



Федеральное агентство по рыболовству
БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»
Калининградский морской рыбопромышленный колледж

Утверждаю
Заместитель начальника колледжа
по учебно-методической работе
А.И.Колесниченко

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

Методические указания по выполнению практических занятий
по специальности

26.02.03 Судовождение

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ

РАЗРАБОТЧИК Судоводительское отделение

ЗАВЕДУЮЩИЙ ОТДЕЛЕНИЕМ В.В. Феоктистов

ГОД РАЗРАБОТКИ 2022

ГОД ОБНОВЛЕНИЯ 2025

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 2/33

Содержание

Введение	3
Перечень практических занятий	4
Практическое занятие №1 Основные задачи, решаемые в координатной форме.....	5
Практическое занятие №2 Основные правила дифференцирования	6
Практическое занятие №3 Дифференцирование сложной функции. Производные высших порядков	8
Практическое занятие №4 Решение физических задач с помощью производной.....	10
Практическое занятие №5 Непосредственное интегрирование.....	12
Практическое занятие №6 Интегрирование подстановкой.....	14
Практическое занятие №7 Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Способы вычисления определённого интеграла	16
Практическое занятие №8 Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	18
Практическое занятие № 9 Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами	20
Практическое занятие №10 Необходимый признак сходимости. Признак Даламбера.....	22
Практическое занятие №11 Понятие линейной интерполяции, её применение при работе с мореходными таблицами. Нахождение значений тригонометрических функций с помощью МТ-2000	25
Практическое занятие №12 Нахождение угла по заданной тригонометрической функции с помощью МТ-2000.....	27
Практическое занятие №13 Случайные события. Определение вероятности события	29
Список использованных источников	32

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 3/33

Введение

Методические указания по выполнению практических занятий (для обучающихся) составлено в соответствии с рабочей программой дисциплины ЕН.01 «Математика».

Рабочей программой дисциплины предусмотрены практические занятия. Целью их проведения является закрепление теоретических знаний. Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются и углубляются теоретические положения, вырабатывается способность применять теоретические знания на практике.

Выполнение практических занятий направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ПК 1.1. Планировать и осуществлять переход в точку назначения, определять местоположение судна;

ПК 3.1. Планировать и обеспечивать безопасную погрузку, размещение, крепление груза и уход за ним в течение рейса и выгрузки;

Перед проведением практических занятий курсанты обязаны проработать соответствующий материал, уяснить цель занятия, ознакомиться с содержанием и последовательностью его проведения, а преподаватель проверить их знания и готовность к выполнению задания.

После каждого практического занятия проводится защита. На защите курсант должен: знать теорию по данной теме; пояснить, как проводится расчет.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 4/33

Перечень практических занятий

№ п/п	Практическое занятие	Кол-во часов
Раздел 1 Элементы аналитической геометрии		
1	Основные задачи, решаемые координатным способом.	2
Раздел 2. Математический анализ		
2	Основные правила дифференцирования	2
3	Дифференцирование сложной функции. Производные высших порядков	2
4	Решение физических задач с помощью производной	2
5	Непосредственное интегрирование	2
6	Интегрирование подстановкой	2
7	Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Способы вычисления определённого интеграла.	2
8	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	2
9	Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	2
10	Необходимый признак сходимости. Признак Даламбера.	2
Раздел 3. Основные численные методы.		
11	Понятие линейной интерполяции, её применение при работе с мореходными таблицами. Нахождение значений тригонометрических функций с помощью МТ-2000	2
12	Нахождение угла по заданной тригонометрической функции с помощью МТ-2000	2
Раздел 4. Элементы теории вероятностей и математической статистики		
13	Случайные события. Определение вероятности события.	2
ИТОГО		26

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 5/33

1 АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Практическое занятие №1 Основные задачи, решаемые в координатной форме

Цель занятия:

Закрепить навык решения основных задач координатным способом (нахождение длины отрезка, нахождение координат середины отрезка, деление отрезка в данном отношении).

Исходные материалы и данные.

Основные формулы для решения задач координатным способом.

1. Нахождение длины отрезка

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

2. Нахождение координат середины отрезка

$$x_0 = \frac{x_a + x_b}{2}; y_0 = \frac{y_a + y_b}{2}.$$

3. Деление отрезка в данном отношении.

$$x_c = \frac{x_a * n + x_b * m}{n + m}; y_c = \frac{y_a * n + y_b * m}{n + m}$$



Используемые источники: [2, гл.3 § 1, 2].

Содержание и порядок выполнения задания:

В треугольнике ABC найти:

- периметр;
- медиану BD;
- координаты точки пересечения медиан, если:

	A	B	C
1	(4,-5)	(-1,2)	(0,8)
2	(3,5)	(-2,9)	(1,6)
3	(-5,1)	(7,-4)	(3,-2)
4	(6,-2)	(-1,8)	(-1,2)
5	(3,-2)	(4,-3)	(-1,0)
6	(0,-7)	(4,-5)	(-3,9)
7	(7,-4)	(0,-4)	(2,-6)
8	(-1,2)	(6,-2)	(-4,7)
9	(-1,0)	(-5,1)	(4,-5)
10	(-1,8)	(0,8)	(4,-3)

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 6/33

Выводы и предложения проделанной работы

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки.

1. Как найти длину отрезка, если известны координаты его концов?
2. Как найти координаты середины отрезка?
3. Как найти координаты точки, делящей отрезок в данном отношении?

2 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Практическое занятие №2 Основные правила дифференцирования

Цель занятия:

Закрепление навыка дифференцирования по основным формулам (суммы, произведения, частного).

Исходные материалы и данные.

Основные правила дифференцирования.

$$C' = 0$$

$$(U+V)' = U' + V'$$

$$(U \cdot V)' = U'V + UV'$$

$$(CU)' = CU'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

Пример.

Найти производные функций: 1. $y = x^3 \cdot \sin x$

$$2. y = \sin x / x^3$$

Решение:

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 7/33

$$1. (x^3 * \sin x)' = (x^3)' * \sin x + x^3 * (\sin x)' = 3x^2 \sin x + x^3 \cos x$$

$$2. \left(\frac{\sin x}{x^3} \right)' = \frac{(\sin x)' x^3 - \sin x * (x^3)'}{(x^3)^2} = \frac{\cos x * x^3 - 3x^2 \sin x}{x^6}$$

Используемые источники: [1] Гл.2, п.2.1.7.

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти производные следующих функций:

1. $y=4x^2 \cos x$; $y=(x^2-5)/e^x$; $y=2\ln x+3\sin x$; $y=\ln 3$,
2. $y=7x^3 \ln x$; $y=(6x^5+3)/2^x$; $y=4\sin x+3\cos x$; $y=\sin \pi$
3. $y=6e^x \cos x$; $y=(x^5-4)/2e^x$; $y=5\cos x+3\operatorname{tg} x$; $y=\operatorname{tg} 1$,
4. $y=1/2x^6 \operatorname{ctg} x$; $y=(5x^4+8)/\ln x$; $y=3\operatorname{arctg} x-\sin x$; $y=5\sin 24$,
5. $y=3x^3 \operatorname{tg} x$; $y=(x^5+2)/3^x$; $y=7\ln x+3\operatorname{ctg} x$; $y=4\lg 6$
6. $y=5x^5 \sin x$; $y=(2x^2+4)/5^x$; $y=5\ln x-\sin x$; $y=7\cos 45^\circ$
7. $y=4x^2 / \cos x$; $y=(x^2-5)*e^x$; $y=2\operatorname{tg} x+6\sin x$; $y=3\operatorname{tg} 52^\circ$
8. $y=1/4x^2 / \sin x$; $y=(x^3+9)*2^x$; $y=2\operatorname{ctg} x-7\operatorname{tg} x$; $y=e^3$
9. $y=2/3x^3 / \operatorname{tg} x$; $y=(1/4x^4-7)*3^x$; $y=6\cos x+3\sin x$; $y=3^2$
10. $y=2x^2 / \cos x$; $y=(x^5-5)*3^x$; $y=2\operatorname{tg} x-3\sin x$; $y=\operatorname{ctg} 30^\circ$

Выводы и предложения проделанной работы.

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки.

1. Как найти производную произведения?
2. Как найти производную частного?
3. Как найти производную суммы?
4. Чему равна производная постоянной величины?

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 8/33

Практическое занятие №3 Дифференцирование сложной функции. Производные высших порядков

Цель занятия:

Закрепление формул дифференцирования, отработка навыка вычисления производной сложной функции. Закрепление навыка вычисления производных высших порядков.

Исходные материалы и данные.

Таблица основных производных и правил дифференцирования.

Алгоритм вычисления производной сложной функции:

1. Выделяем главную функцию (устанавливаем порядок действий),
2. Берём производную от главной функции, оставляя внутреннюю без изменения,
3. Получившееся выражение умножаем на производную от внутренней функции.

Пример 1

$$y=(x^2-5x+8)^6$$

Полагая $u = x^2 - 5x + 8$, получаем u^6 . По формуле производной степенной функции находим $y' = 6u^5 \cdot u' = 6(x^2 - 5x + 8)^5(x^2 - 5x + 8)' = 6(x^2 - 5x + 8)^5(2x - 5)$,

Пример 2

$$y = \frac{1}{(x^2 - 1)^4}$$

Применим формулу $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2} u'$. Получим

$$\begin{aligned} y' &= -\frac{1}{((x^2 - 1)^4)^2} \left((x^2 - 1)^4\right)' = -\frac{1}{(x^2 - 1)^8} \cdot 4(x^2 - 1)^3 (x^2 - 1)' = -\frac{1}{(x^2 - 1)^8} \cdot 4(x^2 - 1)^3 2x = \\ &= -\frac{8x}{(x^2 - 1)^8} \cdot (x^2 - 1)^3 = -\frac{8x}{(x^2 - 1)^5}. \end{aligned}$$

Пример 3

Найти y''' для функции e^{3x} .

Решение. $y' = (e^{3x})' = 3e^{3x}$

$$y'' = (e^{3x})'' = (3e^{3x})' = 3 \cdot 3e^{3x} = 9e^{3x}$$

$$y''' = (9e^{3x})' = 27e^{3x}$$

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 9/33

Пример 4

Найти y' для функции $y = \ln x$.

Решение.

$$y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$y'' = \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

Используемые источники: [1, гл.2 п. 2.1.6, 2.1.7, стр. 103].

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти производную функции:

1. $y = \arccos(\sqrt{\cos x})$,

2. $y = \arctg(\sqrt{\sin x})$,

3. $y = \ln(\ln x^2)$,

4. $y = \ln(\arctg x)$,

$y = \arctg \frac{1-x}{1+x}$,

6. $y = \sqrt{\arctg \frac{1}{x}}$,

7. $y = \arctg \frac{1-x^2}{2x}$,

8. $y = \arccos \sqrt{\frac{2}{x}}$,

9. $y = \arccos \sqrt{1-x^2}$,

10. $y = \sqrt{\sin(x^2 - x)}$.

1. $y = x^5 - 7x^3 + 3$, найти $y^{(4)}$,

2. $y = x^6 + 4x^5 - 83$, найти y''' ,

3. $y = \ln|x|$, найти $y^{(4)}$,

4. $y = 3^x$, найти $y^{(5)}$,

5. $y = \sin^2 x$, найти y''' ,

6. $y = (4x^2 + 3x + 1)^3$, найти y'' ,

7. $y = \frac{1}{2}x^2(x^5 - 7x^3 + 3)$, найти y'' ,

8. $y = 2 \ln|x| - 3$, найти $y^{(4)}$,

9. $y = x \cdot \sin x$, найти y'' ,

10. $y = e^{5x}$, найти y''' .

Выводы и предложения проделанной работы

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 10/33

Вопросы для самопроверки:

1. Дать определение производной.
2. Сформулировать геометрический и физический смысл производной.
3. Сформулировать алгоритм вычисления производной сложной функции.
4. Как определяется главная функция?
5. Сформулировать правило нахождения производных высших порядков.
6. Сформулировать основные правила дифференцирования.
7. Производные основных функций.

Практическое занятие №4 Решение физических задач с помощью производной

Цель занятия:

Научиться применять производные при решении физических задач.

Исходные материалы и данные:

Физический смысл производной состоит в том, что она характеризует скорость изменения функции. Она указывает на тенденции, характерные для изменения функции и позволяет судить о том, что можно ожидать при дальнейшем изменении аргумента.

Пусть S -это путь, тогда скорость- это производная от пути, т.е. $S'(t)=V(t)$, а поскольку ускорение- это скорость изменения скорости, то $a(t)=V'(t)=S''(t)$.

Пример 1.

Движение лётчика при катапультировании из реактивного самолёта можно описать формулой $S=3.7 t^3+19t-19t$ (м). Определить скорость и ускорение через 2 секунды после катапультирования.

Решение:

$$V(t)=S'(t)$$

$$a(t)=V'(t)=S''(t).$$

$$\text{Тогда } V(t)=(3.7 t^3+19t-19t)'=3,7*3t^2+1/t-19$$

$$\text{При } t=2 \quad V(2)=25.9(\text{м/с})$$

$$\text{Ускорение } a(t)=(3,7*3t^2+1/t-19)'=22.2t-1/t^2$$

$$a(2)=44.15 (\text{м/с}^2)$$

Используемые источники: [1, гл.2 п. 2.1.10 стр. 104].

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 11/33

Содержание и порядок выполнения задания:

Решить задачи, используя формулы скорости и ускорения:

1. Падение тела описывается формулой $S=4,2 t^2+10t-10t(m)$. Определить скорость и ускорение тела через 2с после начала падения.
2. Тело движется по закону $S=t^3-6t^2-4t-8$. Определить скорость и ускорение тела в конце 5 секунды.
3. Найти ускорение тела, движущегося по закону $S=0.5 \sin 2t$ при $t=\pi/4$.
4. Тело массой $m=1\text{кг}$ движется по закону $S=0.3\sin(10t-\pi)$. Определить силу, действующую на тело при $t=\pi/20$
5. Движение двух материальных точек задано уравнениями: $S=-16t^3+8t^2+4t$; $S=t^3-4t^2+2t$. Найти в какой момент времени ускорение одинаково.
6. Маховик вращается по закону $\varphi=8t^2-6t+4$. Найти угловую скорость в момент времени $t=3\text{с}$.
7. Закон изменения температуры тела T в зависимости от времени выражается формулой $T=2,5t^2$. С какой скоростью нагревается тело в $t=2\text{с}$.
8. Концентрация раствора изменяется с течением времени по закону: $c=100t/(1+5t)$. Найти скорость растворения.
9. Зависимость между массой вещества M , получаемой в некоторой химической реакции, и временем t выражается уравнением: $M=5t^2+6t$. Найти скорость реакции.
10. Концентрация (c) некоторого вещества в крови человека вследствие его выведения из организма изменяется с течением времени по закону $c(t)=2e^{-0.05t}(\text{мг/л})$. Найти скорость изменения концентрации от времени. Какой смысл имеет знак скорости?

Выводы и предложения проделанной работы:

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 12/33

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулировать физический смысл производной.
2. Записать формулу нахождения скорости по заданной формуле пути.
3. Записать формулу нахождения ускорения по заданной формуле скорости ,
пути.

Практическое занятие №5 Непосредственное интегрирование

Цель занятия:

Закрепить формулы интегрирования и основные приёмы непосредственного интегрирования.

Исходные материалы и данные:

1. Таблица неопределённых интегралов, свойства неопределённых интегралов.

2. Основные приёмы непосредственного интегрирования:

- 1) интегрирование с применением основных свойств и формул,

Пример 1

$$\begin{aligned}\int (4x^3 + 3x^2 - 2x - 8)dx &= \int 4x^3 dx + \int 3x^2 dx - \int 2x dx - \int 8 dx = \\ &= 4 \frac{x^4}{4} + 3 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} - 8x + c = x^4 + x^3 - x^2 - 8x + c\end{aligned}$$

- 2) почленное деление числителя на знаменатель

Пример 2

$$\begin{aligned}\int \frac{(x+2)^3}{x} dx &= \int \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x} dx = \int (x^2 + 6x + 12 + \frac{8}{x}) dx = \\ &= \frac{1}{3} x^3 + 3x^2 + 12x + 8 \ln|x| + c\end{aligned}$$

- 3) применение алгебраических преобразований и математических формул для приведения подинтегрального выражения к табличному:

Пример 3

$$\begin{aligned}\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} &= \int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \\ &= \int \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx + \int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} + \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctgx} + \operatorname{tgx} + c\end{aligned}$$

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 13/33

4) прибавление и вычитание одного и того же выражения в числителе с последующим почленным делением и сокращением:

Пример 4

$$\begin{aligned}\int \frac{dx}{x^4 + x^2} &= \int \frac{1}{x^2(x^2 + 1)} dx = \int \frac{1 + x^2 - x^2}{x^2(x^2 + 1)} dx = \int \frac{(1 + x^2) - x^2}{x^2(x^2 + 1)} dx = \\ &= \int \frac{(1 + x^2)}{x^2(x^2 + 1)} dx - \int \frac{x^2}{x^2(x^2 + 1)} dx = \int \frac{1}{x^2} dx - \int \frac{1}{x^2 + 1} dx = -\frac{1}{x} - \arctg x + c\end{aligned}$$

Используемые источники: [1, гл. 2 п.2.1.11]

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти интегралы:

1.а) $\int (2 - 3e^x + x) dx$	б) $\int \frac{\sqrt[3]{x} - 3}{\sqrt{x}} dx,$
2.а) $\int (3x^5 - \cos x - 1) dx$	б) $\int \frac{x^{-\frac{1}{2}} + 2}{\sqrt{x}} dx$
3.а) $\int (7x^6 - \sin x - 1) dx$	б) $\int \frac{5 - \sqrt[3]{x^2}}{x} dx$
4.а) $\int \left(7 - \frac{1}{2 \cos^2 x} - x^2 \right) dx$	б) $\int \frac{x^{-\frac{1}{3}} - 1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
5.а) $\int \left(x^4 - \frac{1}{2x} - 4 \right) dx$	б) $\int \frac{x + 3}{\sqrt[3]{x}} dx$
6.а) $\int \left(3 - \frac{1}{3 \sin^2 x} + 2x \right) dx$	б) $\int \frac{x^{-\frac{2}{3}} - 1}{\sqrt[3]{x}} dx$
7.а) $\int \left(3x^2 - \frac{2}{1 + x^2} - 5 \right) dx$	б) $\int \frac{5 + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
8.а) $\int \left(x - \frac{1}{3\sqrt{1 - x^2}} + 2 \right) dx$	б) $\int \frac{x^{-\frac{1}{4}} - 2}{\sqrt[4]{x^3}} dx$
9.а) $\int (2 \cos x - 5x^4 + 3) dx$	б) $\int \frac{4 + x}{\sqrt{x}} dx$
10.а) $\int (5e^x - x^3 - 4) dx$	б) $\int \frac{x^{-\frac{3}{4}} - 5}{\sqrt[4]{x}} dx$

Выводы и предложения проделанной работы

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 14/33

2. Цель занятия.

3. Вариант задания.

4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»

5. Список использованных источников.

6. Выводы и предложения.

7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Знать таблицу неопределённых интегралов.

2. Сформулируйте основные свойства неопределённого интеграла.

3. Перечислите основные приёмы непосредственного интегрирования.

Практическое занятие №6 Интегрирование подстановкой

Цель занятия:

Закрепить основные формулы интегрирования, алгоритм интегрирования подстановкой.

Исходные материалы и данные:

Таблица основных интегралов.

Пример 1

Найти $\int e^{\frac{x}{2}} dx$.

Решение: Сделаем подстановку $\frac{x}{2} = t$, тогда $dx = 2dt$. Следовательно,

$$\int e^{\frac{x}{2}} dx = \int e^t 2dt = 2 \int e^t dt = 2e^t + c = 2e^{\frac{x}{2}} + c.$$

Пример 2

Найти $\int (3x - 5)^7 dx$.

Решение:

Сделаем подстановку $3x - 5 = t$, тогда $3x dx = dt$, откуда $dx = 1/3 dt$.

$$\text{Следовательно, } \int (3x - 5)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int t^7 dt = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^8}{8} + c = \frac{1}{24} t^8 + c$$

Заменив t его выражением из подстановки, получим

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 15/33

$$\int (3x-5)^7 dx = \frac{1}{24} (3x-5)^8 + c.$$

Пример 3

Найти $\int \frac{3 \cos x dx}{\sqrt{1+2 \sin x}}.$

Решение:

Сделаем подстановку $1+2\sin x=t$, тогда $2\cos x dx=dt$, или $\cos x dx=1/2 dt$.

Следовательно,

$$\int \frac{3 \cos x dx}{\sqrt{1+2 \sin x}} = \frac{3}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = \frac{3}{2} \int t^{-\frac{1}{2}} dt = \frac{3}{2} \cdot 2t^{\frac{1}{2}} + c = 3\sqrt{t} + c = 3\sqrt{1+2 \sin x} + c.$$

Используемые источники: [1, гл. 2 п.2.1.11].

Содержание и порядок выполнения задания:

- $\int \frac{dx}{\sqrt{5x-2}}, \int \cos 3x dx, \int \sqrt[3]{(3x^2-1)^2} x dx.$
- $\int \sin\left(\frac{\pi}{7}-x\right) dx, \int \frac{\cos x dx}{4+3 \sin x}, \int \frac{x dx}{x^2+1}.$
- $\int tg x dx, \int x 2^{x^2} dx, \int \frac{x dx}{(x^2+5)^4}.$
- $\int \sqrt[5]{(2x^3-4)^3} x^2 dx, \int \cos^4 x \sin x dx, \int e^{\cos x} \sin x dx.$
- $\int \frac{e^x dx}{3+e^x}, \int \frac{x dx}{\sqrt{2x^2-5}}, \int \frac{t^2 dt}{\sqrt[5]{5-2t^3}}.$
- $\int 3^{2+x^2} x dx, \int ctg x dx, \int \sqrt[4]{(2-\sin x)^3} \cos x dx.$
- $\int \sqrt{2 \sin x+1} \cos x dx, \int \frac{\cos t dt}{\sqrt{1-2 \sin t}}, \int \frac{x^2 dx}{5-2x^3}.$
- $\int (3x^3-4)^2 x^2 dx, \int \frac{x^4 dx}{2x^5-4}, \int \frac{\cos x dx}{(3 \sin +1)^3}.$
- $\int \frac{\sin t dt}{(2 \cos t+3)^2}, \int 5 \cdot 3^{x^2} x dx, \int \frac{1}{2x-6} dx.$
- $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^5+4}}, \int \sqrt{4+5 \sin x} \cos x dx, \int \frac{\ln x}{x} dx.$

Выводы и предложения проделанной работы:

Содержание отчёта:

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 16/33

Наименование практического занятия.

1. Цель занятия.

2. Вариант задания.

3. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»

4. Список использованных источников.

5. Выводы и предложения.

6. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Какая функция называется первообразной для данной функции?

2. Что называется, неопределённым интегралом?

3. Перечислить основные свойства неопределённого интеграла.

Практическое занятие №7 Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Способы вычисления определённого интеграла

Цель занятия:

Закрепление формулы Ньютона – Лейбница.

Исходные материалы и данные:

Таблица основных интегралов,

формула Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Используемые источники: [1, гл.2 п.2.1.12]

Содержание и порядок выполнения задания:

Вычислить определённый интеграл по формуле Ньютона-Лейбница непосредственно и подстановкой.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 17/33

$$1.a) \int_0^{\pi/16} \frac{\sin \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}}; б) \int_0^{\pi/2} \cos x dx.$$

$$2.a) \int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x}; б) \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{1 + \cos^2 x}.$$

$$3.a) \int_0^4 \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x}}; б) \int_0^{\pi/4} e^{\cos 2x} \sin 2x dx.$$

$$4.a) \int_{-2/3}^0 (4+6x)^3 dx; б) \int_{\frac{1}{\sqrt{5}}}^{\frac{\sqrt{2}}{5}} \frac{dx}{\sqrt{4-5x}}.$$

$$5.a) \int_{\pi}^0 \sin \frac{5x - \pi}{4}; б) \int_0^{\pi} \sin x dx.$$

$$6.a) \int_0^{\pi/2} 12^{\sin x} \cos x dx; б) \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin^2 x}.$$

$$7.a) \int_0^{\pi/2} \cos x dx; б) \int_8^7 \sqrt{x-7} dx.$$

$$8.a) \int_{-7}^0 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}; б) \int_0^{0.5} \arcsin x dx.$$

$$9.a) \int_{\pi/3}^{\pi/2} e^{\cos x} \sin x dx; б) \int_{\frac{\sqrt{3}}{5}}^{\frac{3}{5}} \frac{dx}{1+25x^2}.$$

$$10.a) \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{3}}^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \frac{8x dx}{\sin^2 x^2}; б) \int_{-1}^0 \frac{x^2 dx}{1-4x^3}.$$

Выводы и предложения проделанной работы.

Содержание отчёта:

Наименование практического занятия.

1. Цель занятия.

2. Вариант задания.

3. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»

4. Список использованных источников.

5. Выводы и предложения.

6. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 18/33

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулировать геометрический смысл определённого интеграла.
2. Записать формулу Ньютона-Лейбница.

Практическое занятие №8 Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Цель занятия:

Закрепить навык решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.

Исходные материалы и данные.

Таблица основных интегралов.

Общий вид такого уравнения: $X(x)Y(y)dx + X_1(x)Y_1(y)dy = 0$?, где $X(x), X_1(x)$ - функции только от x , $Y(y), Y_1(y)$ - функции только от y . Поделив обе части уравнения на произведение $X_1(x)Y(y) \neq 0$, получим уравнение с разделёнными переменными:

$$\frac{X(x)}{X_1(x)} dx + \frac{Y(y)}{Y_1(y)} dy = 0$$

Общий интеграл этого уравнения имеет вид

$$\int \frac{X(x)}{X_1(x)} dx + \int \frac{Y(y)}{Y_1(y)} dy = c$$

Пример

Найти общий интеграл дифференциального уравнения $xy' - y = y^3$.

Решение:

Т.к. $y' = dy/dx$, то

$$\frac{xdy}{dx} - y = y^3, \text{ откуда } xdy = (y^3 + y)dx$$

Разделим обе части уравнения на произведение $xy(y^2+1)$: $\frac{dy}{y(y^2+1)} = \frac{dx}{x}$

Преобразуем дробь:

$$\frac{1}{y(y^2+1)} = \frac{y^2+1-y^2}{y(y^2+1)} = \frac{y^2+1}{y(y^2+1)} - \frac{y^2}{y(y^2+1)} = \frac{1}{y} - \frac{y}{y^2+1}.$$

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 19/33

Тогда, $\left(\frac{1}{y} - \frac{y}{y^2 + 1}\right)dy = \frac{dx}{x}$

$$\int \left(\frac{1}{y} - \frac{y}{y^2 + 1}\right)dy = \int \frac{dx}{x},$$

Интегрируя, находим $\int \frac{dy}{y} - \frac{1}{2} \int \frac{d(y^2 + 1)}{y^2 + 1} = \int \frac{dx}{x},$

$$\ln|y| = \frac{1}{2} \ln(y^2 + 1) = \ln|x| + \ln|c_1|.$$

Для облегчения потенцирования и получения более простого по форме общего решения постоянное слагаемое представлено в виде $\ln|c_1|$. После потенцирования получим

$$\frac{|y|}{\sqrt{y^2 + 1}} = |c_1| \cdot |x|. \text{ Откуда, } \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} = cx, \text{ где } c = \pm c_1$$

Используемые источники: [1, гл.2 п.2.2.2].

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти общие решения (общие интегралы) следующих дифференциальных уравнений:

- $(y-1)^2 dx + (1-x)^3 dy = 0;$
- $(xy^2 - y^2)dx - (x^2 y + x^2)dy = 0;$
- $(e^{x-y} - e^{-y})dx + (e^{x+y} + e^x)dy = 0;$
- $(\sqrt{xy} - 2\sqrt{x})y' - y = 0;$
- $(1+x^2)y' = xy - y\sqrt{1+x^2};$
- $(x+2)(y^2+1)dx + (y^2 - x^2 y^2)dy = 0;$
- $y' = \frac{y \ln y}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x};$
- $x\sqrt{9-y^2}dx - y(4+x^2)dy = 0;$
- $\cos x \cos y dx - \sin x \sin y dy = 0;$
- $\ln x \sin^3 y dx + x \cos y dy = 0;$

Выводы и предложения проделанной работы

Содержание отчёта:

Наименование практического занятия.

- Цель занятия.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 20/33

2. Вариант задания.

3. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания».

4. Список использованных источников.

5. Выводы и предложения.

6. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие уравнения называются дифференциальными?

2. Какие дифференциальные уравнения называются уравнениями с разделяющимися переменными?

3. Каков общий принцип решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными?

4. В чём состоит суть задачи Коши?

Практическое занятие № 9 Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами

Цель занятия:

Закрепить навык решения однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Исходные материалы и данные:

Уравнения вида $a_0y'' + a_1y' + a_2y = 0$ называются линейными однородными дифференциальными уравнениями 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Для решения таких уравнений составляют характеристическое уравнение $a_0k^2 + a_1k + a_2 = 0$

При этом:

1. Если корни характеристического уравнения действительные и различные k_1 и k_2 , то общий интеграл уравнения имеет вид $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$

2. Если корни характеристического уравнения действительные и равные $k_1 = k_2 = k$ то общий интеграл уравнения имеет вид $y = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$

3. Если корни характеристического уравнения комплексные $k = a \pm bi$, то общий интеграл уравнения имеет вид $y = e^{ax} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$

Пример 1

$$2y'' - 5y' + 2y = 0$$

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 21/33

Решение.

Составим характеристическое уравнение $2k^2-5k+2=0$ и решим его $k_1=2$; $k_2=1/2$, тогда общее решение имеет вид $y=C_1e^{2x}+C_2e^{x/2}$.

Пример 2

$$y''-8y'+16y=0$$

Решение.

Составим характеристическое уравнение $k^2-8k+16=0$ и решим его $k_1=k_2=4$, тогда общее решение имеет вид

$$y=C_1e^{4x}+C_2xe^{4x}$$

Используемые источники: [1, гл. 2 п.2.2.2, стр.172].

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти общие решения (общие интегралы) следующих дифференциальных уравнений:

1. $2y''-5y'+2y=0$, $y''+25y'=0$
2. $y''-8y'+16y=0$, $y''-y=0$
3. $y''+y=0$, $y''-4y'=0$
4. $y''+8y'+25y=0$, $y''+2y'+2y=0$
5. $y''-3y'=4y$, $y''-12y'+35y=0$
6. $y''-5y'+6y=0$, $2y''+5y'+2y=0$
7. $y''-10y'+26y=0$, $y''-4y=0$
8. $y''-5y'-6y=0$, $y''-4y'=0$
9. $y''+4y'+4y=0$, $y''-7y'+12y=0$
10. $y''+4y'+5y=0$, $y''+7y'+12=0$

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 22/33

7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие уравнения называются дифференциальными?
2. Какие дифференциальные уравнения называются линейными однородными дифференциальными уравнениями 2-го порядка с постоянными коэффициентами?
3. Каков общий принцип решения дифференциальных уравнений таких уравнений?

Практическое занятие №10 Необходимый признак сходимости. Признак Даламбера

Цель занятия:

Закрепить необходимый признак сходимости ряда, достаточный признак (признак Даламбера).

Исходные материалы и данные:

Необходимый признак сходимости: Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то общий член ряда a_n стремится к 0 при неограниченном возрастании n .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

Если общий член ряда не стремится к нулю, то такой ряд расходится.

Пример 1.

Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1000n+5}$. Исследовать его на сходимость.

Решение.

Используем необходимый признак сходимости.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{1000n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1000+5/n} = \frac{1}{1000} \neq 0, \text{ поэтому данный ряд расходится.}$$

Признак Даламбера.

Пусть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ с положительными членами.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 23/33

Если для этого ряда существует конечный предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, то при $p < 1$

ряд сходится, а при $p > 1$ -расходится. При $p = 1$ вопрос о сходимости остаётся не решённым, требуется применение других методов.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 24/33

Пример 2.

Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

Решение.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+1)} = 0 < 1, \text{ значит ряд сходится..}$$

Используемые источники: [1], гл. 2, п.2.4.2, стр.203,208

Содержание и порядок выполнения задания:

I. Определить, для каких рядов выполняется необходимый признак сходимости ряда:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n!; \sum_{n=1}^{\infty} 2^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5^n}; \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^2$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} 2n!; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+1}; \sum_{n=1}^{\infty} (8/7)^n$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}; \sum_{n=1}^{\infty} 5^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1); \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+5n}{3}$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^5}; \sum_{n=1}^{\infty} n(n+2); \sum_{n=1}^{\infty} n^3 - 2$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n^3}; \sum_{n=1}^{\infty} n^2; \sum_{n=1}^{\infty} 3n; \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^2$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^3+1}; \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)!; \sum_{n=1}^{\infty} n^3; \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)!$

II. Исследовать на сходимость по признаку Даламбера.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^{n+5}}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^3}; 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}; 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^3}$

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 25/33

4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»

5. Список использованных источников.

6. Выводы и предложения.

7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки.

1. Что называется числовым рядом?

2. Какие ряды называются сходящимися? расходящимися?

3. Сформулировать необходимый признак сходимости ряда.

4. Сформулировать признак Даламбера.

Практическое занятие №11 Понятие линейной интерполяции, её применение при работе с мореходными таблицами. Нахождение значений тригонометрических функций с помощью МТ-2000

Цель занятия:

Закрепить навык работы с таблицами МТ-2000 при нахождении значений тригонометрических функций.

Исходные материалы и данные:

МТ-2000

Для нахождения значений тригонометрических функций по таблице используется одна из формул:

$$f(\alpha) = f(\alpha^0) \pm \Delta\alpha' \Delta_1, \quad (1)$$

$$f(\alpha) = f(\alpha^0) \pm \Delta\alpha' \Delta_1 - \Delta\alpha' (60 - \Delta\alpha') \Delta_{II} \quad (2)$$

где «+» ставится, если функция возрастающая (sin, tg, sec)

где «-» ставится, если функция убывающая (cos, ctg, cosec). Формула выбирается в соответствии с табличными данными.

Формула выбирается в зависимости от того, имеется ли в таблице Δ_{II} или нет.

Пример.

Найти значения всех тригонометрических функций для угла $45^{\circ}27,3'$

Найдём $\sin 45^{\circ}27,3'$

По формуле 1 $\sin 45^{\circ}27,3' = \sin 45^{\circ} + 27,3 * \Delta_1 = 0,6820 + 27,3 * 2,12 = 0,6820 + 58(\text{епз}) = 0,6878$, Епз- единицы

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 26/33

последнего знака, прибавляются к последним цифрам первого результата, если функция возрастающая и вычитаются, если она убывающая.

Найдём $\cos 43^{\circ}27,3'$

По формуле 1

$$\cos 43^{\circ}27,3' = \cos 43^{\circ} - 27,3' \cdot \Delta_1 = 0,7314 - 27,3' \cdot 2,00 = 0,7314 - 55(\text{епз}) = 0,7259$$

Найдём $\operatorname{tg} 43^{\circ}27,3'$

По формуле 1

$$\operatorname{tg} 43^{\circ}27,3' = \operatorname{tg} 43^{\circ} + 27,3' \cdot \Delta_1 = 0,9325 + 27,3' \cdot 5,53 = 0,9325 + 151(\text{епз}) = 0,9476$$

Найдём $\operatorname{ctg} 43^{\circ}27,3'$

По формуле 2

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} 43^{\circ}27,3' &= \operatorname{ctg} 43^{\circ} - 27,3' \cdot \Delta_1 - 27,3' \cdot (60 - 27,3') \cdot \Delta_{II} = 1,0724 - 27,3' \cdot 6,15 - \\ &27,3' \cdot 32,72 \cdot 0,002 = 1,0724 - 168 \text{епз} - 2 \text{епз} = 1,0554 \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Используемые источники: конспект

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти натуральные значения всех тригонометрических функций ($\sin$, tg , $\sec$, $\cos$, ctg , cosec), для углов:

11. $37^{\circ}35,8$;
12. $45^{\circ}33,6$;
13. $53^{\circ}53,2$;
14. $65^{\circ}43,7$;
15. $27^{\circ}44,3$;
16. $15^{\circ}38,2$;
17. $74^{\circ}13,1$;
18. $81^{\circ}24,4$;
19. $49^{\circ}39,5$;
20. $61^{\circ}26,6$.

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 27/33

4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»

5. Список использованных источников.

6. Выводы и предложения.

7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки.

1. Дать определение всем тригонометрическим функциям.

2. Какие из известных функций являются возрастающими? убывающими?

3. Какие формулы используются при нахождении значений тригонометрических функций?

4. Как выбрать нужную формулу?

Практическое занятие №12 Нахождение угла по заданной тригонометрической функции с помощью МТ-2000

Цель занятия:

Закрепить навык работы с таблицами МТ-2000 при нахождении значений угла по заданной тригонометрической функции, закрепить понятие линейной интерполяции.

Исходные материалы и данные.

МТ-2000

$\Delta = X_2 - X_1$ - шаг таблицы,

$D = f(X_1) - f(X_2)$ - табличная разность,

X_1 - меньшее значение аргумента,

X - данное значение аргумента, тогда,

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{X - X_1}{f(X) - f(X_1)}, \text{откуда, } f(X) - f(X_1) = \frac{D(X - X_1)}{\Delta}, f(X) = f(X_1) + \frac{D(X - X_1)}{\Delta}$$

$$f(X) = f(X_1) + \frac{D(X - X_1)}{\Delta}$$

Алгоритм решения обратной задачи:

- Обратным входом в таблицу найти 2 значения, между которыми расположено данное число

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 28/33

- Определить соответствующие этим значениям, углы.
- Составить пропорцию и решить её , т. е. проинтерполировать.

Пример.

$\sin A = 0,89765$. Найти угол A .

1. В таблице 5.42а находим 2 соседних значения, между которыми лежит наше число

$0,8988 \rightarrow 65^\circ$

$0,8977 \rightarrow x^\circ$

$0,8910 \rightarrow 64^\circ$

$$\frac{65 - 64}{0,8988 - 0,8910} = \frac{x - 64}{0,8977 - 0,8910}$$

$$\frac{1}{0,0078} = \frac{x - 64}{0,0067}$$

$$\frac{1}{78} = \frac{x - 64}{67}$$

Составим пропорцию: $67 = 78(x - 64)$

Таким образом, искомый угол

$$x - 64 = 67 / 78$$

$$x = 64 + 0,9 = 64,9$$

равен $64,9^\circ$ или $64^\circ 54'$

Используемые источники: конспект

Мореходные таблицы МТ-2000

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти угол по заданной тригонометрической функции.

1. $\sin A = 0,76385$	$ctg B = 4,23567$	$\sec C = 1,98432$
2. $\cos A = 0,53385$	$tg B = 2,41267$	$\cos ec C = 1,563221$.
3. $\sec A = 5,76385$	$ctg B = 3,13579$	$\sin C = 0,98432$
4. $\cos A = 0,63385$	$\cos ec B = 4,23633$	$tg C = 1,98432$
5. $\sin A = 0,56981$	$ctg B = 5,23337$	$\sec C = 4,98432$
6. $tg A = 6,76371$	$\sec B = 4,23187$	$\cos C = 0,98432$
7. $\sin A = 0,87385$	$ctg B = 2,23512$	$\sec C = 2,93332$

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 29/33

$$\begin{array}{lll}
 8. \sin A = 0,54385 & \operatorname{ctg} B = 3,23111 & \sec C = 5,98432 \\
 9. \cos A = 0,32385 & \operatorname{tg} B = 1,23547 & \operatorname{cosec} C = 3,56432 \\
 10. \sin A = 0,12385 & \operatorname{ctg} B = 4,54327 & \sec C = 1,56742
 \end{array}$$

Выводы и предложения проделанной работы:

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки.

1. Дать определения всем тригонометрическим функциям.
2. Что называется арксинусом, арккосинусом, арктангенсом, арккотангенсом, арксекансом, арккосекансом?
3. Сформулировать алгоритм нахождения угла по заданной тригонометрической функции.

Практическое занятие №13 Случайные события. Определение вероятности события

Цель занятия:

Закрепление классического определения вероятности события.

Исходные материалы и данные.

Вероятностью $P(A)$ события A называется отношение числа m элементарных событий, благоприятствующих событию A , к общему числу n равновозможных элементарных событий:

$$P(A) = m/n, \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

Пример

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 30/33

Подбрасывают 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на них в сумме выпадет 6 очков.

Решение.

При подбрасывании 2-х игровых костей общее число равновероятных элементарных событий равно числу пар (X, Y) , где X и Y принимают значения 1, 2, 3, 4, 5, 6. Таких событий 36.

Данному событию благоприятствуют пары (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), т. е. 5 событий.

$$P(A) = m/n \quad n=5, n=36. \text{ Искомая вероятность: } P(A) = 5/36 \approx 0,139$$

Используемые источники: И.И. Валуца и Г.Д. Дилигул, «Математика для техникумов», Гл. 11, §69, №11.22-11.30.

Содержание и порядок выполнения задания:

- Задача 1.1

Бросают 2 монеты. Найти вероятность того, что:

1. на обеих монетах появится «герб»,
2. хотя бы на одной монете появится «герб»,
3. ни на одной монете не появится «герб»,

Бросают 3 монеты. Найти вероятность того, что:

4. на всех монетах появится «герб»,
5. хотя бы на одной монете появится «герб»,
6. только на двух монетах появится «герб»,
7. ни на одной монете не появится «герб»,
8. только на одной монете появится «герб»,

Бросают игральную кость. Найти вероятность того, что на верхней грани появится:

9. чётное число очков,
10. «1» или «6» очков,

Бросают 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на верхней грани появятся следующие числа очков:

11. только чётные,
12. сумма которых чётна,
13. сумма которых больше, чем произведение,
14. сумма которых меньше 6,

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 31/33

15. сумма которых больше 8.

- Задача 1.2

1 В урне 4 белых и 6 чёрных шаров. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется чёрным, равна...

2 В урне 4 белых и 6 чёрных шаров. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

3 В урне 8 красных и 6 чёрных шаров. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется чёрным, равна...

4 В урне 4 белых и 3 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

5 В урне 4 белых и 3 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется красным, равна...

6 В урне 3 белых и 7 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

7 В урне 3 белых и 5 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

8 В урне 9 белых и 7 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

9 В урне 3 белых и 4 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется красным, равна...

10 В урне 4 белых и 6 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

11 В урне 2 белых и 3 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется красным равна...

12 В урне 3 белых и 8 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

13 В урне 5 белых и 7 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется красным, равна...

14 В урне 7 белых и 9 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется белым, равна...

15 В урне 6 белых и 9 красных шара. Из урны случайным образом берут один шар. Вероятность того, что он окажется красным, равна...

Выводы и предложения проделанной работы:

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 32/33

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки.

1. Что называется вероятностью события??
2. Какие комбинации называются перестановками? Как вычислить число перестановок из n элементов?
3. Какие комбинации называются размещениями? Как вычислить число размещений из n по m элементов?
4. Какие комбинации называются сочетаниями? Как вычислить число сочетаний из n по m элементов?

Список использованных источников

Виды источников	Наименование рекомендуемых учебных изданий
Основные	1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Режим доступа : urait.ru/book/matematika-489612 2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 326 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08799-4. — Режим доступа : urait.ru/book/prakticheskie-zanyatiya-po-matematike-v-2-ch-chast-1-490666 3. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 251 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08803-8. — Режим доступа : urait.ru/book/prakticheskie-zanyatiya-po-matematike-v-2-ch-chast-2-490667 4. Высшая математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва :

МО-26 02 03-ЕН.01.ПЗ	КМРК БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»	
	МАТЕМАТИКА	С. 33/33

	Издательство Юрайт, 2022. — 472 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-01497-6. — Режим доступа : urait.ru/book/vyssshaya-matematika-491581
Дополнительные, в т.ч. курс лекций по учебной дисциплине, методические пособия и рекомендации для выполнения практических занятий и самостоятельных работ	1. Пехлецкий И.Д. Математика 2014 ОИЦ Академия; 2. Башмаков М.И. Математика 2014 ОИЦ Академия; 3. Методические рекомендации для выполнения практических занятий, методические рекомендации для выполнения самостоятельных работ.
Интернет-источники	www://проф-обр.пф/dir/14-1-0-309; http://сайты-педагогов.пф/index.php/matematika.html
Электронные образовательные ресурсы	1. ЭБС «Book.ru», https://www.book.ru 2. ЭБС «ЮРАЙТ» https://www.biblio-online.ru 3. ЭБС «Академия», https://www.academia-moscow.ru 4. Издательство «Лань», https://e.lanbook.com 5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн», https://www.biblioclub.ru