Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

26.03.02 КОРАБЛЕСТРОЕНИЕ, ОКЕАНОТЕХНИКА И СИСТЕМОТЕХНИКА ОБЪЕКТОВ МОРСКОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ
Профиль программы
«КОРАБЛЕСТРОЕНИЕ»

ИНСТИТУТ морских технологий, энергетики и строительства
РАЗРАБОТЧИК кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1: Способен использовать основные законы естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК-1.1: Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной, теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории вероятностей и математической статистики	Математика: (раздел «Теория вероятностей и математическая статистика»)	Знать: - фундаментальные (базовые) понятия и определения теории вероятностей и математической статистики; - логику вероятностных отношений в недетерминированных условиях; - основные методы теории вероятностей и математической статистики, применяемые для решения типовых задач; - основы статистического анализа массовых явлений; *Уметь:* - осуществлять постановку задач вероятностного содержания, - строить алгоритм решения конкретной типовой задачи, выбирать метод ее решения и обосновывать свой выбор, - выбирать оптимальный метод решения задачи, оценивать полученный результат, строить простейшие математические модели прикладных и профессиональных задач, - получать вероятные оценки искомых параметров изучаемых процессов и явлений с заданным уровнем значимости, - пользоваться стандартными приемами прогноза событий и общепринятыми таблицами классических стандартных распределений, - оценивать уровень достоверности разнородных групп данных, определять необходимый объем исходной информации для получения надежных результатов; *Владеть:*

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			- математической символикой, основными способами представления математической информации (аналитическим, графическим, символьным, словесным и др.), определением области применения математического знания к решению конкретной задачи, - навыками работы с типовыми пакетами программ статистического анализа и обработки экспериментальных данных, - методами построения математических моделей и их исследования в различных сферах профессиональной деятельности, математическими знаниями, как структурно-ванной информацией

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольной работе.

2.3 К оценочным средствам промежуточной аттестации в форме экзамена относятся:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении № 1. Шкала оценивания тестовых заданий основана на пятибалльной системе:

– Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 85% заданий.

– Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 75% заданий.

– Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

– Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

3.2. Темы и примеры заданий по темам практических занятий приведены в приложении №2. Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на пятибалльной системе.

– Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

– Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но имеется одна ошибка.

– Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но имеется не более двух ошибок.

– Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

3.3. Типовые задания по контрольной работе приведены в приложении №3. Шкала оценивания результатов выполнения контрольной работы основана на пятибалльной системе.

– Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

– Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но имеется одна ошибка.

– Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но имеется не более двух ошибок.

– Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена. Сдача экзамена осуществляется по билетам, состоящим из двух вопросов и трех практических заданий.

Перечень типовых экзаменационных вопросов и заданий приведен в приложении №4.

Оценивание экзамена проводится по пятибалльной системе в соответствии со следующими критериями:

– Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

– Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

– Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знание только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

– Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры, профиль «Кораблестроение».

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий (протокол № 6 от 04.03.2022 г.).

И.о. заведующего кафедрой А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры кораблестроения (протокол № 6а от 25.04.2022 г.)

Заведующий кафедрой ________________ С.В. Дятченко

Приложение № 1

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ
Вариант №1

Вопрос №1. В комбинаторике по формуле $\frac{n!}{(n-m)!}$ рассчитывают:

1. сочетания без повторений из $\boldsymbol{n}$ различных элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов
2. сочетания с повторениями из $\boldsymbol{n}$ различных элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов
3. размещения с повторениями из $\boldsymbol{n}$ различных элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов
4. размещения без повторений из $\boldsymbol{n}$ различных элементов по $\boldsymbol{m}$ элементов

Вопрос №2. Событие называется достоверным, если:

1. его вероятность близка к единице
2. при заданном комплексе факторов оно может произойти
3. при заданном комплексе факторов оно обязательно произойдет
4. вероятность события не зависит от причин, условий, испытаний

Вопрос №3. Формула Бернулли имеет вид:

1. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(k),\ q = 1 - p$
2. $P_n(k) = \frac{(np)^k}{k!}e^{-np}$
3. $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k},\ q = 1 - p$
4. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Phi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right),\ q = 1 - p$

Вопрос №4. Имеется 5 городов, каждый из которых соединен с каждым дорогой, не проходящей через остальные города. Общее количество дорог равно:

1. 15
2. 60
3. 10
4. 25

Вопрос №5. Подброшены две игральные кости. Вероятность того, что выпала хотя бы одна единица, равна:

1. 0/36
2. 1/4
3. 1/12
4. 11/36

Вопрос №6. Распределение непрерывной случайной величины *X*, заданной плотностью вероятности:

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a;b] \\ 0, & x \notin [a;b] \end{cases}$, называют:

1.равномерным
2.показательным
3.биномиальным
4.нормальным

Вопрос №7. В законе распределения Пуассона для расчета вероятностей значений случайной величины **X** применяют формулу:

1. $P(X=m)=\frac{\lambda^m}{m!}e^m$
2. $P(X=m)=\frac{\lambda^m}{m!}e^\lambda$
3. $P(X=m)=\frac{\lambda^m}{m!}e$
4. $P(X=m)=\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$

Вопрос №8. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0 \quad при \ x\le -1, \\ \frac{3x}{4}+\frac{3}{4} \quad при \ -1<x\le\frac{1}{3}, \\ 1 \quad при \ x>\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $\left(0;\ \frac{1}{3}\right)$, равна:

1. 0
2. 1
3. $\frac{1}{3}$
4. $\frac{1}{4}$

Вопрос №9. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

X	2	3	6	8
p	**a**	0,2	**b**	**c**

Тогда значения ***a, b, c*** **НЕ** могут быть равны:

1. **a**=0,3 **b**=0,3 **c**=0,2
2. **a**=0,2 **b**=0,2 **c**=0,2
3. **a**=0,4 **b**=0,3 **c**=0,1
4. **a**=0,4 **b**=0,2 **c**=0,2

Вопрос №10. Соответствие между возможными значениями двумерной случайной величины (x_i, y_j) и вероятностями их реализации p_{ij} называется:

1. законом распределения
2. условной вероятностью
3. плотностью распределения
4. функцией распределения

Вопрос №11. Задано статистическое распределение выборки объема $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$:

x_i	x_1	x_2	…	x_k
n_i	n_1	n_2	…	n_k

Выборочное среднее $\overline{x}_в$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{x_1+x_2+\cdots+x_k}{n}$
2. $\frac{x_1+x_k}{2}$
3. $\frac{x_1 \cdot n_1+x_k \cdot n_k}{n}$
4. $\frac{x_1 \cdot n_1+x_2 \cdot n_2+\cdots+x_k \cdot n_k}{n}$

Вопрос №12. Сумма доверительной вероятности и уровня значимости равна:

1. 1
2. неотрицательному числу
3. 0
4. числу из интервала от 0 до 1

Вопрос №13. Оценка $\widetilde{\boldsymbol{\theta}}$ параметра $\boldsymbol{\theta}$ распределения генеральной совокупности, для которой выполнено равенство $\boldsymbol{M}(\widetilde{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{\theta}$, называется:

1.состоятельной
2. эффективной
3. несмещенной
4. асимптотически несмещенная

Вопрос №14. Для случайной величины X, распределенной по закону Пуассона, центральный момент второго порядка равен:

1. np
2. λp
3. λ
4. npq

Вопрос №15. При построении доверительного интервала для генеральной доли (вероятности p) его центром является:

1. выборочная средняя $\overline{x}$
2.выборочная дисперсия s^2
3. относительная частота $\frac{m}{n}$
4. исправленная выборочная дисперсия s_0^2

Вариант №2

Вопрос №1. Размещения – это:

1. возможность переставлять местами набор элементов
2. комбинации, составленные выбором из различных элементов различных элементов, отличающиеся либо составом элементов, либо порядком их следования
3. комбинации *m* элементов из *n* элементов, отличающиеся составом или порядком следования, причем выбранный элемент возвращается на место и может участвовать в дальнейшем выборе
4. комбинации, составленные выбором различных элементов из различных элементов, отличающиеся только составом (но не порядком следования)
5. комбинации, составленные из одних и тех же элементов и отличающиеся порядком их следования

Вопрос №2. Утверждение «Противоположные события всегда составляют полную группу»:

1. верно
2. зависит от природы случайных событий
3. неверно
4. верно только для независимых событий

Вопрос №3. На 9 карточках написаны цифры от 1 до 9. Вероятность того, что число, составленное из двух наугад взятых карточек, делится на 18, равна:

1. 1/9
2. 1/18
3. 1/3
4. 1/36

Вопрос №4. Число телефонных номеров из 6 цифр, при условии, что любая цифра может повторяться, равно:

1. 999 999
2. 998 900
3. 999 000
4. 1 000 000

Вопрос №5. Из пяти задолжников в академической ректор вызвал через старосту трех студентов. Староста забыл фамилии вызванных студентов и послал наудачу трех студентов. Вероятность того, что к ректору явятся именно вызванные им студенты, равна:

1. 0,2
2. 0,1
3. 0,25
4. 1/3

Вопрос №6. Функцией распределения случайной величины является:

1. $F(x) = P(X > x)$
2. $f(x) = F'(x)$
3. $F(x) = f'(x)$
4. $F(x) = P(X < x)$

Вопрос №7. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

X	-1	2	4
p	0,1	**a**	**b**

Тогда $M(X)$=3,3, если:

1. **a**=0,1 **b**=0,8
2. **a**=0,1 **b**=0,9
3. **a**=0,8 **b**=0,1
4. **a**=0,2 **b**=0,7

Вопрос №8. Плотность распределения случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le -2, \\ \frac{1}{5} & \text{при } -2 < x \le 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Тогда вероятность попадания X в интервал $(0{,}5;\ 1)$ равна:

1. 0,2
2. 0,1
3. 0,4
4. 0,25

Вопрос №9. Время ожидания автобуса есть равномерно распределенная в интервале (0; 6) случайная величина X. Среднее время ожидания очередного автобуса равно:

1. 6
2. 3
3. 2
4. 1/4

Вопрос №10. Закон больших чисел утверждает, что:

1. при большом числе испытаний вероятность реализации случайного события становится близкой к единице
2. поведение произведения достаточно большого количества случайных величин становится почти закономерным
3. при большом числе испытаний средняя величина неограниченно возрастает
4. поведение суммы достаточно большого количества случайных величин становится почти закономерным

Вопрос №11. Выборка наблюдений, представленная в порядке возрастания, называется:

1. упорядоченным рядом
2. вариационным рядом
3. упорядоченной выборкой
4. статистическим рядом

Вопрос №12. Проведено 3 измерения некоторой случайной величины (в мм): 10; 12; 14. Тогда **несмещённая** выборочная оценка дисперсии равна:

1. 3
2. 4
3. 12
4. 10

Вопрос №13. При построении доверительного интервала для вероятности биномиально распределенного генерального признака в случае больших выборок используют распределение:
1. хи-квадрат
2. Стьюдента
3. Фишера
4. нормальное

Вопрос №14. Непараметрической гипотезой является предположение о:
1. неизвестном законе распределения генеральной совокупности
2. равенстве двух средних генеральных совокупностей
3. равенстве двух дисперсий генеральных совокупностей
4. равенстве дисперсии и математического ожидания

Вопрос №15. Левосторонняя критическая область принятия гипотезы может быть определена из соотношения:
1. $P(-x_{крит} < X < x_{крит.}) = \gamma$
2. $P(X < -x_{крит}) + P(X > x_{крит}) = \alpha$
3. $P(X < -x_{крит}) = \alpha$
4. $P(X > x_{крит}) = \alpha$

Вариант №3

Вопрос №1. В магазине продаются 8 сортов роз. Покупатель просит составить букет из 5 роз. Число комбинаций различных сортов роз в букете рассчитывается по формуле:
1. сочетания без повторений
2. сочетания с повторениями
3. размещения с повторениями
4. размещения без повторений

Вопрос №2. Вероятности событий *A* и *B* равны соответственно 0,3 и 0,4. Вероятность их суммы, если вероятность их произведения 0,1, равна:
1. 0,6
2. 0,12
3. 0,7
4. 0,4

Вопрос №3. В группе из 20 студентов 4 отличника и 16 хорошистов. Вероятности успешной сдачи сессии для них соответственно равны 0,9 и 0,65. Вероятность того, что наугад выбранный студент успешно сдаст сессию, равна:
1. 7/10
2. 9/20
3. 7/20
4. 9/10

Вопрос №4. Число четырехбуквенных слов, которые можно образовать из букв слова «around», равно:
1. 360
2. 1440
3. 720;
4. 180

Вопрос №5. Из промежутка [0; 2] наугад выбирается два числа. Вероятность того, что их сумма больше 2, равна:

1. 0,75
2. 0,25
3. 0,125
4. 0,5

Вопрос №6. **НЕ** является дискретной случайная величина:

1. масса наудачу взятой монеты
2. число попыток пересдач экзамена по теории вероятностей
3. количество «орлов» при подбрасывании 10 монет
4. число выпавших очков при подбрасывании двух игральных кубиков

Вопрос №7. Случайная величина X принимает целые неотрицательные значения от 0 до 5 с вероятностями

$$P(X=m)=C_5^m\cdot 0{,}9^m\cdot 0{,}1^{5-m}.$$

Тогда значение *D(2X+3)* равно:

1. 2,7
2. 0,2
3. 1,2
4. 1,8

Вопрос №8. Если возможные значения непрерывной случайной величины X принадлежат интервалу $(a,\ b)$, то можно утверждать, что:

1. $f(x) = 0,\ x>b$
2. $f(x) = 0,\ x>a$
3. $f(x) = 1,\ a<x<b$
4. $f(x) = 1,\ x>b$

Вопрос №9. Функция распределения непрерывной случайной X величины имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ x & \text{при } 0<x\le 1,\\ 1 & \text{при } x>1.\end{cases}$$

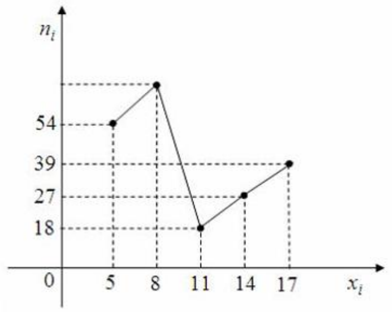
Тогда значение *D(X)* равно:

1. 2/13
2. 1/12
3. 1/13
4. 1/14

Вопрос №10. В данной местности среднее значение скорости ветра у земли равно **4 м/с**. Вероятность ***p*** того, что в заданный день скорость ветра при одном наблюдении окажется более **25 м/с**, можно оценить как:

1. ***p*** <= 0,16
2. ***p*** <= 0,08
3. ***p*** > 0,16
4. ***p*** >0,08

Вопрос №11. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n =200, полигон частот которой имеет вид:



Тогда относительная частота варианты x_2=8 равна:

1. 0,32
2. 0,69
3. 0,62
4. 0,31

Вопрос №12. Интервальная оценка математического ожидания нормально распределенного количественного признака (8,4; 9,2). Выборочное среднее равно:

1. 8,8
2. 8,6
3. 9,0
4. 8,75
5. недостаточно данных

Вопрос №13. Доверительный интервал (θ^*- δ, θ^*+ δ) для параметра θ определяется по:

1. заданному значению δ и значению θ^*, которое находится из соотношения $P(|\theta^*-\theta|<\delta)=\gamma$
2. определенному из выборки θ^* и значению δ, которое находится из соотношения $P(|\theta^*-\theta|< \delta) = \gamma$
3. заданной доверительной вероятности γ и по ее выборочным данным δ и θ^*
4. определенным из выборки значениям δ и θ^*

Вопрос №14. При проверке статистических гипотез ошибка первого рода состоит в том, чтобы:

1. отвергнуть правильную нулевую гипотезу
2. принять нулевую и альтернативную гипотезы
3. отвергнуть нулевую и альтернативную гипотезы
4. принять неправильную нулевую гипотезу

Вопрос №15. Если альтернативная гипотеза имеет вид H_1: $a \neq 20$, критическая область будет:

1. двусторонней
2. левосторонней
3. правосторонней
4. отсутствовать

Приложение №2

ТИПОВЫЕ ТЕМЫ И ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМАМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Типовые темы

Раздел «Случайные события»

Тема 1. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Различные подходы к введению понятия вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Тема 2. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.

Раздел «Случайные величины»

Тема 3. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства

Тема 4. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

Раздел «Математическая статистика»

Тема 5. Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей.

Тема 6. Статистическое оценивание параметров распределения (точечные, интервальные оценки).

Тема 7. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора. Нахождение доверительных интервалов при нормальном распределении Статистическая проверка статистических гипотез. Виды гипотез. Методы проверки Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические оценки параметров распределения.

Тема 8. Элементы корреляционного анализа. Регрессионный анализ.

Типовые задания

1. 5 защитников и 3 нападающих делятся на 2 команды по 4 человека. Сколько способов деления существует, если в каждой команде должен быть хотя бы 1 нападающий?
2. В магазине продают конфеты 5 сортов. Сколько вариантов букетов по 8 цветов в каждом можно составить?
3. Бросают 4 игральных кубика. Найти вероятность, что A={на двух кубиках выпадет совпадающее число очков, на остальных – разное и отличное от двух других}, B={на всех 4 кубиках выпадет разное число очков}
4. Из букв слова «ЗАДАЧА» выбирают три буквы без возвращения. Найти вероятность: A={Среди выбранных две буквы А}, B={Среди выбранных хотя бы одна буква А}, C={Среди выбранных нет буквы А}
5. В круг радиуса R=3 вписан правильный треугольник. Найти вероятность попадания в треугольник наудачу брошенной в круг точки.

6. Стержень длины разломан на 3 части в двух наугад выбранных точках. Найти вероятность составления из полученных отрезков треугольника.
7. В урне 6 белых и 4 черных шара. Последовательно достают по одному шару до появления черного. Найти вероятность, что потребуется не менее 4 извлечений, если выбор а) с возвращением, б) без возвращения.
8. Производят три независимых измерения. Вероятность ошибки при каждом из них соответственно равны 0.1, 0.15 и 0.2. Найти вероятность того, что будет допущено не более двух ошибок.
9. Подготовка к экзамену содержит две темы по 10 вопросов в каждой. Студент знает ответы на 9 вопросов из первой темы и на 8 – из второй темы. Для сдачи экзамена нужно ответить на один вопрос. Найти вероятность, что:
   а) студент сдаст экзамен;
   б) студент не сдал экзамен, отвечая на вопрос из 2 темы.
10. Оценить шансы на успех трех игроков: первому нужно получить хотя бы одну «6» при бросаниях кости 6 раз, второму – не менее двух «6» при 12 бросаниях, третьему – не менее трех «6» при 18 бросаниях.
11. ДСВ X – число выпадений 6 очков при 4 бросаниях игральной кости. Для X:
   а) составить ряд распределения, построить полигон распределения.
   б) составить функцию распределения F(x) и ее график;
   в) найти M(x), D(x); σ(x); моду.
12. Известна f(x) для НСВ

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1; \\ bx^2, & 1<x\le 2; \\ 0, & x>2. \end{cases}$$

Найти b, F(x), M(X), D(x), P(1<X<1,75). Построить графики F(x), f(x). Вероятность попадания в заданный интервал отметить на обоих графиках.

13. Закон распределения 2ДСВ (X,Y) задан таблицей

X	Y: –1	Y: 0	Y: 2
0	0,1	0,1	?
1	0,1	0,2	0,1
2	0,1	0,1	0,1

Найти:
а) безусловные законы распределения X и Y
б) условный закон распределения X|Y=0
в) проверить зависимость X и Y,
г) проверить коррелированность X и Y,
д) записать уравнение регрессии X на Y и Y на X.

14. Плотность распределения 2НСВ задана выражением

$$f(x,y)=\begin{cases} C\left(x^4+y^4\right) & \text{при} \quad 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти:
а) параметр C,
б) одномерные плотности $f_X(x)$ и $f_Y(y)$,
в) проверить зависимость X и Y,
г) найти коэффициент корреляции.

15. Диаметр круга x измерен приближенно, причем. Рассматривая диаметр как случайную величину X, распределенную равномерно в интервале (a,b), найти математическое ожидание и дисперсию площади круга.
16. Для новогоднего праздника Петя должен сделать гирлянду из 400 электрических лампочек. Он решает включить их параллельно. Лампочки оказались очень низкого качества – вероятность того, что какая-либо из них погаснет во время праздника, составляет 0,5. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что число горящих лампочек будет заключено между 100 и 300.
17. По извлеченной случайной выборке генеральной совокупности величины X

объема n=50 провести обработку статистических данных:
- получить интервальный ряд,
- построить полигон и гистограмму относительных частот,
- найти эмпирическую функция распределения и кумуляту,
- оценить моду, медиану,
- вычислить числовые характеристики (среднее, дисперсию, с/кв отклонение, эксцесс E, асимметрию A,
- проверить интервалы существенных значений A и E,
- выдвинуть предположение о распределении генеральной совокупности,
- выполнить аналогичные расчеты через встроенную надстройку Excel Анализ данных

18. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке x_1 x_2 , , , x_n точечную оценку параметра p геометрического распределения: $P(X=x_i)=(1-p)^{x_i-1}p$, , где x_i - число испытаний, произведенных до появления события, p - вероятность появления события в одном испытании (в общем виде, ДСВ, перемножаем вероятности двух событий).
19. Среди 250 деталей, изготовленных станком-автоматом, оказалось 32 нестандартных. Найти доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,99 неизвестную вероятность *p* изготовления станком нестандартной детали.
20. По данным двух выборок нормального закона распределения проверить гипотезу о равенстве генеральных средних (при конкурирующей гипотезе об их неравенстве) при уровне значимости α = 0.1.

Приложение №3

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Очная форма обучения

Раздел «Случайные события»

1. В партии из 80 банок 6 оказалось нестандартными. Найти вероятность того, что две взятые подряд банки окажутся нестандартными.
2. В ящике 10 заклепок: 5 железных, 3 латунных и 2 медных. Взяли наудачу 2 заклепки. Какова вероятность того, что обе они из одного материала.
3. Вероятность того, что телевизор в течение гарантийного срока потребует ремонта, равна 0,2. Найти вероятность того, что из 6 проданных телевизоров в течение гарантийного срока А – потребуют ремонта не более одного Б – хотя бы один не потребует ремонта.
4. Посажено 900 семян кукурузы. Вероятность прорастания отдельного семени равна 0,8. Найти вероятность того, что взойдет не менее 700 ростков кукурузы.
5. Произведено 200 независимых испытаний. Вероятность осуществления события А В каждом из которых равна 0,6. Какова вероятность того, что событие осуществится: а) ровно 200 р ,б) от 180 до 190 раз, в) не менее 200 раз.

Раздел «Случайные величины»

1. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	11.3	11.6	12.4	13.2
P	0.5	0.1	0.2	0.2

Найти M(X) D(X) и G(X) Построить график F(X)

2. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ x/5 & 0 < x \le 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

Найти дифференциальную функцию f(x), Найти M(X), D(X) и σ (X). Найти $P(3<x<4)$ Построить график F(X)и f(X).

Раздел «Математическая статистика»

В ходе проведения экспериментов получен следующий набор данных для указанных ниже вариантов. Составить интервальный вариационный ряд, определить среднюю выборочную, выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение выборки. Найти моду и медиану интервального вариационного ряда. Найти 95% доверительный интервал для истинного среднего значения. Построить гистограмму относительных частот.

17,2 10,6 18,9 17,5 14,6 14,1 12,6 21,1 15,5 18,2
17,8 10,4 13,7 13,2 18,7 15,7 16,3 14,8 13,8 15,8
15,4 16,9 14,7 15,3 13,4 17,3 15,4 13,5 15,8 17,8
20,0 18,2 15,3 16,6 16,7 14,5 14,0 17,4 17,2 15,2
16,6 13,6 17,9 13,9 12,9 15,5 17,0 12,7 16,4 14,8
15,3 16,4 16,4 15,7 14,2 13,6 17,9 16,5 15,4 15,6
15,4 17,0 16,9 15,2 16,1 15,9 14,3 14,2 18,0 15,9
17,6 16,3 15,0 14,4 17,3 16,4 14,7 12,3 15,1 15,9
16,7 16,4 15,5 16,7 15,7 15,1 17,7 15,4 11,0 12,5
13,2 14,5 15,4 16,4 15,2 16,6 17,8 15,3 16,1 16,2

Заочная форма обучения

1. В каждой из двух урн содержится по 6 черных шаров и по 4 белых. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.
2. На заводе имеется N=5 цехов. Вероятность того, что некачественная деталь отсутствует в этих цехах, одинакова и равна p=0,2. Составить закон распределения числа цехов, на которых искомая деталь отсутствует в данный момент. Построить многоугольник распределения. Найти дисперсию и среднеквадратичное отклонение числа цехов, на которых искомая деталь отсутствует в данный момент.
3. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1 = 0{,}1$возможного значения x_1 , математическое ожидание M(X)=3,9 и дисперсия D(X)=0,09 . Найти закон распределения этой случайной величины.
4. Случайная величина X задана интегральной функцией (функцией распределения) F(x). Требуется: 1) найти дифференциальную функцию (плотность вероятности); 2) найти математическое ожидание и дисперсию X; 3) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{100} & 0 < x \le 10 \\ 1 & x > 10 \end{cases}$$

5. Заданы среднее квадратичное отклонение σ=10 нормально распределенной случайной величины X, выборочная средняя $\bar{x}$ =18,61 , объем выборки n=16. Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания a с заданной надежностью γ=0,95.

Приложение №4

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Случайные события. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.
2.Произведение событий. Зависимые и независимые события. Теоремы умножения вероятностей.
3.Сумма событий. Теоремы сложения.
4.Следствия из теорем сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.
5.Основные формулы комбинаторики. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
6.Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
7.Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности события в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
8.Дискретные случайные величины. Закон распределения. Числовые характеристики и их свойства.
9.Биномиальный, геометрический, гипергеометрический законы распределения
Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
10.Интегральная функция распределения и ее свойства.
11.Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности) и ее свойства.
12.Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
13.Равномерный закон распределения.
14.Показательный закон распределения. Функция надежности.
15.Нормальный закон распределения. Вероятность попадания значений случайной величины и заданный интервал для нормального закона.
16.Вероятность отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания для нормального закона. Правило трех сигм.
17.Понятие о начальных и центральных моментах распределения.
18.Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.
19.Понятие о законе больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.
20.Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
21.Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма.
Числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, размах, мода, медиана. Методы их вычисления.
22.Оценка неизвестных параметров распределения. Точечные оценки. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. «Исправленная дисперсия».
23.Интервальные оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность.
24.Доверительный интервал для математического ожидания при известной генеральной дисперсии нормального распределения.
25.Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии нормального распределения.
26.Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения
27.Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Критическая область.
28.Проверка гипотезы о нормальном распределении изучаемой случайной величины. Критерий Пирсона.

29.Функциональная, статистическая, корреляционная зависимости Линейная корреляция. Уравнение регрессии. Коэффициент регрессии

30.Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент (ковариация). Коэффициент корреляции и его свойства.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.
2. В каждой из двух урн содержится 8 черных и 2 белых шара. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется черным.
3. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; для второго и третьего стрелков эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что: 1) только один из стрелков поразит цель; 2) только два стрелка поразят цель; 3) все три стрелка поразят цель.
4. Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает 2 вопроса, содержащиеся в его экзаменационном билете.
5. Две команды по 20 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номеров участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что братья будут участвовать в соревновании под одним и тем же номером
6. Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна 0,99. Найти вероятность четырех попаданий при пяти выстрелах.
7. От аэровокзала отправились 2 автобуса-экспресса к трапам самолетов. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса в аэропорт равна 0,95. Найти вероятность того, что: 1) оба автобуса прибудут вовремя; 2) оба автобуса опоздают, 3) только один автобус прибудет вовремя; 4) хотя бы один автобус прибудет вовремя.
8. Вероятность появления событий в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие наступит 60 раз в 100 испытаниях.
9. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие появится не менее 20 и не более 30 раз.
10. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать отклонение относительной частоты появления события от его вероятности не больше, чем на 0,04.
11. Заданы среднее квадратическое отклонение σ= 10 нормально-распределенной случайной величины X, выборочная средняя $x_в$ = 18,21, объем выборки n= 16. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания M(X) с заданной надёжностью γ=0,95.
12. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа нестандартных деталей среди четырёх отобранных.
13. Случайная дискретная величина X принимает три возможных значения: x1=4 с вероятностью p1=0.5; x2=6 с вероятностью p2=0.3 и x3 с вероятностью p3. Найти x3 и p3, зная, что M(X)=8.
14. Случайная дискретная величина задана рядом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0.2	0.1	0.2	0.2	0.3

Найти функцию распределения F(x) и построить её график. Найти дисперсию D(2X).

15.Дана функция распределения непрерывной случайной величины X.

$$F(x)=\begin{cases}0, если\cdot x\le 0,\\ \sin x, если\cdot 0<x\le \pi/2,\\ 1, если\cdot x>\pi/2.\end{cases}$$

Найти плотность распределения f(x) и построить их графики. Найти вероятность того, что случайная величина X принадлежит промежутку (-π/4; π/4).

16.Найти числовые характеристики случайной величины X, распределённой равномерно в интервале (2;8).

17.Написать плотность и функцию распределения показательного закона, если его параметр 2.5. Построить их графики.

18.Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, если\cdot x\le 0,\\ \cos x, если\cdot 0<x<\pi/2,\\ 0, если\cdot x\ge \pi/2.\end{cases}$$

Найти функцию распределения и построить их графики.

19. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлечённых деталей: а) нет бракованных; б) нет годных.

20. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа нестандартных деталей среди четырёх отобранных.

21. Среди 30 экзаменационных билетов 8 лёгких. Два студента по очереди берут по билету. Какова вероятность того, что студентам достанется не больше одного лёгкого билета?

22. 40% изделий данного предприятия – это продукция высшего сорта. Некто приобрёл 5 изделий, изготовленных на этом предприятии. Чему равна вероятность, что четыре из них высшего сорта?

23. Из 20 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 8-с вероятностью 0.7; 4- с вероятностью 0.6 и 3- с вероятностью 0.5. Найти вероятность того, что наудачу выбранный студент не поразит мишень.

24. Из 30 кинескопов, имеющихся в телевизионном ателье, 7 штук произведены заводам № 1, 15 – заводом № 2, восемь – заводом № 3. Вероятность того, что кинескоп изготовленный заводом № 1, в течение гарантийного срока не выйдет из строя, равна 0.95. Для кинескопа завода № 2 такая вероятность равна 0.9, а для завода № 3 – 0.8. Выбранный наудачу кинескоп выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что это был кинескоп, изготовленный заводом № 3.

25. Вероятность выклева стерляди из икры в искусственных условиях, равна 0.7. Сколько икринок стерляди нужно взять на контроль, чтобы с надёжностью 0,95 можно было ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности выклева не превзойдёт 0,05?

26. Случайная величина X имеет следующую интегральную функцию распределения вероятностей $F(x)=\begin{cases}0, если\cdot x<1,\\ 1-e^{-0.5(x-1)}, если\cdot x\ge 1.\end{cases}$

Требуется: а) найти дифференциальную функцию распределения вероятностей; б) найти вероятность того, что случайная величина X принимает значение из интервала (0,5;2,5)