

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

**О. С. Витренко**

## **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов,  
обучающихся в бакалавриате по направлению подготовки  
08.03.01 Строительство

Калининград  
Издательство КГТУ  
2022

УДК 531.1-4

Рецензент

доктор технических наук, профессор ФГБОУ ВО «Калининградский  
государственный технический университет»

С. В. Федоров

**Витренко, О. С.**

Теоретическая механика: учеб.-метод. пособие по изучению дисциплины для студ. бакалавриата по напр. подгот. 08.03.01 Строительство / О. С. Витренко. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2022. – 30 с.

В учебно-методическом пособии по изучению дисциплины «Теоретическая механика» представлены учебно-методические материалы по освоению тем лекционного курса, включающие подробный план лекции по каждой изучаемой теме, вопросы для самоконтроля, рекомендуемую литературу, отражены рекомендации к практическим занятиям, изложены требования по выполнению контрольных работ для студентов заочной формы обучения.

Табл. 3, список лит. – 8 наименований

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины «Теоретическая механика» рекомендовано к изданию в качестве локального электронного методического материала для использования в учебном процессе методической комиссией Института морских технологий, энергетики и строительства 30 июня 2022 г., протокол № 6

УДК 531.1-4

© Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Калининградский  
государственный  
технический университет», 2022 г.  
© Витренко О. С., 2022 г.

## Оглавление

Введение .....	4
1 Методические рекомендации по изучению дисциплины.....	7
Тема 1. Введение. Аксиомы статики. Связи. Статика плоской системы сил .....	8
Тема 2. Статика пространственной системы сил .....	9
Тема 3. Кинематика точки. Кинематика поступательного и вращательного движения тела .....	10
Тема 4. Кинематика плоскопараллельного движения.....	12
Тема 5. Сложное движение точки.....	13
Тема 6. Основные теоремы динамики .....	14
Тема 7. Принцип возможных перемещений и общее уравнение динамики .....	15
2 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям .....	16
Тема 1. Статика твердого тела. Условия равновесия системы сходящихся сил .....	17
Тема 2. Статика твердого тела. Условие равновесия системы сил произвольно расположенных в плоскости .....	17
Тема 3. Статика твердого тела. Условия равновесия составной конструкции. Условия равновесия тела под действием пространственной системы.....	18
Тема 4. Способы задания движения точки. Скорость точки. Тангенциальное и нормальное ускорение точки.....	18
Тема 5. Поступательное движение. Кинематика вращательного движения .....	18
Тема 6. Плоскопараллельное движение. Определение скоростей и ускорений точки тела, совершающего плоскопараллельное движение .....	19
Тема 7. Скорость и ускорение точки при сложном движении .....	19
Тема 8. Динамика материальной точки. Основной закон динамики точки.....	19
Тема 9. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.....	19
3 Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы .....	20
Библиографический список .....	22
Приложение А. Вопросы к защите контрольных работ .....	23
Приложение Б. Пример заданий контрольных работ.....	25

## Введение

Дисциплина «Теоретическая механика» является частью образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 08.03.01 Строительство и изучается студентами очной и заочной форм обучения в третьем семестре.

**Целью** освоения дисциплины «Теоретическая механика» является формирование у обучающихся знаний, умений и навыков в области механики. Студенты должны иметь представление о механическом движении вещественных форм материальных объектов в пространстве с течением времени, знать и уметь использовать методы и законы теоретической механики в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать:** законы теоретической механики;

**уметь:** использовать полученные знания на объектах профессиональной деятельности;

**владеть:** навыками решения профессиональных задач с использованием знаний в области теоретической механики.

Дисциплина опирается на компетенции, полученные при изучении дисциплин «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Физика», «Инженерная и компьютерная графика».

Дисциплина «Теоретическая механика» является базой для получения знаний, умений и навыков при изучении таких дисциплин как «Сопроотивление материалов», «Основы технической механики», «Основы архитектуры», «Основы строительных конструкций» и др.

Для оценки результатов освоения дисциплины используются оценочные средства текущего контроля успеваемости. К ним относятся:

- тестовые задания по темам дисциплины
- задания по контрольной работе.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета. Проводится по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

*Контрольные работы (КР).* Студенты заочной форм обучения при изучении дисциплины должны выполнить контрольные работы, соответствующие трем разделам теоретической механики:

1. КР Ч. 1 – «Анализ механических систем. Статика». Состоит из решения 3 задач.

2. КР Ч. 2 – «Анализ механических систем. Кинематика». Состоит из решения 3 задач.

3. КР Ч. 3 – «Анализ механических систем. Динамика». Состоит из решения 1 задачи.

Студенты выполняют контрольную работу во внеаудиторное время. После окончательного выполнения контрольной работы они представляют ее на проверку преподавателю. В случае правильного выполнения работы учащиеся допускаются к ее защите.

Защита работ осуществляется путем собеседования или решения задачи, аналогичной выполненной в КР, но в сокращенном и облегченном объеме. Задачу на защиту преподаватель в каждом случае составляет и выдает индивидуально. Защиты работ осуществляются в часы индивидуальных консультаций. Для окончательной сдачи контрольной работы студентам необходимо представить правильно решенную КР и выполнить ее защиту.

Таблица 1 – Система оценок и критерии выставления оценки

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0-40 %	41-60 %	61-80 %	81-100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
<b>1 Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов</b>	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно-корректно связывать между собой (только некоторые из них может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полной знаний и системным взглядом на изучаемый объект
<b>2 Работа с информацией</b>	Не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи
<b>3. Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта</b>	Не может делать научно-корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно-корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задачи данные	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы задачи

Система оценок  Критерий	2	3	4	5
	0-40 %	41-60 %	61-80 %	81-100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
<b>4. Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач</b>	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

Оценка КР осуществляется по следующим основным параметрам:

- полнота и правильность выполнения заданий;
- аккуратность оформления;
- способность квалифицированно отвечать на вопросы;
- своевременность сдачи.

Более подробно требования к выполнению КР рассмотрены в методических пособиях [6, 7, 8].

К оценочным средствам для промежуточной аттестации студентов заочной формы обучения, проводимой в форме зачета в третьем семестре, относятся контрольная работа и вопросы к ее защите.

В данном учебно-методическом пособии представлены методические материалы по изучению дисциплины, включающие тематический план занятий с перечнем ключевых вопросов для каждой темы, рекомендуемой литературой, методическими указаниями и вопросами для самоконтроля. Изложены методические рекомендации по выполнению контрольных работ, подготовке к практическим занятиям. В Приложениях приведены вопросы к защите контрольных работ и пример заданий.

## 1 Методические рекомендации по изучению дисциплины

«Теоретическая механика» является важной и неотъемлемой дисциплиной большинства технических специальностей, формирующей у обучающихся готовность к решению профессиональных задач в области механики. Осваивая курс, студент получает тот минимум фундаментальных знаний, на базе которых будущий специалист сумеет самостоятельно овладеть всем новым, с чем ему придется сталкиваться в ходе дальнейшего научно-технического прогресса. Изучение теоретической механики способствует расширению кругозора и повышению общей культуры будущего специалиста, развитию его мышления и становлению его мировоззрения.

Приступая к изучению данного курса, рекомендуется придерживаться последовательности, соответствующей тематическому плану, приведенному в учебно-методическом пособии.

Очень важно, приступая к изучению курса, обратить особое внимание на вводную лекцию, на которой преподавателем освещаются следующие вопросы:

1. Цели и задачи курса.
2. Знания и навыки, которыми должен обладать студент по завершении изучения дисциплины и к чему нужно стремиться.
3. Различные организационные моменты. Преподаватель объяснит структуру всего курса в целом и отдельных занятий, в частности, пояснит требования к сдаче зачета и экзамена, раздаст варианты для расчетно-графических работ и т. д.

Таким образом, вводная лекция во многом определяет последующую работу студентов.

Ниже приведен тематический план курса.

### Тематический план курса

Таблица 2 – Тематический план курса

Тема 1	Введение. Аксиомы статики. Связи. Статика плоской системы сил
Тема 2	Статика пространственной системы сил
Тема 3	Кинематика точки. Кинематика поступательного и вращательного движения тела
Тема 4	Кинематика плоскопараллельного движения
Тема 5	Сложное движение точки
Тема 6	Основные теоремы динамики
Тема 7	Принцип возможных перемещений и общее уравнение динамики

## **Тема 1. Введение. Аксиомы статики. Связи. Статика плоской системы сил**

### *Ключевые вопросы темы*

1. Цель и задачи дисциплины.
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.
3. Планируемые результаты освоения дисциплины.
4. Предмет курса теоретической механики.
5. Основные понятия о определении теоретической механики. Ее разделы.
6. Аксиомы статики.
7. Связи и их реакции.
8. Проекция силы на ось и плоскость.
9. Условие равновесия системы сходящихся сил.
10. Момент силы относительно точки.
11. Сложение параллельных сил.
12. Пара сил. Условие равновесия пар сил.
13. Система сил, произвольно расположенных на плоскости. Геометрическая и аналитическая форма условий равновесия сил.
14. Система параллельных сил. Условие равновесия.
15. Приведение плоской системы сил к заданному центру. Теорема Пуансо.
16. Статически определенные и неопределенные задачи.

*Источники:* [1, с. 65-91], [2, с. 7-35, 46-64], [3, с. 8, 13, 28, 32-34].

### **Методические рекомендации**

В начале изучения дисциплины «Теоретическая механика» необходимо понять ее цели и задачи, место в структуре образовательной программы, планируемые результаты освоения.

Дисциплина состоит из трех разделов: «Статика», «Кинематика» и «Динамика». Изучение начинается с раздела «Статика», а именно с основных понятий и определений.

Далее следует ознакомиться с аксиомами статики, разобрать основные виды связей и их реакции, после чего рассмотреть, как находится проекция силы на ось, затем на плоскость. Рассмотреть несколько примеров нахождения проекции силы на ось и на плоскость, а также аналитическое и геометрическое условие равновесия системы сходящихся сил. Рассмотреть пример нахождения реакции связи для тела, находящегося под действием системы сходящихся сил.

Также в рамках данной темы студентам необходимо изучить, что такое момент силы относительно точки, чем он характеризуется, как определяется его направление и величина.



Следует разобраться, как следует складывать параллельные силы, если они направлены в одну сторону и в разные.

Далее следует ознакомиться с понятием «пара сил» и условием равновесия пар сил.

Особое внимание при изучении темы обратить на геометрическую и аналитическую форму условий равновесия сил, произвольно расположенных на плоскости. Необходимо разобраться, как составляются уравнения равновесия.

Затем перейти к ознакомлению с условием равновесия системы параллельных сил. Рассмотреть теорему Пуансо и завершить изучение данной темы примером задачи по определению неизвестных реакций опор балки, находящейся под действие системы сил, произвольно расположенных в плоскости.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Что изучает дисциплина «Теоретическая механика»?
2. Из каких разделов она состоит?
3. Что изучает раздел «Статика»?
4. Что в теоретической механике принято называть материальной точкой?
5. Какую величину называют силой? Чем она характеризуется?
6. Что в теоретической механике называют связью? Как определяется направление реакции связи?
7. Сформулируйте основные аксиомы статики.
8. Чем характеризуется момент силы относительно точки? В чем измеряется?
9. По какой формуле определяется величина момента силы относительно точки?
10. Свойства момента силы относительно оси?
11. Что называется парой сил?
12. Как формулируется теорема Пуансо?
13. В чем заключается аналитическая форма условия равновесия сил, произвольно расположенных на плоскости?
14. В чем заключается геометрическая форма условия равновесия сил, произвольно расположенных в плоскости?

## **Тема 2. Статика пространственной системы сил**

### *Ключевые вопросы темы*

1. Теорема Вариньона. Главный вектор. Главный момент.
2. Условие равновесия пространственной системы сходящихся сил.
3. Условие равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил.
4. Условие равновесия пространственной системы параллельных сил.

5. Условие равновесия тела, имеющего неподвижную ось.

*Источники:* [3, с. 94], [2, с. 91-115], [3, с. 45, 49].

### **Методические рекомендации**

Перед началом изучения статики пространственной системы сил необходимо ознакомиться с теоремой Вариньона. Затем можно рассмотреть, как составляются уравнения равновесия для пространственной системы сходящихся сил, и после этого переходить к рассмотрению условий равновесия системы произвольно расположенных сил в пространстве.

Далее нужно перейти к рассмотрению пространственной системы параллельных сил. Понять, какие уравнения будут входить в условие равновесия, а какие необходимы для определения неизвестных реакций. Затем рассмотреть равновесие тела, имеющего неподвижную ось.

Завершить изучение данной темы рекомендуется рассмотрением примера решения задачи по определению неизвестных реакций под воздействием пространственной системы произвольно расположенных сил.

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Как изображается по модулю и направлению равнодействующая пространственной системы трех сходящихся сил?
2. Сформулируйте теорему Вариньона.
3. Что является условием равновесия пространственной системы сходящихся сил?
4. Какие уравнения являются условием равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил.
5. Что понимается под главным вектором и главным моментом системы сил?

### **Тема 3. Кинематика точки. Кинематика поступательного и вращательного движения тела**

#### *Ключевые вопросы темы*

1. Способы задания движения точки.
2. Определение скорости точки при различных способах задания движения.
3. Определение ускорения точки при различных способах задания движения.
4. Поступательное движение. Закон поступательного движения.
5. Скорость и ускорение при поступательном движении твердого тела.
6. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Закон вращательного движения.

7. Линейная скорость и линейное ускорение при вращательном движении твердого тела.

8. Угловая скорость и угловое ускорение при вращательном движении твердого тела.

*Источники:* [1, с. 5-26], [2, с. 142-203], [3, с. 64-68,72].

### **Методические рекомендации**

Начинать изучение данной темы следует с рассмотрения трех способов задания движения точки – естественного, координатного и векторного. Разобраться, как будет записываться закон движения точки при каждом способе. Затем рассмотреть методику определения скорости движения точки при естественном, координатном и векторном способе.

Далее изучение темы продолжить нахождением ускорения при трех способах задания движения (векторном, координатном и естественном). Разобрать, какое ускорение называется касательным, а какое нормальным. Как они определяются, куда направлены их векторы.

Продолжить изучение нужно рассмотрением примера нахождения скорости и ускорения точки каждым из способов.

В рамках данной темы также необходимо ознакомиться с поступательным и вращательным движением твердого тела. Начать рекомендуется с изучения поступательного движения. Рассмотреть, какое движение называется поступательным. Его свойства. Рассмотреть примеры данного вида движения. Узнать, как записывается закон поступательного движения.

Затем перейти к рассмотрению вращательного движения, т. е. вращения тела вокруг неподвижной оси. Рассмотреть примеры данного вида движения. Ознакомиться с законом вращательного движения. При этом рекомендуется уделить внимание вопросу угловой скорости и углового ускорения. Рассмотреть связь скорости и ускорения точки вращающегося тела с характеристиками вращательного движения – угловой скоростью и угловым ускорением. Также необходимо рассмотреть закон равномерного и равнопеременного движения.

Завершить изучение данной темы рассмотрением примера решения задачи по определению ускорения точки вращающегося тела.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Какой раздел теоретической механики называется кинематикой?
2. Какие способы задания движения точки вы знаете?
3. Как определяется скорость точки при естественном способе задания движения?

4. Как определяется скорость точки при координатном способе задания движения?
5. Как определяется скорость точки при векторном способе задания движения?
6. Как определяется ускорение точки при естественном способе задания движения?
7. Как определяется ускорение точки при координатном способе задания движения?
8. Как определяется ускорение точки при векторном способе задания движения?
9. Формула для определения нормального ускорения точки.
10. Формула для определения тангенциального ускорения точки.
11. Какое движение называется поступательным?
12. Как записывается закон поступательного движения?
13. Приведите пример поступательного движения.
14. Какое движение называется вращательным?
15. Как записывается закон вращательного движения?
16. Как вычисляется угловая скорость?
17. Как определяется угловое ускорение?
18. Как определяется линейная скорость точки вращающегося тела?
19. Куда направлено нормальное ускорение точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?

#### **Тема 4. Кинематика плоскопараллельного движения**

##### *Ключевые вопросы темы*

1. Определение и закон плоскопараллельного движения.
2. Нахождение скоростей точек при плоскопараллельном движении.
3. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела.
4. Мгновенный центр скоростей.
5. Частные случаи определения мгновенного центра скоростей.
6. Нахождение ускорений точек при плоскопараллельном движении.
7. Мгновенный центр ускорений.
8. Частные случаи определения мгновенного центра ускорений.

*Источники:* [1, с. 26-37], [2, с. 204-119, 234-256], [3, с. 72, 73, 79, 80].

#### **Методические рекомендации**

Рассмотрение темы необходимо начинать с рассмотрения определения и закона плоскопараллельного движения.

В рамках данной темы необходимо разобраться, как определяются величина и направление скоростей точек при плоскопараллельном движении.

Важно научиться находить положение мгновенного центра скоростей (МЦС) в любой момент времени движения тела.

Рекомендуется рассмотреть частные случаи нахождения мгновенного центра скоростей. Рассмотреть несколько примеров нахождения МЦС.

Необходимо также ознакомиться с теоремой о проекциях скоростей двух точек тела.

Затем следует изучить, что называется мгновенным центром ускорений. Далее можно переходить к определению ускорений. И завершить изучение темы нужно рассмотрением примера решения задачи по определению ускорения точки тела, совершающего плоскопараллельное движение.

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Какое движение называется плоскопараллельным?
2. Закон плоскопараллельного движения.
3. Что называют мгновенным центром скоростей?
4. Как определить скорость точки при плоскопараллельном движении?
5. Что называют мгновенным центром ускорений?
6. Как определить ускорение точки при плоскопараллельном движении?

#### **Тема 5. Сложное движение точки**

##### *Ключевые вопросы темы*

1. Относительное, переносное и абсолютное движение точки.
2. Теорема о сложение скоростей.
3. Теорема о сложение ускорений.
4. Теорема Кориолиса.
5. Правило Жуковского.
6. Частные случаи нахождения ускорения Кориолиса.

*Источники:* [1, с. 52-57], [2, с. 275-303], [3, с. 104, 109-111].

#### **Методические рекомендации**

Изучение данной темы необходимо начинать с ознакомления с понятиями относительного, переносного и абсолютного движения. Затем рассмотреть сложное движение точки на примере вращающегося конуса и точки, движущейся по его образующей.

Важно ознакомиться с теоремами о сложении скоростей и ускорений. Понять суть правила Жуковского и научиться применять его при нахождении ускорения Кориолиса.

Необходимо понять физический смысл ускорения Кориолиса и рассмотреть частные случаи его нахождения.

### *Вопросы для самоконтроля*

1. Какое движение называется относительным?
2. Какое движение называется переносным?
3. Какое движение называется абсолютным?
4. Сформулируйте правило Жуковского.
5. Запишите теорему о сложении скоростей при сложном движении точки.
6. Запишите теорему о сложении ускорений при сложном движении точки.
7. В чем заключается физический смысл ускорения Кориолиса?

### **Тема 6. Основные теоремы динамики**

#### *Ключевые вопросы темы*

1. Законы динамики (Ньютона).
  2. Динамика материальной точки.
  3. Моменты инерции тела.
  4. Работа силы.
  5. Теорема об изменении кинетической энергии точки.
  6. Кинетическая энергия системы.
  7. Теорема об изменении кинетической энергии системы.
  8. Количество движения точки и системы.
  9. Импульс силы.
  10. Теорема об изменении количества движения
  11. Момент количества движения материальной точки и системы (кинетический момент).
  12. Теорема об изменении кинетического момента для точки и системы.
  13. Принцип Даламбера для механической системы.
- Источники:* [1, с. 101-132], [2, с. 334-344, 454-460, 473-484, 486-515, 603-620], [3, с. 133-136, 205, 208, 209-213, 266, 270, 271].

### **Методические рекомендации**

Начать погружение в данную тему необходимо с изучения законов динамики (Ньютона).

Далее следует разобрать динамику материальной точки. Особое внимание обратить на две основные задачи точки, а также на дифференциальные уравнения движения свободной и несвободной материальной точки.

Затем можно рассмотреть моменты инерции механической системы относительно точки и оси, а также примеры нахождения моментов инерций некоторых однородных тел (стержня, кольца, диска). Ознакомиться с теоремой Гюйгенса–Штейлера.

После этого можно переходить к изучению работы силы. Необходимо рассмотреть примеры вычисления работы силы тяжести, упругости, трения.

Затем перейти к понятию кинетической энергии. Рассмотреть теорему об изменении кинетической энергии точки и системы. Особое внимание обратить на то, как определяется кинетическая энергия тела, движущегося поступательно, вращающегося вокруг неподвижной оси и совершающего плоскопараллельное движение.

Далее необходимо ознакомиться с понятием количества движения точки и системы, импульса силы. Рассмотреть теоремы об изменении количества движения, соответственно, точки и системы. Также ознакомиться с теоремой об изменении кинетического момента для точки и системы и завершить изучение темы рассмотрением принципа Даламбера.

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Сформулируйте законы динамики.
2. В чем заключается первая задача динамики точки?
3. В чем заключается вторая задача динамики точки?
4. Как определяется момент инерции однородного кольца?
5. Как определяется кинетическая энергии тела при поступательном движении?
6. Как определяется кинетическая энергии тела при вращательном движении?
7. Как определяется кинетическая энергии тела при плоскопараллельном движении?
8. Запишите в аналитическом виде теорему об изменении кинетической энергии системы.
9. Как определяется работа силы?
10. Что называют импульсом силы?
11. В чем заключается принцип Даламбера?

#### **Тема 7. Принцип возможных перемещений и общее уравнение динамики**

##### *Ключевые вопросы темы*

1. Обобщенные координаты и число степеней свободы.
2. Возможные перемещения механической системы. Идеальные связи.
3. Принцип возможных перемещений.
4. Общее уравнение динамики механической системы.
5. Частные случаи применения общего уравнения динамики.
6. Последовательность решения задач с помощью общего уравнения динамики.
7. Уравнения Лагранжа.

*Источники:* [1, с. 132-138], [2, с. 621-666], [3, с. 290, 295-297, 312-316].

### **Методические рекомендации**

Начать изучение темы рекомендуется с понятия обобщенных координат. При этом необходимо вспомнить, что такое число степеней свободы. Далее нужно изучить, что такое возможные перемещения механической системы и в чем заключается принцип возможных перемещений.

Затем важно разобраться, как составляется общее уравнение динамики в обобщенных координатах. Ознакомиться с понятием обобщенной силы и уравнением Лагранжа.

Завершить изучение темы следует рассмотрением примера решения задачи с помощью дифференциального уравнения движения в обобщенных координатах, или уравнения Лагранжа.

#### *Вопросы для самоконтроля*

1. Что называют обобщенными координатами?
2. Что такое число степеней свободы?
3. Что называется возможными перемещениями механической системы?
4. Сформулируйте принцип возможных перемещений.
5. Какому числу равно количество дифференциальных уравнений движений системы в обобщенных координатах (уравнений Лагранжа)?

Для студентов заочной формы обучения подробно на лекции рассматриваются Темы 1 и 2, остальные изучаются самостоятельно.

## **2 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

Практические занятия проводятся с целью формирования у студентов знаний, умений и навыков, а также компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО. На занятиях они должны приобрести опыт решения типовых задач статики, кинематики и динамики; получить знания о внешних нагрузках и об отклике механической системы на их воздействие.

Еще одной важной задачей практических занятий является подготовка к выполнению требуемой расчетно-графической работы. В ходе практических занятий студент поэтапно решает задачи, похожие на предлагаемые в расчетно-графической работе.

Ниже представлен краткий план практических занятий с основными вопросами. Подготовку к практическим занятиям можно осуществлять с помощью рекомендованных литературных источников. Более подробно практические занятия рассмотрены в соответствующем методическом пособии.



## Тематический план практических занятий

Таблица 3 – План практических занятий

Тема 1	Статика твердого тела. Условия равновесия системы сходящихся сил
Тема 2	Статика твердого тела. Условие равновесия системы сил произвольно расположенных в плоскости
Тема 3	Статика твердого тела. Условия равновесия составной конструкции. Условия равновесия тела под действием пространственной системы сил
Тема 4	Способы задания движения точки. Скорость точки. Тангенциальное и нормальное ускорение точки
Тема 5	Поступательное движение. Кинематика вращательного движения
Тема 6	Плоскопараллельное движение. Определение скоростей и ускорений точки тела, совершающего плоскопараллельное движение
Тема 7	Скорость и ускорение точки при сложном движении
Тема 8	Динамика материальной точки. Основной закон динамики точки
Тема 9	Теорема об изменении кинетической энергии механической системы

### **Тема 1. Статика твердого тела. Условия равновесия системы сходящихся сил**

#### *Ключевые вопросы*

1. Определение проекции силы на ось и плоскость;
2. Составление уравнений равновесия тела под действием плоской системы сходящихся сил;
3. Нахождение неизвестных реакций в опорных стержнях (система сходящихся сил, расположенных в одной плоскости) аналитическим и геометрическим способом.

*Источники:* [6, с. 27, 28].

### **Тема 2. Статика твердого тела. Условие равновесия системы сил произвольно расположенных в плоскости**

#### *Ключевые вопросы*

1. Составление уравнений равновесия конструкции под действием плоской системы произвольно расположенных сил;
2. Нахождение реакций опор.

*Источники:* [3, с. 8,13], [6, с. 28-30].

### **Тема 3. Статика твердого тела. Условия равновесия составной конструкции. Условия равновесия тела под действием пространственной системы**

#### *Ключевые вопросы*

1. Составление уравнений равновесия для составной конструкции под действием плоской системы произвольно расположенных сил;
2. Нахождение реакций связей составной конструкции.
3. Составление уравнений равновесия тела под действием пространственной системы сил;
4. Нахождение реакций связей тела под действием пространственной системы сил.

*Источники:* [3, с. 28,32-34,41-49], [6, с. 30-36].

При решении задач статики рекомендуется выдерживать такую последовательность:

1. Изобразить расчетную схему и воспроизвести исходные данные. На схеме следует указать все внешние силы, включая реакции связей, а также направления координатных осей.
2. Записать уравнения, описывающие равновесие выбранного объекта.
3. Получить выражение для искомых величин в общем виде, максимально упростить их.
4. Подставить числовые выражения и выполнить подсчеты.
5. Записать ответ с обязательным указанием единиц измерения всех найденных величин.

### **Тема 4. Способы задания движения точки. Скорость точки. Тангенциальное и нормальное ускорение точки**

#### *Ключевые вопросы*

1. Определение траектории движения точки;
2. Определение скорости точки;
3. Определение ускорения точки.

*Источники:* [3, с. 65-66], [7, с. 24-26].

### **Тема 5. Поступательное движение. Кинематика вращательного движения**

#### *Ключевые вопросы*

1. Связь скорости и ускорения точки вращающегося тела с характеристиками вращательного движения – угловой скоростью и угловым ускорением;
2. Определение кинематических характеристик заданного механизма последовательно для всех звеньев, по ходу передачи движения.

*Источники:* [3, с. 67,68,72], [7, с. 26-28].

## **Тема 6. Плоскопараллельное движение. Определение скоростей и ускорений точки тела, совершающего плоскопараллельное движение**

### *Ключевые вопросы*

1. Мгновенный центр скоростей (МЦС);
2. Теорема о проекциях скоростей;
3. Определение скоростей при плоскопараллельном движении;
4. Мгновенный центр ускорений (МЦУ);
5. Ускорение точки при плоскопараллельном движении.

*Источники:* [3, с. 72-73,79,80,85-91], [7, с. 28-31].

## **Тема 7. Скорость и ускорение точки при сложном движении**

### *Ключевые вопросы*

1. Теорема о сложении скоростей;
2. Определение относительной, переносной и абсолютной скорости точки;
3. Теорема о сложении ускорений;
4. Определение относительного и переносного ускорения точки;
5. Определение ускорения Кориолиса, правило Жуковского;
6. Определение абсолютного ускорения точки.

*Источники:* [3, с. 104,109-111], [7, с. 31-34].

## **Тема 8. Динамика материальной точки. Основной закон динамики точки**

### *Ключевые вопросы*

1. Первая и вторая задачи динамики точки;
2. Составление дифференциального уравнения движения материальной точки с последующим интегрированием и нахождением искомых величин.

*Источники:* [3, с. 133-136], [8, с. 19-24].

## **Тема 9. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы**

### *Ключевые вопросы*

1. Определение кинетической энергии при поступательном, вращательном и плоскопараллельном движении материального тела;
2. Определение искомой кинематической характеристики с помощью теоремы об изменении кинетической энергии механической системы;

*Источники:* [3, с. 205,208-213], [8, с. 24-30].

При решении задач кинематики и динамики рекомендуется выдержать такую последовательность:

1. Изобразить расчетную схему и воспроизвести исходные данные.
2. Записать соотношения, описывающие движения изучаемого объекта.

Нанести на схему заданные и искомые величины в виде символов.

3. Получить выражение для искомых величин в общем виде, максимально упростить их.
4. Подставить числовые выражения и выполнить подсчеты.
5. Записать ответ с обязательным указанием единиц измерения всех найденных величин.

Для студентов очной формы обучения темы практических занятий 2, 6, 7 и 9 рассчитаны на два занятия (каждая тема).

Для студентов заочной формы обучения подробно на практических занятиях рассматриваются Темы 1, 2, 5, 6, 7 и 9, остальные изучаются самостоятельно.

### **3 Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы**

Содержание самостоятельной работы студентов очной, очно-заочной и заочной формы обучения определяется рабочей учебной программой.

Наряду с проработкой лекционного материала и подготовкой к практическим занятиям, студенты заочной формы обучения обязаны выполнить контрольные работы (см. введение).

Контрольные работы по курсу «Теоретическая механика» выполняются с целью закрепления полученных в ходе обучения знаний и приобретения практических навыков решения типовых задач. Выполнение работ требует предварительного изучения соответствующего теоретического материала [1, 2].

Контрольная работа включает 7 заданий, среди которых 3 задания по разделу «Статика», 3 задания по разделу «Кинематика» и 1 задание по разделу «Динамика».

При выполнении контрольной работы следует придерживаться следующих правил:

1. Условия задачи должны полностью соответствовать варианту, выданному преподавателем;
2. Условия задач должны быть переписаны полностью;
3. Решения задач необходимо сопровождать пояснениями и подробными вычислениями;
4. При вычислении каждой величины надо указывать ее название, формулу, по которой она определяется. После записи формулы с буквенными обозначениями подставляются в таком же порядке их численные значения;

5. Необходимо указывать единицы измерения всех величин, как заданных в условии задачи, как и полученных в результате расчетов. Применять нужно только Международную систему единиц СИ.

Контрольная работа выполняется в соответствии с разработанными учебно-методическими пособиями [6, 7, 8].

КР Ч.1 – «Анализ механических систем. Статика» [6].

КР Ч.2 – «Анализ механических систем. Кинематика» [7].

КР Ч.3 – «Анализ механических систем. Динамика» [8].

Учебно-методические пособия [6, 7, 8] устанавливают общие требования к содержанию и оформлению работ. Они включают в себя необходимые исходные данные для выполнения работ, а также примеры решения заданий.

Контрольную работу можно начинать выполнять сразу же после изучения необходимого теоретического материала [1, 2]. Студенты выполняют контрольную работу во внеаудиторное время. После окончательного выполнения контрольной работы студенты представляют ее на контрольную проверку преподавателю. В случае правильного выполнения работы, учащиеся допускаются к ее защите.

Защита КР осуществляется путем собеседования или решения задачи, аналогичной выполненной в КР, но в сокращенном и облегченном объеме. Для подготовки к защите можно использовать литературу, приведенную в данном учебно-методическом пособии [1, 2, 6, 7, 8].

## Библиографический список

1. Бертяев, В. Д. Краткий курс теоретической механики: учеб. / В. Д. Бертяев [и др.]. – Ростов на Дону: Феникс, 2011. – 196 с.
2. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: учеб.: в 2-х ч. / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – 9-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2002. – 768 с.
3. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учеб. пособие для технических вузов / под общ. ред. А. А. Яблонского. – 9-е изд., стер. – Москва: Интеграл-Пресс, 2002. – 384 с.
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для техн. вузов / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 9-е изд., перераб. – Москва: Наука, 1990. – Т. 1: Статика и кинематика. – 670 с.
5. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для техн. вузов / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 8-е изд., перераб. – Москва: Наука, 1991. – Т. 2: Динамика. – 640 с.
6. Витренко, О. С. Анализ механических систем. Статика: учеб.-метод. пособие по РГР по дисциплине «Теоретическая механика» для студ. очной и заочной формы обучения в бакалавриате по напр. подгот. 15.03.01 Машиностроение, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов мор. инфраструктуры, 08.03.01 Строительство / О. С. Витренко, В. Г. Сукиасов. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2020. – 36 с.
7. Витренко, О. С. Анализ механических систем. Кинематика: учеб.-метод. пособие по РГР по дисциплине «Теоретическая механика» для студ. очной и заочной формы обучения в бакалавриате по направлениям подгот. 15.03.01 Машиностроение, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов мор. инфраструктуры, 08.03.01 Строительство / О. С. Витренко, В. Г. Сукиасов. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 35 с.
8. Витренко, О. С. Анализ механических систем. Динамика: учеб.-метод. пособие по РГР по дисциплине «Теоретическая механика» для студ. очной и заочной формы обучения в бакалавриате по направлениям подгот. 15.03.01 Машиностроение, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов мор. инфраструктуры, 08.03.01 Строительство / О. С. Витренко, В. Г. Сукиасов. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2022. – 30 с.

**Вопросы к защите контрольных работ**

Вопросы к защите КР1

1. Что изучает дисциплина «Теоретическая механика»?
2. Из каких разделов она состоит?
3. Что изучает раздел «Статика»?
4. Что в теоретической механике принято называть материальной точкой?
5. Какую величину называют силой? Чем она характеризуется?
6. Что в теоретической механике называют связью? Как определяется направление реакции связи?
7. Сформулируйте основные аксиомы статики.
8. Чем характеризуется момент силы относительно точки? В чем измеряется?
9. По какой формуле определяется величина момента силы относительно точки?
10. Свойства момента силы относительно оси.
11. Что называется парой сил?
12. Как формулируется теорема Пуансо?
13. В чем заключается аналитическая форма условия равновесия сил, произвольно расположенных на плоскости?
14. В чем заключается геометрическая форма условия равновесия сил, произвольно расположенных в плоскости?
15. Что понимается под главным вектором и главным моментом системы сил?

Вопросы к защите КР2

1. Какой раздел теоретической механики называется кинематикой?
2. Какие способы задания движения точки вы знаете?
3. Формула для определения нормального ускорения точки.
4. Формула для определения тангенциального ускорения точки.
5. Какое движение называется поступательным?
6. Приведите пример поступательного движения.
7. Какое движение называется вращательным?
8. Как записывается закон вращательного движения?
9. Как определяется линейная скорость точки вращающегося тела?
10. Куда направлено нормальное ускорение точки тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
11. Какое движение называется плоскопараллельным?

12. Что называют мгновенным центром скоростей?
13. Как определить скорость точки при плоскопараллельном движении?
14. Как определить ускорение точки при плоскопараллельном движении?
15. Какое движение называется относительным?
16. Какое движение называется переносным?
17. Какое движение называется абсолютным?
18. Сформулируйте правило Жуковского.
19. Запишите теорему о сложении скоростей при сложном движении точки.
20. Запишите теорему о сложении ускорений при сложном движении точки.
21. В чем заключается физический смысл ускорения Кориолиса?

### Вопросы к защите КРЗ

1. Сформулируйте основной закон динамики.
2. В чем заключается первая задача динамики точки?
3. В чем заключается вторая задача динамики точки?
4. Как определяется момент инерции однородного кольца?
5. Как определяется кинетическая энергия тела при поступательном движении?
6. Как определяется кинетическая энергия тела при вращательном движении?
7. Как определяется кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении?
8. Запишите в аналитическом виде теорему об изменении кинетической энергии системы.
9. Как определяется работа силы?
10. Как определяется работа силы тяжести?
11. Как определяется работа силы трения?
12. Как определяется работа силы упругости?

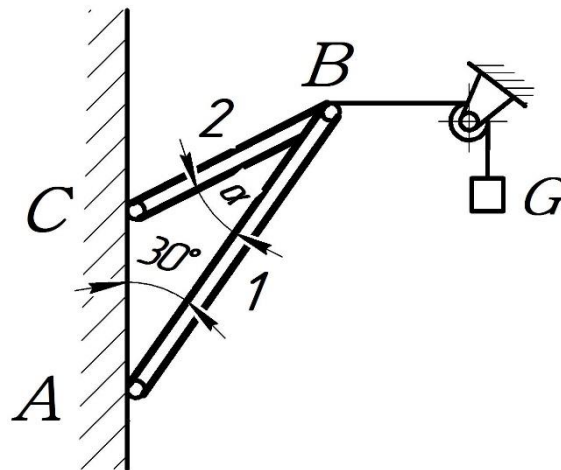


Пример заданий контрольных работ

КР1

Задание 1

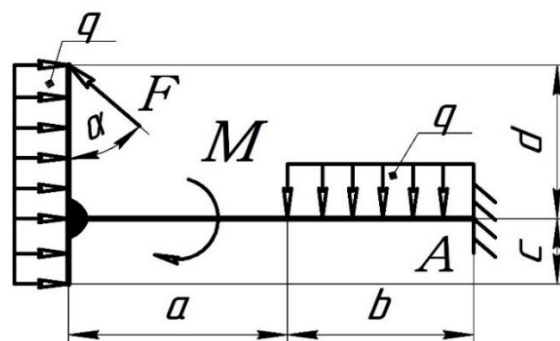
Найти усилия в опорных стержнях 1 и 2 под действием груза весом  $G$ .



$\alpha$ , град.	$G$ , кН
60	10

Задание 2

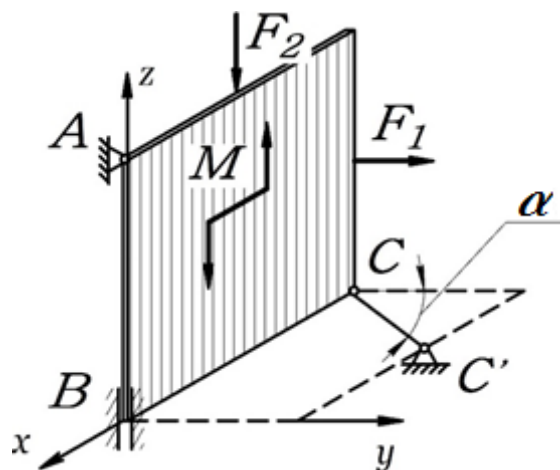
Для жесткой невесомой конструкции под действием заданных внешних нагрузок найти реакции опор.



$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$\alpha$ , град.	$F$ , кН	$M$ , кН·м	$q$ , кН/м
3	2	1	1	60	15	4	1

### Задание 3

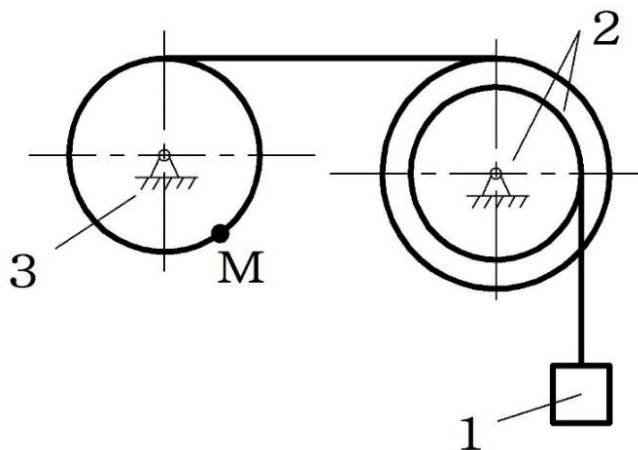
Плита весом  $G$  удерживается в неподвижном положении с помощью опор в трех углах – сферического шарнира в точке  $A$ , цилиндрического шарнира в точке  $B$  и невесомого стержня в точке  $C$ . Размеры плиты:  $AB=a$ ,  $BC=b$ . Силы  $\bar{F}_1$  и  $\bar{F}_2$  приложены в серединах сторон, пара с моментом  $M$  – в плоскости плиты. Найти реакции опор.



$a,$ м	$b,$ м	$\alpha,$ град.	$F_1,$ кН	$F_2,$ кН	$G,$ кН	$M,$ кН·м
3	2	60	3	5	10	4

КР2  
Задание 1

Для приведенной схемы механизма по заданному уравнению движения груза 1 –  $x(t)$  определить и показать на рисунке скорость и ускорение точки  $M$ .

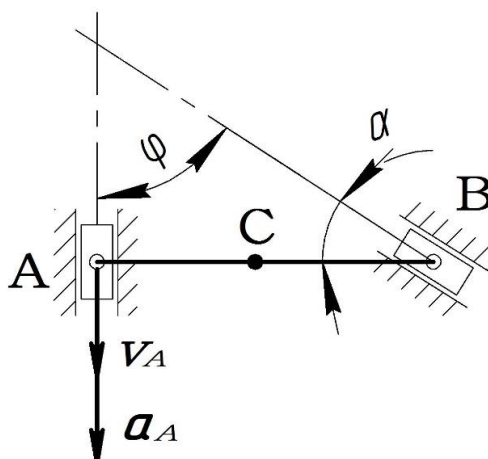


$x(t)$ , м	$R_2$ , м	$r_2$ , м	$R_3$ , м	$r_3$ , м
$2\cos(\pi t/6)$	4	1	3	2

Задание 2

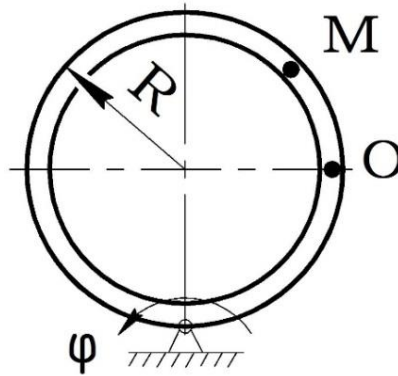
Для механизма, состоящего из шатуна  $AB$  длиной  $l$  и двух ползунов, по заданным величинам скорости и ускорения ползуна  $A$  определить скорость и ускорение ползуна  $B$  и средней точки  $C$  шатуна, а также угловую скорость и угловое ускорение шатуна.

$l=AB$ , м	$\alpha$ , град.	$\beta$ , град.	$v_A$ , м/с	$a_A$ , м/с <sup>2</sup>
4	30	45	2	3



### Задание 3

Материальная точка  $M$  движется в желобе вращающегося тела. По заданным уравнениям относительного движения  $OM(t)$  и переносного движения  $\varphi(t)$  с учетом геометрических размеров определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки в указанный момент времени  $t_1$

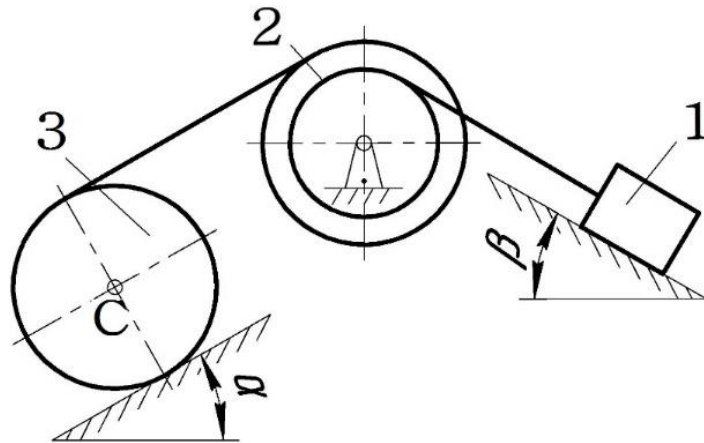


$OM(t)$ , м	$\varphi(t)$ , рад.	$t_1$ , с	$l$ , м	$\alpha$ , град.	$\beta$ , град.	$R$ , м
$\pi(t^2 + 3t)/16$	$5t^3 - 18t$	1	4	30	45	1

### КР3

#### Задание 1

Механическая система начинает движение из неподвижного положения.  
Найти скорость тела 1 после его заданного перемещения.



$m_1,$ кг	$m_2,$ кг	$m_3,$ кг	$R_2,$ см	$r_2,$ см	$\rho_2,$ см	$R_3,$ см	$\alpha,$ град.	$\beta,$ град.	$f$	$f_k,$ см	$s_1,$ м
10	20	30	40	10	20	50	60	30	0,1	0,2	2

Локальный электронный методический материал

Ольга Сергеевна Витренко

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Редактор Э. С. Круглова

Локальное электронное издание

Уч.-изд. л 2,1. Печ. л. 1,9

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет».  
236022, Калининград, Советский проспект, 1