

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Т. А. Кутузова

МАТЕМАТИКА

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины
для студентов по направлению подготовки
19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания
Профиль программы
«Балтийская высшая школа гастрономии».

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2023

УДК 519.6

Рецензент

кандидат физико-математических наук, и.о. заведующего кафедрой прикладной математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» А. И. Руденко

Кутузова, Т. А.

Математика: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов по направлению подготовки 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания, профиль программы «Балтийская высшая школа гастрономии». / Т. А. Кутузова – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 36 с.

В учебно-методическом пособии приведен тематический план изучения дисциплины. Представлены методические указания по изучению дисциплины. Даны рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации и по выполнению самостоятельной работы. Пособие подготовлено в соответствии с требованиями утвержденной рабочей программы математического и естественнонаучного модуля по дисциплине «Математика» направления подготовки 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания, профиль программы «Балтийская высшая школа гастрономии».

Табл. 1, список лит. – 7 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 22.02.2023 г., протокол № 2

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией ИЦТ от 17.03.2023г., протокол № 2

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией ИАПС от 30.06.2023г., протокол № 6

УДК 519.6

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Калининградский государственный технический университет», 2023 г.

© Кутузова Т. А., 2023 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1. Тематический план.....	4
2. Содержание и методические указания по изучению дисциплины	8
Раздел «Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии»	8
Раздел «Основы математического анализа».....	11
Раздел «Дифференциальные уравнения»	17
Раздел «Ряды».....	19
Раздел «Основы теории вероятностей»	20
Раздел «Элементы математической статистики»	22
3. Методические указания по самостоятельной работе	23
4. Требования к аттестации по дисциплине	24
4.1. Текущая аттестация	24
4.2. Условия получения положительной оценки.....	25
Список рекомендуемой литературы.....	28
Приложение	29

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие представляет комплекс систематизированных материалов для самостоятельного изучения дисциплины по изучению дисциплины «Математика» для студентов очной формы обучения бакалавриата по направлению подготовки 19.03.04 Технология продукции и организация общественного питания, профиль программы «Балтийская высшая школа гастрономии».

Целью освоения дисциплины является получение систематизированных знаний об основных закономерностях и особенностях математической области знаний и ее технического приложения, с акцентом на изучение прикладных математических аспектов технического направления; о проблемах, связанных с областью будущей профессиональной деятельности, выработка навыков получения, анализа и обобщения информации.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

– основные понятия алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также их простейшие приложения в профессиональных дисциплинах;

– методы решения математических задач до числового или другого требуемого результата (графика, формулы и т. п.); основные применения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности;

уметь:

– использовать в профессиональной деятельности базовые знания математики;

– ставить цели и формулировать математическую постановку задач, связанных с реализацией профессиональных функций;

– прогнозировать возможный результат предлагаемого математического решения, уметь оценивать его значения;

владеть:

– методами анализа и навыками самостоятельного изучения учебной и научной математической литературы;

– математическими, статистическими и количественными методами решения типовых профессиональных задач;

– математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным проблемам;

– способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения.

1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Распределение трудоемкости освоения дисциплины по семестрам ОП, темам и видам учебной работы студента приведено ниже.

Таблица. Тематический план

	Раздел (модуль) дисциплины	Тема
Теоретическое обучение (лекции) I семестр		
1	Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии	<p>1. Матрицы. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы. Методы решения системы уравнений</p> <p>2. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по базису. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов</p> <p>3. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Кривые 2-ого порядка</p>
2	Основы математического анализа	<p>4. Введение в математический анализ: понятие множества, функция, способы задания функции. Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация</p> <p>5. Определение производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных неявно и параметрически. Производные высших порядков. Дифференциал, его свойства. Дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопитала. Исследование функций и построение их графиков</p> <p>6. Функции нескольких переменных. Область определения, предел, непрерывность. Частные производные, полный дифференциал. Частные производные высших порядков. Экстремумы функции нескольких переменных. Применение функций нескольких переменных в экономических приложениях</p>
Теоретическое обучение (лекции) II семестр		
	Основы математического анализа	<p>7. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций</p> <p>8. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменного, метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование рациональных (дробных), тригонометрических и иррациональных выражений. Интегрирование функций, интегралы от которых не выражаются через элементарные</p>

	Раздел (модуль) дисциплины	Тема
	Основы математического анализа	9. Вычисление определенных интегралов. Основные методы вычисления определенных интегралов. Некоторые геометрические приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы первого и второго рода
3	Дифференциальные уравнения	10. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. Задача Коши. Нахождение общего и частного решения дифференциального уравнения. Линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
4	Ряды	11. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды
5	Основы теории вероятностей	12. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса. Повторение испытаний. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины
6	Элементы математической статистики	13. Выборка и ее представления. Статистическое оценивание
Практические занятия		
	Раздел	Тема
1	Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии»	Первый семестр
		1. Матрицы. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы. Методы решения системы уравнений
		2. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по базису. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов
		3. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Кривые 2-ого порядка
2	Основы математического анализа	4. Введение в математический анализ: понятие множества, функция, способы задания функции. Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация
		5. Определение производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных неявно и параметрически. Производные высших по-

	Раздел (модуль) дисциплины	Тема
		рядков. Дифференциал, его свойства. Дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья. Исследование функций и построение их графиков
		6. Функции нескольких переменных. Область определения, предел, непрерывность. Частные производные, полный дифференциал. Частные производные высших порядков. Экстремумы функции нескольких переменных. Применение функций нескольких переменных в экономических приложениях
		Второй семестр
		7. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменного, метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование рациональных (дробных), тригонометрических и иррациональных выражений. Интегрирование функций, интегралы от которых не выражаются через элементарные
		8. Вычисление определенных интегралов. Основные методы вычисления определенных интегралов. Некоторые геометрические приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы первого и второго рода
3	Дифференциальные уравнения	9. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. Задача Коши. Нахождение общего и частного решения дифференциального уравнения. Линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
4	Ряды	10. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды
5	Основы теории вероятностей	11. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса. Повторение испытаний. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины
6	Элементы математической статистики	12. Выборка и ее представления. Статистическое оценивание
	Рубежный (текущий) и итоговый контроль	
	Раздел	Тема
1, 2	– Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии	<u>Первый семестр</u> Контрольная работа

	Раздел (модуль) дисциплины	Тема
	– Основы математического анализа (пределы и производная функции).	
2, 10	– Основы математического анализа (неопределенный и определенный интегралы) – Основы теории вероятностей	<u>Второй семестр</u> Контрольная работа

2. СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс разбит на темы, в которых даны указания литературы, рекомендуемой для изучения.

Номера в скобках [] означают литературу .

Раздел «Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии»

Тема 1. Матрицы. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы. Методы решения системы уравнений.

Методические рекомендации

Изучение данной темы следует начать с понятия матрицы и их видов. Затем изучить операции над матрицами. Важно усвоить понятие определителя матрицы, способы его вычисления. Перейдите к свойствам определителя, а также научитесь применять это понятие при нахождении обратной матрицы и решении систем линейных уравнений по формулам Крамера, систем уравнений в матричном виде. Применение метода Гаусса требует знания ранее полученные.

Необходимо самостоятельно изучить понятие ранг матрицы и теорему Кронекера-Капелли.

При изучении темы 1 обязательно используются знания, умения и навыки, полученные при довузовской подготовке по математике.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение матрицы и ее виды.

2. Сложение матриц. Умножение матриц на число. Умножение матриц.
3. Как вычисляются определители второго и третьего порядков? Свойства определителей.
4. Каков алгоритм нахождения обратной матрицы?
5. Напишите формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.
6. Решение систем линейных уравнений средствами матричного исчисления.
7. В чем заключается метод Гаусса?
8. Что такое ранг матрицы?
9. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли.

Тема 2. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по базису. Вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов.

Методические рекомендации

Понятие вектора в современной математике является довольно широким понятием, связанным с понятием линейных операций (сложением и умножением на число). Такие операции уже встречались, например, в арифметике, теории матриц. В каждом конкретном случае они определялись по-своему, в соответствии со спецификой тех множеств, для которых они рассматриваются (числа, матрицы). Но свойства этих операций одинаковы. Именно эта общность и сближает их. При решении задач следует учесть особенности применяемой терминологии. Пояснение всех терминов, используемых в задачах найти в методических рекомендациях по изучению данной темы, а рекомендуемой литературе.

При изучении темы 2 обязательно используются знания, умения и навыки, полученные при изучении предыдущей темы дисциплины и довузовской подготовке по математике.

Необходимо самостоятельно изучить решение задачи – разложение вектора по базису.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4 ,5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте понятие вектора и линейные операции над векторами: сложение, вычитание, умножение вектора на число.
2. Напишите условие коллинеарности векторов.
3. Что такое проекция вектора на ось?
4. Разложение вектора по базису.
5. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве.
6. Напишите разложение вектора по координатному базису. Координаты

вектора.

7. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами.
8. Напишите координаты вектора, заданного двумя точками и расстояние между ними.
9. Направляющие косинусы вектора.
10. Деление отрезка в данном отношении.
11. Скалярное и векторное произведение векторов.
12. Смешанное произведение векторов.
13. В чем состоит геометрический и физический смысл скалярного произведения?
14. В чем состоит геометрический и физический смысл векторного произведения?
15. В чем состоит геометрический смысл смешанного произведения?

Тема 3. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Кривые 2-ого порядка.

Методические рекомендации

Аналитическая геометрия – область математики, в которой геометрические задачи решаются алгебраическим способом. Важно научиться анализировать геометрические свойства линии на основе анализа их уравнений, представлять публично полученные результаты. Владеть: понятийным и формальным математическим аппаратом аналитической геометрии; методами решения стандартных задач аналитической геометрии, связанных с длинами, площадями, объемами, а также с важнейшими свойствами и взаимным расположением линий.

При изучении темы 3 обязательно используются знания, умения и навыки, полученные при изучении двух предыдущих тем дисциплины и довузовской подготовке по математике.

Необходимо самостоятельно изучить кривые 2-го порядка.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Задание множеств точек уравнениями и неравенствами. Уравнение линии на плоскости.
2. Прямая на плоскости. Общее уравнение.
3. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой, проходящей через две точки.

5. Уравнение прямой в отрезках.
6. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
7. Понятие о кривых второго порядка. Канонические уравнения эллипса, окружности, параболы, гиперболы.
8. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду в простейших случаях.
9. Общее уравнение плоскости.
10. Уравнения прямой в пространстве.
11. Взаимоположение прямых.
12. Взаимоположение плоскостей.
13. Взаимоположение прямой и плоскости.
14. Напишите формулу расстояния от точки до плоскости.

Раздел «Основы математического анализа»

Тема 4. Введение в математический анализ: понятие множества, функция, способы задания функции. Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.

Методические рекомендации

При изучении тем данного раздела и всех последующих разделов дисциплины «Математика» обязательно используются умение проводить алгебраические преобразования, решать уравнения и неравенства, знание основных тригонометрических формул, умение проводить тригонометрические преобразования и решать тригонометрические уравнения и неравенства, понимание функции, графика функции и основных ее свойств, знание графиков и свойств основных элементарных функций (довузовская подготовка по математике).

Понятие функции – одно из наиболее важных в математике и ее приложениях. В самом общем понимании функция – это зависимость между двумя переменными. В курсе математического анализа изучают главным образом числовые функции. Наглядное представление о числовой функции дает ее график. Это – некоторое множество точек на координатной плоскости, обычно – некоторая линия. Задать функцию означает: указать область определения функции и описать правило, позволяющее по данному значению аргумента находить соответствующее значение функции. Наиболее употребительными являются три способа задания функции: табличный, аналитический, графический. Наиболее простые приложения математического анализа ограничиваются кругом так называемых элементарных функций. Это: степенные функции, показательные функции, тригонометрические функции, обратные тригонометрические.

Важно усвоить понятия предела функции, бесконечно малых и бесконечно больших функций и методы вычисления пределов. Изучив эту тему студент

будет готов к восприятию понятий производной и интеграла.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Функция и способы ее задания. Область определения функции.
2. Основные элементарные функции и их графики.
3. Понятие предела функции.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Понятие о неопределенных выражениях. Раскрытие неопределенностей.
7. Первый и второй замечательный пределы.
8. Непрерывность функции. Понятие о точках разрыва функции.

Тема 5. Определение производной. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных неявно и параметрически. Производные высших порядков. Дифференциал, его свойства. Дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталю. Исследование функций и построение их графиков.

Методические рекомендации

Понятие производной – одно из основных понятий математического анализа. Всякий процесс или явление, протекающее во времени, характеризуются наряду с другими показателями такой важной характеристикой, как скорость. Можно говорить о задаче нахождения скорости неравномерного движения, химической реакции, нагревания и остывания нагретого тела, производительности труда и т. д. Все эти задачи приводят к однотипным вычислениям, результат которых называют производной.

Производная функции и некоторые ее приложения известны по школьному курсу математики. Теперь, ввиду огромной важности производной при изучении различных дисциплин, необходимо повторить и углубить имеющиеся знания, а также дополнить их новыми. Необходимо научиться вычислять производные сложной функции, обратной, неявно заданной функции, параметрической функции, применять логарифмическое дифференцирование, находить производные высших порядков (в том числе n -ю производную). Особое место в данной теме занимает понятие дифференциала функции, тесно связанное с понятием производной, а также его применение при приближенных вычислениях значений функции. Также необходимо научиться применять производную для вычисления пределов функций (правила Лопиталю) и для исследования поведе-

ния функций (монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке).

При изучении темы 5 обязательно используются знания, умения и навыки, полученные при изучении предыдущей темы дисциплины и довузовской подготовке по математике.

Важно усвоить понятие производной, способы ее вычисления, а также научиться применять это понятие при решении прикладных задач.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение производной функции. Какие задачи приводят к понятию производной? Что такое дифференцирование?

2. В чем состоит геометрический и физический смысл производной? Напишите уравнения касательной и нормали к кривой в заданной точке.

3. Напишите по памяти правила дифференцирования и таблицу производных.

4. По какому правилу найти производную сложной и обратной функции?

5. Сформулируйте правило дифференцирования неявных и параметрически заданных функций.

6. Что такое логарифмическое дифференцирование?

7. Что такое производные высших порядков? Сформулируйте механический смысл второй производной.

8. Дайте понятие дифференциала. Что такое главная часть приращения функции? В чем состоит геометрический смысл дифференциала функции?

9. Напишите правила вычисления дифференциала. В чем состоит инвариантность формы первого дифференциала?

10. Как применяется дифференциал к приближенным вычислениям? Сформулируйте понятие дифференциалов высших порядков.

11. Сформулируйте теоремы о дифференцируемых функциях.

12. В чем состоят правила Лопиталья раскрытия неопределенностей?

13. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) функции. Как определить промежутки возрастания (убывания) функции?

14. Что такое экстремум функции? Сформулируйте необходимое, достаточное условия экстремума. Сформулируйте правило нахождения экстремумов функции.

15. Что такое наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке? Сформулируйте правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

16. Что такое точки перегиба? Сформулируйте правило нахождения промежутков выпуклости и точек перегиба функции.

17. Дайте понятие асимптоты графика функции. Как найти асимптоты?

Тема 6. Функции нескольких переменных. Область определения, предел, непрерывность. Частные производные, полный дифференциал. Частные производные высших порядков. Экстремумы функции нескольких переменных. Применение функций нескольких переменных в экономических приложениях.

Методические рекомендации

В данной теме рассматриваются переменные величины, зависящие от нескольких других переменных величин. Необходимость изучения такого вида зависимостей вызваны тем, что во многих процессах и явлениях, встречающихся в природе, технике, в практической деятельности человека, числовые значения одной величины определяются набором из двух, трех и большего количества независимых переменных. При изучении этих явлений используют понятие функции нескольких переменных. До сих пор мы рассматривали функции одной действительной переменной. Но это понятие на охватывает все зависимости, существующие в природе. Даже в самых простых задачах встречаются величины, значения которых определяются совокупностью значений нескольких величин. Так, например, температура тела T в данный момент времени t может меняться от точки к точке. Каждая точка тела определяется тремя координатами x, y, z , поэтому температура тела зависит от трех переменных x, y, z . Если еще учесть, что температура тела T изменяется в разные моменты времени t , то ее значения будут определяться уже четырьмя переменными, то есть $T = T(t, x, y, z)$. Другой пример. Площадь прямоугольника со сторонами x и y определяется значениями двух переменных x, y . Объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями x, y, z определяется значениями переменных x, y и z . Таких примеров можно привести много. Данный раздел посвящен изучению такого рода зависимостей. Здесь будет введено понятие функции нескольких переменных и дан аппарат для изучения поведения таких функций: линии и поверхности уровня, предел и непрерывность функции двух переменных, частные и полное приращения функции двух переменных, частные производные функции двух переменных, частные и полный дифференциалы, градиент функции, производная по направлению, экстремум функции двух переменных, наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.

При изучении данного раздела обязательно используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущих тем, а именно, предел, непрерывность, производная функции одной действительной переменной.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Функции двух переменных. Область определения. Линии уровня. Понятие о функциях трех и более переменных.
2. Предел функции. Непрерывность.

3. Частные производные. Их геометрический и механический смысл.
4. Полный дифференциал, его приложение к приближенным вычислениям.
5. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.
6. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые условия. Понятие о достаточных условиях экстремума.

Тема 7. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод замены переменного, метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование рациональных (дробных), тригонометрических и иррациональных выражений. Интегрирование функций, интегралы от которых не выражаются через элементарные.

Методические рекомендации

В предыдущих разделах мы изучали производную функции и ее приложения к решению практических задач.

В этом разделе рассматривается второе основное понятие математического анализа понятие интеграла. Интегрирование действие, обратное нахождению производной.

Изучение данного раздела следует начать с понятия первообразной функции. Затем изучите понятия: неопределенный интеграл, интегрирование. Перейдите к свойствам неопределенного интеграла, которые непосредственно вытекают из его определения. Так как интегрирование – это действие, обратное дифференцированию, то можно получить таблицу основных интегралов, используя таблицу производных (или дифференциалов). Эти интегралы называются табличными, их следует выучить наизусть. Все методы вычисления неопределенных интегралов сводятся к указанию приемов, приводящих заданный интеграл к табличному. Поэтому табличные интегралы надо помнить и уметь их узнавать. Докажите свойства неопределенного интеграла, они также используются при вычислении интегралов. Изучите, в чем состоят основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; подведение переменной под знак дифференциала; метод замены переменной; интегрирование по частям; интегрирование некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен; интегрирование дробно-рациональных функций; интегрирование тригонометрических функций, интегрирование простейших иррациональных функций. Отработайте навык вычисления неопределенных интегралов на практике. Это умение будет необходимо вам для изучения следующей темы 8 «Определенный интеграл» и раздела «Дифференциальные уравнения».

Важно усвоить основные формулы интегрирования и методы интегрирования, т.к. понятие интеграла пронизывает не только всю современную математику, но и физику, химию и многие общетехнические и специальные дисциплины.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Что такое первообразная?
2. Сформулируйте определение неопределенного интеграла и перечислите его свойства.
3. Запишите по памяти таблицу основных интегралов.
4. В чем состоит метод занесения переменной под знак дифференциала?
5. В чем состоит метод замены переменной?
6. В чем состоит метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле?
7. Сформулируйте понятия простейших рациональных дробей и их интегрирование.
8. Как интегрировать рациональные функции (дроби)?
9. Интегрирование некоторых видов тригонометрических функций.
10. Универсальная тригонометрическая подстановка.
11. Интегралы вида: $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$.
12. Какие есть подходы при интегрировании иррациональных функций?

Тема 8. Вычисление определенных интегралов. Основные методы вычисления определенных интегралов. Некоторые геометрические приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы первого и второго рода.

Методические рекомендации

При изучении данного раздела обязательно используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущих разделов, а именно, неопределенный интеграл, предел и производная функции одной переменной. К понятию определенного интеграла приводит задача вычисления площади криволинейной трапеции.

Поэтому, целесообразно начать с разбора задач, приводящих к понятию определенного интеграла. Затем ввести определение определенного интеграла, теорему о существовании определенного интеграла, геометрический и физический смысл определенного интеграла. Доказать формулу Ньютона-Лейбница, она дает удобный способ вычисления определенных интегралов. И рассмотреть основные свойства определенного интеграла. Далее необходимо на практике выработать навык вычисления определенных интегралов, применяя: формулу Ньютона-Лейбница, метод замены переменной в определенном интеграле, метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Обратите внимание на интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Изучите понятия несобственных интегралов – интеграла с бесконечным промежутком интегрирования от непрерывной функции и интеграла с конечным промежутком интегрирования от функции, имеющей на нем бесконечный раз-

рыв. Решите задачи на геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление объемов тел, вычисление длин дуг, вычисление площадей поверхностей вращения.

Многие задачи механики, например, вычисление давления жидкостина пластину; вычисление работы переменной силы на прямолинейном отрезке пути; вычисление работы по выкачиванию жидкости из резервуара можно решить, используя методы интегрирования.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Геометрический смысл определенного интеграла.
2. Основные свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Замена переменной в определенном интеграле.
5. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.
6. Несобственные интегралы (случай бесконечных пределов интегрирования).
7. Несобственные интегралы (интегралы от разрывных функций).
8. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
9. Вычисление длин дуг плоских кривых.
10. Вычисление объемов тел вращения.

Раздел «Дифференциальные уравнения»

Тема 9. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения. Задача Коши. Нахождение общего и частного решения дифференциального уравнения. Линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Методические рекомендации

Многочисленные задачи естествознания, техники, механики, биологии, химии и других отраслей знаний сводятся к тому, что по заданным свойствам некоторого процесса или явления необходимо найти математическую модель самого процесса в виде формулы, связывающей переменные величины, т.е. в виде функциональной зависимости.

Дифференциальное уравнение – это уравнение, связывающее независимую переменную x , неизвестную функцию y и ее производные или дифференциалы. Дифференциальные уравнения обычно возникают, когда зависимость между переменными величинами x и y непосредственно установить не получается, но возможно найти связь между дифференциалами этих переменных. Например, рассмотрим такую задачу. Найти кривую, проходящую через точку

$M_0(0; 2)$ и обладающую тем свойством, что в каждой её точке угловой коэффициент касательной равен удвоенной абсциссе точки касания. Для решения этой задачи обозначим искомую функцию $y = f(x)$ и воспользуемся геометрическим смыслом производной, согласно которому производная функции в точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке. Согласно условию задачи можем записать, что $y' = 2x$. Мы получили дифференциальное уравнение, где неизвестная функция y стоит под знаком производной. Чтобы ее выразить надо проинтегрировать это уравнение: $y = x^2 + C$, где C – произвольная постоянная. Получили бесконечное множество решений дифференциального уравнения – множество парабол, полученных параллельным сдвигом параболы $y = x^2$ вдоль оси Ox на C единиц. Все эти параболы удовлетворяют условию задачи: угловой коэффициент касательной равен удвоенной абсциссе точки касания. Выберем одну из них, которая проходит через точку $M_0(0; 2)$. Подставляя координаты точки, найдем C : $2 = 0^2 + C$, $C = 2$. Таким образом, искомой кривой будет парабола $y = x^2 + 2$.

При рассмотрении данного примера мы сталкивались с основными понятиями теории дифференциальных уравнений: порядок дифференциального уравнения, общее решение, интегральные кривые, начальное условие, частное решение дифференциального уравнения. После изучения этих понятий укажите их по тексту решения этого примера. Рассмотрите основные типы дифференциальных уравнений первого и второго порядка и методы их решения. Выработайте навык их решения на практике.

При изучении данного раздела обязательно используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущем разделе, а именно, неопределенный интеграл и производная функции одной переменной.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
2. Интегрирование простейших типов дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
6. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
7. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные уравнения. Свойства их решений.
8. Теорема о структуре общего решения линейного однородного диффе-

ренциального уравнения.

9. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.

11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Раздел «Ряды»

Тема 10. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды.

Методические рекомендации

Ряды являются обобщением обычных сумм и многочленов на бесконечное число слагаемых. Для изучения рядов используется частный случай функций: функций натурального аргумента – последовательностей – и их пределов при $n \rightarrow \infty$, понятие о которых дается в курсе дифференциального исчисления. Введение рядов позволяет изучать функции, не являющиеся элементарными, находить интегралы, которые невозможно вычислить методами, описанными в курсе интегрального исчисления. В дальнейшем ряды находят применение в курсе теории вероятностей.

При изучении данного раздела используются знания, умения и навыки, приобретенные при изучении предыдущих разделов, а именно, предел и производная функции одной действительной переменной, интегралы.

Ряды с действительными членами можно разделить на две основные группы: числовые ряды и функциональные. Среди числовых рядов выделяют: ряды с положительными членами и знакопеременные ряды. Среди функциональных рядов особый интерес представляют степенные ряды и тригонометрические ряды.

Начать изучение данного раздела следует с числовых рядов. Выясните, что такое числовой ряд, частичные суммы ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Изучите свойства сходящихся рядов и необходимое условие сходимости ряда. Затем изучите признаки сходимости рядов с положительными членами (вопросы 3–5). После этого перейдите к изучению знакопеременных рядов, абсолютной и условной сходимости. Изучив числовые ряды, переходите к изучению функциональных рядов, а именно степенных рядов. Особое внимание уделите определению области сходимости степенного ряда и разложению функций в ряды Тейлора и Маклорена. Решите задачи на практическое применение рядов для приближенного вычисления значений функций и вычисления определенных интегралов.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [2, 4, 5] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
2. Теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак сходимости ряда.
5. Теорема Лейбница. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
6. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
7. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.
8. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.
9. Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.
10. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
11. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы ряда.
12. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
13. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
14. Разложение по степеням x бинома $(1 + x)^m$.
15. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.
16. Разложение по степеням x функций $e, \cos x, \sin x, \ln(1 + x)$

Раздел «Основы теории вероятностей»

Тема 11. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса. Повторение испытаний. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины.

Методические рекомендации

Теория вероятностей является одним из основных методов исследования в естествознании, технике и других науках. Она развилась из потребностей практики и её аксиомы и теоремы в абстрактной форме отражают закономерности, присущие случайным событиям массового характера, т. е. событиям, которые могут произойти, но могут и не произойти по причинам, не поддающимся непосредственному учету в данных условиях. Изучение количественных закономерностей, которым подчиняются массовые случайные события, и составляет предмет теории вероятностей

Данный раздел имеет особое значение, так как в нем излагаются основы теории вероятностей, без понимания и усвоения которых дальнейшее изучение вызовет значительные затруднения. Непосредственно подсчитать вероятность

события возможно только в задачах, соответствующих экспериментам с конечным числом равновозможных несовместных исходов. При этом подсчёт числа элементов различных подмножеств пространства элементарных событий осуществляется по формулам и правилам комбинаторики. Чаще всего вероятность события вычисляется по формулам сложения и умножения вероятностей. Для этого сложное событие надо при помощи операций над событиями выразить через простейшие события, вероятности которых уже известны. При использовании формулы Байеса следует следить за тем, чтобы сформулированные гипотезы образовывали полную группу несовместных событий. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Студенту необходимо выучить виды случайных величин: дискретные и непрерывные, закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Уметь находить числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин, применяя их свойства. А также раскрывать смысл табличного и графического задания функции распределения дискретной случайной величины. Знать, что такое интегральная функция распределения непрерывной случайной величины, какова её связь с плотностью вероятности. Научиться давать характеристику понятиям «плотность вероятности», «математическое ожидание» и «дисперсия» для различных законов распределения.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [1, 3, 6].

Контрольные вопросы

1. Какие события называются достоверными, случайными, невозможными?
2. Какие события называют элементарными? Что такое пространство элементарных событий?
3. Дайте определение суммы, разности, произведения случайных событий. Что такое совместные и несовместные события?
4. Дайте классическое определение вероятности.
5. Что называется относительной частотой случайного события?
6. Дайте определение зависимых и независимых случайных событий; условной вероятности.
7. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий.
8. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий.
9. Приведите формулу полной вероятности.
10. Сформулируйте теорему Байеса.
11. Что такое повторение испытаний. Приведите формулу Бернулли.
12. Дайте определение дискретной случайной величины.
13. Дайте понятие ряда распределения, многоугольника распределения, аналитического задания закона распределения вероятностей.

14. Каким образом определяют интегральную функцию распределения дискретной случайной величины? Раскройте смысл табличного и графического задания функции распределения дискретной случайной величины.

15. Каковы свойства интегральной функции распределения? Дайте определение вероятности попадания дискретной случайной величины в заданный интервал.

16. Дайте определение математического ожидания дискретной случайной величины. Объясните сущность понятия математического ожидания.

17. Сформулируйте свойства математического ожидания случайных величин.

18. Сформулируйте понятия «дисперсия» и «среднеквадратичное отклонение дискретных случайных величин». Какие свойства дисперсии случайных величин вы знаете?

19. Сформулируйте равномерный закон распределения дискретных случайных величин. Ряд распределения, функция распределения, математическое ожидание и дисперсия для данного вида распределения.

20. Сформулируйте биномиальный закон распределения. Аналитическое задание и многоугольник распределения.

21. Поясните распределение Пуассона. Аналитическое задание. Графики многоугольника и функции распределения. Математическое ожидание и дисперсия.

22. Приведите понятие и примеры непрерывных случайных величин. Почему для непрерывной случайной величины вероятность $P(X=x_i)$ равна нулю?

23. Как определяется плотность вероятности непрерывной случайной величины, её связь с функцией распределения?

24. Назовите свойства плотности вероятности непрерывной случайной величины.

25. Что такое интегральная функция распределения непрерывной случайной величины, какова её связь с плотностью вероятности?

26. Дайте определение математическому ожиданию непрерывной случайной величины.

27. Что такое нормальный закон распределения непрерывных случайных величин? Дайте характеристику понятиям «плотность вероятности», «математическое ожидание» и «дисперсия» для этого закона.

28. Как определяется функция распределения непрерывной случайной величины, имеющей нормальный закон распределения?

29. Какие свойства дисперсии случайных величин вы знаете?

Раздел «Элементы математической статистики»

Тема 12. Выборка и её представления. Статистическое оценивание.

Методические рекомендации

Раздел математики, изучающий математические методы сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений с целью выявле-

ния статистических закономерностей.

Необходимо изучить основные методы математической статистики, применяемые для решения типовых задач.

Рекомендуемая литература по теме

В предлагаемой литературе [1, 3, 6] студенту необходимо изучить главы, относящиеся к данному разделу.

Контрольные вопросы

1. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

2. Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма.

3. Числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, размах, мода, медиана. Методы их вычисления.

4. Оценка неизвестных параметров распределения. Точечные оценки. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. «Исправленная дисперсия».

5. Интервальные оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность.

6. Доверительный интервал для математического ожидания при известной генеральной дисперсии нормального распределения.

7. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии нормального распределения.

8. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Внеаудиторная самостоятельная работа в рамках данной дисциплины включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебной дисциплины в соответствии с тематическим планом;
- выполнение контрольной работы для студента заочной формы обучения;
- подготовку к экзамену.

Подготовка к лекционным занятиям

При подготовке к лекции рекомендуется повторить ранее изученный материал, что дает возможность получить необходимые разъяснения преподавателя непосредственно в ходе занятия. Рекомендуется вести конспект, главное требование к которому быть систематическим, логически связанным, ясным и кратким. По окончании занятия обязательно в часы самостоятельной подготов-

ки, по возможности в этот же день, повторить изучаемый материал и доработать конспект.

Подготовка к практическим занятиям

Подготовка к практическим занятиям предусматривает:

- изучение теоретических положений, лежащих в основе будущих расчетов или методики расчетов;
- детальную проработку учебного материала, рекомендованной литературы и методической разработки на предстоящее занятие;

Самостоятельная работа над отдельными темами учебной дисциплины

При организации самостоятельного изучения ряда тем лекционного курса обучаемый работает в соответствии с указаниями, выданными преподавателем. Указания по изучению теоретического материала курса составляются дифференцированно по каждой теме и включают в себя следующие элементы: название темы; цели и задачи изучения темы; основные вопросы темы; характеристику основных понятий и определений, необходимых обучаемому для усвоения данной темы; список рекомендуемой литературы; наиболее важные фрагменты текстов рекомендуемых источников, в том числе таблицы, рисунки, схемы и т. п.; краткие выводы, ориентирующие обучаемого на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить; контрольные вопросы, предназначенные для самопроверки знаний.

Подготовка к экзамену

При подготовке к экзамену большую роль играют правильно подготовленные заранее записи и конспекты. В этом случае остается лишь повторить пройденный материал, учесть, что было пропущено, восполнить пробелы, закрепить ранее изученный материал.

В ходе самостоятельной подготовки к экзамену при анализе имеющегося теоретического и практического материала студенту также рекомендуется проводить постановку различного рода задач по изучаемой теме, что поможет в дальнейшем выявлять критерии принятия тех или иных решений, причины совершения определенного рода ошибок. При ответе на вопросы, поставленные в ходе самостоятельной подготовки, обучающийся вырабатывает в себе способность логически мыслить, искать в анализе событий причинно-следственные связи.

В ходе подготовки к экзамену преподаватель проводит консультацию, на которой доводится порядок проведения экзамена и даются ответы на вопросы, вызвавшие затруднения у студентов в процессе подготовки.

4. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Текущая аттестация

Текущий контроль (контроль выполнения заданий на самостоятельную работу) предназначен для проверки хода и качества усвоения студентами учебного материала и стимулирования их учебной работы. Он может осуществлять-

ся в ходе всех видов занятий в форме, избранной преподавателем или предусмотренной рабочей программой дисциплины.

Текущий контроль предполагает постоянный контроль преподавателем качества усвоения учебного материала, активизацию учебной деятельности студентов на занятиях, побуждение их к самостоятельной систематической работе. Он необходим обучающимся для самоконтроля на разных этапах обучения. Их результаты учитываются выставлением преподавателем оценок в журнале учета успеваемости и в ходе ежемесячной аттестации.

В ходе изучения дисциплины студентам предстоит пройти следующие этапы текущей аттестации.

В первом семестре:

- выполнить задания по темам практических занятий первого семестра;
- выполнить контрольную работу № 1 по разделам: «Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии», «Основы математического анализа (пределы и производная функции)»;
- выполнить и защитить индивидуальное домашнее задание по теме «Исследование функции и построение ее графика».

Во втором семестре:

- выполнить задания по темам практических занятий второго семестра;
- выполнить контрольную работу № 2 по разделам: «Основы математического анализа (неопределенный и определенный интегралы)», «Основы теории вероятностей»;
- выполнить и защитить индивидуальное домашнее задание по теме «Неопределенный интеграл, определенный интеграл и его приложения, несобственные интегралы».

При текущей аттестации учитывается:

- выполнение студентами всех работ и заданий, предусмотренных рабочей программой дисциплины, а именно выполнение заданий на практических занятиях;
- самостоятельную работу обучающихся;
- посещаемость аудиторных занятий.

4.2 Условия получения положительной оценки

В первом и втором семестре промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

Студенты допускаются к экзамену при положительной аттестации по результатам текущего контроля.

Результаты текущего контроля успеваемости оцениваются по пятибалльной шкале:

оценка **«отлично» (5)** – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 100 % и более (с опережением);

оценка **«хорошо» (4)** – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 75 % и более;

оценка **«удовлетворительно» (3)** – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 50 % и более;

оценка **«неудовлетворительно» (2)** – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся менее чем на 50 %.

Экзамен проводится в соответствии с перечнем вопросов к экзамену, размещенному в ЭИОС КГТУ и представленному в приложении.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и три задачи. Выбор экзаменационных вопросов для включения в билет осуществляется из принципа равной сложности всех билетов и наибольшего охвата каждым билетом учебного материала.

На усмотрение преподавателя экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме.

Готовясь к ответу, студент все доказательства, формулы, структурные схемы, графики и т. д. записывает и изображает на полученном листе в форме удобной для использования при устном ответе экзаменатору.

Ответ студента должен быть четким, конкретным и кратким. После ответа преподаватель задает вопросы, помогающие ему выявить ход мыслей, логику рассуждений и способность применять полученные знания в практической деятельности. Если требуется уточнить оценку или степень знаний студентом по тому или иному вопросу, задаются дополнительные вопросы.

Шкала оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка **«отлично»** выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает ответы на вопросы билета, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка **«хорошо»** выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагает ответ на вопросы билета, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки,

испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2014. – 479 с.

Дополнительная литература

2. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс: учебник / В. С. Шипачев, А. Н. Тихонов. – 4-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2012. – 608 с. – ISBN 978-5-9916-1806-9.

3. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2014. – 404 с. – ISBN 978-5-9916-3625-3.

4. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие / П. Е. Данко [и др.]. – 7-е изд., испр. – Москва: АСТ: Мир и Образование; Минск: Харвест, 2014. – 815 с. – ISBN 978-5-17-083948-3 (АСТ) (в пер.). – ISBN 978-5-94666-735-7 (Мир и Образование). – ISBN 978-985-18-3012-7 (Харвест).

5. Гусак, А. А. Основы высшей математики: пособие для студентов вузов / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск: ТетраСистемс, 2012. – 205 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=111939> (дата обращения: 03.12.2020). – ISBN 978-985-536-274-7. – Текст: электронный.

Учебно-методические пособия

6. Веницкая, Ж. И. Математика: учебно-методическое пособие / Ж. И. Веницкая, Т. А. Кутузова, Н. К. Мозговая. – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2020 г. Ч. 1. – 110 с.

7. Антипов, Ю. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие / Ю. Н. Антипов, Ж. И. Веницкая, Т. А. Кутузова. – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2016. – 78 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1 семестр

Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

1. Определители второго порядка. Их свойства.
2. Системы линейных уравнений второго порядка с двумя неизвестными.
3. Определители третьего порядка. Их свойства. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
4. Системы линейных уравнений третьего порядка с тремя неизвестными. Правило Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
6. Матрицы. Виды матриц. Действия с матрицами.
7. Обратная матрица.
8. Ранг матрицы.
9. Решение системы линейных уравнений матричным способом.
10. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Векторы. Основные понятия.
12. Действия над векторами.
13. Линейная зависимость и независимость векторов.
14. Проекция вектора.
15. Разложения вектора по двум векторам.
16. Разложение вектора по трём векторам.
17. Координаты вектора.
18. Действия над векторами, заданными координатами.
19. Скалярное произведение векторов, его свойства.
20. Некоторые применения скалярного произведения.
21. Векторное произведение. Его свойства.
22. Некоторые применения векторного произведения.
23. Смешанное произведение векторов, его свойства.
24. Некоторые применения смешанного произведения.
25. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
26. Общее уравнение прямой.
27. Уравнение прямой, проходящей через точку в данном направлении.
28. Уравнение прямой, проходящей через две точки (в плоскости).
29. Угол между прямыми (в плоскости).
30. Условия параллельности и перпендикулярности прямых (в плоскости).
31. Расстояние от точки до прямой.
32. Общее уравнение плоскости.
33. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
34. Угол между плоскостями.

35. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
36. Расстояние от точки до плоскости.
37. Канонические и параметрические уравнения прямой.
38. Уравнение прямой, проходящей через две точки (в пространстве).
39. Угол между прямыми (в пространстве).
40. Условия параллельности и перпендикулярности прямых (в пространстве).
41. Угол между прямой и плоскостью.
42. Условие параллельности прямой и плоскости.
43. Условия перпендикулярности прямой и плоскости.
44. Пересечение прямой и плоскости.
45. Окружность.
46. Эллипс.
47. Гипербола.
48. Парабола.

Основы математического анализа

1. Целые, рациональные, действительные числа. Числовые множества, операции над множествами.
2. Комплексные числа: модуль и аргумент комплексного числа; алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа; операции над комплексными числами.
3. Переменная величина. Функция: основные понятия (аргумент, значение функции, область определения, множество значений, нули функции, возрастание, убывание, четность, нечетность, периодичность). Обратная функция. Способы задания функции.
4. Числовая последовательность. Понятие и свойства предела последовательности. Ограниченность последовательности.
5. Предел функции: определение, свойства.
6. Первый и второй замечательные пределы.
7. Вычисление пределов: понятие неопределенности и методы раскрытия основных неопределенностей.
8. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие величины: классификация, свойства, эквивалентности.
10. Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
11. Правила дифференцирования.
12. Производная сложной функции.
13. Таблица производных основных элементарных функций.
14. Связь дифференцируемости и непрерывности функции
15. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций.
16. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.

17. Теорема Ферма.
18. Теорема Ролля.
19. Теорема Коши.
20. Теорема Лагранжа.
21. Правило Лопиталя (Раскрытие неопределенности вида $\left[\frac{0}{0} \right]$).
22. Правило Лопиталя (Раскрытие неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$).
23. Монотонность функции на данном промежутке.
24. Экстремум функции.
25. Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций
26. Достаточное условие экстремума.
27. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
28. Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
29. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
30. Асимптоты графика функции.
31. Общий план исследования функции и построения графика.
32. Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня.
33. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
34. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных.
35. Частные и полный дифференциалы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
36. Производные сложных функций двух переменных. Полная производная.
37. Производные функции, заданной неявно.
38. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
39. Градиент функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
40. Производная по направлению.
41. Экстремум функции двух переменных.
42. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.

2 семестр

Основы математического анализа

1. Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов.
2. Интегрирование по частям.
3. Метод непосредственного интегрирования. Замена переменной.

4. Интегрирование некоторых выражений, содержащих квадратный трехчлен.
5. Понятие многочлена. Рациональные дроби. Выделение правильной рациональной дроби. Простейшие дроби. Метод неопределённых коэффициентов.
6. Интегрирование простейших дробей.
7. Интегрирование дробно-рациональных функций.
8. Интегрирование простейших иррациональных выражений.
9. Интегрирование тригонометрических выражений.
10. Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
11. Свойства определённого интеграла. Теорема о среднем значении функции.
12. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойство. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Замена переменной в определенном интеграле.
14. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
15. Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольной системе координат.
16. Вычисление площадей плоских фигур в полярной системе координат.
17. Вычисление площадей плоских фигур, заданных параметрически.
18. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода: определение, признаки сходимости.

Дифференциальные уравнения

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: понятие, общее и частные решения, задача Коши.
2. Условия существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
3. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
4. Однородные дифференциальные уравнения.
5. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
6. Дифференциальные уравнения Бернулли.
7. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.
8. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Метод вариации постоянных.
9. Решение однородных линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $D \geq 0$.
10. Решение однородных линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $D < 0$.
11. Решение однородных линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $D = 0$.
12. Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределённых коэффициентов

нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $f(x) = P_n(x)$.

13. Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $f(x) = M \sin \alpha x + N \cos \alpha x$.

14. Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $f(x) = P_n(x) \cdot e^{\beta x}$.

15. Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $f(x) = \alpha \cdot e^{\beta x}$.

16. Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределённых коэффициентов нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, когда $f(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots$.

Ряды

1. Числовые ряды. Общие понятия. Арифметическая и геометрическая прогрессии как примеры числовых рядов.

2. Числовой ряд с положительными членами.

3. Необходимый признак сходимости.

4. Достаточный признак сходимости числовых рядов с положительными членами: признак Даламбера.

5. Достаточный признак сходимости числовых рядов с положительными членами: радикальный признак Коши.

6. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признаки сравнения.

7. Интегральный признак сходимости числовых рядов с положительными членами.

8. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды: определения; признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда; условная и абсолютная сходимость.

9. Степенные ряды: определение; радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля.

10. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора функции $f(x) = e^x$.

11. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора функции $f(x) = \ln(1+x)$.

12. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора функции $f(x) = \frac{1}{1-x}$.

13. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора функции $f(x) = \sin(x)$.

Основы теории вероятностей

1. Основные формулы комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания.
2. Классическое определение вероятности события. Свойства вероятности.
3. Теоремы сложения вероятностей несовместных событий.
4. Теорема умножения вероятностей независимых событий.
5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий.
6. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
7. Вероятность появления хотя бы одного события.
8. Формула полной вероятности.
9. Теорема гипотез. Формула Байеса.
10. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
11. Локальная теорема Лапласа.
12. Распределение Пуассона.
13. Интегральная теорема Лапласа.
14. Относительная частота появления события.
15. Вероятность отклонения относительной частоты от теоретической вероятности.
16. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
17. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
18. Ряд и многоугольник распределения.
19. Числовые характеристики дискретных случайных величин.
20. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства.
21. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях.
22. Отклонение случайной величины от её математического ожидания.
23. Дисперсия дискретной случайной величины, её свойства.
24. Формула для вычисления дисперсии.
25. Дисперсия числа появления событий в независимых испытаниях.
26. Среднее квадратическое отклонение.
27. Функция распределения случайной величины, её свойства, график.

28. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины, её свойства.

29. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.

30. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения.

31. Показательное распределение.

32. Биномиальное распределение.

Элементы математической статистики

1. Закон равномерного распределения вероятностей.

2. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.

3. Нормальное распределение, его математическое ожидание, дисперсия.

4. Нормальная кривая.

5. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины.

6. Генеральная и выборочная совокупность. Повторная и бесповторная выборки.

7. Эмпирическая функция распределения.

8. Полигон и гистограмма.

9. Точечные оценки. Выборочная средняя и выборочная дисперсия.

10. Интервальные оценки. Доверительный интервал.

11. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном δ .

12. Мода, медиана.

Локальный электронный методический материал

Татьяна Адамовна Кутузова

МАТЕМАТИКА

Редактор С. Кондрашова

Уч.-изд. л. 2,9. Печ. л. 2,3.

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
236022, Калининград, Советский проспект, 1