Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
0174a99400e2af6fb74dca3b394e65efc4
Владелец: Мельникова Виктория Александровна
Действителен: с 12.04.2023 по 12.04.2024

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)

«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ МАТРИЦ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Профиль программы

«АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ»

ИНСТИТУТ Цифровых технологий

РАЗРАБОТЧИК Кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Использует знания основ математики в профессиональной деятельности и решает стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	Линейная алгебра и теория матриц	*<u>Знать:</u>* - основные понятия и теоремы теории матриц и определителей; - методы решения систем линейных уравнений; - методы векторной алгебры; - простейшие приложения алгебры в профессиональных дисциплинах. *<u>Уметь:</u>* - выполнять действия над матрицами (сумма, разность, произведение, транспонирование); - вычислять ранг матрицы, определитель матрицы; - находить матрицу, обратную заданной; - применять методы теории матриц и определителей для решения экономических задач; - решать системы линейных уравнений; - применять методы линейной алгебры к решению прикладных задач; - вычислять собственные значения и собственные векторы линейного оператора; - переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; - приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии. *<u>Владеть:</u>* - навыками решения задач линейной алгебры; - математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным, социальным, научным и этическим

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			проблемам; - обладать математическим мышлением, математической культурой, как частью профессиональной и общечеловеческой культуры; - умением читать и анализировать учебную и научную математическую литературу

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные домашние задания (типовые расчеты);
- задания по контрольной работе.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме дифференцированного зачета, относятся:

- промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 20 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2 Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Задания по темам практических занятий

Темы практических занятий, их содержание, цели, методические рекомендации к занятиям, необходимый теоретический материал, образцы решения типовых задач и задания для самостоятельного решения с ответами представлены в учебно-методическом пособии: Алгебра и геометрия: учебно-методическое пособие по практическим занятиям для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / А.В. Вялова, Н.А. Елисеева, Т.В. Ермакова. – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 189 с.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.5 Целью выполнения индивидуальных домашних заданий является формирование умений и навыков по решению практических заданий по основным темам дисциплины. Индивидуальные домашние задания предусмотрены рабочей программой дисциплины и используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися во внеаудиторное время в рамках СРС.

Индивидуальные домашние задания (типовые расчеты), методические рекомендации, необходимый теоретический материал и образцы решения представлены в учебно-методическом пособии: Алгебра и геометрия: учебно-методическое пособие по практическим занятиям для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / А.В. Вялова, Н.А. Елисеева, Т.В. Ермакова. – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 189 с.

Образцы индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов) представлены в Приложении №2.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов).

Оценка результатов выполнения каждого индивидуального домашнего задания производится при представлении студентом полностью выполненных (без ошибок) практических заданий и на основании ответов студента на контрольные вопросы по тематике индивидуального домашнего задания («защита» индивидуального домашнего задания). Студент, правильно выполнивший индивидуальное домашнее задание и продемонстрировавший знание использованных им приемов и методов решения задач, получает по индивидуальному домашнему заданию оценку «зачтено».

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Контрольная работа используется для контроля освоения основного материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися контрольной работы проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях и практических занятиях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Студенты очной формы обучения выполняют контрольную работу по теме «Матрицы и системы линейных уравнений», включающую в себя 3 – 5 заданий, предусматривающих вычисление определителя высокого порядка, произведения матриц и решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, методом обратной матрицы и методом Гаусса.

Типовой вариант заданий контрольной работы по темам дисциплины приведен в Приложении №3.

4.2 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме дифференцированного зачета.

Студенты допускаются к дифференцированному зачету при положительной аттестации по результатам текущего контроля, если:

– сдано более 60 % домашних заданий за семестр (по каждому разделу дисциплины);

– сдана контрольная работа;

– сдано и защищено индивидуальное домашнее задание.

Типовые вопросы и задания к дифференцированному зачету приведены в Приложении№ 4.

Представленные вопросы для проведения дифференцированного зачета компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение преподавателя дифференцированный зачет может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента преподаватель может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на дифференцированном зачете, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает ответы на вопросы билета, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагает ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на дифференцированном зачете положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Линейная алгебра и теория матриц» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, профиль программы «Автоматизированные системы обработки информации и управления».

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022 г. (протокол №6).

И.о. заведующего кафедрой А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры систем управления и вычислительной техники 25.04.2022 г. (протокол № 5).

Заведующий кафедрой В.А. Петрикин

Приложение №1

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ МАТРИЦ»

Вариант 1.

Вопрос №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Матрица $C = B^T - A$ равна …

1. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$A=\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

Результат вычисления выражения $|A|+|A^T|$ равен …

1. 10
2. 20
3. –4
4. –8

Вопрос №4. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно …

1. –16
2. 16

3. 1
4.–1

Вопрос №5. Решением уравнения $\begin{vmatrix} x-3 & -1 \\ x-3 & x \end{vmatrix} = 0$ является …

1. $x_1 = -1 \;\; x_2 = 3$
2. $x_1 = -1 \;\; x_2 = -3$
3. $x_1 = 1 \;\; x_2 = 3$
4. $x_1 = 1 \;\; x_2 = -3$

Вопрос №6. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

главный определитель Δ равен …

1. 16
2. 14
3.–8
4.–12

Вопрос №7. При решении системы уравнений $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 4x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной x равно …

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №8. Решением матричного уравнения $A \cdot X = B$, где A и B - квадратные матрицы одного порядка, является матрица X, равная

1. $X = BA^{-1}$
2. $X = A^{-1}B$
3. $X = {}^{A}\!/_{B}$
4. $X = {}^{B}\!/_{A}$

Вопрос №9. Пусть $rang(A)$ и $rang(A|B)$ – соответственно ранги основной и расширенной матриц системы m линейных уравнений с n неизвестными. Если $rang(A) = rang(A|B)$, причем $rang(A) < n$, то система имеет

1. единственное решение
2. бесконечно много решений

3. не имеет решений

4. конечное число решений

Вопрос №10. К элементарным преобразованиям, не изменяющим ранга матрицы, не относится

1. транспонирование

2. перестановка строк местами

3. умножение элементов строки на число, не равное нулю

4. вычеркивание строки

Вариант 2.

Вопрос №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix}$.

Матрица $C = 2A^T + B$ равна …

1. $\begin{pmatrix} -3 \\ 13 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$

3. не существует

4. $\begin{pmatrix} 7 & 13 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

Результат вычисления выражения $|A| + |A^T|$ равен …

1. 10
2. 8
3. −4

4. –8

Вопрос №4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно …

1. –11
2. 16
3. 1
4.–1

Вопрос №5. Решением уравнения $\begin{vmatrix} x-2 & -1 \\ x-2 & x \end{vmatrix} = 0$ является …

1. $x_1 = -1$ $x_2 = 2$
2. $x_1 = -1$ $x_2 = -3$
3. $x_1 = 1$ $x_2 = 3$
4. $x_1 = 1$ $x_2 = -3$

Вопрос №6. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

вспомогательный определитель Δ_y равен …

1.–6
2.10
3.17
4.–17

Вопрос №7. При решении системы уравнений $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 8x - 4y + 6z = 16 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной *x:*

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №8. Решением матричного уравнения $X \cdot A = B$, где A и B - квадратные матрицы одного порядка, является матрица *X*, равная

1. $X = BA^{-1}$
2. $X = A^{-1}B$
3. $X = {}^{A}/_{B}$

4. $X = {}^{B}/_{A}$

Вопрос №9. Пусть $rang(A)$ и $rang(A|B)$ – соответственно ранги основной и расширенной матриц системы m линейных уравнений с n неизвестными. Если $rang(A) \neq rang(A|B)$, то система имеет

1. единственное решение
2. бесконечно много решений
3. не имеет решений
4. конечное число решений

Вопрос №10. Как изменится величина определителя, если к первой его строке прибавить вторую строку, умноженную на два?

1. не изменится
2. поменяет знак
3. станет равным нулю
4. увеличится в 2 раза

Вариант 3.

Вопрос №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Матрица $C = B^T - A$ равна …

1. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

можно перемножить:

1. A и B, A и C

2. A и B , B и C
3. A и C , B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

Результат вычисления выражения $|A| + |A^T|$ равен …

1. 10
2. 14
3. –4
4. –8

Вопрос №4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно …

1. –6
2. 16
3. 1
4. –1

Вопрос №5. Решением уравнения $\begin{vmatrix} x-4 & -1 \\ x-4 & x \end{vmatrix} = 0$ является …

1. $x_1 = -1$ $x_2 = 4$
2. $x_1 = -1$ $x_2 = -3$
3. $x_1 = 1$ $x_2 = 3$
4. $x_1 = 1$ $x_2 = -3$

Вопрос №6. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - 3x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

вспомогательный определитель Δ_y равен …

1. –14
2. 10
3. 17
4. –17

Вопрос №7. При решении системы уравнений $\begin{cases} 4x + 2y - 2z = 2 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 4x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной *x:*

1. 1

2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №8. Решением матричного уравнения $A \cdot X \cdot C = D$, где A, B, C - квадратные матрицы одного порядка, является матрица X, равная

1. $X = A^{-1}C^{-1}D$
2. $X = DA^{-1}C^{-1}$
3. $X = A^{-1}DC^{-1}$
4. $X = {}^{D}/_{AB}$

Вопрос №9. Пусть $rang(A)$ и $rang(A|B)$ – соответственно ранги основной и расширенной матриц системы m линейных уравнений с n неизвестными. Если $rang(A) = rang(A|B) = n$, то система имеет

1. единственное решение
2. бесконечно много решений
3. не имеет решений
4. конечное число решений

Вопрос №10. Как изменится величина определителя, если матрицу транспонировать?

1. не изменится
2. поменяет знак
3. станет равным нулю
4. увеличится в 2 раза

Приложение №2

ТИПОВЫЕ ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ (ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ)

ПО ТЕМЕ «ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ»

Задача 1. Решить систему линейных уравнений тремя способами: 1) по формулам Крамера; 2) с помощью обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11; \end{cases}$$

Задача 2. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

Задача 3. Решить систему уравнений, выделив фундаментальные решения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0, \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$$

Контрольные вопросы

1. Что такое матрица? Какие виды матриц вы знаете?
2. Перечислите операции над матрицами.
3. Как найти сумму матриц? Какими свойствами обладает эта операция?
4. Как найти произведение матрицы на число?
5. Как найти произведение матриц? Какие матрицы можно перемножить? Какими свойствами обладает операция умножения матриц?
6. Что такое транспонирование матрицы?
7. Дайте понятие определителей 1-го, 2-го и 3-го порядков.
8. Перечислите основные свойства определителей.
9. Что такое минор и алгебраическое дополнение элемента определителя?
10. Сформулируйте теорему о разложении определителя по элементам строки (столбца).
11. Что такое обратная матрица?
12. Сформулируйте алгоритм нахождения обратной матрицы.
13. Перечислите основные типы матричных уравнений и укажите их решение.

14. Что такое ранг матрицы? Перечислите свойства ранга матрицы.

15. Сформулируйте алгоритм нахождения ранга матрицы при помощи элементарных преобразований.

16. Запишите общий вид системы n линейных алгебраических уравнений с m неизвестными и матричный вид.

17. Что такое совместная (несовместная) система линейных уравнений?

18. Что такое определенная (неопределенная) система линейных уравнений?

19. В чем состоит метод Крамера решения систем линейных уравнений?

20. Как решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы?

21. Сформулируйте критерий совместности системы линейных уравнений.

22. В чем состоит метод Гаусса решения систем линейных уравнений?

23. Запишите общий вид однородной системы линейных уравнений и матричный вид. Как найти общее решение однородной системы? Что такое фундаментальный набор решений?

Приложение №3

ОБРАЗЕЦ ТИПОВОГО ВАРИАНТА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО ТЕМЕ «МАТРИЦЫ И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ»

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 6 & -1 & 5 \\ 8 & 4 & 12 & -4 \\ 0 & 4 & 16 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить произведение матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -9 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ -6 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений тремя методами:1) по формулам Крамера; 2) методом обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$$

Приложение №4

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, КОТОРЫЕ МОГУТ БЫТЬ ИСПОЛЬЗОВАНЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Матрицы, основные определения. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Свойства операций.
2. Определители квадратных матриц второго и третьего порядка и их вычисление. Свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
5. Обратная матрица. Существование и единственность обратной матрицы. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
6. Решение матричных уравнений.
7. Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы. Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований матрицы.
8. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Решение систем линейных уравнений матричным способом.
9. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Метод Крамера.
10. Системы n линейных уравнений с m неизвестными. Критерий совместности системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
11. Однородные системы линейных уравнений. Общее решение однородной системы. Фундаментальная система решений.
12. Понятие линейного пространства.
13. Вектор в n-мерном пространстве (понятие, линейные операции с n-мерными векторами).
14. Линейная зависимость и независимость векторов.
15. Размерность и базис векторного пространства.
16. Собственные числа и собственные вектору линейного оператора.

Приложение №4
(продолжение)

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, КОТОРЫЕ МОГУТ БЫТЬ ИСПОЛЬЗОВАНЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить алгебраическое дополнение A_{32} элемента a_{32} определителя
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 6 & -1 & 5 \\ 8 & 4 & 12 & -4 \\ 0 & 4 & 16 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить произведение матриц
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -9 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ -6 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

6. Найти A^2, если
$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

7. Найти $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$;

8. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ найти $5A + A^T$, A^3.

9. Найти матрицу X, удовлетворяющую условию:

1) $A - 2X = 3B$; 2) $3A + X = E + B^2$, если
$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -3 & 11 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. Найти $f(A)$, если:

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix},\quad f(x)=x^2+3x-4$$

11. Найти: 1) миноры элементов третьей строки; 2) алгебраические дополнения элементов второго столбца матрицы

$$A=\begin{pmatrix}-7 & 11 & 9\\ 2 & -8 & 5\\ -4 & 9 & 5\end{pmatrix}.$$

12. Решить уравнение:

$$\begin{vmatrix}1 & x & x^2\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 9\end{vmatrix}=0;$$

13. Для матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ найти обратную матрицу.

14. Найти A^{-1} и сделать проверку, если

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 10\end{pmatrix}.$$

15. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 0 & 1\end{pmatrix},$$

16. Решить матричное уравнение

$$X\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 3 & -1\end{pmatrix},$$

17. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix}5 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ -1 & 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}.$$

18. Найти ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 4\\ -1 & 3 & 4 & 6\\ 0 & 5 & -1 & 4\end{pmatrix}$.

19. Найти ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}0 & 5 & -1 & 1\\ 2 & 3 & 0 & 1\\ -1 & -3 & 1 & 3\\ 3 & -1 & 0 & 4\end{pmatrix}$.

20. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11; \end{cases}$$

21. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} x + y + 2z = -1, \\ 2x - y + 2z = -4, \\ 4x + y + z = -2; \end{cases}$$

22. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11; \end{cases}$$

23. Исследовать системы на совместность

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 9x_1 - 6x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 1; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$

24. Решить систему уравнений, выделив фундаментальные решения

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

25. Решить систему уравнений, выделив фундаментальные решения:

$$\begin{cases} 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0, \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$$