



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

13.03.02 ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

морских технологий, энергетики и строительства
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
<p>ОПК-3: Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач</p>	<p>ОПК-3.3: Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики</p>	<p>Высшая математика (раздел «Теория вероятностей и математическая статистика»)</p>	<p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - фундаментальные (базовые) понятия и определения теории вероятностей и математической статистики; - логику вероятностных отношений в недетерминированных условиях; - основные методы теории вероятностей и математической статистики, применяемые для решения типовых задач; - основы статистического анализа массовых явлений; <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - осуществлять постановку задач вероятностного содержания, - строить алгоритм решения конкретной типовой задачи, выбирать метод ее решения и обосновывать свой выбор, - выбирать оптимальный метод решения задачи, оценивать полученный результат, строить простейшие математические модели прикладных и профессиональных задач, - получать вероятные оценки искомых параметров изучаемых процессов и явлений с заданным уровнем значимости, - пользоваться стандартными приемами прогноза событий и общепринятыми таблицами классических стандартных распределений, - оценивать уровень достоверности разнородных групп данных, определять необходимый объем исходной информации для получения надежных ре-

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			результатов; <u>Владеть:</u> - математической символикой, основными способами представления математической информации (аналитическим, графическим, символьным, словесным и др.), определением области применения математического знания к решению конкретной задачи, - навыками работы с типовыми пакетами программ статистического анализа и обработки экспериментальных данных, - методами построения математических моделей и их исследования в различных сферах профессиональной деятельности, математическими знаниями, как структурированной информацией.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольной работе (очная и заочная форма).

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине относятся экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля. Время выполнения теста 45 мин.

Тестовые задания приведены в Приложении 1.

3.2. Шкала оценивания тестовых заданий основана на пятибалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 85% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 75% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Задания по темам практических занятий.

Темы и образцы типовых заданий для практических занятий приведены в Приложении 2 и предназначены для выполнения под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины.

Варианты заданий и материал, необходимый для подготовки к ним, в том числе показатели, критерии и шкалы оценивания результатов, представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на пятибалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, имеется не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, имеется три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.5 Учебным планом предусмотрено выполнение контрольной работы (очная и заочная форма).

Типовые задания контрольной работы для очной формы приведены в Приложении 4, для заочной формы - в Приложении 5.

Варианты заданий для контрольной работы и материал, необходимый для подготовки к ней, в том числе показатели, критерии и шкалы оценивания результатов, представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

3.6 Критерии и шкала оценивания выполнения заданий контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий контрольной работы (очная форма) основана на пятибалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Контрольная работа (заочная форма) оценивается положительно в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Оценка контрольной работы определяется в виде «зачтено» – «не зачтено». Студент, получивший за контрольную работу «зачтено», допускается до экзамена, на котором преподаватель может задать вопросы по выполнению этой контрольной работы.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля и контрольной работе.

Типовые вопросы и образцы заданий к экзамену приведены в Приложении 5.

Представленные экзаменационные материалы для проведения экзамена komponуются в билеты (два вопроса и три практических задания), относящиеся к различным темам не менее чем двух разделов дисциплины.

Экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме, а также в форме тестирования. Экзаменатор для уточнения оценки может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.2 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Оценка			
Неудовлетворительный	Пороговый	Углублённый	Продвинутый
«2» (неудовлетворительно)	«3» (удовлетворительно)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
незнание предмета, большое количество принципиальных ошибок, допущенных при выполнении, предусмотренных программой заданий; студент не может продолжить обучение без дополнительных занятий по дисциплине.	за знание предмета с заметными пробелами, не препятствующие последующему обучению; студент имеет погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя	за прочное знание при малозначительных неточностях; студент имеет систематический характер знаний по дисциплине, способен к их самостоятельному наполнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы	за полное и прочное знание материала в установленном объеме; имеет систематические и глубокие знания учебного материала; свободно выполняет задания; понимает значение полученных знаний для приобретаемой профессии

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022 г. (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры энергетика (протокол № 4 от 29.03.2022 г.)

Заведующий кафедрой

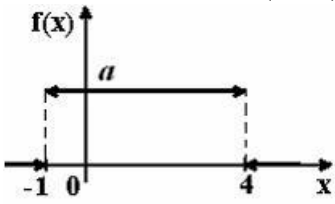


В.Ф. Белей

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант 1

№	Задание		Варианты ответа
1	В комбинаторике по формуле $\frac{n!}{(n-m)!}$ рассчитывают:	1	сочетания без повторений из n различных элементов по m элементов
		2	сочетания с повторениями из n различных элементов по m элементов
		3	размещения с повторениями из n различных элементов по m элементов
		4	размещения без повторений из n различных элементов по m элементов
2	Имеется 5 городов, каждый из которых соединен с каждым дорогой, не проходящей через остальные города. Общее количество дорог равно:	1	15
		2	60
		3	10
		4	25
3	Подброшены две игральные кости. Вероятность того, что выпала хотя бы одна единица, равна ...	1	0/36
		2	1/4
		3	1/12
		4	11/36
4	С первого станка на сборку поступило 40% деталей, со второго – 60%. Среди деталей, поступивших с первого станка 1% бракованных, со второго – бракованных 2%. Тогда вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная, равна:	1	0,015
		2	0,016
		3	0,017
		4	0.023
5	Формула Бернулли имеет вид:	1	$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(k), q = 1 - p$
		2	$P_n(k) = \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$
		3	$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, q = 1 - p$
		4	$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{k - np}{\sqrt{npq}}\right), q = 1 - p$
6	Страхуется 1200 автомобилей; считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0.08. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превысит 100, следует использовать:	1	формулу полной вероятности
		2	формулу Пуассона
		3	интегральную формулу Муавра-Лапласа
		4	формулу Бернулли

7	Вероятность попадания в цель при одном выстреле постоянна и равна 0,75. Производится 10 выстрелов. Наивероятнейшее число попаданий в цель будет равно:	1 2 3 4	8 7 9 10										
8	График плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины X , распределённой равномерно в интервале $(-1,4)$ имеет вид:  Тогда значение a равно:	1 2 3 4	0,20 0,25 1 0,3										
9	Случайная величина X задана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3x}{4} + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$ Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(0; \frac{1}{3})$, равна:	1 2 3 4	0 1 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$										
10	Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-4)^2}{50}}$ Тогда дисперсия этой нормально распределённой случайной величины равна:	1 2 3 4	25 5 3 50										
11	Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$: <table border="1" data-bbox="244 1648 517 1742"> <tbody> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>n_i</td> <td>10</td> <td>9</td> <td>8</td> <td>n_4</td> </tr> </tbody> </table> Тогда n_4 равно:	x_i	1	2	3	4	n_i	10	9	8	n_4	1 2 3 4	7 23 24 13
x_i	1	2	3	4									
n_i	10	9	8	n_4									
12	Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 4; 5; 8; 9; 11. Тогда несмещённая оценка математического ожидания равна:	1 2 3 4	9,25 7,6 7,4 5,6										
13	Проведено 3 измерений некоторой случайной величины (в мм): 10; 12; 14. Тогда несмещённая оценка дис-	1 2 3	3 4 12										

	персии равна:	4	11
14	Соответствие между возможными значениями двумерной случайной величины (x_i, y_j) и вероятностями их реализации p_{ij} называется:	1 2 3 4	законом распределения условной вероятностью плотностью распределения функцией распределения
15	Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид. $y = -3 + 2x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен:	1 2 3 4	- 0,6 0,6 2 -1,5

Вариант 2

№	Задание		Варианты ответа
1	При бросании игральной кости события A : выпадение четного числа очков, B : количество очков не превосходит четырех. Событием противоположным событию $A+B$ является:	1 2 3 4	выпадение 5, или 6 выпадение 1, или 3, или 5 выпадение 5 выпадение 1, 2, 3, 4, 6
2	В коробке 12 стандартных и 3 бракованных детали. Вынимают 1 деталь. Вероятность того, что эта деталь – бракованная, равна:	1 2 3 4	1/3 1/15 12/15 3/15
3	2 стрелка производят по одному выстрелу по мишени с вероятностями попадания 0,8 и 0,95. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена равна:	1 2 3 4	0,90 0,80 0,99 0,89
4	Известно, что 90% изделий, выпускаемых данным предприятием, отвечает стандарту. Упрощенная схема проверки качества продукции признает пригодной стандартную деталь с вероятностью 0,96 и нестандартную с вероятностью 0,06. Вероятность того, что взятое наудачу изделие не пройдет контроль, равна:	1 2 3 4	0,87 0,89 0,13 0,11
5	Монета брошена 5 раз. Тогда вероятность того, что « <i>герб</i> » выпадет менее двух раз, равна:	1 2 3 4	3/32 3/16 5/32 1/2
6	В законе распределения Пуассона для расчета вероятностей значений случайной величины X применяют формулу:	1 2 3 4	$P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$ $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{\lambda}$ $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e$ $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

7	Вероятность для студента получить отличную оценку (пятерку) на экзамене постоянна и равна 0,65. В сессии четыре экзамена. Наиболее вероятно, что после сессии в зачетке студента количество пятерок будет равно:	1	3								
		2	2								
		3	1								
		4	0								
8	Плотность равномерного распределения сохраняет в интервале (2, 5) постоянное значение, равное C ; вне этого интервала $f(x) = 0$. Значение постоянного параметра C равно:	1	1/7								
		2	1/3								
		3	2/3								
		4	1								
9	Функцией распределения случайной величины является:	1	$F(x) = P(X > x)$								
		2	$f(x) = F'(x)$								
		3	$F(x) = f'(x)$								
		4	$F(x) = P(X < x)$								
10	Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-4)^2}{50}}$ Тогда математическое ожидание этой нормально распределённой случайной величины равно:	1	2								
		2	25								
		3	4								
		4	50								
11	Пусть X – дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>0,2</td> <td>0,6</td> <td>0,2</td> </tr> </tbody> </table> Тогда дисперсия этой случайной величины равна:	X	-1	0	1	p	0,2	0,6	0,2	1	0
		X	-1	0	1						
		p	0,2	0,6	0,2						
		2	0,4								
3	0,6										
4	0,3										
12	Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 1; 3; 5; 9; 10. Тогда несмещённая оценка математического ожидания равна:	1	5								
		2	6								
		3	5,6								
		4	5,4								
13	Проведено три измерения некоторой случайной величины, (в мм): 9; 12; 15. Тогда несмещённая оценка дисперсии равна:	1	12								
		2	10,5								
		3	9								
		4	11								
14	Конкурирующая гипотеза – это:	1	выдвинутая гипотеза, которую нужно проверить								
		2	гипотеза, определяющая закон распределения								
		3	гипотеза, противоположная нулевой гипотезе о неравенстве нулю параметра распределения								
		4									
15	Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y = -4 + 3x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции	1	- 0,7								
		2	0,7								
		3	3								

ляции может быть равен:	4	-4/3
-------------------------	---	------

Вариант 3

№	Задание	Варианты ответа
1	В комбинаторике по формуле $\frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$ рассчитывают:	<p>1 сочетания без повторений из n различных элементов по m элементов</p> <p>2 сочетания с повторениями из n различных элементов по m элементов</p> <p>3 размещения с повторениями из n различных элементов по m элементов</p> <p>4 размещения без повторений из n различных элементов по m элементов</p>
2	В урне 2 белых и 3 черных шара. Подряд вынимают два шара, при этом шары не возвращают обратно в корзину. Вероятность того, что оба вынутых шара – белые, равна:	<p>1 1/10</p> <p>2 1/5</p> <p>3 4/25</p> <p>4 2/5</p>
3	Бросаем одновременно две игральные кости. Вероятность, что сумма выпавших очков не больше 6, равна:	<p>1 5/6</p> <p>2 5/12</p> <p>3 11/36</p> <p>4 4/9</p>
4	Среди студентов второго курса 50% ни разу не пропускали занятия, 40% пропускали занятия не более 5 дней за семестр и 10% пропускали занятия 6 и более дней. Среди студентов, не пропускавших занятия, 40% получили высший балл, среди тех, кто пропустил не больше 5 дней – 30% и среди оставшихся – 10% получили высший балл. Студент получил на экзамене высший балл. Вероятность того, что он пропускал занятия более 6 дней, равна:	<p>1 1/3</p> <p>2 4/5</p> <p>3 2/33</p> <p>4 1/33</p>
5	В задачах на расчет вероятности того, что в n независимых испытаниях событие A появится от a до b раз, используется при большом числе испытаний и вероятности p , отличной от 0 и 1:	<p>1 локальная теорема Муавра-Лапласа</p> <p>2 формула Пуассона</p> <p>3 интегральная теорема Муавра-Лапласа</p> <p>4 формула Бернулли</p>
6	Батарея произвела 6 выстрелов по объекту. Вероятность попадания в объект при одном выстреле равна 0,3. Вероятность того, что объект будет разрушен, если для этого достаточно хотя бы двух попаданий, равна:	<p>1 0,58</p> <p>2 0,42</p> <p>3 0,5</p> <p>4 0,62</p>

7	Вероятность, что в течение дня пойдет дождь, постоянна и равна 0,2. Наиболее вероятно, что в ближайшую неделю количество солнечных дней (без дождя) будет равно:	1 2 3 4	6 5 2 1								
8	Мода вариационного ряда 1; 3; 3; 3; 6; 9; 9 равна:	1 2 3 4	9 3 5 34/7								
9	Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 5. Тогда его интервальная оценка может иметь вид:	1 2 3 4	(4,6; 5,6) (3,5; 6,5) (5; 5,9) (4,8; 5,8)								
10	Если все значения случайной величины уменьшить в 3 раза, то ее дисперсия:	1 2 3 4	не изменится увеличится на 3 уменьшится на 3 уменьшится в 3^2 раз								
11	Пусть X – дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>-2</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>0,1</td> <td>0,3</td> <td>0,6</td> </tr> </tbody> </table> Тогда математическое ожидание случайной величины $2X$ равно:	X	-2	1	3	p	0,1	0,3	0,6	1 2 3 4	3,8 4 4,6 3
X	-2	1	3								
p	0,1	0,3	0,6								
12	Случайная величина X задана плотностью распределения: $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{3}{4}, & -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 0, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$ Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$, равна:	1 2 3 4	1/4 1 2/3 1/2								
13	Проведено 3 измерений некоторой случайной величины (в мм): 5; 8; 11. Тогда несмещенная оценка дисперсии равна:	1 2 3 4	8 9 0 6								
14	Мощность критерия – это вероятность:	1 3 4	не допустить ошибку второго рода допустить ошибку второго рода отвергнуть нулевую гипотезу, когда она неверна отвергнуть нулевую гипотезу, когда она верна								
15	Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y = -4 - 3x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен:	1 2 3 4	-0,7 0,7 3 4/3								

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Различные подходы к введению понятия вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Тема 2. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.

Тема 3. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства

Тема 4. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

Тема 5. Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей.

Тема 6. Статистическое оценивание параметров распределения (точечные, интервальные оценки).

Тема 7. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора. Нахождение доверительных интервалов при нормальном распределении. Статистическая проверка статистических гипотез. Виды гипотез. Методы проверки. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические оценки параметров распределения.

Тема 8. Элементы корреляционного анализа. Регрессионный анализ.

Список используемых источников:

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 6-е изд., доп. – М. : Высш. шк., 2002. – 405 с.
2. Антипов, Ю.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебно-методическое пособие по освоению дисциплины для студентов заочной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / Ю.Н. Антипов, Ж.И. Веницкая, Т.А. Кутузова. – Калининград, Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2016. – 78 с.

Задания [1-2] предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины.

ОБРАЗЦЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Сколько различных «слов», состоящих из трех букв, можно образовать из букв слова БУРАН? А если «слова» содержат не менее трех букв?
2. Группа студентов изучает 10 различных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий в понедельник, если в этот день должно быть 4 различных занятия?
3. В урне 12 белых и 8 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать 5 шаров, чтобы среди них было: а) 5 черных; б) 3 белых и 2 черных?
4. Сколькими способами можно рассадить 5 человек за круглым столом? (Рассматривается только расположение сидящих относительно друг друга.)
5. В круг радиуса $R=3$ вписан правильный треугольник. Найти вероятность попадания в треугольник наудачу брошенной в круг точки.
6. Стержень длины разломан на 3 части в двух наугад выбранных точках. Найти вероятность составления из полученных отрезков треугольника.
7. В урне 6 белых и 4 черных шара. Последовательно достают по одному шару до появления черного. Найти вероятность, что потребуется не менее 4 извлечений, если выбор а) с возвращением, б) без возвращения.
8. Производят три независимых измерения. Вероятность ошибки при каждом из них соответственно равны 0.1, 0.15 и 0.2. Найти вероятность того, что будет допущено не более двух ошибок.
9. Подготовка к экзамену содержит две темы по 10 вопросов в каждой. Студент знает ответы на 9 вопросов из первой темы и на 8 – из второй темы. Для сдачи экзамена нужно ответить на один вопрос. Найти вероятность, что:
 - а) студент сдаст экзамен;
 - б) студент не сдал экзамен, отвечая на вопрос из 2 темы.
10. Оценить шансы на успех трех игроков: первому нужно получить хотя бы одну «6» при бросаниях кости 6 раз, второму – не менее двух «6» при 12 бросаниях, третьему – не менее трех «6» при 18 бросаниях.
11. ДСВ X – число выпадений 6 очков при 4 бросаниях игральной кости. Для X :
 - а) составить ряд распределения, построить полигон распределения.
 - б) составить функцию распределения $F(x)$ и ее график;
 - в) найти $M(x)$, $D(x)$; $\sigma(x)$; моду.
12. Известна $f(x)$ для НСВ

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ bx^2, & 1 < x \leq 2; \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найти b , $F(x)$, $M(X)$, $D(x)$, $P(1 < X < 1,75)$. Построить графики $F(x)$, $f(x)$. Вероятность попадания в заданный интервал отметить на обоих графиках.

13. Закон распределения 2ДСВ (X, Y) задан таблицей

X	Y		
	-1	0	2
0	0,1	0,1	?
1	0,1	0,2	0,1
2	0,1	0,1	0,1

Найти:

- безусловные законы распределения X и Y
- условный закон распределения $X|Y=0$
- проверить зависимость X и Y,
- проверить коррелированность X и Y,
- записать уравнение регрессии X на Y и Y на X.

14. Плотность распределения 2НСВ задана выражением

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x^4 + y^4) & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти:

- параметр C,
 - одномерные плотности $f_X(x)$ и $f_Y(y)$,
 - проверить зависимость X и Y,
 - найти коэффициент корреляции
15. Диаметр круга x измерен приближенно, причем $a \leq x \leq b$. Рассматривая диаметр как случайную величину X, распределенную равномерно в интервале (a, b), найти математическое ожидание и дисперсию площади круга.
16. Для новогоднего праздника Петя должен сделать гирлянду из 400 электрических лампочек. Он решает включить их параллельно. Лампочки оказались очень низкого качества – вероятность того, что какая-либо из них погаснет во время праздника, составляет 0,5. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что число горящих лампочек будет заключено между 100 и 300.
17. По извлеченной случайной выборке генеральной совокупности величины X объема $n=50$ провести обработку статистических данных:
- получить интервальный ряд,
 - построить полигон и гистограмму относительных частот,
 - найти эмпирическую функцию распределения и кумуляту,
 - оценить моду, медиану,
 - вычислить числовые характеристики (среднее, дисперсию, с/кв отклонение, эксцесс E, асимметрию A,
 - проверить интервалы существенных значений A и E,
 - выдвинуть предположение о распределении генеральной совокупности,
 - выполнить аналогичные расчеты через встроенную надстройку Excel Анализ данных
18. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке x_1, x_2, \dots, x_n точечную оценку параметра p геометрического распределения: $P(X = x_i) = (1-p)^{x_i-1} p$, где x_i - число испытаний, произведенных до появления события, p - вероятность появления события в одном испытании (в общем виде, ДСВ, перемножаем вероятности двух событий).

19. Среди 250 деталей, изготовленных станком-автоматом, оказалось 32 нестандартных. Найти доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,99 неизвестную вероятность p изготовления станком нестандартной детали.
20. По данным двух выборок нормального закона распределения проверить гипотезу о равенстве генеральных средних (при конкурирующей гипотезе об их неравенстве) при уровне значимости $\alpha = 0.1$.

ТЕМЫ И ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ОЧНАЯ ФОРМА)

Раздел «Случайные события»

Вариант 1

1. В партии из 80 банок 6 оказалось нестандартными. Найти вероятность того, что две взятые подряд банки окажутся нестандартными.
2. В ящике 10 заклепок: 5 железных, 3 латунных и 2 медных. Взяли наудачу 2 заклепки. Какова вероятность того, что обе они из одного материала.
3. Вероятность того, что телевизор в течение гарантийного срока потребует ремонта, равна 0,2. Найти вероятность того, что из 6 проданных телевизоров в течение гарантийного срока А – потребуют ремонта не более одного Б – хотя бы один не потребует ремонта.
4. Посажено 900 семян кукурузы. Вероятность прорастания отдельного семени равна 0,8. Найти вероятность того, что взойдет не менее 700 ростков кукурузы.
5. Произведено 200 независимых испытаний. Вероятность осуществления события А В каждом из которых равна 0,6. Какова вероятность того, что событие осуществится: а) ровно 200 р, б) от 180 до 190 раз, в) не менее 200 раз.

Вариант 2

1. Найти вероятность того, что событие А появляется в 5 испытаниях не менее 2 раза, вероятность события $p=0,3$.
2. В тире 5 ружей. Вероятность попадания 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти p попадания при одном выстреле, если ружье берется наудачу.
3. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадает в мишень $p=0,3$. Стрелок произвел 3 выстрела. Найти вероятность p того, что все 3 выстрела дали попадание.
4. Вычислить вероятность того, что при произвольном разбиении колоды из 52 карт на 2 половины в каждой из них окажется по 13 черных и 13 красных карт.
5. Предприятие изготавливает 95% изделий стандартных, 86% из них- первого сорта. Найти вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется первого сорта.

Раздел «Случайные величины»

Вариант 1

1. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	11.3	11.6	12.4	13.2
P	0.5	0.1	0.2	0.2

Найти $M(X)$ $D(X)$ и $G(X)$ Построить график $F(X)$

2. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{5} & 0 < x \leq 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

Найти дифференциальную функцию $f(x)$, Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$. Найти $P(3 < x < 4)$ Построить график $F(X)$ и $f(X)$.

Вариант 2

1. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	6	9	15	16
---	---	---	----	----

Р	0.6	0.1	0.2	0.1
---	-----	-----	-----	-----

Найти $M(X)$ $D(X)$ и $\sigma(X)$ Построить график $F(X)$.

2. Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти функцию распределения и построить их графики.

Раздел «Математическая статистика»

В ходе проведения экспериментов получен следующий набор данных для указанных ниже вариантов. Составить интервальный вариационный ряд, определить среднюю выборочную, выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение выборки. Найти моду и медиану интервального вариационного ряда. Найти 95% доверительный интервал для истинного среднего значения. Построить гистограмму относительных частот.

17,2 10,6 18,9 17,5 14,6 14,1 12,6 21,1 15,5 18,2
 17,8 10,4 13,7 13,2 18,7 15,7 16,3 14,8 13,8 15,8
 15,4 16,9 14,7 15,3 13,4 17,3 15,4 13,5 15,8 17,8
 20,0 18,2 15,3 16,6 16,7 14,5 14,0 17,4 17,2 15,2
 16,6 13,6 17,9 13,9 12,9 15,5 17,0 12,7 16,4 14,8
 15,3 16,4 16,4 15,7 14,2 13,6 17,9 16,5 15,4 15,6
 15,4 17,0 16,9 15,2 16,1 15,9 14,3 14,2 18,0 15,9
 17,6 16,3 15,0 14,4 17,3 16,4 14,7 12,3 15,1 15,9
 16,7 16,4 15,5 16,7 15,7 15,1 17,7 15,4 11,0 12,5
 13,2 14,5 15,4 16,4 15,2 16,6 17,8 15,3 16,1 16,2

ТЕМЫ И ТИПОВОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

- Тема 1. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.
- Тема 2. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.
- Тема 3. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства
- Тема 4. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).
- Тема 5. Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические функции параметров распределения (точечные, интервальные).

Формулировки и перечень задач для студентов заочной формы обучения представлены в пособии:

Антипов, Ю. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.-метод. пособие по освоению дисциплины для студентов заочной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / Ю. Н. Антипов, Ж. И. Виницкая, Т. А. Кутузова ; Калинингр. гос. техн. ун-т. - Калининград : КГТУ, 2016. – 76 с

1. В каждой из двух урн содержится по 6 черных шаров и по 4 белых. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.
2. На заводе имеется $N=5$ цехов. Вероятность того, что некачественная деталь отсутствует в этих цехах, одинакова и равна $p=0,2$. Составить закон распределения числа цехов, на которых искомая деталь отсутствует в данный момент. Построить многоугольник распределения. Найти дисперсию и среднеквадратичное отклонение числа цехов, на которых искомая деталь отсутствует в данный момент.
3. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1 = 0,1$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(X)=3,9$ и дисперсия $D(X)=0,09$. Найти закон распределения этой случайной величины.
4. Случайная величина X задана интегральной функцией (функцией распределения) $F(x)$. Требуется: 1) найти дифференциальную функцию (плотность вероятности); 2) найти математическое ожидание и дисперсию X ; 3) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{100} & \text{при } 0 < x \leq 10 \\ 1 & \text{при } x > 10 \end{cases}$$

5. Заданы среднее квадратичное отклонение $\sigma=10$ нормально распределенной случайной величины X , выборочная средняя $\bar{x} = 18,61$, объем выборки $n=16$. Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания a с заданной надежностью $\gamma=0,95$

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Элементы комбинаторики: правила суммы и произведения; размещения, перестановки и сочетания.
2. Бином Ньютона. Комбинаторные тождества.
3. Случайные события. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей.
5. Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Зависимые и независимые события.
6. Вероятность суммы событий.
7. Следствия из теорем сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
8. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Формула Пуассона.
9. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
10. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности события в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
11. Дискретные случайные величины (ДСВ). Функция распределения. Числовые характеристики ДСВ и их свойства.
12. Непрерывные случайные величины (НСВ). Функция плотности, ее свойства, числовые характеристики НСВ.
13. Основные законы распределения ДСВ: биномиальный, Пуассона, геометрический. Их числовые характеристики.
14. Интегральная функция распределения и ее свойства.
15. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности) и ее свойства.
16. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
17. Равномерный закон распределения.
18. Показательный закон распределения. Функция надежности.
19. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания значений случайной величины и заданный интервал для нормального закона.
20. Вероятность отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания для нормального закона. Правило трех сигм.
21. Понятие о законе больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.
22. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
23. Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма.
24. Числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, размах, мода, медиана. Методы их вычисления.
25. Оценка неизвестных параметров распределения. Точечные оценки. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. «Исправленная дисперсия».
26. Интервальные оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность.
27. Доверительный интервал для математического ожидания при известной генеральной дисперсии нормального распределения.
28. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии нормального распределения.
29. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения

30. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Критическая область.
31. Проверка гипотезы о нормальном распределении изучаемой случайной величины. Критерий Пирсона.
32. Функциональная, статистическая, корреляционная зависимости. Линейная корреляция. Уравнение регрессии. Коэффициент регрессии
33. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент (ковариация). Коэффициент корреляции и его свойства.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.
2. В каждой из двух урн содержится 8 черных и 2 белых шара. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется черным.
3. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; для второго и третьего стрелков эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что: 1) только один из стрелков поразит цель; 2) только два стрелка поразят цель; 3) все три стрелка поразят цель.
4. Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает 2 вопроса, содержащиеся в его экзаменационном билете.
5. Две команды по 20 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номеров участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что братья будут участвовать в соревновании под одним и тем же номером
6. Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна 0,99. Найти вероятность четырех попаданий при пяти выстрелах.
7. От аэровокзала отправились 2 автобуса-экспресса к трапам самолетов. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса в аэропорт равна 0,95. Найти вероятность того, что: 1) оба автобуса придут вовремя; 2) оба автобуса опоздают, 3) только один автобус придет вовремя; 4) хотя бы один автобус придет вовремя.
8. Вероятность появления событий в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие наступит 60 раз в 100 испытаниях.
9. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие появится не менее 20 и не более 30 раз.
10. Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать отклонение относительной частоты появления события от его вероятности не больше, чем на 0,04.
11. Заданы среднее квадратическое отклонение $\sigma = 10$ нормально-распределенной случайной величины X , выборочная средняя $x_{\text{в}} = 18,21$, объем выборки $n = 16$. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания $M(X)$ с заданной надёжностью $\gamma = 0,95$.
12. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа нестандартных деталей среди четырёх отобранных.
13. Случайная дискретная величина X принимает три возможных значения: $x_1 = 4$ с вероятностью $p_1 = 0,5$; $x_2 = 6$ с вероятностью $p_2 = 0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X) = 8$.

14.Случайная дискретная величина задана рядом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0.2	0.1	0.2	0.2	0.3

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график. Найти дисперсию $D(2X)$.

15.Дана функция распределения непрерывной случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{если } x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$ и построить их графики. Найти вероятность того, что случайная величина X принадлежит промежутку $(-\pi/4; \pi/4)$.

16.Найти числовые характеристики случайной величины X , распределённой равномерно в интервале $(2;8)$.

17.Написать плотность и функцию распределения показательного закона, если его параметр 2.5. Построить их графики.

18.Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi/2, \\ 0, & \text{если } x \geq \pi/2. \end{cases}$$

Найти функцию распределения и построить их графики.

19. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлечённых деталей: а) нет бракованных; б) нет годных.

20. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа нестандартных деталей среди четырёх отобранных.

21. Среди 30 экзаменационных билетов 8 лёгких. Два студента по очереди берут по билету. Какова вероятность того, что студентам достанется не больше одного лёгкого билета?

22. 40% изделий данного предприятия – это продукция высшего сорта. Некто приобрёл 5 изделий, изготовленных на этом предприятии. Чему равна вероятность, что четыре из них высшего сорта?

23. Из 20 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 8-с вероятностью 0.7; 4- с вероятностью 0.6 и 3- с вероятностью 0.5. Найти вероятность того, что наудачу выбранный студент не поразит мишень.

24. Из 30 кинескопов, имеющих в телевизионном ателье, 7 штук произведены заводом № 1, 15 – заводом № 2, восемь – заводом № 3. Вероятность того, что кинескоп изготовленный заводом № 1, в течение гарантийного срока не выйдет из строя, равна 0.95. Для кинескопа завода № 2 такая вероятность равна 0.9, а для завода № 3 – 0.8. Выбранный наудачу кинескоп выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что это был кинескоп, изготовленный заводом № 3.

25. Вероятность выклева стерляди из икры в искусственных условиях, равна 0.7. Сколько икринок стерляди нужно взять на контроль, чтобы с надёжностью 0,95 можно было ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности выклева не превзойдёт 0,05?

26. Случайная величина X имеет следующую интегральную функцию распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 1, \\ 1 - e^{-0.5(x-1)}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

Требуется: а) найти дифференциальную функцию распределения вероятностей; б) найти вероятность того, что случайная величина X принимает значение из интервала $(0,5;2,5)$