



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)
Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИКА»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

**26.03.01 УПРАВЛЕНИЕ ВОДНЫМ ТРАНСПОРТОМ И ГИДРОГРАФИЧЕСКОЕ
ОБЕСПЕЧЕНИЕ СУДОХОДСТВА**

Профиль программы
**«УПРАВЛЕНИЕ ТРАНСПОРТНЫМИ СИСТЕМАМИ И ЛОГИСТИЧЕСКИМ
СЕРВИСОМ НА ВОДНОМ ТРАНСПОРТЕ»**

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

Морской
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-3: Способен использовать основные законы естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности	ОПК-3.2: Использование математических методов, применяемых при решении прикладных и профессиональных задач эксплуатации транспортных систем	Математика	<p><u>Знать:</u> основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, теории дифференциальных уравнений, а также теории скалярных и векторных полей, применяемых для решения прикладных и профессиональных задач; математические модели, применяемые в решении задач организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных систем.</p> <p><u>Уметь:</u> оперировать понятийным аппаратом при решении профессиональных задач с использованием алгоритмов; применять математические методы при решении технических и технологических задач эксплуатации транспортных систем, строить простейшие их математические модели, выбирать оптимальный метод решения задачи, оценивать полученный результат</p> <p><u>Владеть:</u> математической символикой, основными способами представления математической информации; методами построения простейших математических моделей технических и технологических процессов эксплуатации транспортных систем; математическими методами их решения, а также методами интерпретации полученных результатов.</p>

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания и контрольные вопросы по лабораторным работам.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена, относятся:

- задания по контрольным работам;
- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания

Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных курсантами (студентами) на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

3.1.1. Содержание оценочных средств

Итоговый тест содержит тридцать заданий закрытого типа с возможностью одиночного выбора правильного ответа.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения итогового теста 90 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении № 1.

3.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств

Шкала оценивания основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.2 Задания по темам практических занятий

3.2.1. Содержание оценочных средств

В Приложении № 2 приведены темы практических занятий и типовые задания, рассматриваемые на них. Задания для подготовки к практическим занятиям и материал, необходимый для подготовки к ним, в том числе показатели, критерии и шкалы оценивания результатов, представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

3.2.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.3 Задания и контрольные вопросы по лабораторным работам

3.3.1. Содержание оценочных средств

Лабораторные работы (ЛР) составляют компьютерный практикум по высшей математике в среде MathCAD. Целью практикума является знакомство и приобретение навыков использования средств компьютерной математики для решения прикладных задач, проведения математических и инженерных расчетов. ЛР структурированы в соответствии с содержанием дисциплины «Математика» и содержат задания прикладного характера:

ЛР №1. «Элементы линейной и аналитической геометрии»

ЛР №2. «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных»

ЛР №3. «Дифференциальные уравнения. Степенные ряды и ряды Фурье. Элементы теории поля»

ЛР №4 «Теория вероятностей»

ЛР №5 «Математическая статистика. Элементы анализа данных»

3.3.2. Содержание оценочных средств

Образцы заданий лабораторных работ по дисциплине «Математика» представлены в Приложении № 3.

3.3.3. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если для задания приведено полное теоретическое обоснование, расчеты выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок, выводы приведены полностью и по существу, курсант (студент) понимает и может пояснить ход решения и привести экспликацию любой формулы, а также может дать развернутый и полный ответ на любой из контрольных вопросов, отчет оформлен в соответствии с установленными требованиями.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если теоретическое обоснование приведено с пробелами, расчеты выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками, отчет оформлен с некоторыми нарушениями требований, однако выводы приведены полностью и по существу, а курсант (студент) понимает и может пояснить ход решения и привести экспликацию любой формулы, а также может дать ответ на любой из контрольных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если теоретическое обоснование приведено формально и излишне кратко, расчеты выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством арифметических ошибок, отчет оформлен с нарушениями требований, выводы приведены не полностью, ответы на контрольные вопросы вызывают затруднения и (или) излишне лаконичны, однако курсант понимает и может пояснить ход решения и привести экспликацию любой формулы, а также может дать ответ на любой из контрольных вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если теоретическое обоснование приведено формально и излишне кратко, или не приведено вовсе, расчеты выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул, отчет оформлен с нарушениями требований, выводы приведены не полностью или не приведены вовсе, курсант плохо понимает (или не понимает вовсе) и не может пояснить ход решения, а также не может ответить на контрольные вопросы.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Задания по контрольным работам

4.1.1. Содержание оценочных средств

Контрольные работы выполняются по разделам:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.
2. Математический анализ.
3. Теория вероятностей.

Первый семестр.

- 1) Линейная алгебра и аналитическая геометрия.
- 2) Пределы и производная функции.

Второй семестр.

- 1) Неопределенный и определенный интегралы.
- 2) Дифференциальные уравнения.

3) Основные теоремы теории вероятностей и следствия из них.

Образцы типовых вариантов контрольных работ приведены в Приложении № 4

4.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.2 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена (в первом и во втором семестре).

К экзамену допускаются курсанты (студенты), положительно аттестованные по результатам текущего контроля.

4.2.1 Содержание оценочных средств

Вопросы и задания к экзамену представлены в Приложении № 5.

Представленные экзаменационные вопросы для проведения экзамена компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам и индикаторам двух разделов дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений курсанта экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.2.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если курсант исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и инженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если курсант грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билета, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы

были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если курсант при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если курсант не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если курсант (студент) получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математика» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 26.03.01 Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства (профиль «Управление транспортными системами и логистическим сервисом на водном транспорте»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий (протокол № 6 от 04.03.2022 г.).

И.о. заведующего



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры организации перевозок (протокол № 181 от 29 марта 2022 г.)

Заведующий кафедрой _____



Л.Е.Мейлер

Приложение № 1

Вариант 1

Вопрос №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Матрица $C = B^T - A$ равна ...

1. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно ...

1. -16
2. 16
3. 1
4. -1

Вопрос №3. Даны векторы:

$$\vec{a} = \{3, -1, 1\}, \vec{b} = \{2, 1, 0\},$$

$$\vec{c} = \{1, -2, 3\}, \vec{d} = \{-2, 4, -6\},$$

$$\vec{f} = \{0, 2, 4\}, \vec{t} = \{0, -1, 2\}.$$

Коллинеарными являются ...

1. \vec{a} и \vec{b}
2. \vec{c} и \vec{d}
3. \vec{f} и \vec{t}
4. и \vec{a} , \vec{f} и \vec{t}

Вопрос №4. Косинус угла между векторами $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ равен

...

1. $-\frac{4}{9}$
2. $\frac{4}{9}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\frac{1}{2}$

Вопрос №5. Угол между векторами острый, если их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$...

1. больше нуля
2. меньше нуля

3. равно нулю
4. недостаточно данных

Вопрос №6. Векторы $\vec{a}(1; -1; 2)$, $\vec{b}(0; 4; 3)$, $\vec{c}(-3; 3; -6)$

1. ортогональные
2. коллинеарные
3. компланарные
4. лежат в разных плоскостях

Вопрос №7. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями $a=5$ и $b=3$ и фокусами на оси Oy записывается формулой....

1. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$
4. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$

Вопрос №8. Даны две точки $A(2, -1, 3)$ и $B(4, -2, -1)$. Через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{AB} проходит плоскость....

1. $2(x - 2) + (y + 1) + 4(z - 3) = 0$
2. $3(x - 4) - (y + 2) - 4(z + 1) = 0$
3. $2(x - 2) - (y + 1) - 4(z - 3) = 0$
4. $3(x - 4) + (y - 2) + 4(z + 1) = 0$

Вопрос №9. Произведение двух комплексных чисел $z_1 \cdot z_2$, где $z_1 = 2 + 2i$ и $z_2 = 2 - 2i$, равно...

1. 8
2. $4 - 4i$
3. $8i$
4. 0

Вопрос №10. В полярной системе координат уравнение $\rho = 5$ задает ...

1. прямую
2. окружность
3. эллипс
4. параболу

Вопрос №11. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен...

1. 2,
2. $2/5$,
3. $+\infty$,
4. 0.

Вопрос №12. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^2}$ равен...

1. 1
2. $1/2$
3. 2
4. ∞

Вопрос №13. Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = 2t$,
2. $y'(x) = 2t + 6t^2$,
3. $y'(x) = 2 + 6t$,
4. $y'(x) = t$.

Вопрос №14. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(2) - F(1)$ равна ...

1. 8,
2. 9,
3. 1,
4. 0.

Вопрос №15. Повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$ равен ...

1. 1,
2. $\frac{1}{2}$,
3. -1,
4. 0.

Вопрос №16. Интеграл $\int_L y^2 dx + 2xy dy$ не зависит от контура интегрирования. Значение интеграла по контуру окружности радиуса R с центром в начале координат равно ...

1. $2\pi R$,
2. 0,
3. πR^2 ,
4. R .

Вопрос №17. Решением уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$ является ...

1. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$,
2. $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$,
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$,
4. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$.

Вопрос №18. Ряд $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$:

1. знакочередующийся,
2. степенной ряд,
3. знакопеременный,
4. знакоположительный.

Вопрос №19. Общий член ряда Маклорена для функции $y = \sin x$ имеет вид...

1. $(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1},$

2. $\frac{x^{2n}}{2n+1},$

3. $\frac{x^{2n+1}}{2n},$

4. $\frac{x^{n+1}}{3n}.$

Вопрос №20. :Векторное поле \vec{a} будет потенциальным, когда ...

1. $\operatorname{div} \vec{a} = 0,$

2. $\operatorname{rot} \vec{a} = 0,$

3. $\operatorname{grad} \vec{a} = 0,$

4. $\frac{\partial \vec{a}}{\partial e} = 0.$

Вопрос №21. Вероятность появления случайного события заключена в пределах: любое ...

1. число от 0 до 1

2. положительное число

3. неотрицательное число

4. число от -1 до 1

Вопрос №22. Каждая буква слова «РЕМЕСЛО» написана на отдельной карточке, затем карточки перемешаны. Вынимаем три карточки наугад. Вероятность. получить слово «ЛЕС» равна...

1. 2/105

2. 3/7

3. 1/105

4. 11/210

Вопрос №23. В задачах на вычисление вероятности того, что в n независимых испытаниях событие A появится ровно m раз, используется при большом числе испытаний и вероятности p , отличной от 0 и 1...

1. локальная теорема Муавра-Лапласа

2. формула Пуассона

3. интегральная теорема Муавра-Лапласа

4. формула Бернулли

Вопрос №24. Если все значения случайной величины увеличить на какое-то число, то ее дисперсия изменится ...

1. не изменится

2. увеличится на это число

3. уменьшится на это число

4. увеличится в это число раз

Вопрос №25. По выборке объема $n=10$ получена выборочная дисперсия $D^*=90$. Тогда уточненная (исправленная) выборочная дисперсия S^2 равна...

1. 100
2. 80
3. 90
4. 81

Вопрос №26. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3x}{4} + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $\left(0; \frac{1}{3}\right)$, равна ...

1. 0
2. 1
3. 1/3,
4. 1/4.

Вопрос №27. Оценка $\tilde{\theta}$ параметра θ распределения генеральной совокупности, для которой выполнено равенство $M(\tilde{\theta}) = \theta$, называется ...

1. состоятельной,
2. эффективной,
3. несмещенной,
4. асимптотически несмещенная.

Вопрос №28. Несмещенной точечной оценкой генеральной дисперсии является ...

1. средняя арифметическая
2. выборочная дисперсия
3. частота (относительная частота)
4. исправленная выборочная дисперсия

Вопрос №29. События A, B, C, D образуют полную группу. $P(A) = 0,3; P(B) = 0,2; P(C) = 0,1$. Вероятность события D равна....

1. 0
2. 1
3. 0,3
4. 0,4

Вопрос №30. Найти дисперсию случайной величины X – числа появления событий в 100 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность наступления события равна 0,7.

1. 21
2. 70
3. 0,0007
4. 99,3

Вариант2

Вопрос №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $B = (7 \quad -3)$.

Матрица $C = 2A^T + B$ равна ...

1. $\begin{pmatrix} -3 \\ 13 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$
3. не существует
4. $(7 \quad 13)$

Вопрос №2. Решением уравнения $\begin{vmatrix} x-2 & -1 \\ x-2 & x \end{vmatrix} = 0$ является ...

1. $x_1 = -1 \quad x_2 = 2$
2. $x_1 = -1 \quad x_2 = -3$
3. $x_1 = 1 \quad x_2 = 3$
4. $x_1 = 1 \quad x_2 = -3$

Вопрос №3. При решении системы уравнений
$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 8x - 4y + 6z = 16 \end{cases}$$

методом Крамера значение переменной x :

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №4. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Проекция $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна ...

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{2}{3}$
3. 0
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №5. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и угол между \vec{a} и \vec{b} равен 45° . Значение $|\vec{a} \times \vec{b}|$ равно ...

1. $3\sqrt{2}$
2. $-3\sqrt{2}$
3. $6\sqrt{2}$
4. $6\sqrt{3}$

Вопрос №6. Объём треугольной пирамиды с вершинами $A(-2;-2;2)$, $B(0;4;-1)$, $C(1;2;1)$, $D(-13;8;11)$ вычисляется определителем....

1. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
2. $\pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -3 \end{vmatrix}$
3. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -13 & 8 & 11 \end{vmatrix}$
4. $\pm \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$

Вопрос №7. Эксцентриситет эллипса с вершинами в точках $A_1(a;0)$, $A_2(-a;0)$, $B_1(0;b)$, $B_2(0;-b)$ (фокусы на оси Ox) равен....

1. $e = \frac{a}{b}$
2. $e = \frac{b}{a}$
3. $e = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$
4. $e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$

Вопрос №8. Плоскость $2x + 7y - 2z + 15 = 0$ перпендикулярна плоскости...

1. $2x - 7y - 2z + 1 = 0$
2. $2y - 7z + 14 = 0$
3. $-7x + 2y - 1 = 0$
4. $-y - 7z + 14 = 0$

Вопрос №9. Угол φ между прямыми $l_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{-4}$ и $l_2: \frac{x+7}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{1}$ равен...

1. $\frac{\pi}{2}$
2. $\frac{\pi}{4}$
3. 0
4. $\frac{\pi}{6}$

Вопрос №10. Перейти от тригонометрической формы задания комплексного числа $z = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ к алгебраической форме...

1. $z = 1 - i$
2. $z = 1 + i$
3. $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$
4. $z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$

Вопрос №11. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$ равен...

1. e^4
2. ∞

3. $2e$
4. e^{-2}

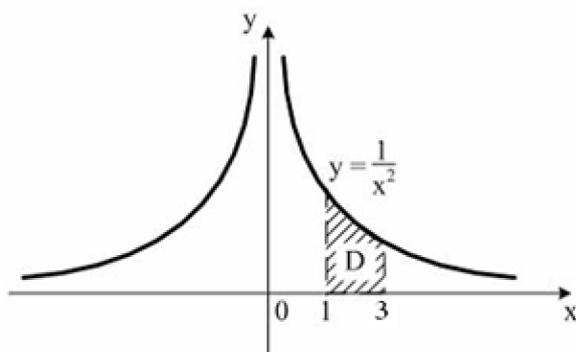
Вопрос №12. Для функции $x^2 y^2 - x - y = 8$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2y}$
2. $y'(x) = \frac{1 + 2x^2y^2}{1 - 2x^2y^2}$
3. $y'(x) = \frac{1 - 2x^2y^2}{1 + 2x^2y^2}$
4. $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2y}$

Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$ равен ...

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$,
3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
4. $\frac{\sin^3 x}{3} + C$.

Вопрос №14. Площадь криволинейной трапеции **D** равна ...



1. $\frac{2}{3}$,
2. $\frac{1}{3}$,
3. $\frac{1}{2}$,
4. 1.

Вопрос №15. Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $3 \int_L (x + y) dx$ по контуру OA равен ...

...

1. 2,
2. 0,
3. 8,
4. 12.

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = y^2 \ln x \dots$

1. с разделяющимися переменными,
2. однородное,
3. уравнение Бернулли,
4. линейное.

Вопрос №17. Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(2)$ равно ...

1. 1,
2. 0,
3. 5,
4. 2.

Вопрос № 18. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется...

1. признак Коши,
2. признак Даламбера,
3. достаточный признак расходимости,
4. признак Лейбница.

Вопрос №19. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-16}}$ линии уровня – это ...

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №20. Формула $\frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}$ представляет ...

1. градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вопрос №21. Бросают игральный кубик. Вероятность выпадения грани с нечетным числом очков равна....

1. 1/3
2. 1/2
3. 1/4
4. 1/6

Вопрос №22. В коробке 12 стандартных и 3 бракованных детали. Вынимают 1 деталь. Вероятность того, что эта деталь – стандартная равна....

1. 1/3
2. 1/15

3. 12/15

4. 3/15

Вопрос №23. В задачах на расчет вероятности того, что в n независимых испытаниях событие A появится ровно m раз, используется при большом числе испытаний и малой вероятности p ...

1. локальная теорема Муавра-Лапласа
2. формула Пуассона
3. интегральная теорема Муавра-Лапласа
4. формула Бернулли

Вопрос №24. Если все значения случайной величины увеличить в какое-то число раз, то как изменится ее математическое ожидание ...

1. не изменится
2. увеличится на это число
3. уменьшится на это число
4. увеличится в это число раз

Вопрос №25. Уточненная (исправленная) выборочная дисперсия S^2 случайной величины X обладает следующими свойствами: является ...

1. смещенной оценкой дисперсии случайной величины X
2. несмещенной оценкой дисперсии случайной величины X
3. смещенной оценкой среднеквадратического отклонения случайной величины X
4. несмещенной оценкой среднеквадратического отклонения случайной величины X

Вопрос 26. Мощность критерия – это вероятность ...

1. не допустить ошибку второго рода
2. допустить ошибку второго рода
3. отвергнуть нулевую гипотезу, когда она неверна
4. отвергнуть нулевую гипотезу, когда она верна

Вопрос №27. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3x}{4} + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(0; \frac{1}{3})$, равна ...

1. 0
2. 1
3. 1/3
4. 1/4.

Вопрос №28. Нулевую гипотезу отвергают, если наблюдаемые значения статистики критерия ...

1. п опадают в критическую область
2. не попадают в критическую область
3. попадают в допустимую область
4. критерия равны нулю

Вопрос №29. События A, B, C, D образуют полную группу. $P(A) = 0,2; P(B) = 0,3; P(C) = 0,4$. вероятность события D равна...

1. 0
2. 1
3. 0,3
4. 0,1

Вопрос №30. Математическое ожидание случайной величины X – числа появления событий в 100 независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность наступления события равна 0,7, равно....

1. 21
2. 70
3. 0,0007
4. 99,3

Вариант3.

Вопрос №1. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

можно перемножить...

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно ...

1. -6
2. 16
3. 1
4. -1

Вопрос №3. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - 3x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

вспомогательный определитель Δ_y равен ...

- 1.-14
- 2.10
- 3.17
- 4.-17

Вопрос №4. Для вектора $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$ сонаправленным вектором будет ...

1. $\vec{b} = \{-1, -2, 3\}$
2. $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$
3. $\vec{d} = \{3, 6, 9\}$
4. $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$ и $\vec{d} = \{2, 4, 6\}$

Вопрос №5. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{k}$. Проекция $\text{pr}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна ...

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{2}{3}$
3. $-\frac{2}{3}$
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №6. Векторное произведение $\vec{i} \times \vec{k}$ базисных векторов \vec{i} и \vec{k} равно ...

1. \vec{k}
2. $-\vec{k}$
3. $-\vec{j}$
4. \vec{i}

Вопрос №7. Векторы $\vec{a}(1; -1; 2)$, $\vec{b}(0; 4; 3)$, $\vec{c}(-4; 4; -8)$...

1. ортогональные
2. коллинеарные
3. компланарные
4. лежат в разных плоскостях

Вопрос №8. Вершинами эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{144} = 1$ будут точки с координатами...

1. $A_1(4; 0)$, $A_2(-4; 0)$, $B_1(0; 12)$, $B_2(0; -12)$
2. $A_1(4; 12)$, $A_2(-4; -12)$, $B_1(0; 12)$, $B_2(0; -12)$
3. $A_1(16; 0)$, $A_2(-16; 0)$, $B_1(0; 144)$, $B_2(0; -144)$
4. $A_1(4; 0)$, $A_2(-4; 0)$

Вопрос №9. Эксцентриситет гиперболы с вершинами в точках $A_1(a; 0)$, $A_2(-a; 0)$, $B_1(0; b)$, $B_2(0; -b)$ (фокусы на оси Ox) равен...

1. $e = \frac{a}{b}$
2. $e = \frac{b}{a}$
3. $e = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$
4. $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$

Вопрос №10. Даны две точки $A(2, -1, 3)$ и $B(4, 1, -1)$. Через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{AB} проходит плоскость...

1. $2(x - 2) + (y + 1) + 4(z - 3) = 0$
2. $3(x - 4) - (y + 2) - 4(z + 1) = 0$
3. $2(x - 2) + 2(y + 1) - 4(z - 3) = 0$
4. $3(x - 4) + (y - 2) + 4(z + 1) = 0$

Вопрос №11. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{2x^2}$ равен...

1. 4
2. 1/2
3. 2
4. ∞

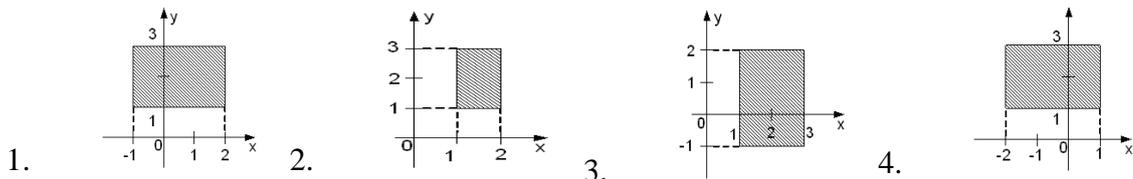
Вопрос №12. Для функции $f(x) = 3e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна ...

1. $f'(x) = -3e^{2x}$,
2. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$,
3. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$,
4. $f'(x) = 6e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 9e^{2x}$.

Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int \frac{4}{x^2 - 4x + 5} dx$ равен ...

1. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$,
2. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \arcsin(x - 2) + C$,
3. $3 \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$,
4. $4 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$

Вопрос №14. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник ...



Вопрос №15. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является...

1. $y' + 2xy = x^3 + 1$,

2. $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$,
3. $y(e^x + 4)dy + 3e^x dx = 0$,
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вопрос №16. Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция...

1. $y = x(x + 2)$,
2. $y = x(3x + 1)$,
3. $y = x(2x + 1)$,
4. $y = x(4x + 1)$.

Вопрос №17. Для ряда $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$ формула n -го члена равна ...

1. $u_n = \frac{1}{2^n}$,
2. $u_n = \frac{3}{2^n}$,
3. $u_n = \frac{3}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$,
4. $u_n = \frac{3}{2n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$.

Вопрос № 18. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n}$ (*):

1.

$u_n = \sin \frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n} (n \rightarrow \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения.

2.

$u_n = \sin \frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n (n \rightarrow \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения.

3.

$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} = 0$, \Rightarrow (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.

4.

$u_n = \sin \frac{\pi}{n}$, $v_n = \frac{\pi}{n}$. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \pi/n}{\pi/n} = 1$, \Rightarrow вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.

Вопрос №19. В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{\pi nx}{e} + b_n \sin \frac{\pi nx}{e})$ коэффициент a_n вычисляется по формуле...

1. $\frac{1}{\pi} \int_{-e}^e f(x) \cos \frac{\pi nx}{e} dx$,
2. $\frac{1}{e} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \frac{\pi nx}{e} dx$,
3. $\frac{1}{e} \int_{-e}^e f(x) \cos \frac{\pi nx}{e} dx$,

4. $\frac{1}{\pi} \int_{-e}^e f(x) dx.$

Вопрос №20. Формула $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$ представляет ...

1. градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. производная по направлению.

Вопрос №21. Бросаем одновременно две игральные кости. вероятность, что сумма выпавших очков не больше 6 равна...

1. 5/12
2. 5/6
3. 7/12
4. 4/9

Вопрос №22. Если два события не могут произойти одновременно, то они называются...

1. зависимыми
2. совместными
3. независимыми
4. несовместными

Вопрос №23. Функция распределения случайной величины может принимать значения

1. любые неотрицательные значения
2. любые положительные значения
3. от -1 до 1
4. от 0 до 1

Вопрос №24. Числа, показывающие, сколько раз встречаются те или иные варианты в ряду, называются....

1. частотами
2. относительными частотами
3. вероятностями
4. нет верного ответа

Вопрос 25. По выборке объема $n=100$ получена выборочная дисперсия $D^*=99$. Тогда уточненная (исправленная) выборочная дисперсия равна....

1. 100
2. 80
3. 99
- D. 199

Вопрос №26. Мощность критерия – это вероятность ...

1. не допустить ошибку второго рода
2. допустить ошибку второго рода
3. отвергнуть нулевую гипотезу, когда она неверна

4. отвергнуть нулевую гипотезу, когда она верна

Вопрос №27. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3x}{4} + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(0; \frac{1}{3})$, равна ...

1. 0
2. 1
3. 1/3
4. 1/4

Вопрос №28. Если все значения случайной величины уменьшить в какое-то число раз, то как изменится ее дисперсия ...

1. не изменится
2. увеличится на это число
3. уменьшится на это число
4. уменьшится в это число раз, возведенное в квадрат

Вопрос №29. Дан ряд значений признака 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4. Тогда мода этого ряда равна...

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

Вопрос №30. Случайная величина X - время ожидания автобуса - имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 10]$. Тогда вероятность прождать автобус больше 3 минут, но меньше 5 минут равна

1. 0,2
2. 0,5
3. 1
4. 0

Приложение № 2

Темы практических занятий по дисциплине «Математика»

- Тема 1. Матрицы и действия над ними. Определители. Их свойства и вычисление.
- Тема 2. Обратная матрица. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы.
- Системы линейных уравнений
- Тема 3. Векторы. Основные определения. Линейные операции. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Линейные операции над векторами в координатной форме
- Тема 4. Скалярное произведение векторов. Свойства. Приложения
- Тема 5. Векторное и смешанное произведения векторов. Свойства. Приложения.
- Тема 6. Уравнение линии на плоскости. Различные способы задания прямой.
- Тема 7. Кривые второго порядка, их характеристики и свойства. Преобразование координат.
- Тема 8. Уравнение поверхности и линии в пространстве. Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве.
- Тема 9. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности второго порядка.
- Тема 10. Множества и операции ними. Некоторые понятия математической логики. Понятие функции. Классификация функций.
- Тема 11. Предел числовой последовательности и функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы.
- Тема 12. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация
- Тема 13. Производная функции. Механический и геометрический смысл. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Таблица производных.
- Тема 14. Дифференцирование функций. Вычисление производных сложных функций, параметрически заданных и неявных функций.
- Дифференциал. Свойства. Производные и дифференциалы высших порядков.
- Тема 15. Теоремы Ферма, Лагранжа, Ролля о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталя.
- Тема 16. Приложение производной к исследованию функций и построению их графиков.
- Тема 17. Функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные. Экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум. Функция Лагранжа.
- Тема 18. Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства. Таблица. Основные методы интегрирования.
- Тема 19. Комплексные числа. Многочлены. Корни многочлена. Разложение на множители. Рациональные дроби. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
- Тема 20. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование рациональных дробей.
- Тема 21. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Свойства
- Тема 22. Определенный интеграл, основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
- Тема 23. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.
- Тема 24. Приложение определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.
- Тема 25. Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого

порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Тема 26. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Однородные уравнения. Свойства решений.

Тема 27. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного д.у. Линейные неоднородные д.у. с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

Тема 28. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление.

Тема 29. Понятие о криволинейных интегралах первого рода. Задача о работе переменной силы.

Тема 30. Поверхностные интегралы, их приложения. Элементы теории поля.

Тема 31. Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Признаки сходимости.

Тема 32. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.

Тема 33. Функциональные и степенные ряды, интервал сходимости. Свойства степенных рядов. Ряды Фурье.

Тема 34. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Различные подходы к введению понятия вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Тема 35. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.

Тема 36. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства

Тема 37. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

Типовые задания для практических занятий

Здание 1.

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 7 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix} \quad -2 \cdot A = -2 \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix} ,$$

$$A \cdot B \equiv_{\mathbb{Z}_7} (3 \ 5) \cdot (10)$$

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}$$

Задание 2.

Решить систему уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, матричным

методом

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + 2y + z = 23 \\ y + 2z = 13 \end{cases}$$

Задание 3.

Вектор \vec{a} , длина которого равна 6, образует с осью Ox угол 60° , с осью Oy – угол 135° , с осью Oz – угол 90° . Найти проекции вектора \vec{a} на данные оси.

Тема 4.

Найти угол между двумя векторами $\vec{a} = i - \vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = \{6, 3, -2\}$.

Задание 5.

Вычислить площадь треугольника с вершинами в точках $A(2; 3; -1)$, $B(5; 6; 3)$, $C(7; 1; 0)$.

Показать, что векторы $\vec{a} = 7i - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3i - 7\vec{j} + 8k$ и $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ компланарны.

Найти объем пирамиды, построенной на $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (1; -2; 3)$, $\vec{c} = (-1; 1; 2)$

векторах

Задание 6.

Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; -3)$ и $B(5; 1)$.

Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; 5)$ параллельно прямой $7x - 3y + 1$

$= 0$.

Найти расстояние от точки $M(-3; 4)$ до прямой $6x - 8y + 1 = 0$.

Задание 7.

Дан эллипс $9x^2 + 5y^2 = 45$. Найти: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

Эксцентриситет гиперболы $\varepsilon = 2$, центр ее лежит в начале координат, один из фокусов $F(12; 0)$. Вычислить расстояние от точки M_1 гиперболы с абсциссой, равной 13, до директрисы, соответствующей заданному фокусу.

Задание 8.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; 2; 0)$, $M_2(1; -1; 2)$, $M_3(0;$

$1; -1)$.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(2; 1; -3)$ параллельно

плоскости $2x - y + 3z + 1 = 0$.

Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{1}$ и плоскости $x + 2y - z + 3 = 0$.

Приложение № 3

Образец заданий лабораторных работ по дисциплине «Математика»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Задание 1. Решить матричные уравнения. Сделать проверку.

Условия по вариантам

№ вар.	Условие	
	А)	Б)
1	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 & 10 \\ 34 & 26 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 46 & -18 \\ -4 & 26 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & -11 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11 & -32 \\ 17 & 20 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -5 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 36 & 38 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -47 & -48 \\ -23 & -29 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -48 & -4 \\ 35 & 11 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -37 & 22 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & -14 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -5 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$

11	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & -20 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -43 & -37 \\ 22 & 13 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 29 & -21 \\ -45 & 13 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -5 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -11 & 4 \\ 27 & 24 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -5 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -37 & 22 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11 & -32 \\ 17 & 20 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 11 & -32 \\ 17 & 20 \end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 46 & -18 \\ -4 & 26 \end{pmatrix}$

Задание 2. Исследовать систему линейных уравнений на совместность и определенность. Найти общее решение системы, сделать проверку.

Указание.

1. Для исследования системы воспользоваться теоремой Кронеккера-Капелли.
2. Для решения системы привести расширенную матрицу к ступенчатому виду с помощью оператора **rref**.
3. По ступенчатой матрице определить базисные и свободные переменные; выразить базисные переменные через свободные, заменив последние произвольными параметрами.
4. Записать общее решение в виде вектор-столбца. Проверить правильность найденного решения подстановкой.

Условия по вариантам

№ вар.	Условие	№ вар.	Условие
1	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_4 + x_5 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 - 6x_4 - 5x_5 = 4 \\ 7x_1 - 8x_2 + 2x_3 + 9x_4 + x_5 = 7 \\ 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 - 7x_5 = 5 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -3 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - 3x_5 = 1 \\ 2x_1 - 10x_2 + 6x_3 + 8x_4 - 2x_5 = 11 \\ -5x_1 - 9x_2 + 11x_3 + 8x_4 - 10x_5 = 18 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = -3 \\ 3x_1 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -1 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 4 \\ 2x_1 - 6x_2 + 6x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -11 \\ -3x_1 - x_2 + 11x_3 - x_4 - 9x_5 = -5 \end{cases}$	4	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 2 \\ -3x_1 + 10x_2 - 8x_3 - x_4 - 5x_5 = -1 \\ 11x_1 - 2x_2 - x_3 + 8x_4 + x_5 = 8 \\ -5x_1 + 14x_2 - 11x_3 - 2x_4 - 7x_5 = -2 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 - x_5 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 + x_5 = -2 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 7x_2 + 6x_3 - 15x_4 - 2x_5 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 + 11x_3 - 14x_4 - 10x_5 = 12 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = -2 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -5 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ 10x_1 - 7x_3 - 2x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = -1 \\ 7x_1 - 4x_2 - 8x_3 - 5x_5 = 8 \\ -4x_1 + 6x_2 - x_3 + 13x_4 + x_5 = 1 \\ 10x_1 - 6x_2 - 11x_3 - x_4 - 7x_5 = 11 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -2 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2 \\ 7x_1 - x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 10x_5 = 16 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -5 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ 9x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 3 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 1 \\ 12x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 9x_4 + x_5 = -8 \\ -5x_1 + 4x_2 - x_3 - 7x_4 - 8x_5 = -1 \\ 17x_1 - 10x_2 - 11x_3 + 13x_4 + 2x_5 = -11 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -1 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 2 \\ 9x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 12 \\ 7x_1 - 9x_2 + 13x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 21 \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -5 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ 11x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 6 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ 5x_1 - 5x_2 - 8x_3 + 9x_4 - 7x_5 = -11 \\ 12x_1 + x_2 - x_3 - 7x_4 + 4x_5 = -3 \\ 6x_1 - 7x_2 - 11x_3 + 13x_4 - 10x_5 = -15 \end{cases}$	14	$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 + x_5 = -1 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ -x_1 - 10x_2 + 10x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 13 \\ -7x_1 - 7x_2 + 17x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 20 \end{cases}$

15	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 1 \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -5 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ 18x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 9x_4 + 8x_5 = 6 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = -3 \\ 3x_1 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -1 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 4 \\ 2x_1 - 6x_2 + 6x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -11 \\ -3x_1 - x_2 + 11x_3 - x_4 - 9x_5 = -5 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = -2 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -5 \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 2 \\ 10x_1 - 7x_3 - 2x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 = -1 \\ 7x_1 - 4x_2 - 8x_3 - 5x_5 = 8 \\ -4x_1 + 6x_2 - x_3 + 13x_4 + x_5 = 1 \\ 10x_1 - 6x_2 - 11x_3 - x_4 - 7x_5 = 11 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 1 \\ 12x_1 - 7x_2 - 8x_3 + 9x_4 + x_5 = -8 \\ -5x_1 + 4x_2 - x_3 - 7x_4 - 8x_5 = -1 \\ 17x_1 - 10x_2 - 11x_3 + 13x_4 + 2x_5 = -11 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -1 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 2 \\ 9x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 12 \\ 7x_1 - 9x_2 + 13x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 21 \end{cases}$

Задание 3. Решить задачу

В терминал грузового порта поступили грузы трех видов в количестве m_1, m_2, m_3 тонн соответственно. Для поставки потребителям используется два вида транспорта: железнодорожные вагоны V и автомобильный транспорт T . В поданные вагоны можно поместить M тонн груза, остальной груз может быть доставлен автомобильным транспортом. При этом запрещена транспортировка груза m_i транспортом V или T . Тарифы грузоперевозок одной тонны каждого вида груза в вагоны составляет v_1, v_2, v_3 д. ед. и автомобильным транспортом t_1, t_2, t_3 д. ед. соответственно. Требуется составить план погрузочных работ при условии, что терминал полностью освобожден, а затраты на погрузочные работы должны составить ровно S д. ед.

Указание. По условию задачи составить и решить систему линейных алгебраических уравнений.

Представить план погрузочных работ в виде таблицы

Вид транспорта	Вид груза (т)		
	m_1	m_2	m_3
Железнодорожные вагоны			
Автомобильный транспорт			
Всего (т)			

Условия по вариантам

№ вар.	Вид груза (т)			M (т)	Запрещено	Тарифы грузоперевозок (д.ед.)			S (д.ед.)			
	m_1	m_2	m_3			v_1	v_2	v_3		t_1	t_2	t_3
1	400	300	500	500	$m_1 - V$	5,2	3,4	5,1	7,5	6,1	2,7	6870
2	100	550	610	750	$m_1 - T$	6,4	7,6	8,1	4,3	5,2	3,3	8033
3	1000	3000	8000	3120	$m_2 - V$	6,2	1,5	4,3	5,1	6,3	2,8	51032
4	390	450	610	940	$m_2 - T$	8,1	5,4	4,8	5,3	9,1	4,2	7771

5	540	780	590	520	$m_3 - V$	7,7	5,6	6,8	5,3	4,3	6,2	11014
6	1800	2100	3400	5300	$m_3 - T$	9,1	5,2	4,6	8,1	4,3	6,1	41040
7	550	790	1050	1140	$m_1 - V$	9,5	5,2	6,3	4,2	9,2	8,1	14827
8	720	450	890	1560	$m_1 - T$	5,1	3,2	6,1	8,2	4,3	9,2	11691
9	5100	4250	4970	7100	$m_2 - V$	6,6	5,2	4,9	8,1	8,3	5,1	95182
10	195	432	198	627	$m_2 - T$	8,7	5,6	3,2	5,4	4,3	5,6	4654,5
11	253	748	357	524	$m_3 - V$	7,3	4,5	6,2	1,3	2,8	9,1	7422,8
12	452	589	790	1450	$m_3 - T$	9,6	5,2	3,4	8,3	9,1	2,5	10663,4
13	740	1045	2009	2029	$m_1 - V$	6,2	3,5	4,3	5,4	2,1	5,8	17065,7
14	1200	3850	1275	4625	$m_1 - T$	5,3	4,6	8,1	5,8	7,6	6,5	38232,5
15	490	1100	2350	2500	$m_2 - V$	2,3	6,1	5,2	4,3	5,1	2,9	18562
16	1290	5400	3273	8215	$m_2 - T$	5,2	4,3	5,5	4,6	6,2	3,5	45476,5
17	248	352	784	550	$m_3 - V$	5,8	6,7	2,8	3,4	5,3	8,1	10029,2
18	550	795	1231	2176	$m_3 - T$	2,5	3,2	3,3	4,9	4,7	5,1	8671,3
19	1250	3800	5425	6926	$m_1 - V$	9,1	8,3	8,5	8,8	7,6	9,5	88742,5
20	500	420	640	1120	$m_1 - T$	5,2	4,3	6,7	3,9	4,8	5,9	8498

Задание 4. Дана пирамида с вершинами в точках А, В, С, D. Найти объём пирамиды, площадь основания ABC и высоту пирамиды, опущенную из вершины D на грань ABC.

Указание. Решить задачу средствами векторной алгебры.

В Mathcad вектор задается как матрица размера $(n \times 1)$. Операции над векторами выполняются аналогично матричным операциям (панель инструментов **Матрица**)

Условия по вариантам

№ вар.	Условие
1	$A(1;1;1), B(-1;2;4), C(2;0;6), D(-2;5;-1)$.
2	$A(0;5;0), B(2;3;-4), C(0;0;6), D(-3;1;-1)$.
3	$A(0;0;6), B(4;0;-4), C(1;3;-1), D(4;-1;-3)$.
4	$A(-5;6;-1), B(6;-5;2), C(6;5;1), D(0;0;2)$.
5	$A(2;-5;3), B(3;2;-5), C(5;-3;-2), D(-5;3;-2)$.
6	$A(6;0;4), B(0;6;4), C(4;6;0), D(0;-6;4)$.
7	$A(3;2;4), B(2;4;3), C(4;3;-2), D(-4;-2;-3)$.
8	$A(2;-4;6), B(0;-2;4), C(2;3;0)$. $D(3;0;0)$
9	$A(5;-2;-1), B(4;0;0), C(2;5;1), D(1;2;5)$.
10	$A(4;2;5), B(3;0;4), C(0;2;3), D(5;-2;-4)$.
11	$A(4;2;5), B(-3;0;4), C(0;2;3), D(5;2;-4)$.
12	$A(4;4;10), B(7;10;2), C(2;8;4), D(9;6;9)$.
13	$A(4;6;5), B(6;9;4), C(2;10;10), D(7;5;9)$.
14	$A(4;-5;2), B(1;-3;4), C(5;2;-4)$. $D(0;-1;2)$

15	$A(10;6;5), B(-2;8;4), C(6;8;9), D(7;10;3).$
16	$A(1;8;2), B(5;2;6), C(5;7;4), D(4;10;9).$
17	$A(6;6;5), B(4;9;5), C(4;6;11), D(5;9;3).$
18	$A(7;2;2), B(5;7;7), C(5;3;1), D(2;3;7).$
19	$A(8;6;4), B(10;5;5), C(5;6;8), D(8;10;-7).$
20	$A(7;7;3), B(6;5;8), C(3;6;7), D(8;4;1).$

Задание 5. Даны три силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, приложенные к точке А. Найти:

- 1) работу равнодействующей этих сил, если точка перемещается прямолинейно из положения А в положение В;
- 2) момент равнодействующей этих сил относительно точки В и величину момента.

Условия по вариантам

№ вар.	\vec{F}_1	\vec{F}_2	\vec{F}_3	А	В
1	(4, -8, 1)	(-3, 5, 2)	(2, -3, 4)	(-2, 7, -6)	(-6, 5, 10)
2	(5, 4, 3)	(3, -2, -2)	(7, -8, 1)	(-3, 8, -3)	(2, 0, 8)
3	(-1, 4, 10)	(3, -12, 8)	(-2, 10, 7)	(7, 3, 2)	(-6, 9, -3)
4	(4, -1, -8)	(5, 2, -6)	(3, -2, -8)	(-4, 6, -1)	(4, -2, 5)
5	(-2, 1, 7)	(2, 4, -1)	(3, 1, -2)	(2, 1, -1)	(-3, -5, 9)
6	(2, 1, -5)	(6, 4, 3)	(7, 1, 4)	(-2, 1, -1)	(-2, 4, 0)
7	(3, -1, 5)	(4, -5, 2)	(-1, 3, -7)	(-2, -9, 5)	(-9, 4, -4)
8	(-4, 1, 3)	(7, 8, -1)	(3, -2, 7)	(2, 9, 10)	(3, 4, -3)
9	(3, 4, -3)	(5, -3, -4)	(4, 5, 6)	(9, 4, 0)	(-2, -9, 5)
10	(5, -3, -3)	(2, -8, 5)	(3, 2, -7)	(3, -2, 1)	(7, -1, 0)
11	(-5, 4, 3)	(3, 2, -1)	(4, -3, 2)	(7, -1, 0)	(-2, 7, -6)
12	(4, 3, -1)	(5, -2, 4)	(3, 4, 5)	(-3, -5, 9)	(2, 9, 10)
13	(4, -5, 7)	(2, 3, 1)	(-5, -2, 4)	(7, -3, -6)	(7, 3, 2)
14	(3, 2, -1)	(7, -8, 2)	(-3, 5, 1)	(8, -1, 11)	(-3, -5, 9)
15	(-2, 5, 4)	(3, -6, 7)	(5, 1, -1)	(-5, 10, 5)	(9, 4, 0)
16	(-3, 2, 5)	(2, -4, 1)	(4, -2, -4)	(11, 3, -1)	(-4, 6, -1)
17	(3, -4, 2)	(5, 2, -4)	(4, 3, -1)	(-10, -2, 4)	(3, -2, 1)
18	(3, 2, -7)	(8, -1, 3)	(5, 3, -14)	(-6, 11, 6)	(11, 3, -1)
19	(4, 5, -2)	(3, 1, -1)	(-2, 2, 5)	(0, 3, -1)	(7, -3, -6)
20	(4, 8, 5)	(-3, 2, -8)	(-2, 7, 6)	(-2, 4, 0)	(-6, 11, -6)

Задание 6. Построить линию по заданному уравнению.

Указание. Перейти к полярным координатам и записать уравнение линии в виде $r = r(\varphi)$. Построить график в полярной системе координат.

Условия по вариантам

№ вар.	Условие	№ вар.	Условие
1	$\sqrt{x^2 + y^2}(\sqrt{x^2 + y^2} - 4) = 4x$	2	$(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = 2xy$
3	$(x^2 + y^2)^3 = 16xy(x^2 - y^2)$	4	$(x^2 + y^2)^3 = 6y^3$
5	$(x^2 + y^2)^3 = x^4 + y^4$	6	$(x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2$

7	$(x^2 + y^2)^2 = 4(3x^2 + 4y^2)$	8	$(x^2 + y^2)^3 = 8x^4$
9	$(x^2 + y^2)^2 = 4xy$	10	$(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} = x^2$
11	$(x^2 - y^2)^3 = 16x^2$	12	$(x^2 + y^2)^3 = x^2$
13	$\sqrt{x^2 + y^2}(\sqrt{x^2 + y^2} - 2) = 2x$	14	$(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = 8xy$
15	$x^2 + y^2 = 4x + 2\sqrt{x^2 + y^2}$	16	$(x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2)$
17	$(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = 8xy(x^2 - y^2)$	18	$(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = 6y^3$
19	$(x^2 + y^2)^2 = 2x(x^2 - 3y^2)$	20	$(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} = 2y^2$

Образцы типовых вариантов контрольных работ

по дисциплине «Математика»

Первый семестр.

1) Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

2) Пределы и производная функции.

Второй семестр.

1) Неопределенный и определенный интегралы.

2) Дифференциальные уравнения.

3) Основные теоремы теории вероятностей и следствия из них.

Контрольная работа №1: Тема: Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Даны вершины треугольника $A(2,-1)$, $B(4,5)$, $C(-3,2)$. Составить уравнение высоты $ВД$ и медианы $АМ$.
2. Составить уравнение эллипса, для которого сумма полуосей равна 8, а расстояние между фокусами тоже равно 8.
3. Найти расстояние между центром окружности $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 2 = 0$ и правым фокусом гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5,-4,3)$ и $B(-2,1,8)$ параллельно оси OX .
5. Составить канонические уравнения прямой $\begin{cases} 5x + 3y - 4z + 2 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$

Контрольная работа №1: Тема: Пределы и производная функции

1. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x} \quad 4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x} \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья: а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5}$;

$$б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

3. Вычислить производные функций:

$$a) y = \ln \frac{\sqrt{x^4 + 1} - x^2}{\sqrt{x^4 + 1} + x^2};$$

$$б) y = \frac{2^x (x + 1)^3}{(x - 1)^2 \sqrt{2x + 1}}; \quad в) \begin{cases} x = e^{-t} \sin t, \\ y = e^t \cos t \end{cases}$$

Контрольная работа №2: Тема: Неопределенный и определенный интегралы

1. Вычислить неопределенные интегралы:

$$a) \int \operatorname{ctg} x dx;$$

$$b) \int x \cdot \sin 3x dx;$$

$$c) \int \frac{dx}{(5+x)\sqrt{1+x}}.$$

2. Вычислить определенные интегралы:

$$a) \int_1^2 \frac{3x^3 + 1}{x^2 - 1} dx;$$

$$b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx.$$

3. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной одной волной синусоиды $y = \sin \frac{x}{2}$.

4. Вычислить объем тела вращения $y = 9 - x^2, y = 0$.

Контрольная работа №2: Тема: Дифференциальные уравнения

Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$a) y' = \frac{y^2}{x^2} + 4 \frac{y}{x} + 2; \quad б) xy' - 3y = x^4 \ell^x. \quad в) y'' x \ln x = y'.$$

Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям $y'' - 5y' + 6y = 2 \cos x, y(0) = 3, y'(0) = \frac{1}{2}$.

Контрольная работа №2: Основные теоремы теории вероятностей и следствия из них.

1. В бригаде 4 женщины и 3 мужчин. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчин?

2. С первого станка-автомата на сборку поступают 40%, со второго 30%, с третьего 20%, с четвертого 10% деталей. Среди деталей, выпущенных первым станком, 2% бракованных, вторым 1%, третьим 0,5% и четвертым 0,2%. Найдите вероятность того, что поступившая на сборку деталь небракованная.

3. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для данного стрелка равна 0,8 и не зависит от номера выстрела. Требуется найти вероятность того, что при 5 выстрелах произойдет ровно 2 попадания в мишень.
4. Вероятность того, что деталь прошла проверку ОТК равна 0,8. Найти вероятность того, что среди случайно отобранных 400 деталей непроверенными окажутся а) ровно 320 деталей, б) от 300 до 340 деталей.

Вопросы и типовые задания для подготовки к экзаменам 1-2 семестр

Вопросы для подготовки к экзамену (1 семестр)

1. Матрицы. Виды матриц. Сложение, умножение на скаляр, умножение матриц.
2. Определители 2 и 3 порядков. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Понятие об определителях 4 ..., n-го порядков.
3. Свойства определителей.
4. Обратная матрица.
5. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Решение системы n-линейных уравнений с n неизвестными средствами матричного исчисления.
7. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.
8. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
9. Однородные системы уравнений.
10. Векторы. Основные определения. Линейные операции над векторами и их свойства. Условие коллинеарности векторов.
11. Проекция вектора на ось и ее свойства.
12. Линейная комбинация векторов. Линейно-зависимые и линейно-независимые векторы. Базисы на плоскости в пространстве. Разложение вектора по базису.
13. Системы координат на плоскости и в пространстве. Прямоугольная Декартова система координат. Координаты вектора и точки. Расстояние между 2 точками.
14. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Условие коллинеарности векторов.
15. Деление отрезка в данном отношении.
16. Направляющие косинусы вектора.
17. Скалярное произведение векторов и его свойства. Скалярное произведение в координатной форме, его приложения.
18. Левая и правая тройки векторов. Векторное произведение и его свойства.
19. Векторное произведение в координатной форме. Приложения векторного произведения.
20. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл. Смешанное произведение в координатной форме. Его приложения.
21. Уравнение линии. Прямая на плоскости. Нормальный и направляющий векторы прямой. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
22. Уравнение прямой, проходящей через 2 точки. Уравнение прямой в отрезках. Угол между 2 прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
23. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
24. Уравнение окружности.
25. Эллипс. Вывод уравнения. Исследование формы по уравнению.
26. Гипербола. Вывод уравнения. Исследование формы по уравнению.
27. Парабола. Вывод уравнения. Исследование формы по уравнению.
28. Полярная система координат. Связь между прямоугольными и полярными координатами точки.
29. Преобразование координат. Приведение уравнений кривых 2 порядка к каноническому виду в простейших случаях.
30. Уравнение поверхности. Плоскость. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости в координатной форме.

31. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
32. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой.
33. Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду.
34. Основные задачи на плоскость и прямую (условия параллельности и перпендикулярности, угол между прямой и плоскостью, точка пересечения прямой и плоскости).
35. Цилиндрические поверхности.
36. Эллипсоид. Исследование формы методом сечений.
37. Однополостной и двуполостной гиперболоид. Исследование формы методом сечений.
38. Эллиптический и гиперболический параболоиды. Исследование формы методом сечений.
39. Функция. Способы задания. Функции, ограниченные на множестве. Сложные функции. Обратные функции.
40. Основные элементарные функции. Классификация функций.
41. Различные определения предела функции. Примеры.
42. Последовательность и ее предел.
43. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Их свойства, связь между ними.
44. Признак существования предела.
45. Основные теоремы о пределах.
46. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые. Их использование при вычислении пределов.
47. Первый замечательный предел.
48. Второй замечательный предел. Число e . Натуральные логарифмы.
49. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
50. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация.
51. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
52. Производная функции. Механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали.
53. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
54. Свойства производной. Производная сложной и обратной функций.
55. Дифференциал функции. Геометрический смысл. Свойства. Приложения.
56. Производные и дифференциалы высших порядков.
57. Дифференцирование функций, заданных неявно; параметрически.
58. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.
59. Правило Лопиталя.
60. Необходимые и достаточные условия монотонности функции.
61. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
62. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутом интервале. Задачи оптимизации.
63. Исследование графика функции на выпуклость, вогнутость, перегиб. Асимптоты графика функции.
64. Понятие функции двух и более переменных. Способы решения. Геометрическое изображение. Линии уровня. Поверхности уровня.
65. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
66. Частные производные. Их механический и геометрический смысл.
67. Полный дифференциал. Частные дифференциалы. Приложение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
68. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
69. Наименьшее и наибольшее значение функции двух переменных в замкнутой области.

70. Производная в данном направлении. Градиент и его связь с производной в данном направлении.

Вопросы для подготовки к экзамену (2 семестр)

1. Определение первообразной функции и неопределенного интеграла, их геометрический смысл и свойства.
2. Основные методы интегрирования. Интегрирование простейших рациональных дробей.
3. Интегрирование дробно-рациональных функций и тригонометрических функций.
4. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
5. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла, его свойства.
6. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Геометрические приложения определенного интеграла.
8. Статические моменты и координаты центра тяжести однородной плоской фигуры.
9. Понятие несобственных интегралов.
10. Основные понятия дифференциальных уравнений I порядка, их определение и геометрический смысл.
11. Дифференциальные уравнения высших порядков, основные определения и понятия.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, типы этих уравнений и способы понижения их порядка.
13. Свойства решений линейного однородного дифференциального уравнения порядка, условия независимости. Определитель Вронского, фундаментальная система решений.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами и их решение. Вид решения для различных корней характеристического уравнения.
15. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида методом неопределенных коэффициентов.
16. Системы дифференциальных уравнений.
17. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла, его свойства и вычисление. Двойной интеграл в полярных координатах.
18. Тройной интеграл, его свойства и вычисление.
19. Геометрические и физические приложения двойного и тройного интеграла.
20. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги), его свойства и вычисление.
21. Определение криволинейного интеграла по координатам, его свойства и вычисление
22. Криволинейные интегралы по замкнутому контуру. Связь с двойными интегралами. Формула Грина.
23. Необходимые и достаточные условия независимости криволинейного интеграла по координатам от контура интегрирования.
24. Свойства и вычисление поверхностных интегралов.
25. Числовые ряды и их свойства. Сходимость числовых рядов. Необходимый признак сходимости.
26. Признаки сходимости положительных числовых рядов (признаки сравнения, Коши, Даламбера, интегральный).
27. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница их сходимости.
28. Функциональные ряды.

29. Разложение функций в ряд Тейлора, вычисление его коэффициентов. Условия разложения функций в ряд Тейлора и Маклорена. Приложения рядов к приближенным вычислениям.
30. Случайные события. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.
31. Произведение событий. Зависимые и независимые события. Теоремы умножения вероятностей.
32. Сумма событий. Теоремы сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
33. Основные формулы комбинаторики. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
34. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
35. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности события в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
36. Дискретные случайные величины. Законы распределения. Числовые характеристики и их свойства. Интегральная функция распределения и ее свойства.
37. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности) и ее свойства.
38. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
39. Равномерный закон распределения.
40. Показательный закон распределения. Функция надежности.
41. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания значений случайной величины и заданный интервал для нормального закона. Правило трех сигм.
42. Понятие о начальных и центральных моментах распределения.
43. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.
44. Понятие о законе больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.

Задачи для подготовки к экзаменам 1-2 семестр

Даны вершины треугольника $A(0,1)$ $B(1,2)$ $C(3,2)$. Найти уравнения сторон этого треугольника.

Найти вектор \vec{x} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (1, 2, -3)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x} \cdot \vec{a} = 28$

Найти канонические и параметрические уравнения прямой
$$\begin{cases} x-2y+3z-2=0 \\ 2x-y+z+4=0 \end{cases}$$

Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{1-5x}$

Привести уравнение кривой к каноническому виду и построить ее:

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 14 = 0.$$

Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x-a) - \ln x)$

Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5)$ $B(1,2,1)$ $C(-2,-3,6)$ $D(3,-6,-6)$. Вычислить объем пирамиды.

Найти производную $y = (x+2)^{\frac{1}{\ln x}}$

Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ и координатными плоскостями.

Найти производную первого порядка для функции, заданной неявно $tg(xy) = \frac{\ln y}{x}$

Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$, $x + 2y + 3z - 29 = 0$

Найти производную первого порядка для функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{t+1} \\ y = \frac{1}{(t-1)^2} \end{cases}$$

Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{k} \text{ и } \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{k}$$

Составить уравнение касательной к кривой $x^2 + 2x + 2y^2 = 4$ в точке $\left(1, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Вычислить работу силы $\vec{F} = \{5, -3, 9\}$ по перемещению из A(3,4,-6) в B(2,6,5).

Найти значения производной второго порядка функции $y = \arctg(2x+1)$ при $x = -1$.

Вычислить величину момента силы $\vec{F} = \{-3, 1, -9\}$ приложенной в A(6,-3,5) относительно B(9,-5,-7).

В какой точке кривой $y^2 = 4x^3$ касательная перпендикулярна к прямой $x + 3y - 1 = 0$?

Будут ли компланарны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$?

$xy - y/x = 2$, найти dy .

Найти вектор \vec{x} , коллинеарный вектору $\vec{a} = \{1, 2, -3\}$ и удовлетворяющий условию $\vec{x} \cdot \vec{a} = 28$

Исследовать на экстремум функцию $y = \operatorname{tg} x - x$ в ее области определения .

Образуют ли векторы $\vec{a} = \{1, 3\}$ и $\vec{b} = \{2, -1\}$ базис? Если да, то разложить по нему вектор $\vec{c} = \{4, -1\}$

Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-1} \right)^x$

Привести к каноническому виду уравнение кривой $6x^2 - 18x - 4y^2 - 24y = 14$ и построить ее.

Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{2x}$

Определить тип и основные характеристики поверхности по ее уравнению $-8x - 6y - 4z = 11$

$$2x^2 + 3y^2$$

Какого рода разрывы у функции $y = \frac{\sin x}{x}$ и $y = \frac{\cos x}{x}$

Показать, что $A \cdot B \neq B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

При каком выборе а функция $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1 \\ 3-ax^2, & x > 1 \end{cases}$ будет непрерывной?

Построить график.

Найти высоту параллелепипеда, две грани оснований которого лежат на плоскостях $2x - 2y + z - 1 = 0$ и $2x - 2y + z + 5 = 0$

Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{5x}}{\sin x}$

Найти величину и направляющие \cos момента силы $\vec{F} = \{3, 4, -2\}$, приложенной в $A(2, -1, -2)$, относительно начала координат.

Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 y}{\sin^2 xy}$

Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 3)$ и отсекающей на осях координат равные отрезки.

Угол поворота φ шкива задан функцией $\varphi(t) = t^2 + 3t - 5$. Найти угловую скорость ω шкива в конце пятой секунды.

Какая поверхность 2-го порядка задана уравнением $2x^2 + 2y^2 - 5z^2 + 2x - 15 = 0$?

Исследовать и построить график функции $y = \frac{1}{x^2} + x^2$.

Найти расстояние от точки $P(3, -4, -6)$ до плоскости, проходящей через $M_1(-6, 1, 0)$, $M_2(7, -2, -1)$, $M_3(10, -7, 0)$,

Найти асимптоты графика функции $y = \frac{x^3 - 1}{x^2}$

Привести уравнения прямой $\begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0 \\ x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ к каноническому виду.

При каких значениях α существует матрица, обратная $A = \begin{pmatrix} \alpha & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \\ 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$?

Написать уравнение прямой, перпендикулярной плоскости $2x - 2y + z - 5 = 0$ и проходящей через $A(4, 3, -1)$. Найти расстояние от A до этой плоскости.

Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^5}{x^5+3}$.

При каком значении C прямая $\begin{cases} 3x - 2y + z + 3 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 1 = 0 \end{cases}$ параллельна плоскости $2x + y + Cz - 2 = 0$?

Найти кинетическую энергию тела, движущегося по закону $S(t) = t^2 - 4t^4$ в момент времени $t = 3$.

Найти высоту тетраэдра с вершинами в точках: $O(0, 0, 0)$, $A(5, 2, 0)$, $B(2, 5, 0)$, $C(1, -2, 4)$, опущенную из C .

Определить порядок малости относительно x при $x \rightarrow 0$ бесконечно малой

$$\alpha(x) = \sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 - x)$$

Решить матричное уравнение $x \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$. Результат проверить.

Исследуйте на экстремум функцию $y = x \ln x$.