятностью  $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ , называют распределением:

1. Пуассона
2. геометрическим
3. биномиальным
4. гипергеометрическим

Вопрос №35. Функция распределения случайной величины  $X$  определяется равенством:

1.  $F(x) = P(X > x)$
2.  $F(x) = P(X \geq x)$
3.  $F(x) = P(X \leq x)$
4.  $F(x) = P(X < x)$

Вопрос №36. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ C(x+1)^2, & -1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Параметр  $C$  равен:

1. 9
2.  $\frac{1}{9}$
3. 1
4.  $\frac{1}{4}$

Вопрос №37. Плотностью распределения некоторой случайной величины  $X$  является функция:

1.  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x \leq 0 \text{ или } x > 1 \end{cases}$
2.  $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x \leq 0 \text{ или } x > 1 \end{cases}$
3.  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{2}, & -1 < x \leq 1 \\ 0, & x \leq -1 \text{ или } x > 1 \end{cases}$
4.  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x^2}, & -1 < x \leq 1 \\ 0, & x \leq -1 \text{ или } x > 1 \end{cases}$

Вопрос №38. Задано статистическое распределение выборки объема  $n = \sum_{i=1}^4 n_i = 20$ :

$x_i$	2	3	4	5
-------	---	---	---	---

$n_i$	3	4	7	6
-------	---	---	---	---

Выборочное среднее  $\bar{x}_v$  равно:

1. 0,7
2. 3,5
3. 3,8
4. 1,8

Вопрос №39. Для случайной величины  $X$ , распределенной по показательному закону, центральный момент второго порядка равен:

1.  $\frac{1}{\lambda^2}$
2.  $\lambda p$
3.  $\lambda$
4.  $npq$

Вопрос №40. Несмещенной и состоятельной оценкой математического ожидания является:

1. выборочное среднее  $\bar{x}$
2. выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_v$
3. исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение  $S$
4. исправленная выборочная дисперсия  $s_0^2$

## ТЕМЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

### 1 семестр

Тема 1. Операции над матрицами. Вычисление определителей порядка 2 и 3. Разложение определителя по строке (столбцу). Нахождение ранга матрицы. Методы решения системы уравнений.

Тема 2. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по базису. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов.

Тема 3. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Кривые 2-ого порядка.

Тема 4. Методы нахождения пределов функций. Решение задач на замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.

Тема 5. Вычисление производных функций различного вида (сложных и обратных функций; производные функций, заданных неявно и параметрически). Вычисление производных высших порядков. Вычисление дифференциалов. Дифференциалы высших порядков. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталья. Алгоритм исследования функций и построение их графиков.

Тема 6. Методы нахождения пределов функций нескольких переменных. Вычисление частных производных и полного дифференциала. Решение задач на экстремум функции нескольких переменных.

### 2 семестр

Тема 7. Вычисление неопределенных интегралов с помощью основных методов интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменного, метод интегрирования по частям. Примеры интегрирования рациональных, тригонометрических и иррациональных функций.

Тема 8. Вычисление определенных интегралов. Основные методы вычисления определенных интегралов. Некоторые геометрические приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы первого и второго рода.

Тема 9. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. Задача Коши. Нахождение общего и частного решения дифференциального уравнения. Линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Тема 10. Исследование числовых рядов на сходимость. Необходимое и достаточные условия сходимости рядов. Исследование знакочередующихся и знакопеременных рядов. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых функций в степенные ряды.

Тема 11. Вычисление вероятности события с использованием формул комбинаторики. Классическое определение вероятности события. Сложение и умножение вероятностей события. Решение задач по формуле полной вероятности и формуле Байеса. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей и числовые характеристики этих величин. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей и числовые характеристики непрерывной случайной величины. Некоторые виды распределений:



равномерное, нормальное и показательное.

Тема 12. Построение полигона частот и гистограмм для конкретных задач. Нахождение эмпирической функции распределения. Вычисление генеральной и выборочной дисперсий. Нахождение статистических оценок, доверительной вероятности и доверительного интервала.

## ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1 семестр

Тема 1.

Задание 1. Найти обратную матрицу для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Задание 2. Даны матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 7 & 3 \\ 4 & -2 & -5 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 8 \\ 0 & -5 & 2 \\ 1 & 6 & -3 \end{pmatrix}$ .

Найти:  $A-B$ ,  $A+B$ ,  $A^2 - B^2$ .

Задание 3. Решить систему линейных уравнений: 
$$\begin{cases} 2x - 3y - z = 8 \\ x - 2y - 3z = 5 \\ 3x - 8y - 4z = 19 \end{cases}$$
 каждым из

известных методов (по формулам Крамера, матричным методом, методом Гаусса).

Тема 2.

Задание 1. Даны векторы  $\vec{a} = \{2,1,0\}$ ,  $\vec{b} = \{1,-1,2\}$ ,  $\vec{c} = \{2,2,-1\}$ ,

$\vec{d} = \{3,7,-7\}$ . Доказать, что векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  образуют базис, и найти разложение вектора  $\vec{d}$  по базису  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

Задание 2. Даны вершины треугольника ABC: A(0,-1,5), B(-3,-1,1), C(4,-1,2).

Вычислить: 1) внутренний угол при вершине B; 2) внешний угол при вершине C;

3) проекцию вектора  $\vec{CB}$  на направление вектора  $\vec{CA}$ .

Задание 3. Даны вершины пирамиды ABCD: A(2,3,1), B(4,1,-2), C(6,3,7), D(-1,2,4).

Вычислить: 1) площадь грани ABC, 2) объём пирамиды ABCD, 3) длину высоты DH.

Тема 3.

Задание 1. Даны вершины треугольника ABC: A (-1, -1), B (0,3), C (7,1). Составить уравнения сторон, высот, медиан, биссектрисы внутреннего угла при вершине A.

Задание 2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если её действительная ось равна 8, а фокус  $F_2(6,0)$ .

Задание 3. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку M (-2,0,1) и

содержит прямую 
$$\begin{cases} 2x - 2y + z - 6 = 0 \\ 3x - 2y + 2z - 7 = 0 \end{cases}$$
.

Тема 4.

. Найти пределы:

Задание 1. 1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^3 - (n+1)^3}{(5n+3)^2}$ , 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 5} - \sqrt{n^2 + 9n + 7})$ ,

Задание 2. 1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 2n + 5}{3n^2 + 7n + 1} \right)^{3n+2}$ . 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin x \cos 2x}{1 + \sin x \cos 3x} \right)^{\frac{1}{\sin x^3}}$ .

Задание 3. 1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^3 + x^2 - 3x - 3}$ . 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$ .

Тема 5.

Задание 1. Найти производные следующих функций:

$$1) y = \operatorname{arctg} x, 2) y = \ln \sin 2x, 3) y = \cos \frac{1}{\sqrt{x}}, 4) y = 2^{\sqrt{\ln x}}.$$

Задание 2. Найти производные следующих функций:

$$1) y = (\ln x)^{\operatorname{arcsin} 2x}, 2) y = x^{x^x}, 3) \begin{cases} x = \operatorname{arctg} 2t \\ y = \ln(1 + 4t^2) \end{cases}, 4) y^{x+1} = x^{y-1}.$$

Задание 3. Провести полное исследование функций и построить их графики:

$$1) y = \frac{4-x^3}{x^2}, 2) y = \ln \frac{x+6}{x} - 1, 3) y = \frac{e^{x-3}}{x-3}.$$

Тема 6.

Задание 1. Найти частные производные следующих функций:

$$1) z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}, 2) z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2}), 3) z = x^y.$$

Задание 2. Найти экстремумы следующих функций двух переменных:

$$1) z = -x^2 - y^2 + 4x - 4y, 2) z = \frac{y^2}{2} - y + 4x - \frac{x^3}{3}.$$

Задание 3. Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $z = f(x, y)$  в замкнутой области  $D$ , ограниченной линиями:

$$1) z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y, D: y=x+2, y=0, x=2, \\ 2) z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy, D: y=x^2, y=4.$$

2 семестр

Тема 7.

Задание 1. Найти неопределённые интегралы методами непосредственного интегрирования, подстановкой, интегрированием по частям:

$$1) \int \frac{1+\ln^3 x}{x} dx, 2) \int \frac{(\operatorname{arccos} 4x)^3 - x}{\sqrt{1-16x^2}} dx, 3) \int \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^3} dx, 4) \int (2x + 5) \cos 3x dx, \\ 5) \int \ln(x^2 + 8) dx, 6) \int \operatorname{arctg} \sqrt{5x + 1}.$$

Задание 2. Найти неопределённые интегралы от рациональных дробей:

$$1) \int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx, 2) \int \frac{x^5 + 3x^3}{x^2 + x} dx, 3) \int \frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2(x^2+4)} dx, 4) \int \frac{2x^3 + 3x^2 + 4x + 5}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 25)} dx.$$

Задание 3. Найти неопределённые интегралы от тригонометрических и иррациональных функций.

$$1) \int \sin^4 x \cos^5 x dx, 2) \int \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x + \sin x} dx, 3) \int \sin^8 x dx, 4) \int \frac{8 + \operatorname{tg} x}{18 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx, \\ 5) \int \sin^4 x \cos^2 x dx, 6) \int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} dx, 7) \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2-4}\sqrt{x}} dx, 8) \int \frac{x-3}{\sqrt{-x^2-2x+3}} dx.$$

Тема 8.

Задание 1. Вычислить определённые интегралы:

$$1) \int_1^2 x \ln^2 x dx, 2) \int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) dx, 3) \int_0^{\sin^{-1}(\operatorname{arcsin} x)^2 + 1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}, 4) \int_{\pi}^{2\pi} \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx, \\ 5) \int_2^{\operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{\operatorname{arctg} 2 \cos x (1 - \cos x)}, 6) \int_0^{\operatorname{arccos}(1/\sqrt{7})} \frac{3 + 2 \operatorname{tg} x}{2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 1} dx, 7) \int_0^{2\pi} \cos^8 \frac{x}{4} dx.$$

Задание 2. Вычислить несобственные интегралы (или установить их расходимость):

$$1) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}, 2) \int_1^{+\infty} \frac{\ln(3x+1)}{3x+1} dx, 3) \int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx, 4) \int_0^{+\infty} x \sin x dx,$$

5)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+3}}$ , 6)  $\int_0^1 x \ln x dx$ , 7)  $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^2-4x}$ , 8)  $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ .

Задание 3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1)  $y = x^2 - 2$ ,  $y = 2x + 6$ ,

2)  $\begin{cases} x = \cos^3 x \\ y = \sin^3 x \end{cases}$ .

Вычислить длины дуг кривых:

1)  $y = 1 - \ln(\cos x)$ ,  $0 \leq x \leq \pi/6$ ,

2)  $\begin{cases} x = e^x \cos x \\ y = e^x \sin x \end{cases}$ .

Вычислить объёмы тел, образованных вращением вокруг оси  $Ox$  - п.1) и вокруг оси  $Oy$  - п.2) фигур, ограниченных линиями:

1)  $y = x^2$ ,  $y = 12 - x$ ,  $y = 0$ ,

2)  $x \cdot y = 9$ ,  $y = 3$ ,  $x = 0$ .

Тема 9.

Задание 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

1)  $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$ ,

2)  $y \ln y + x y' = 0$ ,

3)  $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$ ,

4)  $x y' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$ .

Задание 2. Найти решение задачи Коши:

1)  $y' - \frac{y}{x} = x^2$ ,  $y(1) = 0$ ,

2)  $y' + \frac{y}{x} = \sin x$ ,  $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$ ,

3)  $(x + \ln^2 y - \ln y)y' = \frac{y}{2}$ ,  $y(2) = 1$ ,

4)  $y' - y = 2xy^2$ ,  $y(0) = \frac{1}{2} \cdot \Sigma$

Задание 3. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1)  $y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5$ ,

2)  $y''' + y'' = (12x + 6)e^{-x}$ ,

3)  $y'' + y = 2 \cos x$ .

4) Решить задачу Коши:  $y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x$ ,  $y(\frac{\pi}{2}) = 4$ ,  $y'(\frac{\pi}{2}) = 4$ .

Тема 10.

Задание 1. Исследовать на сходимость знакпостоянные ряды:

1)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)!}$ ,

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$ ,

3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\ln^2(2n+1)}$ ,

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2}$ .

Задание 2. Исследовать на сходимость знакочередующиеся ряды:

1)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$ ,

2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3^n}$ ,

3)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^n \left(\frac{\pi}{2n}\right)$ ,

4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$ .

Задание 3. Найти радиус сходимости степенных рядов:

- 1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)5^n} (x-3)^n$ ,
- 2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$ .
- 3) Разложить функцию  $f(x) = 2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - x$  в ряд Тейлора по степеням  $x$ .
- 4) Вычислить интеграл  $\int_0^{0,5} \cos(4x^2) dx$  с точностью до 0,001.

Тема 11.

Задание 1. Решить задачи по теории вероятностей случайных событий:

- 1) В партии из 10 изделий имеется 4 бракованных. Наугад выбирают 5 изделий. Определить вероятность того, что среди этих изделий окажется 3 бракованных.
- 2) На двух станках производятся одинаковые детали. Вероятность того, что деталь стандартная, для первого станка равна 0,8, для второго – 0,9. Производительность первого станка втрое больше, чем второго. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется стандартной. На каком станке вероятнее всего она была произведена?
- 3) Брошены три игральных кубика. Найти вероятность того, что цифра 1 выпадет хотя бы на одной из граней.
- 4) Случайно встреченное лицо может оказаться с вероятностью 0,4 шатеном, с блондином, с брюнетом и с рыжим. Какова вероятность того, что среди пяти случайно встреченных лиц: 1) не менее двух брюнетов; 2) два блондина и три шатена; 3) хотя бы один рыжий?

Задание 2. Решить задачи по теории вероятностей дискретных случайных величин:

- 1) В урне 8 шаров: 5 белых, остальные – чёрные. Из них наудачу вынимают 3 шара. Найти: а) закон распределения дискретной случайной величины  $X$  – числа белых шаров в выборке; б) функцию распределения  $F(x)$  и построить её график.
- 2) Дискретная случайная величина задана законом распределения:

$X$	-1	0	1	2
$p$	0,2	0,1	0,3	0,4

Найти:  $MX, DX, \sigma_X$ .

- 3) Пусть  $X$  и  $Y$  – независимые дискретные случайные величины, причем  $MX=2, MY=-3, DX=8, DY=9$ . Найти:  $MZ$  и  $DZ$ , если  $Z=5X-3Y+2$ .

Задание 3. Решить задачи по теории вероятностей непрерывных случайных величин:

- 1) Плотность распределения непрерывной случайной величины  $X$  задана функцией  $f(x) = \frac{c}{1+x^2}$ . Найти: а) значение параметра  $c$ , б) функцию распределения  $F(x)$ , в) построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ .
- 2) Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате 4-х испытаний случайная величина  $X$  трижды примет значение, принадлежащее интервалу  $(0,1)$ .

3) Непрерывная случайная величина задана плотностью

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, x > \pi, \\ \frac{1}{2}, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

Найти  $MX$ ,  $DX$ ,  $\sigma_x$ .

Тема 12.

Задание 1. 1) Найти и построить эмпирическую функцию распределения для выборки, представленной статистическим рядом:

$$\begin{array}{r} x_i \\ n_i \end{array} \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 6 & \\ 10 & 8 & 12 & \end{array}$$

2) По данному статистическому распределению найти выборочные среднее и дисперсию, исправленную дисперсию:

$$\begin{array}{r} x_i \\ n_i \end{array} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 16 & 17 & 10 & 6 & 1. \end{array}$$

3) Построить гистограмму частот по данному распределению выборки объёма  $n=50$ :

$[x_i, x_{i+1})$	[2,7)	[7,12)	[12,17)	[17,22)	22,27)
$n_i$	5	10	25	6	4

Задание 2. 1) Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма  $n=60$ :

$$\begin{array}{r} x_i \\ n_i \end{array} \begin{array}{cccc} 1 & 3 & 6 & 26 \\ 8 & 40 & 10 & 2 \end{array}$$

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2) Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки объёма  $n=50$ .

$$\begin{array}{r} x_i \\ n_i \end{array} \begin{array}{ccccc} 18,5 & 18,9 & 19,3 & 19,7 & 20,1 \\ 7 & 8 & 20 & 10 & 5. \end{array}$$

Перейти к условным вариантам  $u_i = 10x_i - 193$ .

3). Произведено 5 независимых наблюдений над случайной величиной  $X \sim N(a, 20)$ .

Результаты таковы:  $x_1 = -25, x_2 = 34, x_3 = -20, x_4 = 10, x_5 = 21$ .

Найти оценку для  $a=MX$ , а также построить 95% - й доверительный интервал.

Задание 3. 1) Найти оценки параметров нормального распределения случайной величины  $X$  методом моментов.

2) Найти оценку параметра  $a$  распределения Пуассона: а) методом максимального правдоподобия, б) методом наименьших квадратов.

### **ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии
2. Основы математического анализа
3. Математические ряды
4. Дифференциальные уравнения
5. Теория вероятностей и математическая статистика

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 1 семестр

#### Элементы линейной алгебры

1. Матрицы, линейные операции над ними.
2. Умножение матриц, его свойства (без доказательства).
3. Определитель матрицы. Свойства определителей (без доказательства). Миноры, алгебраические дополнения, разложение определителя по строке (столбцу).
4. Системы линейных уравнений. Матричный метод. Формулы Крамера.
5. Определитель произведения матриц (без доказательства). Обратная матрица, критерий её существования и для вычисления.
6. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
7. Ранг матрицы, способы его вычисления, базисный минор. Критерий равенства определителя нулю.
8. Неоднородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы. Теорема Кронекера-Капелли.

#### Элементы векторной алгебры

9. Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над ними.
10. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, координаты вектора в базисе, запись операций в координатах, разложение вектора по базису.
11. Радиус - вектор точки, делящей отрезок в данном отношении.
12. Скалярное произведение двух векторов на плоскости и в пространстве, его свойства и вычисление, ортогональная проекция одного вектора на другой.
13. Векторное произведение двух векторов, его свойства (без доказательства) и вычисление. Критерий коллинеарности двух векторов.
14. Смешанное произведение трёх векторов, его свойства (без доказательства), объём ориентированного параллелепипеда. Критерий компланарности векторов.

#### Элементы аналитической геометрии

15. Прямая на плоскости. Векторное, общее, каноническое, параметрическое и нормальное уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках. Вычисление угла между прямыми и расстояния от точки до прямой.
16. Кривые второго порядка на плоскости (окружность, эллипс, гипербола, парабола), заданные каноническими уравнениями.
17. Плоскость в пространстве. Векторное параметрическое и нормальное уравнения плоскости, использование смешанного произведения. Разные формы уравнений плоскости в координатах. Вычисление (без доказательства) расстояния от точки до плоскости, угла между плоскостями, расстояния между параллельными плоскостями.
18. Прямая в пространстве. Разные формы уравнений прямой в координатах. Вычисление расстояния между параллельными и скрещивающимися прямыми.
19. Поверхности второго порядка в трёхмерном пространстве, заданные каноническими уравнениями.

## **Введение в математический анализ**

20. Множества. Действительные числа. Числовые множества. Числовые промежутки. Окрестность точки.

21. Понятие функции. Числовые функции. Способы задания функций. Основные характеристики функции. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их график

22. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Формулировка критерия Коши существования предела последовательности.

23. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число  $\varepsilon$ . Натуральные логарифмы.

24. Предел функции. Предел функции в точке. Формулировка критерия Коши существования предела функции. Односторонние пределы. Предел функции при  $x \rightarrow \infty$ . Бесконечно большие функции (б.б.ф.).

25. Бесконечно малые функции (б.м.ф.). Определения и основные теоремы.

26. Основные теоремы о пределах. Формулировка критерия Коши существования предела функции. Замечательные пределы.

27. Сравнение б.м.ф. Эквивалентные б.м.ф. и основные теоремы о них. Применение эквивалентных б.м.ф. при вычислении пределов.

28. Непрерывность функции в точке, в интервале и на отрезке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций.

29. Точки разрыва функции и их классификация.

30. Теоремы (Вейерштрасса и Больцано – Коши) о свойствах функций, непрерывных на отрезке.

31. Производная функции. Определение производной, её механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.

32. Правила дифференцирования, производная сложной функции, обратной функции; функции, заданной параметрически. Производная неявной функции. Логарифмическое дифференцирование.

33. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

34. Признак экстремума функции, признаки возрастания, убывания функции.

35. Производные высших порядков. Признак выпуклости функции. Точки перегиба.

36. Асимптоты к графику функции (вертикальные, не вертикальные: горизонтальные, наклонные).

37. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей  $0/0$  и  $\infty/\infty$ .

38. Общая схема исследования функции и построения графика.

39. Формула Тейлора. Примеры. Формула Тейлора для простейших элементарных функций.

## **2 семестр.**

### **Интегралы**

1. Неопределённый интеграл.

2. Таблица неопределённых интегралов элементарных функций.

3. Свойства неопределённых интегралов.

4. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод интегрирования подстановкой, метод интегрирования по частям.

5. Интегрирование дробно – рациональных функций.

6. Интегрирование тригонометрических функций.

7. Интегрирование иррациональных функций.



8. Комплексные числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Алгебраические действия с комплексными числами.

9. Определённый интеграл. Определённый интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический и физический смысл определённого интеграла.

10. Основные свойства определённого интеграла.

11. Вычисление определённого интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование подстановкой (заменой переменной), интегрирование по частям, интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.

12. Несобственные интегралы. Интеграл с бесконечным интервалом интегрирования (несобственный интеграл I рода). Интеграл от разрывной функции (несобственный интеграл II рода).

13. Геометрические приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, длин дуг плоских кривых, объёмов тел вращения, объёмов тел по известным площадям поперечных сечений, площадей боковых поверхностей тел вращения.

14. Функции нескольких переменных. Функции двух переменных. Основные понятия: предел, непрерывность. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных. Частные производные первого порядка и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков.

15. Полный дифференциал функции двух переменных, его применение в приближенных вычислениях. Дифференциалы высших порядков.

16. Производная сложной функции, полная производная. Дифференцирование неявной функции.

17. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

18. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.

19. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.

### **Ряды**

20. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости числового ряда.

21. Числовые ряды с неотрицательными членами. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов: признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши (радикальный), признак Коши (интегральный).

22. Знакопеременные ряды. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды.

23. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование (без доказательства) степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Табличные разложения.

### **Дифференциальные уравнения**

24. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, разрешённое относительно производной, его геометрический смысл. Общие и частные решения.

25. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли. Подстановка Бернулли. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Уравнения в полных дифференциалах, понятие об интегрирующем множителе.

26. Линейное однородное уравнение второго порядка, уравнение с постоянными коэффициентами, неоднородное уравнение, метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Решение линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью в виде специальной функции.

## Теория вероятностей и математическая статистика

27. Случайные события, их классификация. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Действия над событиями. Свойство статистической устойчивости относительной частоты событий. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.

28. Элементы комбинаторики, основные принципы. Размещения, перестановки, сочетания в схеме без возвратов.

29. Свойства вероятностей. Условная вероятность. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема и формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

30. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.

31. Дискретная случайная величина: закон, многоугольник, функция распределения, основные числовые характеристики.

32. Непрерывная случайная величина: функция распределения, плотность вероятности, их взаимосвязь и свойства; основные числовые характеристики.

33. Основные законы распределения случайных величин: биномиальный, геометрический, гипергеометрический, равномерный, показательный, нормальный.

34. Закон больших чисел. Неравенства Маркова. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема.

35. Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки, его графическое изображение и числовые характеристики. Эмпирическая функция распределения.

36. Статистические оценки неизвестных параметров: несмещенные, эффективные, состоятельные. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Методы нахождения точечных оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов. Понятие интервального оценивания параметров. Доверительная вероятность и доверительный интервал для параметров нормального распределения.

37. Функциональная зависимость и регрессия. Ковариация и коэффициент корреляции, их корреляционной таблицы.

38. Проверка статистических гипотез. Проверка гипотез о законе распределения. Критерий  $\chi^2$  Пирсона.

## ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 1 семестр

#### 1. Определители (детерминанты).

Вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -6 & -5 \end{vmatrix}$$

$$1.1. \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. *Операции с квадратными матрицами.*

Даны матрицы:  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  и  $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ . Найти:

- 2.1.  $5A - B$ ;
- 2.2.  $3A^t - 2B$ ;
- 2.3.  $AB$ .

3. *Ранг матрицы. Расширенная матрица системы уравнений. Частные определители.*

3.1. Определить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ;

3.2. Вычислить частные определители системы  $\begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x + 4y + 2z = 4, \\ x - 6y - 5z = 3; \end{cases}$

4. *Обратные матрицы.*

4.1. Найти обратную матрицу для матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ .

5. *Системы линейных алгебраических уравнений*

5.1. Решить систему  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 = 0, \\ 2x_1 + x_3 = 3; \end{cases}$  методом Крамера.

6. *Операции с векторами на плоскости.*

Даны векторы  $\vec{a}(1;2)$  и  $\vec{b}(-2;1)$ . Найти:

- 6.1. длины этих векторов;
- 6.2.  $5\vec{a} - 2\vec{b}$ ;
- 6.3. скалярное произведение данных векторов и угол между ними.

7. *Операции с векторами в пространстве*

Даны векторы  $\vec{a} = -7\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$  и  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ . Найти:

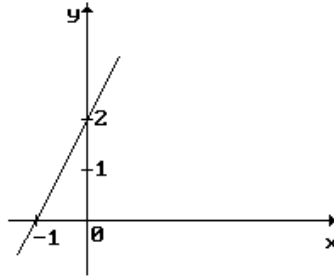
- 7.1. длины этих векторов;
- 7.2.  $\vec{a} - 3\vec{b}$ ;
- 7.3. скалярное произведение данных векторов и угол между ними.

8. *Векторное и смешанное произведение векторов.*

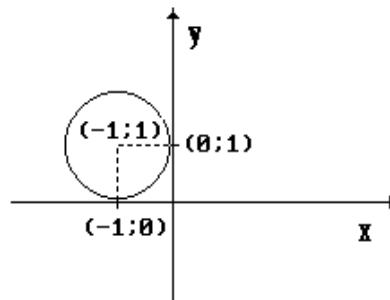
8.1. Определить объём параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a}(1;0;1)$ ,  $\vec{b}(4;-1;-1)$ ,  $\vec{c}(1;0;1)$ .

9. *Прямые и окружности на плоскости.*

9.1. Составить уравнение прямой, представленной на рисунке.



- 9.2. Определить угловой коэффициент "k" и величину отрезка "b", отсекаемого прямой  $x + 2 \cdot y + 6 = 0$  на оси ОУ.
- 9.3. Даны уравнения прямых:  
а)  $x + y + 1 = 0$ ; б)  $x + y = 0$ ; в)  $2 \cdot x + y + 2 = 0$ ; г)  $y = 2 \cdot x$   
Какие из заданных прямых параллельны?
- 9.4. Составить уравнение прямой, если известно, что прямая проходит через точку  $M(1;1)$  и имеет угловой коэффициент  $k=1$ .
- 9.5. Найти длину отрезка, заключенного между точками пересечения прямой  $3y + 4x - 12 = 0$  с осями координат.
- 9.6. Определить угол между прямыми  $x - 2y - 2 = 0$  и  $y = -2x + 3$ .
- 9.7. Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $(1;2)$  и  $(2;3)$ .
- 9.8. Определить, с какими из прямых а)  $y=3$ ; б)  $y=-x$ ; в)  $x=5$ ; г)  $y=2x$  пересекается окружность  $x^2 + y^2 = 25$ .
- 9.9. Определить координаты центра и радиус окружности  $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$ .
- 9.10. Определить координаты центра окружности, заданной уравнением  $x^2 + y^2 - 2y - 10 = 0$ .
- 9.11. Составить каноническое уравнение окружности, представленной на рисунке.



## 10. Кривые второго порядка

- 10.1. Определить координаты фокусов эллипса  $25x^2 + 9y^2 = 900$ .
- 10.2. Определить координаты фокуса и уравнение директрисы параболы  $x^2 = 4y$ .
- 10.3. Определить, какая кривая задается уравнением:
- $x^2 - 2x + y^2 - 4y - 8 = 0$ ;
  - $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$ ;
  - $4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$ ;
  - $y^2 - 4x = 0$ .

## 11. Прямые, плоскости и сферы

- 11.1. Определить, какое из уравнений а)  $2x - 3y + z + 1 = 0$ ; б)  $x + 2y - 6 = 0$ ; в)  $x + 3y = 0$  определяет плоскость, параллельную оси ОZ.
- 11.2. Найти координаты нормального вектора к плоскости  $2 \cdot x - 3 \cdot y + z - 6 = 0$ .

- 11.3. Определить взаимное расположение прямых  $\frac{x-2}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-2}$  и  $\begin{cases} x = 5 - 8k \\ y = 4 - 6k \\ z = 3 + 4k \end{cases}$ .

## 12. Функции

- 12.1. Определить на какое множество функция  $y = \sqrt{x - x^2}$  отображает множество  $(0; 1)$ .
- 12.2. Определить на какое множество функция  $y = \frac{1}{x-1}$  отображает множество  $(0; 2)$ .

## 13. Пределы дробно-рациональных функций и замечательные пределы

Вычислить пределы:

13.1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$ .

13.2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 5}{x + 8x^3}$

13.3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$ .

## 14. Дифференцируемость функции

- 14.1. Вычислить значение производной функции  $y = x^2$  в точке  $x_0 = 2$ .

## 15. Производные элементарных функций

- 15.1. Найти производную функции  $y = \sin(\ln(3x - 5))$ .

## 16. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной

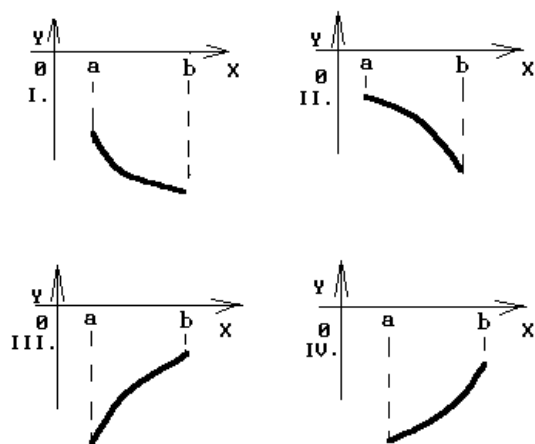
- 16.1. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = x + \frac{1}{x}$  в точке  $(1; 2)$ .

## 17. Возрастание, убывание, экстремумы функции одной переменной.

- 17.1. Исследовать на экстремум функцию  $y = 2x^2 + 6x - 7$ .
- 17.2. Определить наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x^2 - 1$  на отрезке  $[1; 10]$ .

## 18. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба функции одной переменной

- 18.1. График какой функции на всем отрезке  $[a, b]$  одновременно удовлетворяет трем условиям:  $y < 0$ ;  $y' < 0$ ;  $y'' > 0$ ?



## 2 семестр.

### 1. Табличные интегралы

1.1. Вычислить интеграл  $\int (\frac{1}{x^2 + 1} + x) dx$ .

1.2. Вычислить интеграл  $\int (\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}) dx$ .

1.3. Вычислить интеграл  $\int (\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x}) dx$ .

1.4. Вычислить интеграл  $\int (x^{\frac{1}{3}} + \frac{6}{x^2 + 1} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}) dx$ .

1.5. Вычислить интеграл  $\int (\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} - \frac{2}{\sqrt[4]{x+2}} + \frac{3}{\sqrt[6]{x+3}}) dx$ .

### 2. Интегрирование подстановкой

2.1. Вычислить интеграл  $\int (\frac{e^x}{(e^x + 1)^3} - \frac{2}{x^2} + x^3) dx$

2.2. Вычислить интеграл  $\int (tg(x) + ctg(x) - \sin(12x)) dx$

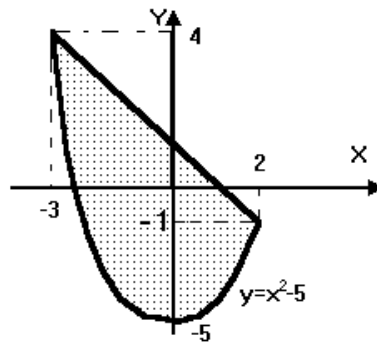
2.3. Вычислить интеграл  $\int (\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 2}}) dx$

### 3. Интегрирование по частям

3.1. Вычислить интеграл  $\int (x \cdot \sin(x) - 2x \cdot e^x) dx$

### 4. Геометрический смысл интеграла

4.1. Каким интегралом задается площадь заштрихованной части фигуры, изображенной на чертеже?



4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3 - 1$ ,  $y = 0$  и  $x = 2$

4.3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ .

## 5. Дифференциальные уравнения

5.1. Найти общие решения однородных уравнений:

1)  $y'' - 2y' + 5y = 0$       2)  $y'' - 5y' + 6y = 0$       3)  $y'' + 4y' + 13y = 0$

## 6. Числовые и функциональные ряды

6.1. Исследуйте сходимость числовых рядов с помощью признаков сравнения:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 4n - 1}{3n^3 + 4}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 3}{4n^4 + \sqrt{n} + 1}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + \sqrt{n} + 3}{n\sqrt{n}}$ ;

6.2. Исследуйте сходимость числовых рядов с помощью признаков Даламбера и Коши:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{2^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + 6n + 3}{3^{n-1}(2n + 7)}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n/2}}{3^{5n+1}(n^2 + 3)}$ ;

г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n + 1)!}$

6.3. Найдите область сходимости функциональных рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{x+3}}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 1}{n^{2x^2 - 3x + 2}}$ ;      в)  $\sum_{n=0}^{\infty} (2x + 3)^n$ .      г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 6x + 12)^n}{4^n(n^2 + 1)}$

## 7. Теория вероятностей и математическая статистика

*Решить задачи*

1. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найдите вероятность того, что набраны нужные цифры.
2. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найдите вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.
3. Выборка объёмом  $n = 200$  распределена по 10 интервалам длиной  $h = 0,2$  и с центрами в точках  $x_i^*$ . В результате получен следующий группированный статистический ряд:

$x_i^*$	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1
---------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$n_i$	6	9	26	25	30	34	24	21	18	7
-------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	---

Требуется:

- а) построить полигон, гистограмму, график эмпирической функции распределения;
- б) вычислить выборочные среднее  $\bar{x}$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ ;