Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)
Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
0174a99400e2af6fb74dca3b394e65efc4
Владелец: Мельникова Виктория Александровна
Действителен: с 12.04.2023 по 12.04.2024

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»
основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ»

Профиль подготовки
«ЗАЩИТА В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ»

ИНСТИТУТ Морской
РАЗРАБОТЧИК Кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ПК-1: Способен использовать законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач	ПК-1.1: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач	Математический анализ	<u>*Знать:*</u> основные понятия и методы математического анализа (понятие предела последовательности и функции в точке, непрерывности функции в точке и на отрезке, производной и дифференциала функции и их геометрический и физический смысл, понятие монотонности, экстремума функции, асимптот графика функции, понятие предела и непрерывности функции нескольких переменных и ее дифференцируемости, понятие о кратных, криволинейных и поверхностных интегралах, понятие о числовых и степенных рядах и их сходимости); теории дифференциальных уравнений (основные типы дифференциальных уравнений первого и высших порядков, различных видах решения) <u>*Уметь:*</u> Использовать методы математического анализа (вычислять пределы последовательностей и функций, применять производные к исследованию функций и построению их графиков, вычислять интегралы и применять к решению простых прикладных задач, применять различные методы интегрирования дифференциальных уравнений, исследовать сходимость числовых и степенных рядов, использовать их для приближенных вычислений, вычислять основные векторные характеристики и интерпретировать их для конкретных векторных полей) <u>*Владеть*</u>: навыками использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач; навыками работы с учебной и

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			научной литературой; навыками работы с компьютерными математическими прикладными пакетами (Mathcad). Математической символикой, основными способами представления математической информации (аналитическим, графическим, символьным, словесным и др.), определением области применения математического знания к решению конкретной задачи; методами построения простейших математических моделей типовых задач, конкретным представлением словесных задач в математической форме, математической постановкой задачи; методами построения математических моделей и их исследования в различных сферах профессиональной деятельности; основными приемами обработки экспериментальных данных, методами построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; навыками самостоятельного применения методов математического анализа

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по проверочным работам.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и экзамена, относятся:

- задания по контрольным работам;

- экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания

Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

3.1.1. Содержание оценочных средств

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения итогового теста 90 мин.

Варианты тестовых заданий представлены в Приложении № 1.

3.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств

Шкала оценивания основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.2. Задания по темам практических занятий

3.2.1. Общее описание оценочных средств

Задания предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины и представляют собой подборки практических задач.

3.2.2. Содержание оценочных средств

Рекомендуемое содержание практических занятий (подборки задач) по дисциплине размещено в ЭИОС на странице курса (https://eios.bgarf.ru/course/view.php?id=3858) и может варьироваться по усмотрению преподавателя.

3.2.3. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Результаты выполнения заданий оцениваются по четырехбалльной шкале:

- оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

- оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

- оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.3. Задания для проверочных работ

3.3.1. Общее описание оценочных средств

Проверочная работа является элементом системы самостоятельной работы студентов, представляет собой индивидуальное задание для самостоятельного выполнения во внеаудиторное время с целью освоения и закрепления навыков применения теоретического материала к решению практических задач, в том числе прикладных.

Содержание проверочных работ актуализируется и корректируется преподавателем.

3.3.2. Содержание оценочных средств

Образцы заданий проверочных работ по дисциплине приведены в Приложении № 3

3.3.3. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Шкала оценивания основана на двухбалльной системе.

Оценка «зачтено» выставляется, если проверочная работа выполнена с соблюдением правил оформления, расчёты и рисунки полностью отражают цель работы, даются обоснованные выводы по работе; при защите, выполненной проверочной работы обучающийся демонстрирует понимание цели и хода выполнения работы, может дать пояснения по всему содержанию работы.

Оценка «не зачтено» выставляется если расчёты произведены неправильно, графическая часть выполнена небрежно и не отражает выполнение задания на проверочную работу.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 70% заданий.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине (первый семестр) проводится в форме зачета, который выставляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости, контрольной работе.

Промежуточная аттестация по дисциплине (второй семестр) проводится в форме экзамена. К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля, контрольной работе.

4.2 Задания по контрольным работам

Контрольная работа №1 по дисциплине «Математический анализ». Содержательная часть задач соответствует изучаемому в рамках дисциплины разделу «Неопределенный и определенный интегралы».

Контрольная работа №2 по дисциплине «Математический анализ». Содержательная часть задач соответствует изучаемому в рамках дисциплины разделу «Дифференциальные уравнения».

Задания контрольных работ для заочного отделения

Учебным планом предусмотрено выполнение 2 контрольных работ: (контрольная работа №1 (интегральное исчисление функции одной переменной, дифференциальные уравнения); контрольная работа №2 (ряды, дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных, элементы теории поля).

Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств по контрольным работам.

Шкала оценивания основана на двухбалльной системе.

Оценка «зачтено» выставляется при правильном выполнении не менее 70% заданий.

Оценка «не зачтено» выставляется при правильном выполнении менее 70% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 70% заданий.

Образцы типовых заданий по контрольным работам представлены в Приложении № 5.

4.3 Типовые экзаменационные вопросы и задания и приведены в Приложении № 6. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации. Шкала промежуточной аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы. Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность (профиль «Защита в чрезвычайных ситуациях»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры Прикладной математики и информационных технологий (протокол № 6 от 04.03.2022).

И.о. заведующего кафедрой А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры техносферной безопасности и природообустройства секции «Защита в чрезвычайных ситуациях» (протокол № 8 от 22.04.2022).

Заведующий кафедрой В.А. Даниленкова

Приложение № 1

Тесты. по дисциплине «Математический анализ»

Вариант № 1

Вопрос №1. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+4x^4+3x^2+1}{x^6+5x^5-4x}$ равен..

1. 2,
2. 2/5,
3. $+\infty$,
4. 0.

Вопрос №2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x}$ равен…

1. e^2
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(2x)}{2x^2}$ равен…

1. 1
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос№ 4. Для функции $x^2y^2-x-y=a$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=\dfrac{1+2xy^2}{1-2x^2y}$

2. $y'(x)=\dfrac{1+2x^2y^2}{1-2x^2y^2}$

3. $y'(x)=\dfrac{1-2x^2y^2}{1+2x^2y^2}$

4. $y'(x)=\dfrac{1-2xy^2}{1+2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x)=e^{2x}\cdot(1-3x)$ производная $f'(x)$ равна …

1. $f'(x)=-3e^{2x}$,
2. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$,
3. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)+3e^{2x}$,
4. $f'(x)=2e^{2x}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$.

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x=2t+3t^2, \\ y=t^2+2t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=2t$,

2. $y'(x) = 2t + 6t^2$,
3. $y'(x) = 2 + 6t$,
4. $y'(x) = t$.

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ равен …

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$,
3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
4. $\dfrac{\sin^3 x}{3} - \dfrac{\sin^5 x}{5} + C$.

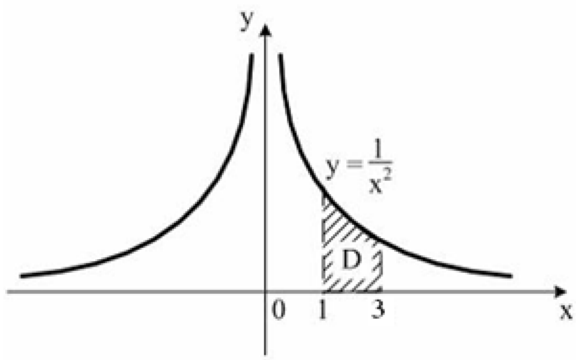
Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \dfrac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$ равен …

1. $\frac{3}{2}\ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x-2) + C$,
2. $\frac{3}{2}\ln(x^2 - 4x + 5) - 2\arcsin(x-2) + C$,
3. $3\ln(x^2 - 4x + 5) - 2arctg(x-2) + C$,
4. $\frac{3}{2}\ln(x^2 - 4x + 5) + 4arctg(x-2) + C$.

Вопрос №9. F(x) – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1}\ln 9$, тогда разность F(2)−F(1) равна …

1. 8,
2. 9,
3. 1,
4. 0.

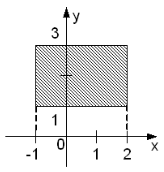
Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции **D** равна …

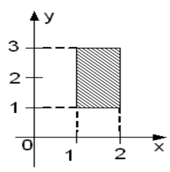


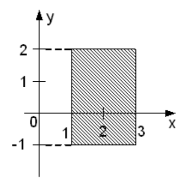
1. $\frac{2}{3}$,
2. $\frac{1}{3}$,
3. $\frac{1}{2}$,

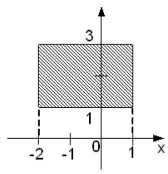
4. 1.

Вопрос №11. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^{2} dx \int_{1}^{3} f(x,y)dy$ является прямоугольник …

1. 

2. 

3. 

4. 

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} dy$ равен …

1. 1,
2. $\frac{1}{2}$,
3. -1,
4. 0.

Вопрос №13. Даны точки ***O***(0;0) и ***A***(2;2). Интеграл $\int_L (x+y)dx$ по ***контуру OA*** равен …

1. 2,
2. 0,
3. 8,
4. 4.

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является….

1. $y' + 2xy = x^3 + 1$,
2. $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$,
3. $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$,
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вопрос №15. Интеграл $\int_L y^2dx + 2xydy$ не зависит от контура интегрирования. Значение интеграла по контуру окружности радиуса ***R*** с центром в начале координат равно …

1. $2\pi R$,
2. 0 ,
3. πR^2 ,
4. R .

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$ ….

1. с разделяющимися переменными,
2. однородное,
3. уравнение Бернулли,
4. линейное.

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция…

1. $y = x\,(x+2)$,
2. $y = x\,(3x+1)$,
3. $y = x\,(2x+1)$,
4. $y = x\,(4x+1)$.

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$ является …

1. $y = Ce^{-3x}\cos 2x$,
2. $y = e^{-3x}\left(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x\right)$,
3. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}$,
4. $y = e^{2x}\left(C_1\cos 3x - C_2\sin 3x\right)$.

Вопрос №19. Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(3)$ равно …

1. 1,
2. 0,
3. 5,
4. 21.

Вопрос №20. Для ряда $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \ldots$ формула n-го члена равна …

1. $u_n = \frac{3}{2^n}$,
2. $u_n = \frac{3}{2n}$,
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$,
4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$.

Вопрос №21. Ряд $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$:

1. знакочередующийся,
2. степенной ряд,
3. знакопеременный,
4. знакоположительный.

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда….

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:

1. признак Коши,
2. признак Даламбера,
3. достаточный признак расходимости,
4. признак Лейбница.

Вопрос № 23. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{\pi}{n}$ (*)…

1.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n} \ (n \to \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

2.
$u_n = \sin\frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n \ (n \to \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

3.
$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty}\sin\frac{\pi}{n} = 0$, $\Rightarrow$ (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.

4.
$u_n = \sin\frac{\pi}{n}$, $v_n = \frac{\pi}{n}$. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_n}{v_n} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin \pi/n}{\pi/n} = 1$, $\Rightarrow$вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.

Вопрос №24. Общий член ряда Маклорена для функции $y = \sin x$ имеет вид…

1. $(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$,
2. $\frac{x^{2n}}{2n+1}$,
3. $\frac{x^{2n+1}}{2n}$,
4. $\frac{x^{n+1}}{3n}$.

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$ линии уровня – это …

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\frac{\pi n x}{e} + b_n \sin\frac{\pi n x}{e})$ коэффициент $\boldsymbol{a_n}$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
2. $\frac{1}{e}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
3. $\frac{1}{e}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
4. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)dx$.

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $\mathrm{u} = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2 - 2\mathrm{xyz}$ равен …

1. $(2x - 2yz)\vec{i} + (2y - 2xz)\vec{j} + (2z - 2xy)\vec{k}$,
2. $2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$,

3. $x\vec{\imath} - y\vec{\jmath} + z\vec{k}$,
4. $x\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$.

Вопрос №28. :Векторное поле $\vec{\boldsymbol{a}}$ будет потенциальным, когда …

1. $\operatorname{div}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
2. $\operatorname{rot}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
3. $\operatorname{grad}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
4. $\frac{\partial\vec{\boldsymbol{a}}}{\partial\boldsymbol{e}} = 0$.

Вопрос №29. Формула $\begin{vmatrix} \vec{\mathrm{i}} & \vec{\mathrm{j}} & \vec{\mathrm{k}} \\ \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}} & \frac{\partial}{\partial \mathrm{y}} & \frac{\partial}{\partial \mathrm{z}} \\ \mathrm{P} & \mathrm{Q} & \mathrm{R} \end{vmatrix}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вопрос №30. Формула $\frac{\partial u}{\partial x}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{\boldsymbol{k}}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вариант № 2

Вопрос №1. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+4x^4+3x^2+1}{x^6+5x^5+4x}$ равен:

1. 2,
2. 2/5,
3. $+\infty$,
4. 0.

Вопрос №2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{4x}$ равен:

1. e^4
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(x)}{2x^2}$ равен:

1. 1/4
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос№ 4. Для функции $x^2y^2 - x - y = 8$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x) = \dfrac{1+2xy^2}{1-2x^2y}$

2. $y'(x)=\dfrac{1+2x^2y^2}{1-2x^2y^2}$

3. $y'(x)=\dfrac{1-2x^2y^2}{1+2x^2y^2}$

4. $y'(x)=-\dfrac{1-2xy^2}{1-2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x)=4e^{2x}\cdot(1-3x)$ производная $f'(x)$ равна …

1. $f'(x)=-3e^{2x}$,
2. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$,
3. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)+3e^{2x}$,
4. $f'(x)=8e^{2x}\cdot(1-3x)-12e^{2x}$.

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x=2t+3t^2, \\ y=2t^2+4t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=2t$,
2. $y'(x)=2t+6t^2$,
3. $y'(x)=2+6t$,
4. $y'(x)=2t$.

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x\cdot\cos x dx$ равен …

1. $3\sin^3 x-5\sin^5 x+C$,
2. $\sin^3 x-\sin^5 x+C$,
3. $-3\sin^3 x-5\sin^5 x+C$,
4. $\dfrac{\sin^3 x}{3}+C$.

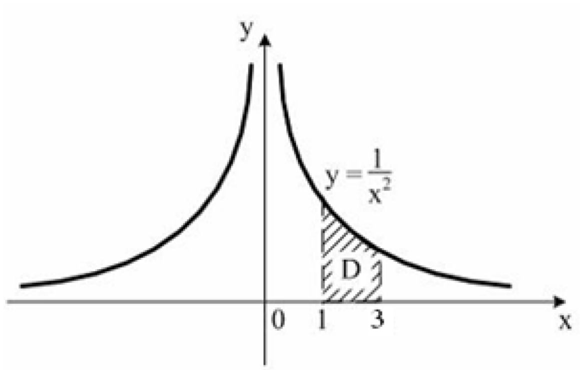
Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int\dfrac{1}{x^2-4x+5}dx$ равен …

1. $\dfrac{3}{2}\ln\left(x^2-4x+5\right)+\arcsin(x-2)+C$,
2. $\dfrac{3}{2}\ln\left(x^2-4x+5\right)-2\arcsin(x-2)+C$,
3. $3\ln\left(x^2-4x+5\right)-2arctg(x-2)+C$,
4. $arctg(x-2)+C$.

Вопрос №9. F(x) – первообразная для функции $f(x)=9^{x-1}\ln 9$, тогда разность F(3)−F(2) равна …

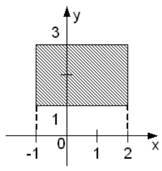
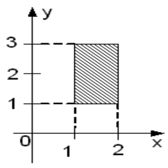
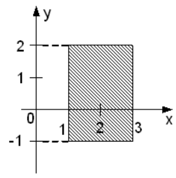
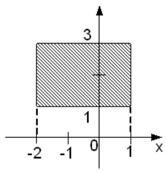
1. 72,
2. 9,
3.1,
4. 0.

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции **D** равна …



1. $\frac{2}{3}$,
2. $\frac{1}{3}$,
3. $\frac{1}{2}$,
4. 1.

Вопрос №11. Областью интегрирования повторного интеграла $\int\limits_{-1}^{2} dx \int\limits_{1}^{3} f(x,y)dy$ является прямоугольник …

5. 
6. 
7. 
8. 

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0}^{2} dy$ равен …

1. 4,
2. $\frac{1}{2}$,
3. −1,
4. 0.

Вопрос №13. Даны точки $\boldsymbol{O}(0;0)$ и $\boldsymbol{A}(2;2)$. Интеграл $3\int_L (x+y)dx$ по ***контуру OA*** равен …

1. 2,
2. 0,
3. 8,
4. 12.

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1. $y' + 2xy = x^3 + 1$,
2. $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$,
3. $y(e^x + 4)dy + 2e^x dx = 0$,
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вопрос №15. Интеграл $3\int_L y^2dx + 2xydy$ не зависит от контура интегрирования. Значение интеграла по контуру окружности радиуса $\boldsymbol{R}$ с центром в начале координат равно …

2. $2\pi R$,
2. 0 ,
3. πR^2 ,
4. R .

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = y^2 \ln x$:

1. с разделяющимися переменными,
2. однородное,
3. уравнение Бернулли,
4. линейное.

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:

1. $y = x\,(x + 2)$,
2. $y = x\,(3x + 1)$,
3. $y = x\,(2x + 1)$,
4. $y = x\,(4x + 1)$.

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 18y = 0$ является …

1. $y = Ce^{-3x}\cos 2x$,
2. $y = e^{-3x}(C_1\cos 3x + C_2\sin 3x)$,
3. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}$,
4. $y = e^{2x}\left(C_1\cos 3x - C_2\sin 3x\right)$.

Вопрос №19. Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(2)$ равно …

1. 1,
2. 0,
3. 5,
4. 2.

Вопрос №20. Для ряда $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \ldots$ формула n-го члена равна …

1. $u_n = \frac{8}{2^n}$,
2. $u_n = \frac{3}{2n}$,
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$,
4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$.

Вопрос №21. Ряд $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots$:

1. знакочередующийся,
2. степенной ряд,
3. знакопеременный,
4. знакоположительный.

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:

2. признак Коши,
2. признак Даламбера,
3. достаточный признак расходимости,
4.признак Лейбница.

Вопрос № 23. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$ (*):

1.

$u_n=\sin\frac{\pi}{n}\sim\frac{\pi}{n}\ (n\to\infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

2.

$u_n=\sin\frac{\pi}{n}<\frac{\pi}{n}=v_n\ (n\to\infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

3.

$\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}\sin\frac{\pi}{n}=0$, $\Rightarrow$ (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.

4.

$u_n=\sin\frac{\pi}{n}$, $v_n=\frac{\pi}{n}$. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_n}{v_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin\pi/n}{\pi/n}=1$, $\Rightarrow$вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.

Вопрос №24. Общий член ряда Маклорена для функции $y=2\sin x$ имеет вид:

2. $2(-1)^{\mathrm{n}}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$,

2. $\frac{x^{2n}}{2n+1}$,

3. $\frac{x^{2n+1}}{2n}$,

4. $\frac{x^{n+1}}{3n}$.

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-16}}$ линии уровня – это …

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\frac{\pi n x}{e} + b_n \sin\frac{\pi n x}{e})$ коэффициент $\boldsymbol{a_n}$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
2. $\frac{1}{e}\int_{-\pi}^{\pi} \cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
3. $\frac{1}{e}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
4. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)dx$.

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $\mathrm{u} = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2$ равен …

1. $(2x-2yz)\vec{\imath} + (2y-2xz)\vec{\jmath} + (2z-2xy)\vec{k}$,
2. $2x\vec{\imath} + 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$,
3. $x\vec{\imath} - y\vec{\jmath} + z\vec{k}$,
4. $x\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$.

Вопрос №28. :Векторное поле $\vec{\boldsymbol{a}}$ будет потенциальным, когда …

1. $\operatorname{div}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
2. $\operatorname{rot}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
3. $\operatorname{grad}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
4. $\frac{\partial\vec{\boldsymbol{a}}}{\partial\boldsymbol{e}} = 0$.

Вопрос №29. Формула $\frac{\partial u}{\partial x}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{\boldsymbol{k}}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вопрос №30. Формула $\begin{vmatrix} \vec{\mathrm{i}} & \vec{\mathrm{j}} & \vec{\mathrm{k}} \\ \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}} & \frac{\partial}{\partial \mathrm{y}} & \frac{\partial}{\partial \mathrm{z}} \\ \mathrm{P} & \mathrm{Q} & \mathrm{R} \end{vmatrix}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вариант №3

Вопрос №1. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+4x^4+3x^2-1}{x^6+5x^5+4x}$ равен:

1. 2,
2. 2/5,
3.+∞,
4. 0.

Вопрос №2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\cancel{3x}}$ равен:

1. e^3
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cos(4x)}{2x^2}$ равен:

1. 4
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос№ 4. Для функции $x^2y^2 - x - y = b$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=\dfrac{1+2xy^2}{1-2x^2y}$
2. $y'(x)=\dfrac{1+2x^2y^2}{1-2x^2y^2}$
3. $y'(x)=\dfrac{1-2x^2y^2}{1+2x^2y^2}$
4. $y'(x)=-\dfrac{1-2xy^2}{1-2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x)=3e^{2x}\cdot(1-3x)$ производная $f'(x)$ равна …

1. $f'(x)=-3e^{2x}$,
2. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$,
3. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)+3e^{2x}$,
4. $f'(x)=6e^{2x}\cdot(1-3x)-9e^{2x}$.

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x=4t+6t^2, \\ y=2t^2+4t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=2t$,
2. $y'(x)=2t+6t^2$,
3. $y'(x)=2+6t$,
4. $y'(x)=\dfrac{t}{2}$.

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $2\int \sin^2 x\cdot\cos x dx$ равен …

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$,

3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
4. $2\dfrac{\sin^3 x}{3} + C$.

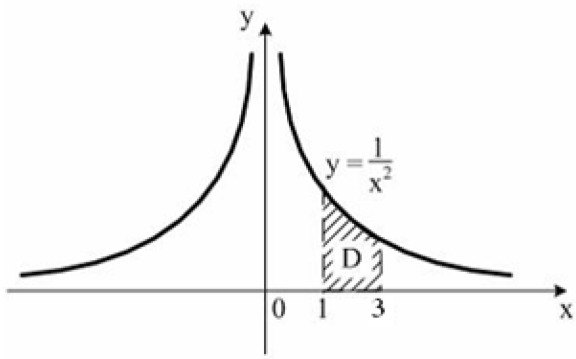
Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \frac{4}{x^2 - 4x + 5}dx$ равен …

1. $\frac{3}{2}\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) + \arcsin(x-2) + C$,
2. $\frac{3}{2}\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) - 2\arcsin(x-2) + C$,
3. $3\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) - 2arctg(x-2) + C$,
4. $4arctg(x-2) + C$.

Вопрос №9. F(x) – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1}\ln 9$, тогда разность F(1)−F(0) равна …

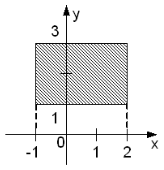
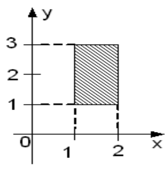
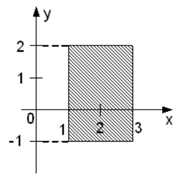
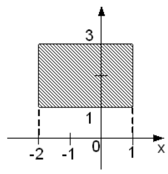
1. 8/9,
2. 9,
3. 1,
4. 0.

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции D равна …



1. $\frac{2}{3}$,
2. $\frac{1}{3}$,
3. $\frac{1}{2}$,
4. 1.

Вопрос №11. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^{2} dx \int_{1}^{3} f(x,y)dy$ является прямоугольник …

9. 
10. 
11. 
12. 

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^3 dy$ равен …

1. 9,
2. $\dfrac{1}{2}$,
3. -1,
4. 0.

Вопрос №13. Даны точки $\boldsymbol{O}(0;0)$ и $\boldsymbol{A}(2;2)$. Интеграл $4\int_L (x+y)dx$ по ***контуру OA*** равен …

1. 2,
2. 0,
3. 8,
4. 16.

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1. $y' + 2xy = x^3 + 1$,
2. $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$,
3. $y(e^x + 4)dy + 3e^x dx = 0$,
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вопрос №15. Интеграл $2\int_L y^2dx + 2xydy$ не зависит от контура интегрирования. Значение интеграла по контуру окружности радиуса $\boldsymbol{R}$ с центром в начале координат равно …

3. $2\pi R$,
2. 0 ,
3. πR^2 ,
4. R .

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $xy' + 3y = y^2 \ln x$:

1. с разделяющимися переменными,
2. однородное,
3. уравнение Бернулли,
4. линейное.

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:

1. $y = x\,(x + 2)$,
2. $y = x\,(3x + 1)$,
3. $y = x\,(2x + 1)$,

4. $y = x\,(4x+1)$.

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 10y = 0$ является …

1. $y = Ce^{-3x}\cos 2x$,
2. $y = e^{-3x}(C_1\cos x + C_2\sin x)$,
3. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}$,
4. $y = e^{2x}\left(C_1\cos 3x - C_2\sin 3x\right)$.

Вопрос №19. Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(1)$ равно …

1. 1,
2. 0,
3. 5,
4. 2.

Вопрос №20. Для ряда $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots$ формула n-го члена равна …

1. $u_n = \frac{1}{2^n}$,
2. $u_n = \frac{3}{2n}$,
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$,
4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$.

Вопрос №21. Ряд $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$:

1. знакочередующийся,
2. степенной ряд,
3. знакопеременный,
4. знакоположительный.

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:

3. признак Коши,
2. признак Даламбера,
3. достаточный признак расходимости,
4.признак Лейбница.

Вопрос № 23. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$ (*):

1.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n}\ (n \to \infty)$. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

2.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n \ (n \to \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

3.

$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} \sin\frac{\pi}{n} = 0$, $\Rightarrow$ (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.

4.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n}$, $v_n = \frac{\pi}{n}$. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_n}{v_n} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin \pi/n}{\pi/n} = 1$, $\Rightarrow$вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.

Вопрос №24. Общий член ряда Маклорена для функции $y = 3\sin x$ имеет вид:

3. $3(-1)^{n}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$,

2. $\frac{x^{2n}}{2n+1}$,

3. $\frac{x^{2n+1}}{2n}$,

4. $\frac{x^{n+1}}{3n}$.

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-9}}$ линии уровня – это …

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos\frac{\pi n x}{e} + b_n \sin\frac{\pi n x}{e})$ коэффициент $\boldsymbol{a_n}$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
2. $\frac{1}{e}\int_{-\pi}^{\pi} \cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
3. $\frac{1}{e}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
4. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)dx$.

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $\mathrm{u} = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$ равен …

1. $(2x - 2yz)\vec{\imath} + (2y - 2xz)\vec{\jmath} + (2z - 2xy)\vec{k}$,
2. $2x\vec{\imath} + 2y\vec{\jmath} - 2z\vec{k}$,
3. $x\vec{\imath} - y\vec{\jmath} + z\vec{k}$,
4. $x\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$.

Вопрос №28. Формула $\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{y}}\vec{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{z}}\vec{\boldsymbol{k}}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,

3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вопрос №29. :Векторное поле $\overrightarrow{\boldsymbol{a}}$ будет потенциальным, когда …

1. $\operatorname{div}\overrightarrow{\boldsymbol{a}} = 0$,
2. $\operatorname{rot}\overrightarrow{\boldsymbol{a}} = 0$,
3. $\operatorname{grad}\overrightarrow{\boldsymbol{a}} = 0$,
4. $\frac{\partial\overrightarrow{\boldsymbol{a}}}{\partial\boldsymbol{e}} = 0$.

Вопрос №30. Формула $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. производная по направлению.

Приложение № 2

Типовые задания по темам практических занятий

Задача 1. Исследовать на экстремум следующие функции:

1.1 $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$

1.2 $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$

Задача 2. С помощью полного дифференциала вычислить приближенно:

2.1. $(1{,}02)^3 \cdot (0{,}97)^2$

2.2. $\sqrt{(4{,}05)^2 + (2{,}93)^2}$

Задача 3. Найти частные производные первого порядка следующих функций.

3.1. $z = \ln\left(y^2 - e^{-x}\right)$. 3.2. $z = arctg\left(x^2 + y^2\right)$.

Задача 4. Исследовать на экстремум следующие функции:

4.1 $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$

4.2 $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$

Задача 5. Найти условный экстремум

5.1 $Z = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4,$ при $x + y + 3 = 0$

5.2 $Z = 6 - 4x - 3y,$ при $x^2 + y^2 = 1$

Задача 6. Вычислить неопределенный интеграл

6.1.

1) $\int \left(3 - 4\sin x\right)^{\frac{1}{3}} \cos x dx$ 2) $\int \arccos x dx$

3) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1 - x^2}}$ 4) $\int e^x \left(\sin e^x\right) dx$

5) $\int \frac{\sqrt[3]{(4 + \ln x)}dx}{x}$; 6) $\int x \cdot \ln^2 x\, dx$;

7) $\int \frac{\left(x^3 - 6\right)dx}{x^4 - 6x^2 + 8}$; 8) $\int \frac{dx}{2\sin x + \cos x + 2}$.

9) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x - 10} dx$ 10) $\int x \cos(2 - x) dx$

6.2.

1) $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$ 2) $\int x \cdot \cos x dx$

3) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-x^2}}$ 4) $\int e^{\sin x}\cdot\cos x dx$

5) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{3+2\cos x}}$; 6) $\int x^2\cdot\sin 4x\,dx$;

7) $\int \frac{(x^2-x+1)dx}{x^4-2x^2-3}$; 8) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)dx}{\sqrt[3]{x^2}}$.

9) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x}+3}}dx$ 10) $\int arctg\frac{x}{2}dx$

Задача 7. Вычислить определенный интеграл

7.1. а) $\int_0^1 x\cdot e^{-2x}\cdot dx$ б) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\cdot dx$

в) $\int_2^7 \frac{\sqrt{x+2}}{x}dx$ г) $\int_{-3/4}^{0} \frac{3xdx}{\sqrt{(x+1)^3}}$

7.2. а) $\int_0^1 \arcsin x\cdot dx$ б) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\cdot dx$

в) $\int_{-1/4}^{0} \frac{dx}{1-\sqrt{1+3x}}$ г) $\int_{-1}^{0} \frac{dx}{4+\sqrt[3]{x^2}}$

7.3. а) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{x\cdot dx}{\cos^2 x}$ б) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\cdot dx$

в) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}-3}$ г) $\int_{-4}^{1} \frac{xdx}{\sqrt{(5-x)^3}}$

Задача 8. Вычислить несобственные интегралы:

8.1. а) $\int_0^1 \ln x\cdot dx$ б) $\int_{-\infty}^{0} x\cdot e^x\cdot dx$ в) $\int_{14}^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x+2}}$

8.2. а) $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$ б) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$ в) $\int_{-5}^{-4} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+5)^4}}$

Задача 9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

9.1. $y=6x-x^2$, осью OX

9.2. $y=x^2+1, \quad x+y=3$

Задача 10. Найти общее решение дифференциального уравнения

10.1 $4x\,dx - 3y\,dy = 3x^2y\,dy - 2xy^2\,dx$.

10.2 $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

Задача 11. Найти общее решение дифференциального уравнения

11.1 $(1 + e^x)\, yy' = e^x.$

11.2 $2x\,dx - y\,dy = yx^2\,dy - xy^2 dx.$

Задача 12. Решить уравнение с разделяющимися переменными

12.1 $(x+1)\,dx + (y-1)\,dy = 0.$

12.2 $y'y = -2e^x \cos y.$

Задача 13. Найти общее решение дифференциального уравнения

13.1 $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

13.2 $\sqrt{3+y^2}dx - y\,dy = x^2 y\,dy.$

Задача 14. Найти общее решение дифференциального уравнения

14.1 $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$

14.2 $y' = \frac{x+y}{x-y}$.

Задача 15. Найти решение задачи Коши

15.1 $y' - y/x = x^2;\ \ y(1) = 0.$

15.2 $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x,\ y(\pi/2) = 0.$

Задача 16. Найти решение задачи Коши

16.1 $y^2 dx + (x + e^{2/y})dy = 0,\ \ y|_{x=e} = 2.$

16.2 $(y^4 e^y + 2x)\, y' = y,\ \ y|_{x=0} = 1.$

Задача 17. Найти общее решение дифференциальных уравнений

17.1 $y' - y = e^x.$

17.2 $xy' - 2y = x^3 + x.$

Задача 18. Найти общее решение дифференциальных уравнений

18.1 $y''x \ln x = y'.$

18.2 $2xy'' = y'.$

Задача 19. Найти общее решение дифференциальных уравнений

19.1 $y'' = y'e^y.$

19.2 $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2.$

Задача 20. Найти общее решение дифференциальных уравнений

20.1 $y'' + 3y' + 2y = 0.$

20.2 $y'' - y' = 0.$

Приложение № 3

Образцы заданий проверочных работ
по дисциплине «Математический анализ»

Задание 1. Приложения дифференциального исчисления функции одной переменной.

Задача 1.
Провести полное исследование функций и построить их графики.

1.1 а) $y = \frac{x-1}{x^2-2x}$ б) $y = \ln(x^2+1)$

Задача 2.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке.

2.1 $y = \frac{4-x^2}{4+x^2}, [-1,3]$

Задача 3.
Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0. Построить кривую, касательную, нормаль.

3.1 $y = 2x - x^2, x_0 = 2$

Задача 4.
С помощью дифференциала найти приближённое значение данной функции в заданной точке.

4.1 $y = x^7 - 3x^4 + 4x^3 - 2, x = 1,02$

Задача 5.

Текстовые задачи на нахождение наибольших и наименьших значений функций

5.1. Два корабля плывут с постоянными скоростями U и V по прямым линиям, составляющим угол 120 градусов между ними. Определить наименьшее расстояние между кораблями, если их расстояния от точки пересечения траекторий движения в некоторый момент равны a и b.

Задача 6.

Решить следующие задачи.

6.1. Траектория движения тела – кубическая парабола $12y = x^3$. В каких ее точках скорости возрастания абсциссы и ординаты одинаковы?

Задание 2. Приложения дифференциального исчисления функции нескольких переменных.

Задача 7.
Исследовать на экстремум следующие функции:

7.1 $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$

Задача 8.
С помощью полного дифференциала вычислить приближенно:

8.1. $(1{,}02)^3 \cdot (0{,}97)^2$
Задача 9

А. Найти градиент скалярного поля $f(r) = \dfrac{3^{2-a}}{a} r^a$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Вычислить производную этого поля в точке A по направлению вектора $\vec{AB}$.

9.1. a = -6; A (-1; 2; -2), В (2; 6; -2).

Б. Дано скалярное поле $u = u(x; y)$. Требуется: 1) составить уравнение линии уровня u=C и построить ее график; 2) вычислить с помощью градиента производную скалярного поля $u = u(x; y)$ в точке A по направлению вектора $\vec{AB}$; 3) найти наибольшую скорость изменения скалярного поля в точке A.

Номер задачи	$u = u(x; y)$	C	Координаты точки A	Координаты точки B
9.11	$x^2 + y^2 + 4x + 2y$	- 4	$\left(-2 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}; -\dfrac{1}{2}\right)$	$\left(-2 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$

С. Даны функция $z = z(x; y)$, точка $A(x_0; y_0)$ и вектор $\vec{a}$. Найти: 1) grad z в точке A; 2) производную в точке A по направлению вектора $\vec{a}$.

9.21. $z = \ln(5x^2 + 3y^2)$; $A(1;1)$, $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

Приложение № 4

Образцы типовых вариантов контрольных работ
по дисциплине «Математический анализ»

Контрольная работа №1

1. Вычислить неопределенные интегралы///

$a)\int ctgxdx;$

$b)\int x\cdot \sin 3xdx;$

$c)\int \frac{dx}{(5+x)\sqrt{1+x}}.$

2. Вычислить определенные интегралы///

$a)\int_1^2 \frac{3x^3+1}{x^2-1}dx;$

$b)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}dx.$

3. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной одной волной синусоиды $y=\sin\frac{x}{2}.$

4. Вычислить объем тела вращения $y=9-x^2, y=0.$

Контрольная работа №2.

Найти общее решение дифференциального уравнения.

$a) y'=\frac{y^2}{x^2}+4\frac{y}{x}+2;$ б) $xy'-3y=x^4\ell^x$. в) $y''x\ln x=y'.$

Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям $y''-5y'+6y=2\cos x,\ y(0)=3,\ y'(0)=\frac{1}{2}.$

Приложение № 5

Примерные вопросы и задачи для подготовки к экзамену

1. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Уравнения касательной и нормали.
2. Основные правила дифференцирования (производная суммы, произведения, частного; производная сложной и обратной функций). Таблица производных.
3. Логарифмическая производная, производная функций, заданных неявно и параметрически.
4. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
5. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора, ее смысл.
6. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их геометрическая интерпретация.
7. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей $0\cdot\infty$, $\infty-\infty$, 1^{∞}, ∞^{0}, 0^{∞} с помощью правила Лопиталя.
8. Возрастание и убывание функции, необходимое и достаточное условия монотонности.
9. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума. Критические точки. Достаточное условие экстремума.
10. Направление выпуклости, точки перегиба.
11. Асимптоты графика функции: вертикальные, горизонтальные, наклонные.
12. Общая схема исследования функции.
13. Неопределенный интеграл: определение, свойства, таблица основных интегралов.
14. Основные методы интегрирования: замена переменной, внесение под знак дифференциала, интегрирование по частям.
15. Интегрирование простейших дробей. Общее правило интегрирования рациональных функций.
16. Специальные методы интегрирования тригонометрических функций.
17. Специальные методы интегрирования иррациональных функций.
18. Определенный интеграл: определение, свойства.
19. Связь неопределенного интеграла с определенным. Формула Ньютона-Лейбница.
20. Основные методы вычисления определенного интеграла.
21. Геометрические приложения определенного интеграла.
22. Несобственный интеграл 1 рода, признаки сходимости.
23. Несобственный интеграл 2 рода, признаки сходимости.
24. Дифференциальные уравнения первого порядка (основные определения):
25. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка и способы их решения.
26. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
27. ЛОДУ высшего порядка: определение, понятие фундаментальной системы решений, структура общего решения.
28. ЛОДУ высшего порядка с постоянными коэффициентами (характеристическое уравнение, вид общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения)
29. ЛНДУ высшего порядка с постоянными коэффициентами: метод вариации произвольной постоянной.
30. ЛНДУ высшего порядка с постоянными коэффициентами: структура общего решения; виды частных решений для уравнений со специальной правой частью.

31. Функция нескольких переменных: определение и графическое изображение, область определения, линии уровня, предел, непрерывность
32. Частные производные первого и второго порядков: определение, правила нахождения.
33. Экстремум функции двух переменных. Исследование на экстремум функции двух переменных.
34. Понятие интеграла по фигуре (интеграл Римана). Определение двойного интеграла, его свойства
35. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
36. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
37. Приложения кратных интегралов.
38. Скалярное поле: определение, скалярные и векторные дифференциальные характеристики (производная по направлению, градиент).
39. Векторное поле: определение, скалярные и векторные дифференциальные характеристики (дивергенция, ротор).
40. Работа силового поля. Линейный интеграл, его вычисление. Условие независимости линейного интеграла от пути интегрирования.
41. Циркуляция векторного поля. Формула Грина.
42. Простейшие классы векторных полей и их характеристики.

Найти неопределенный интеграл:
$\int x \cdot \sqrt[5]{x^2+5}\,dx.$

Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение:
$yy'' + (y')^2 = 0$

Исследовать на экстремум функцию двух переменных:
$z = 4(x-y) - x^2 - y^2$

Записать с неопределенными коэффициентами общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения:
$y'' - y' = x + 1.$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x.$

Исследовать на экстремум функцию двух переменных:
$z = \frac{3}{2}x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 5x - y + 2.$

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:
$\int_0^{\infty} \frac{x}{x^2+1}\,dx.$

Показать, что векторное поле $\bar{a} = (3x^2y - y^3)\bar{i} + (x^3 - 3xy^2)\bar{j}$ является потенциальным.

Изобразить область определения функции $z = \boldsymbol{ln}(3x-y) + \sqrt{x}$. Найти частные производные первого порядка.

Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение:

$$y' - \frac{y}{x} = ctg\,\frac{y}{x}$$

Найти неопределенный интеграл: $\int xe^{7x}dx$

Соленоидально ли поле вектора $\overline{A} = yz(4x\bar{i} - y\bar{j} + z\bar{k})$?

Найти неопределенный интеграл:
$\int \frac{\sqrt{x+2}}{x}dx.$

Решить задачу Коши:
$xy' - y = x^2 \ln x, \quad y(1) = 0.$

Найти дивергенцию и ротор векторного поля $\bar{a} = 2x\bar{i} - y\bar{j} - z\bar{k}$.

Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение:
$xy'' - y' = 0.$

Найти частные производные первого и второго порядков функции двух переменных:
$z = \dfrac{y}{x^2}.$

Найти интеграл:
$\int \dfrac{dx}{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}$.

Вычислить работу силы $\overline{F} = 2y\bar{i} + (3x - y)\bar{j}$, затраченную на перемещение единицы массы вдоль параболы $y = \sqrt{x}$ от A(1,1) до B(4,2).

Указать возможные способы нахождения площади фигуры, ограниченной заданными линиями: $y = x^2 + 1, \quad x + y = 3$.

Провести вычисление площади одним из указанных способов.

Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0:
$y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1.$

Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$.

Найти интеграл $\int \dfrac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 5}}$.

Найти $div(grad\, u)$ и $rot(grad\, u)$, если $u = xyz^2$.

Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной заданными линиями (сделать чертеж):
$y = \frac{1}{4}x^2$, $x = 4$, ось Ox.

Записать с неопределенными коэффициентами вид частного решения уравнений:
а) $y'' - 4y = 3e^{2x}$, б) $y'' - 4y = x + 1$, в) $y'' - 4y = \cos x$.

Исследовать на монотонность и экстремум функцию: $y = \frac{2x+1}{x^2}$.

Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{3x}$.

Найти значения частных производных первого и второго порядков функции z в заданной точке: $z = x^{y^2}$, $M(1,0)$.

Найти общее решение дифференциального уравнения $2y'x + y^2 = 1$.

Найти направление наибольшего возрастания функции
$z = x^3y - 5xy^2 + 8$ в точке $M(1, 1)$.

Составить уравнение касательной к параболе $y = 9 - x^2$ в точке пересечения ее с осью Ox *(x<0)*. Указать значение тангенса угла наклона касательной. Построить параболу и касательную.

Вычислить двойной интеграл: $\iint\limits_D \frac{y^2}{x^2}\, dx\, dy$, D: $\begin{cases} y = 2 \\ x = y \\ x = \frac{1}{y} \end{cases}$

Найти производную функции: $y = (\cos 2x)^{\ln x}$.

Найти производную скалярного поля u(x,y,z) в точке M направлении вектора MB, если $u = x^2y^2 + \ln(yz^2)$, $M(1; 5; -2), B(1; 0; 3)$. Какова скорость изменения функции в этом направлении?

Вычислить двойной интеграл, перейдя к полярным координатам: $\iint\limits_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \cdot dx \cdot dy$,

D: $\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ y = x \\ y = \sqrt{3} \cdot x \end{cases}$

Записать общее решение уравнений:
а) $y''-4y=0$, б) $y''+4y=0$, в) $y''+4y'+4y=0$.

Найти предел по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{-5x}-1+5x}{x^2}$.

Найти направление наибыстрейшего возрастания функции $z=(x-y)^2$ в точке $M(0,3)$ Чему равна скорость возрастания функции в этом направлении?

Найти общее решение дифференциального уравнения
$y''+y'=\frac{1}{2}x^2$.

Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $\begin{cases} x=\dfrac{\cos t;}{t} \\ y=\sin t \end{cases}$ в точке М (0: 1).

Найти градиент функции $u=7xy-x^2z-y^2-z$ и его модуль в точке М(1; 2; 0). Пояснить геометрический и физический смысл найденных величин.

Составить уравнения касательной и нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0:
$y=1/(3x+2),\quad x_0=2$.

Найти общее решение дифференциального уравнения
$y''+\frac{1}{x}y'=0$.

Найти ротор векторного поля $\vec{a}=(6x+5z)\vec{\imath}+(3x-y)\vec{\jmath}+(2y^2-z+4)\vec{k}$.
Является ли данное векторное поле потенциальным?

Найти точки минимума функции: $y=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$.

Найти интеграл: $\int x\cdot arctg3x dx$.

Для векторного поля $\bar{a}=x^2\bar{i}+(y-z)\bar{j}-z^3\bar{k}$ установить наличие источника или стока в точке $M(1,2,-1)$.

Найти предел по правилу Лопиталя:
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{5\sin 2x-10x}{5x^3}$.

Изобразить область определения функции z = **ln**(4-x^2-y^2)-ln x.
Найти ее частные производные первого порядка.

Найти работу силового $\bar{F} = x^2\bar{i} + y\bar{j}$ при перемещении материальной точки по параболе $y = x^2$ из положения O(0,0) в положение B(1,1).

Найти промежутки монотонности функции: $y = \dfrac{x^2+1}{x}$.

Найти градиент функции $z = xe^{1+x+y}$ в точке $M(0,1)$ и скорость изменения функции в данной точке.

Найти интеграл:
$\int \dfrac{dx}{(1+x^2)\sqrt{arctg^2 x + 4}}$.

Составить уравнения касательных к графику функции $y = x^2 - 4x + 5,$ проведенных в точках ее пересечения с прямой $y = x+1$.

Показать, что циркуляция поля $\bar{a} = xy^2\bar{i} + x^2y\bar{j}$ по любому замкнутому контуру равна нулю.

Записать двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ в виде повторного, если область D – треугольник с вершинами в точках O(0,0), A(0,2), B(0,2).

Составить уравнение касательной к данной кривой в точке с абсциссой x_0
$y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1.$

Найти производную в точке *M* по направлению вектора $\vec{MN}$; указать характер и скорость изменения функции в данном направлении:
$z = x^2y$. *M(1, 1), N(1, 2).*

Построить область D, площадь которой определяется интегралом $S = \int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{4-x} dy$.

Исследовать на монотонность и экстремум функцию: $y = \dfrac{2x+1}{x^2}$.

Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' = y$.

Найти величину циркуляции в поле вектора $\bar{A} = -y\bar{i} + x\bar{j} + z\bar{k}$ вдоль линии
$x = \cos t, y = \sin t,\ z = \sin t + \cos t, \quad 0 \le t \le 2\pi$.

Найти предел, используя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt[4]{x}}$.

Решить задачу Коши: $\frac{y'}{x^3} - 4y = 1, \quad y(0) = \frac{3}{4}$.

Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\overline{A} = xy\bar{i} + z^2\bar{j} + yz\bar{k}$, в точке $M(1,2,-1)$. Как значение дивергенции характеризует данную точку?

Найти производную функции $y = (\cos 2x)^{\ln x}$.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = 1 - x^2, y = x^2 + 2, x = 0, x = 1$.

Вычислить производную функции $z = 5x^4 - 3x - y - 1$ в точке $M(2,1)$ по направлению вектора $\bar{l} = (3,4)$. Чему равна скорость изменения функции в точке M в данном направлении?

Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x-5}}$.

Записать с неопределенными коэффициентами вид частного решения уравнения
$y'' + 2y' + y = x\cos x$.

Показать, что циркуляция поля $\bar{a} = xy^2\bar{i} + x^2y\bar{j}$ по любому замкнутому контуру равна нулю.

Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями
$y = 4x^2, \ x = 2, \ y = 0.$, вокруг оси Ox.

Изобразить область определения функции двух переменных $z = \sqrt{2x^2 + y}$.
Найти ее частные производные первого порядка.

Найти общее решение дифференциального уравнения
$3xyy' = 1 + x^2$.