КАЛИНИНГРАДСКИЙ МОРСКОЙ РЫБОПРОМЫШЛЕННЫЙ КОЛЛЕДЖ

Федеральное агентство по рыболовству
БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»
Калининградский морской рыбопромышленный колледж

Утверждаю
Заместитель начальника колледжа
по учебно-методической работе
М.С. Агеева

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
53959AC4CF57B77809EEC6B4AF69048DD86AFB41
Владелец: Агеева Марина Сергеевна
Действителен: с 2024.09.02 до 2025.11.26
БГАРФ

Учебно-методическое пособие по выполнению практических занятий по дисциплине

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

основной профессиональной образовательной программы среднего профессионального образования по специальности

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)
МО–23 02 01-ЕН.01.ПЗ

РАЗРАБОТЧИК	Николаенко Л.Н.
ЗАВЕДУЮЩИЙ ОТДЕЛЕНИЕМ	Чечеткина А.А.
ПРОГРАММА РАЗРАБОТАНА	2024

Содержание

Перечень практических занятий

№ п/п	Практическое занятие	Кол-во часов
Раздел 1. Математический анализ		
1	Вычисление пределов функции с использованием I и II замечательных пределов	2
2	Дифференцирование простейших функций.	2
3	Вычисление производной сложной функции	2
4	Исследование функций с помощью производной и построение графиков функций	2
5	Приложение дифференциала к приближённым вычислениям	2
6	Интегрирование простейших функций	2
7	Интегрирование способом подстановки	2
8	Вычисление определённых интегралов	2
9	Вычисление площадей плоских фигур	2
10	Решение дифференциальных уравнений	2
11	Определение сходимости рядов по признаку Даламбера	2
12	Применение степенных рядов к вычислению пределов и определённых интегралов	2
Раздел 2 Основы дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики		
13	Решение комбинаторных задач	2
Раздел 3 Основные численные методы		
14	Решение систем линейных уравнений	2
15	Решение упражнений над комплексными числами.	2
16	Вычисление интегралов по формулам прямоугольников, трапеций.	2
ИТОГО		32

Введение

Методическое пособие составлено в соответствии с рабочей программой дисциплины ЕН.01 «Математика»

Рабочей программой дисциплины предусмотрено 64 академических часа на проведение практических занятий. Целью их проведения является закрепление теоретических знаний. Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий обобщаются и углубляются теоретические положения, вырабатывается способность применять теоретические знания на практике.

Выполнение самостоятельных работ формирует у обучающих следующие элементы общих и профессиональных компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ПК 1.1. Выполнять операции по осуществлению перевозочного процесса с применением современных информационных технологий управления перевозками.

ПК 3.2. Обеспечивать осуществление процесса управления перевозками на основе логистической концепции и организовывать рациональную переработку грузов.

Перед проведением практических занятий курсанты обязаны проработать соответствующий материал, уяснить цель занятия, ознакомиться с содержанием и последовательностью его проведения, а преподаватель проверить их знания и готовность к выполнению задания.

После каждого практического занятия проводится защита. На защите курсант должен: знать теорию по данной теме; пояснить, как проводится расчет (в соответствии с основными требованиями к знаниям и умениям по данной теме рабочей программы).

1 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
Тема 1.1 Дифференциальное исчисление
Практическое занятие №1 Вычисление пределов функции с использованием 1 и 2 замечательного пределов

Понятие предела функции лежит в основе понятия производной и имеет большое значение для всего дальнейшего курса математического анализа. Показать применение пределов для решения прикладных задач.

Цель занятия:
Уметь вычислять пределы функций.

Исходные материалы и данные:
1. Предел переменной величины. Постоянная величина "а" называется пределом переменной "x", если модуль разности |x - a| при изменении "x" становиться и остаётся меньше любого как угодно малого положительного числа E.

Замечание 1. Предел постоянной величины равен самой постоянной:
Lim a = a, т.к. |a - a| < E

Замечание 2. Переменная величины может иметь только один предел.
2. Основные свойства пределов.
а) Lim (x + y +...+ t) = Lim x + Lim y + ...+ Lim t
б) Lim (x · y ·… · t) = Limx · Limy ·… · Lim t
в) Lim (c · x) = c · Lim x
г) Lim $\left(\frac{x}{y}\right)\frac{Limx}{Limy}$, если Lim y $\neq$ 0
д) Lim X`` = (Lim x)^n
3. Предел функции в точке.
Число называется пределом функции f (x) b (y) a, если для всех значений X , достаточно близких к А и отличных от А, значение функции f (x) сколь угодно мало отличается от числа В.
4. Правила раскрытия неопределённостей.
а) Для раскрытия неопределённостей вида $\frac{0}{0}$, необходимо числитель и знаменатель дроби разложить на множители и затем сократить на множитель приводящий к неопределенности.
б) Для раскрытия неопределённости вида $\frac{0}{0}$, зависящую от иррациональности, достаточно перевести пропорциональность из числителя в знаменатель или из знаменателя в числитель и сократить на множитель, приводящий к неопределённости.
в) Для раскрытия неопределённости вида $\frac{\infty}{\infty}$, необходимо числитель и знаменатель дроби разделить на высшую степень переменной.
5. Раздаточный материал: карточки - задания.
Найти пределы:
Вариант 1.

1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$	3) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}$	5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+x}{x^3-1}$
2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x}{x-3}$	4) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-2x}{x-3}$	

Вариант 2.

1) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x^2-1}$	3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2}{x^2-1}$	5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^x$
2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$	4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{x}$	

Вариант 3.

1) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-25}{x+5}$	3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x}{x^2-8}$	5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{5x}$
2) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2x+x^2}{x^2+5x+6}$	4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$	

Вариант 4.

1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{x-3}$	3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+2x+3x^3}{10x^3+x^2-80}$	5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{3x}$
2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-11x-3}{3x^2-8x-3}$	4) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{6-x}{3-\sqrt{x+3}}$	

Вариант 5.

1) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{2\left(x^2-1\right)}$	3) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$	5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-x^4}{1-x2-8x^4}$
2) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$	4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{1-x^2}$	

Используемые источники: [3]

Содержание и порядок выполнения работы:
1. По выбранному варианту выполнить предложенные задания.
2. Решения выполнять с необходимыми пояснениями.
3. Выделять полученные ответы.

Выводы и предложения:

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержание отчета:

Наименование практического занятия.

Цель занятия

Вариант задания

Отчёт о выполнении на каждый этап раздела "содержание и порядок выполнения работы"

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется пределом функции?
2. Как записывается?
3. Основные теоремы о пределах.
4. Первый и второй замечательные пределы.
5. Какая функция называется непрерывной?
6. Виды неопределенностей при нахождении пределов и их раскрытие.

Практическое занятие №2 Дифференцирование простейших функций

Цель занятия:

Закрепление правил и основных формул дифференцирования, отработка навыков вычисления производной простейших функций.

Исходные материалы и данные:

1. Таблица основных производных и правил дифференцирования.

Пример 1

$y' = (3x^2 - 5x + 9)' = 6x - 5$;

Пример 2

$$y' = (e^x \cdot \cos x + \frac{x^2}{2} - \frac{8}{x} + \pi)' = e^x \cdot \cos x + e^x \cdot (-\sin x) + \frac{1}{2} \cdot 2x + \frac{8}{x^2} + 0 = e^x \cos x - e^x \sin x + x + \frac{8}{x^2};$$

Пример 3

$y = 2x^3 - \frac{4}{x} + \sqrt[4]{x^3} + 1$; Найти: y'

$$(2x^3 ' - \frac{4}{x} + \sqrt[4]{x^3} + 1)' = (2x^3 - 4 \cdot x^{-1} + x^{\frac{3}{4}} + 1)' = (2x^3)' - (4x^{-1})' + (x^{\frac{3}{4}})' + 1' = 2(x^3)' - 4(x^{-1})' + \frac{3}{4} \cdot x^{\frac{3}{4}-1} + 0 =$$

$$= 2 \cdot 3x^2 - 4 \cdot (-1)x^{-2} + \frac{3}{4} \cdot x^{-\frac{1}{4}} = 6x^2 + 4x^{-2} + \frac{3}{4} \cdot x^{-\frac{1}{4}} = 6x^2 + \frac{4}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$$

Пример 4

$$y' = \left(\frac{2^x + 1}{\cos x - 1}\right)' = \frac{(2^x + 1)' \cdot (\cos x - 1) - (2^x + 1) \cdot (\cos x - 1)'}{(\cos x - 1)^2} = \frac{2^x \cdot \ell n2 \cdot (\cos x - 1) + (2^x + 1) \cdot \sin x}{(\cos x - 1)^2}$$

Содержание и порядок выполнения задания:

Найти производную функции:

Вариант № 1

1. $y = (3x + 1)^4$
2. $y = e^{2x} \bullet 2^{\frac{4}{2}}$
3. $y = \sqrt{4x + 1}$
4. $y = \frac{2\cos 3x}{1 - \sin x}$

5. $y=\sqrt{2x}-\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.

Вариант № 2

1. $y=\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)^3$
2. $y=\dfrac{1}{1+x^2}$
3. $y=e^{\frac{x}{2}}\bullet tg2x$
4. $y=\sqrt[3]{(3x+7)^2}$
5. $y=\dfrac{1-4x}{x^2+1}$.

Вариант № 3

1. $y=\left(2-x^3\right)^5$
2. $y=\sqrt{(x+3)\left(1-x^2\right)}$
3. $y=\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$
4. $y=5^{2x+1}\bullet ctg^{\frac{x}{2}}$
5. $y=\ln 2x-\cos\dfrac{\pi}{3}$.

Вариант № 4

1. $y=\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^2$
2. $y=\left(1-\sqrt{x}\right)^4$
3. $y=e^{3x+5}\bullet\cos\dfrac{x}{2}$
4. $y=\sqrt[4]{2x-3}\bullet 3^{3x-1}$
5. $y=\dfrac{3x^5}{\sqrt{1+x^6}}$.

Вариант № 5

1. $y=\sqrt{1-x^5}$
2. $y=(\left(1-\dfrac{1}{x}\right)+x^2)^4$
3. $y=\dfrac{1-x^3}{\sqrt{x}}$
4. $y=\sqrt{3x-\sqrt{x+1}}$
5. $y=\dfrac{5}{(x-1)^2}$.

Содержание отчета:

Наименование практического занятия.

Цель занятия

Вариант задания

Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»

Список используемых источников.

Выводы и предложения.

Дата и надпись курсантов и преподавателей.

Вопросы для самопроверки:

1. Дать определение производной.
2. Сформулировать геометрический и физический смысл производной.
3. Основные правила и формулы дифференцирования.
4. Как найти частное значение производной?

Практическое занятие №3 Вычисление производной сложной функции

Понятие производной является фундаментальным понятием математического анализа, находящим обширные приложения в различных областях науки и техники. Именно поэтому необходимо глубокое и осознанное изучение этого понятия. Отметить, что производная сложных функций находит широкое практическое применение, как например для вычисления углового коэффициента касательной к кривой, заданной уравнением.

Цель занятия:

Научить дифференцировать сложную функцию

Исходные материалы и данные:

1. Таблицы «Правила и формулы дифференцирования»
2. Карточки - задания

Вариант № 1

1) $y = (3x + 1)^4$
2) $y = e^{2x} * 2^{\frac{x}{2}}$
3) $y = \sqrt{4x+1}$
4) $y = \dfrac{2\cos 3x}{1-\sin x}$
5) $y = \sqrt{2x} - \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$
6) $y = e^{3x+4}$
7) $y = 4^{6x-1}$
8) $y = \log_6(9x+4)$

Вариант № 2

1) $y = (1 + \sqrt{x^2+1})^3$
2) $y = \dfrac{1}{1+x^2}$
3) $y = e^{\frac{x}{2}} \cdot \mathrm{tg}2x$
4) $y = \sqrt[3]{(3x+7)^2}$
5) $y = \dfrac{1-4x}{x^2+1}$
6) $y = e^{4x-5}$
7) $y = 3^{5x+2}$
8) $y = \log_7(8x-3)$

9) $y = \ln(2x-5)$
10) $y = \sqrt[5]{x}$

9) $y = \ln(3x+4)$
10) $y = \sqrt[7]{x}$

Вариант № 3

1) y = $(2 - x^3)^5$
2) y = $\sqrt{(x+3)(1-x^2)}$
3) y = $\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$
4) y = 5^{2x+1} * ctg$\dfrac{x}{2}$
5) y = ln2x – cos$\dfrac{\pi}{3}$
6) $y = e^{5x+6}$
7) $y = 6^{4x-3}$
8) $y = \log_8(7x+2)$
9) $y = \ln(4x-3)$
10) $y = \sqrt[5]{x^2}$

Вариант № 4

1) y = $\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^2$
2) y = $\left(1-\sqrt{x}\right)^4$
3) y = e^{3x+5} * cos$\dfrac{x}{2}$
4) y = $\sqrt[4]{2x-3}$ * 3^{3x-1}
5) y = $\dfrac{3x^5}{\sqrt{1+x^6}}$
6) $y = e^{6x-7}$
7) $y = 7^{3x+4}$
8) $y = \log_9(6x-1)$
9) $y = \ln(5x+2)$
10) $y = \sqrt[7]{x^2}$

Вариант № 5

1) y = $\sqrt{1-x^6}$
2) y = (1 - $\dfrac{1}{x}$) + $x^2)^4$
3) y = $\dfrac{1-x^3}{\sqrt{x}}$
4) y = $\sqrt{3x-\sqrt{x+1}}$
5) y = $\dfrac{5}{(x-1)^2}$
6) $y = \sqrt{arctg\,\dfrac{1}{x}}$
7) $y = arctg\,\dfrac{1-x^2}{2x}$
8) $y = \arccos\sqrt{\dfrac{2}{x}}$
9) $y = \arccos\sqrt{1-x^2}$
10) $y = \sqrt{\sin\left(x^2-x\right)}$

Используемые источники: [3]

Содержание и порядок выполнения задания:

1. Правило вычисления производной при линейной замене аргумента.
2. Определение сложной функции.
3. Производная сложной функции.

(на примере: f(x) = (1 + 5x)^8)

Вывод формулы:

$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}*\frac{du}{dx}$ или $f'(x)=f'(u)*f'(x)$, где: u (x) – промежуточная переменная.

а) y = (11 + 5x)^8 $f'(x)$ - ?

Решение:

$f(x)$ = u^8, где: u = 1 + 5x

$$f'(x)=\left(u^8\right)_u'*(1+5x)_x'=8u^7*5=40(1+5x)^7$$

б) $f(x)=\left(1-3x^2\right)^3$ f(x)-?

Решение: $f(x)=2^3,\quad где\ 4=1-3x^2$

$$f'(x)=\left(z^3\right)_u'\cdot\left(1-3x^2\right)_x'=3z^2(-6x)=3\left(1-3x^2\right)^2\cdot(-6x)=-18x\left(1-3x^2\right)^2$$

Решить самостоятельно:

$В\ )\ f(x)=\sqrt{1-x^2}$ $\left(ответ.-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

$Г\ )\ f(x)=tg^5\frac{x}{5},\ e^{2x}$ $\left(ответ:tg^4\frac{x}{5}\cdot\frac{1}{cos^2\frac{x}{5}}\cdot e^{2x}+2tg^5\frac{x}{5}\cdot e^{2x}\right)$

Выводы и предложения проделанной работы.

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержание отчета:

Наименование практического занятия.
Цель занятия
Вариант задания
Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок»
Список используемых источников.
Выводы и предложения.
Дата и надпись курсантов и преподавателей.

Вопросы для самопроверки:

1. Определение производной функции, её обозначения.
2. Основные правила и формулы дифференцирования.
3. Сложная функция, производная сложной функции.
4. Геометрический смысл производной.
5. Что называется производной второго порядка?
6. Как найти частное значение производной?

Тема 1.2 Интегральное исчисление
Практическое занятие № 4 Исследование функций с помощью производной и построение графиков функций

Опираясь на знания, полученные на предыдущих занятиях по теме ”Производная” на данном занятии курсанты начинают изучение вопросов, имеющих большое практическое применение для исследования функций и построения графиков с помощью производной. Показать значение максимума и минимума функции. Подчеркнуть, какие общие закономерности, теоретические положения и основные идеи нужно повторить и систематизировать на практическом занятии.

Цель занятия:
Научить определять характер поведения функции.
Знать: последовательность исследования функций и построения графиков;
Уметь: исследовать функции с помощью производной и строить графики.

Исходные материалы и данные:
1. Таблица «Правила и формулы дифференцирования»
2. Монотонность функции.

Правило нахождения интервалов монотонности:
– Найти производную $F'(x)$ заданной функции и стационарные точки;
– Определить интервалы монотонности функции $y = F(x)$;
– Исследовать знак производной $F'(x)$ на каждом из найденных интервалов, причем если на каком-либо интервале $F'(x) > 0$, то на этом интервале функция $y = F(x)$ возрастает. Если на каком-либо интервале $F'(x) < 0$, то на этом интервале функция $y = F(x)$ убывает.

3. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции

а) Если знак производной меняется с «+» на «-», то при данном интервале функция имеет «max», если с «-» на «+», то min/

б) Если смены знака в окрестности стационарной точки нет, то экстремума в этой точке нет.

в) Вычислите экстремальное значение функции.

4. Выпуклость, вогнутость кривой, точки перегиба.
5. Правила нахождения интегралов выпуклости, вогнутости, точек перегиба.

– Найти первую, вторую производную функции: $y = f(x)$
– Найти стационарные точки функции по второй производной.
– Исследовать смену знака второй производной точки. Если вторая производная в окрестности стационарной точки меняется знак с «+» на «-» или с «-» на «+», то эта точка является точкой перегиба функции.

Если смены знака не происходит, то стационарная точка не является точкой перегиба.

– Найти ординату точки перегиба.

6. Общая схема исследования функции и построения её графика.

– Найти область определения функции: $y=f(x)$ и определить точки разрыва функции, если они имеются.
– Установить чётность (нечетность) функции, периодичность;
– Найти точки пересечения графика функции с осями координат;
– Определить промежутки монотонности функции;
– Исследовать функцию на экстремум;
– Найти экстремальные значения функции;

– Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость;

– Найти точки перегиба;

– Вычислить координаты нескольких промежуточных точек и составить таблицу значений;

– Построить график функции.

7. Вычислительные средства – микрокалькуляторы
8. Карточки – задания:

1 *вариант*

$y = x^3 - 3x^2 + 1$

2 *вариант*

$y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 1$

3 *вариант*

$y = \frac{1}{3}x^3 + x - 2$

4 *вариант*

$y = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + x - 2$

5 *вариант*

$y = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + \frac{2}{3}$

6 *вариант*

$y = 3x^2 - 5x + 4$

7 *вариант*

$y = \frac{3x^2 + 1}{x}$

Используемые источники: [3, гл. 7]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Используя схему исследования и построения графика функции, выполнить все пункты;
2. Исследования сопровождать необходимыми расчетами, пояснениями, геометрической интерпретации.
3. Построение графика функции выполнить аккуратно, с применением чертёжных инструментов.

Выводы и предложения.

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержание отчёта:

Наименование практического занятия.

Цель занятия.

Вариант задания.

Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения работы».

Список использованных источников.

Выводы и предложения.

Дата и подписи курсанта и преподавателя.

Вопросы самопроверки:

1) Дать определение возрастающей и убывающей функции, промежутков монотонности.
2) Сформировать необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции.
3) Сформировать правило нахождения интервалов монотонности функции.
4) Какими точками отделяются промежутки возрастания от промежутков убывания функции.
5) Какая кривая называется выпуклой вверх? Выпуклой вниз?
6) Какая точка называется точкой перегиба функции.
7) Сформировать правило нахождения интервалов выпуклости (вогнутости) функции.
8) Точки перегиба. Сформулировать правило нахождения точек перегиба.

Практическое занятие №5 Приложения дифференциала к приближённым вычислениям

Продолжить формировать у курсантов такие методы научного познания, как анализ сравнения, обобщения и др. Прививать интерес к математике, используя исторический материал. Кратко рассказать о том, что современная интерпретация дифференциала как главной части приращения функция дана Ж. Ланагранжем, а окончательно было сформулировано О. Коши.

Цель занятия:

Дать понятие дифференциала функции, раскрыть геометрические смысл дифференциала функции, показать приложение дифференциала к приближённым вычислениям.

Исходные материалы и данные:

1. Таблица: «Правила и формулы дифференцирования»
2. Микрокалькуляторы
3. Найти дифференциалы функции:

$y = 1/3x^3 + 2x$, при $x_o = 3$ и $dx = 0{,}001$ (ответ: 0,0011)

4. Найти приближённое значение функции:

$F(x) = 2x^2 + 3$, при $x = 2{,}001$ (ответ: $f(2{,}001) = 11{,}008$)

5. Алгоритм нахождения:

- Представить x в виде суммы $x_0 + \Delta x$

$X_0 = 2$, $\Delta x = 0{,}001$

- Найти значение f(x) при x_0, $f(2) = 11$
- Найти f (x) и найти $f'(x_0)$, $f'(x) = 4x$, $f'(x) = 8$.

6. Подставить полученные результаты в формулу:

а). $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)\,\Delta x$.

1. Вычислить:

$\sqrt{3.998}$

a) $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 3,998$, $x_0 = 4$, $\Delta x = -0,002$

b) $f(x_0) = 2$

c) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $f'(x) = \frac{1}{2*2} = \frac{1}{4}$

d) $\sqrt{3.998} = 2 + \frac{1}{4}(-0,001) = 2 - \frac{1}{2000} = 1\frac{1999}{2000}$

e) $1,0003^5 = 1 + 5 * 0,0003 = 1,0015$

$f(x) = x^5$

$x = 1,0003$

$x_0 = 1$, $\Delta x = 0,0003$

$f(x_0) = 1$

$f'(x) = 5x^4$

$f'(1) = 5$

3. Карточки – задания.

Вариант 1

Вычислить:

1. $f(x) = 2x^3 – 3x – 1$, при $x = 2,01$
2. $(1,013)^4$
3. $\sqrt[3]{1.06}$
4. $\frac{1}{0,997}$
5. Найти дифференциалы:

а) $y = \cos^2 x$, при: $x = \pi/4$ $dx = 0,03$

б) $y = a^{3x}\sin x$

Вариант 2

Вычислить:

1. $f(x) = (1/3)x^3 + (1/2)x – 2x + 4$, при $x = 1,1$
2. $(1,005)^{10}$
3. $\sqrt[10]{1,03}$
4. $\frac{1}{9,97}$
5. Найти дифференциалы:

а) $y = \ln\cos^2 2x$, при: $x = \pi/8$ $dx = 0,01$

б) $y = e^{2x}\ln x$

Вариант 3

Вычислить:

1. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$, при $x = 2,001$
2. $(3.025)^4$
3. $\sqrt{99,5}$
4. $\frac{1}{1,03}$
5. Найти дифференциал:

а) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

б) $y = \sqrt{a^2 + x^2}$

Вариант 4

Вычислить:

1. f(x) = $x^3 - 3x - 1$, при x = 1,001
2. $(1.012)^5$
3. $\sqrt{24{,}96}$
4. $\frac{1}{1{,}99}$
5. Найти дифференциалы:

а) y = $\sin^2 x$, при: x = $\pi/4$ dx = 0,03

б) y = 2^{3x} tg x

Используемые источники: [2 гл. 2 §4, п. 1,2].

Выводы и предложения:

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержания отчёта:

Наименование практического занятия.
Цель занятия.
Вариант задания.
Отчёт о выполнении на каждый этап раздела.
Список использованных источников.
Выводы и предложения.
Дата и подписи курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

2. Дать определения дифференциала функции.
3. Правила отыскания производных.
4. Какие свойства приращения функции отражены в понятии дифференциала?
5. Геометрическая интерпретация приращения аргумента и приращения функции.
6. Геометрический смысл дифференциала.
7. Приложение дифференциала к приближённым вычислениям

Практическое занятие №6 Интегрирование простейших функций

Интеграл - одно из важнейших понятий математического анализа, возникший в связи с задачами отыскания функций по заданной производной и вычисляя площади криволинейной трапеции. Эти задачи приводит к двум видам интеграла: неопределённому и определённому изучению свойств и методов вычисления эти интегралы составляет задачу интегрального исчисления. Интегральное исчисление неразрывно связано с дифференциальным исчислением и составляет вместе с ним основу математического анализа. Курсанты должны знать определения первообразной функции, неопределённого интеграла, действия интегрирования и уметь использовать основные свойства неопределённого интеграла для нахождения простейших интегралов.

Подчеркнуть, что метод непосредственного интегрирования лежит в основе всех других методов интегрирования.

Цель занятия:

Познакомить курсантов с понятиями первообразной и неопределенного интеграла. Ввести основные понятия темы и дать их основные свойства.

Исходные материалы и данные:

1. Таблица основных формул дифференцирования и правил.
2. Задача прикладного характера (нахождение формулы пути, если известна скорость движения).
3. Непосредственное интегрирование – это метод нахождения интегралов, основанный на использовании таблицы и основных свойств неопределенных интегралов. Возможны случаи:

- данный интеграл сразу находится по таблице.
- данный интеграл после применения свойств:

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$,где к- const и

$\int (f_1(x) \pm f_2(x))dx = \int f_1(x)dx \pm \int f_2(x)dx$ сводится к табличным.

- данный интеграл после элементарных тождественных преобразований и применение выше указанных свойств сводится к табличным.

4. Решить примеры:

1. $\int (1+\sqrt{x})^2 dx = \int (1+2\sqrt{x}+x)dx = \int dx + 2\int \sqrt{x}dx + \int xdx = x + \frac{4x\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{2} + c$

2) $\int 3dx$ $\quad$ $ответ: 3x + c$

3) $\int x^5 dx$ $\quad$ $ответ: \frac{1}{6}x^6 + c$

4) $\int \sqrt[5]{x^4}dx$ $\quad$ $ответ: \frac{5}{9}x\sqrt[5]{x^4} + c$

5) $\int \frac{2\cos^2 x + 1}{\cos^2 x}dx$ $\quad$ $ответ: 2x + tgx + c$

6) $\int \frac{dx}{25+4x^2}$ $\quad$ $ответ: \frac{1}{10} arctg\frac{2x}{5} + c$

5. Замечание**.** При нахождении интегралов полезно предварительно преобразовать подынтегральное выражение, а затем уже использовать таблицу простейших интегралов.
6. Раздаточный материал. Карточки – задания.

Вариант № 1	Вариант № 2	Вариант № 3
1. $\int \left(\frac{3}{x} - \cos x\right)dx$	1. $\int \left(4^x - \frac{1}{2}x^2 + 3\right)dx$	1. $\int (7\sin x + 2)dx$
2. $\int \frac{3dx}{\sin^2 x}$	2. $\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1}dx$	2. $\int \ell^2 dx$
3. $\int \frac{x^2 - 1}{x+1}dx$	3. $\int \frac{dx}{1 - \sin^2 x}$	3. $\int \frac{x^2 - 9}{x+3}dx$

4. $\int \frac{\ell^{2x}}{\ell^{x}} dx$

5. $\int 4\sqrt[3]{x^2} dx$

4. $\int (3x+1)^2 dx$

5. $\int \sqrt[5]{x^2} dx$

4. $\int \left(\sqrt{x} + \frac{5}{x}\right) dx$

5. $\int (x+5)^2 dx$

Вариант № 4

1. $\int \sqrt[3]{x} dx$
2. $\int (x-1)^2 dx$
3. $\int \frac{3\sin^2 x + 1}{\sin^2 x} dx$
4. $\int (4x^3 - 2x + 1) dx$
5. $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$

Вариант № 5

1. $\int\limits_{-2}^{-1} 3^x dx$;
2. $\int\limits_{1}^{2} (x^2+1) dx$;
3. $\int\limits_{-1}^{1} (5x^2+1) dx$;
4. $\int\limits_{-1}^{2} (x^2+2x+7) dx$;
5. $\int\limits_{0}^{1/4} \frac{1}{\sqrt{1-16x^2}} dx$;

Используемые источники: [3, гл.8]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Решение заданных упражнений.
2. В результате выполнения указанных заданий выписать полученные ответы.
3. Обратить внимание курсантов на грамотность записей, на умение пользоваться математической символикой.

Выводы и предложения проделанной работы.

Содержания отчёта:

Наименование практического занятия

Цель занятия

Вариант задания

Отчёт о выполнении на каждый этап раздела содержания и порядок выполнения задания.

Список используемых источников

Выводы и предложения

Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. В чём заключается смысл действия обратного дифференцированию?

2. В чём заключается геометрический смысл первообразных данной функций F(x)?
3. Как проверить, правильно ли найдено первообразная данной функции?
4. Сколько первообразных может иметь данная функция?
5. Дать определение неопределённого интеграла?
6. Верны ли утверждения:

а) Первообразная суммы двух функций равна сумме первообразных этих функций;

б) Неопределённый интеграл разности двух функций равен соответствующей разности интегралов от этих функций?

7. В чём заключается метод непосредственного интегрирования?

Практическое занятие №7 Интегрирование способом подстановки

Цель занятия:

Закрепить основные формулы интегрирования, алгоритм интегрирования подстановкой.

Исходные материалы и данные:

Таблица основных интегралов.

Пример 1.

Найти $\int e^{\frac{x}{2}}dx$.

Решение:

Сделаем подстановку $\frac{x}{2} = t$, тогда dx = 2dt. Следовательно, $\int e^{\frac{x}{2}}dx = \int e^t 2dt = 2\int e^t dt = 2e^t + c = 2e^{\frac{x}{2}} + c$.

Пример 2.

Найти $\int (3x-5)^7 dx$.

Решение:

Сделаем подстановку 3x – 5 = t, тогда 3xdx = dt, откуда dx = 1/3dt.

Следовательно, $\int (3x-5)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{3} = \frac{1}{3}\int t^7 dt = \frac{1}{3}\cdot\frac{t^8}{8} + c = \frac{1}{24}t^8 + c$

Заменив t его выражением из подстановки, получим

$\int (3x-5)^7 dx = \frac{1}{24}(3x-5)^8 + c$.

Пример 3.

Найти $\int \frac{3\cos x dx}{\sqrt{1+2\sin x}}$.

Решение:

Сделаем подстановку 1 + 2sinx = t, тогда 2cosxdx = dt, или cosxdx = 1/2dt.
Следовательно,

$$\int \frac{3\cos x dx}{\sqrt{1+2\sin x}} = \frac{3}{2}\int \frac{dt}{\sqrt{t}} = \frac{3}{2}\int t^{\frac{-1}{2}}dt = \frac{3}{2}\cdot 2t^{\frac{1}{2}} + c = 3\sqrt{t} + c = 3\sqrt{1+2\sin x} + c.$$

Используемые источники: [1],гл. 7, §4(2).

Содержание и порядок выполнения задания:

$$1.\int \frac{dx}{\sqrt{5x-2}}, \quad \int \cos 3x dx, \quad \int \sqrt[3]{\left(3x^2-1\right)^2}\, x dx.$$

$$2.\int \sin\left(\frac{\pi}{7}-x\right)dx, \quad \int \frac{\cos x dx}{4+3\sin x}, \quad \int \frac{x dx}{x^2+1}.$$

$$3.\int tgx dx, \quad \int x 2^{x^2} dx, \quad \int \frac{x dx}{\left(x^2+5\right)^4}.$$

$$4.\int \sqrt[5]{\left(2x^3-4\right)^3}\, x^2 dx, \quad \int \cos^4 x \sin x dx, \quad \int e^{\cos x} \sin x dx.$$

$$5.\int \frac{e^x dx}{3+e^x}, \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{2x^2-5}}, \quad \int \frac{t^2 dt}{\sqrt[5]{5-2t^3}}.$$

$$6.\int 3^{2+x^2} x dx, \quad \int ctgx dx, \quad \int \sqrt[4]{\left(2-\sin x\right)^3} \cos x dx.$$

$$7.\int \sqrt{2\sin x+1}\cos x dx, \quad \int \frac{\cos t dt}{\sqrt{1-2\sin t}}, \quad \int \frac{x^2 dx}{5-2x^3}.$$

$$8.\int \left(3x^3-4\right)^2 x^2 dx, \quad \int \frac{x^4 dx}{2x^5-4}, \quad \int \frac{\cos x dx}{\left(3\sin+1\right)^3}.$$

$$9.\int \frac{\sin t dt}{\left(2\cos t+3\right)^2}, \quad \int 5*3^{x2} x dx, \quad \int \frac{1}{2x-6}dx.$$

$$10.\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^5+4}}, \quad \int \sqrt{4+5\sin x}\cos x dx, \quad \int \frac{\ln x}{x} dx.$$

Выводы и предложения проделанной работы:

Содержание отчёта:

1. Наименование практического занятия.
2. Цель занятия.
3. Вариант задания.
4. Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список использованных источников.
6. Выводы и предложения.
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Какая функция называется первообразной для данной функции?
2. Что называется неопределённым интегралом?
3. Перечислить основные свойства неопределённого интеграла.
4. В чём заключается алгоритм интегрирования подстановкой?

Практическое занятие №8 Вычисление простейших определенных интегралов

Показать значение изучаемого материала, его связь с ранее пройденным. Формула Ньютона- Лейбница позволяет сравнительно легко вычислять широкий круг интегралов, но не является универсальной. Формула Ньютона- Лейбница позволяет вычислять определенные интегралы без интегральных сумм и предельного перехода, если известна хотя бы одна первообразная подынтегральной функции, т.е. она показывает связь определенного и неопределенного интеграла. Кроме того, формула Ньютона – Лейбница сокращает вычисления и расширяет возможности применения определенного интеграла. Благодаря этой формуле стало возможным решение многих задач геометрии, механики, физики, астрономии и других наук единым методом.

Цель занятия:

Закрепить основные свойства определенного интеграла, геометрической интерпретации. Научить использовать основные свойства определенного интеграла и формулу Ньютона – Лейбница в процессе вычисления определенных интегралов

Исходные материалы и данные:

1. Таблица «Правила и формулы интегрирования»
2. Карточки – задания

Вариант 1

$$\int_2^7 \frac{dx}{x^2}$$

$$\int_0^1 \sqrt[3]{x^2 dx}$$

$$\int_1^4 (3-2x)dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\int_2^8 \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

Вариант 2

$$\int_{-2}^5 x^2 dx$$

$$\int_0^{\pi} (\sin x - 3\cos x - x)dx$$

$$\int_0^1 (x^2+1)dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} 5\sin x dx$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

Вариант 3

$$\int_0^1 (2x^2-5x-7)dx$$

$$\int_{-1}^0 (x^2+2x)dx$$

$$\int_0^1 (2\sqrt{x}+5)dx$$

$$\int_1^8 \frac{2x^2+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$\int_1^4 \sqrt[3]{x}\ dx$$

Вариант 4

$$\int_{-1}^0 x^3\ dx$$

$$\int_0^1 e^x\ dx$$

$$\int_1^2 \left(3x-\frac{1}{2}x^2+1\right) dx$$

$$\int_0^{\pi} (\cos x + 2\sin x)\ dx$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\ dx$$

$$\int_0^2 \left(3x^2 + x - 1\right) dx$$

$$\int_1^2 \frac{x + 2x^2}{x}\, dx$$

$$\int_0^1 3x^5\, dx$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{4x^2}$$

$$\int_1^0 \left(e^x + 4x^2\right) dx$$

3. Основные свойства определенного интеграла

$$\int_a^в f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b (f(x) \pm \phi(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b \phi(x)dx$$

$$\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$$

Используемые источники: [2, глава 3, §9,10, п.1]

Содержание и порядок выполнение работы:

1) $\int_2^3 3x^2 dx$ (ответ 19)

2) $\int_0^8 \left(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 1\right)$ (ответ -6)

3) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos x + \frac{1}{\sin^2 x}\right)$ (ответ 0,5+$\sqrt{3}$)

4) $\int_1^2 \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^5} dx$ (ответ -19/8)

5) Вычислить среднее значение функции $f(x) = \sin^2 x$ на отрезке $[0;\pi]$

Содержание отчёта:

Наименование практического занятия

Цель занятия

Вариант занятия

Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения занятия»

Список используемых источников
Выводы и предложения
Дата и подписи курсантов и преподавателей.

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется определённым интегралом?
2. Основные свойства определенного интеграла.
3. Написать формулу определённого интеграла. (Формула Ньютона – Лейбница)
4. Теорема о среднем.
5. От чего зависит числовое значение определённого интеграла?
6. В чём заключается разница между определённым и неопределённым интегралами?
7. Чему равна разность интегралов $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b f(x)dx$?

Практическое занятие №9 Вычисление площадей плоских фигур

Понятие определённого интеграла является одним из основных понятий математики. Понятие интеграла и интегрального исчисления возникло из потребностей вычисления площади. Любых фигур, площади поверхностей и объёмы произвольных тел.

Геометрический смысл определённого интеграла лежит в основе его применения к вычислению площадей плоских фигур. Способ вычисления площади, о котором пойдёт речь, уходит корнями в глубокую древность. Ещё в 3 в. до н.э. великий Архимед вычисляя площадь параболического сегмента с помощью изобретённого им «Метода исчерпывания» который через 2000 лет был преобразован в метод интегрирования. Простейшими фигурами, площади которых мы научимся вычислять, являются криволинейные трапеции. Интеграл – это площадь. Если мы научимся вычислять площади, то сумеем вычислять и интегралы, а тем самым и многие физические величины.

Цель занятия:

Научить вычислять площади плоских фигур с помощью определённого интеграла.

Исходные материалы и данные:

1. Таблица «Основные правила и формулы интегрирования».
2. Основные случаи расположения плоской фигуры и соответствующие формулы площадей.

Используемые источники: [3, гл. 9 § 52]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Варианты заданий:

Найдите площади фигур, ограниченные линиями:

1) $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$ и $y = x^2 + 1$
2) $y = 0$ и $y = 1 - x^2$
3) $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ и $y = x^2 + 1$
4) $y = x - 2$ и $y = x^2 – x - 5$
5) $y = 6 – x^2$ и $y = x^2 + x – 4$
6) $y = 2 – x$ и $y = - x^2 + 4$

7) $y = \sin x$, $x = \pi/4$, $x = \pi$ и $y = 0$
8) $y = x + 4$ и $y = x^2 + 2$
9) $y = 0$ и $y = - x^2 + 3x$
10) $x = 1$, $x =3$, $y = 1/x$ и $y = x^2 + 1$
11) $y = 0$ и $y = - x^2 – 2x$
12) $x = -1$, $x =1$, $y = 2^x$ и $y = 0$
13) $y = 0$ и $y =4 - x^2$ $(x \geq 0)$
14) $x = 0$, $x = -2$, $y = 0$ и $y = 9 - x^2$
15) $y = 0$ и $y = x^2 – 4$ $(x \geq 0)$
16) $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^2$
17) $y =\sqrt[4]{x}$ и $y = x^3$
18) $y = x^2 - x$ и $y = x - x^2$
19) $y = \sin x$, $y = 3/\pi$ $(x \geq 0)$
20) $y = 2^x – 1$, $y = \sqrt{x}$

2. Примерный алгоритм решения задачи на вычисление площади плоской фигуры.

1) Сделать схематический чертёж графиков заданных функций, ограничивающих площадь плоской фигуры.
2) Найти пределы интегрирования.
3) Выяснить, какой формулой площади плоской фигуры удобно пользоваться в данном случае.
4) Вычислить площадь заданной фигуры.

Решить задачи типа:

1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$, $x = - 1$, $x = 1$, $y = 0$
(Ответ: $S = 0,5$ ед^2)
2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 – 4x$ и $y = 0$
(Ответ: $S = 10\frac{2}{3}$ ед.)
3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \cos x$, $y = 0$, $x = -\frac{5}{6}\pi$, $x = \pi$
(Ответ: 4,5 ед^2.)
4) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x + 3$ и $y = x^2 + 1$
(Ответ: $S = 4,5$ ед^2.)

Содержание отчёта:

Наименование практического занятия
Цель занятия
Вариант задания
Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
Список используемых источников
Выводы и предложения
Дата и подписи курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Дать понятия определённого интеграла.
2. Записать основную формулу интегрального исчисления Ньютона – Лейбница.

3. Дать понятие криволинейной трапеции.
4. В чём заключается геометрический смысл предложения интеграла?
5. Как найти площадь криволинейной трапеции?

Дифференциальные уравнения
Практическое занятие № 10 Решение дифференциальных уравнений

Многие явления природы и техники описываются дифференциальными уравнениями, связывающими неизвестные величины и их производные. Вывод дифференциальных уравнений основан на знание законов изучаемых явлений.

Возникнув в 16 в. на базе задач механики и физики, теория дифференциальных уравнений как самостоятельная дисциплина сложилось к концу 18 в. В настоящие время теория дифференциальных уравнений продолжает развиваться и является одной из важнейших частей математики. Математический анализ позволил записать в виде дифференциальных уравнений различные законы и явления.

Цель занятия:

Закрепить у курсантов навыки решения дифференциальных уравнений проверить и оценить степень усвоения знаний и умений и навыков.

Исходные материалы и данные:

1. Таблица и правила дифференцирования.
2. Таблица и правила интегрирования
3. Алгоритмы решения дифференциальных уравнений 1го порядка с разделяющимися переменными:

а) Производную функции переписать через ее дифференциалы;

б) Члены уравнения с одинаковыми дифференциальными перенести в одну сторону равенства и вынесите дифференциалы за скобку;

в) Разделить переменные;

г) Проинтегрировать обе части равенства, найти общее решение;

д) Если заданы начальные условия, найти частное решение.

Решить уравнения:

1) $2(xy + y) = x \cdot y'$ $\quad (\ln y = 2(x + \ln x) + c)$
2) $(y - x^2 y)\, y' + (x + xy^2) = 0$ $\quad (y^2 = c(1 - x^2) - 1)$
3) $xdx + ydy = 0$ $\quad (x^2 + y^2 = 2 \cdot c)$
4) $y' - (1 + y^2) = 0$ $\quad (y = tg\,(x + c))$

2) Линейных дифференциальных уравнений 1го порядка.

1.Определить вид линейного дифференциального уравнения 1го порядка

а) $y' + p(x)\, y = q(x)$

б) $y' = ky + b$, где k, b – const

2. Ввести подстановку:

$y = u \cdot v$

для а)

$dy/dx = u \cdot dv/dx + v \cdot (du/dx)$

Данное уравнение принимает вид:

$U \cdot (dv/dx) + v \cdot (dv/dx) + p(x) u \cdot v = q(x)$

для б)

Записать общие решения в виде

$Y = c^* e^{kx} - b/k$

3.Сгруппировать члены уравнения так, чтобы U вынести за скобки:

$v \cdot (du/dx) + u\,(dv/dx + p(x)\, v) = q(x)$ находим функцию $u(x,c)$

4.Получаем общее решение:

$y = v(x) \cdot u(x;c)$

Решить уравнения:

1. $y' = y/x - 1$ $\left(y = x \cdot \ln\left|\frac{c}{x}\right|\right)$

2. $y' - 2y/x + 1 = (x+1)^2$ $\left(y = 1/2\,(x+1)^4 + 1/2 \cdot c\,(x+1)^2\right)$

3. $y' - 2y + 3 = 0$, если $y = 1$ при $x = 0$ $\left(y = \frac{3 - e^{2x}}{2}\right)$

3) Линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

1.Записать дифференциальное уравнение в виде:

$y'' + py' + qy = 0$

2.Составить его характеристическое уравнение:

$k^2 + pk + q = 0$

3.Вычислить дискриминант:

$Д = p^2 - 4q$

а) Д > 0, следовательно, характеристическое уравнение имеет два различных корня k_1 и k_2.

Общее решение дифференциального уравнения выражается в виде: y= $c_1e^{k_1x} + c_2e^{k_2x}$

б) Д=0 ,следовательно, характеристическое уравнение имеет два равных корня $k_1 = k_2 = k$.

Общее решение дифференциального уравнения выражается в виде: $y = c_1e^{k_1x} + c_2x \cdot e^{kx}$

в) Д<0, следовательно, характеристическое уравнение имеет комплексные корни:

$k_{1,2} = a \pm bi$.

Общее решение дифференциального уравнения выражается в виде:

$y = e^{ax}(C_1\cos bx + C_2\sin bx)$

Решить уравнения:

1. $y'' + 4y' + 3y = 0$ $(y = C_1e^{-x} + C_2e^{-3x})$
2. $y'' + 2y' + 2y = 0$ $(y = e^{-x}(C_1\cos x + C_2\sin x))$
3. $y'' + 2y' + y = 0$ $(y = C_1e^{x} + C_2xe^{x})$
4. $y'' + 4y' + 7y = 0$ $y = 1$ $y' = 1$ $(y = e^{-2x}(\cos\sqrt{3}\,x + \sqrt{3}\sin\sqrt{3}\,x)$
   $x = 0$ $x' = 0$
5. $S'' = 12t - 2$ $t = 1$ $S = 4$ $(S = 2t^3 - t^2 - 2t + 5)$
   $S' = 2$

4) Раздаточный материал:

Карточки – задания к самостоятельной работе.

1 Вариант

1) $(1-x)\,dy - (y-1)dx = 0$, если $y = 3$ при $x = 2$;

2) $y' - y + 4 = 0$, если $y = 5$ при $x = 0$;

3) $y'' + 2y' - 8y = 0$, если $y = 4$, $y' = 10$ при $x = 0$;

4) $s'' = 12t + 4$, если $s = 1$, $s' = 4$ при $t = 1$

5) $xy' + y = 3,\ \textit{если}\ y = 0\ \textit{при}\ x = 1;$

6) $(1 + x^2)y' - xy = 2x,\ \textit{если}\ y = 0\ \textit{при}\ x = 0;$

2 Вариант

1) 2(x + 1) dy = ydx, если y = 2 при x = 1
2) y´ - 2y – 4 = 0, если y =2 при x = 0
3) y´´ + y´ – 6y = 0, если y = 0, y´= 10 при x = 0
4) s’’=4t, если s=1, s’=2 при t=1
5) $xy'-3y = x^4e^x$, *если* $y = e$ *при* $x = 1$;
6) $y'\sin x - y\cos x = 1$, *если* $y = 1$ *при* $x = \frac{\pi}{2}$;

3 Вариант
1) $(x^2 + 1)$ dy = xy * dx, если y = 2 при x =√3
2) y´ + 4y – 6 = 0, если y = ½ при x = 0
3) y´´ + 2 y´ - 8y = 0, если y = 4, y´ = - 4 при x = 0
4) s´´ = 6t – 4, если s = 5, s´ = 6 при t = 2
5) $xy'+y = x+1$, *если* $y = 3$ *при* $x = 2$;
6) $xy'-2y = x^3e^x$, *если* $y = 0$ *при* $x = 1$;

4 Вариант
1) y´ $\cos^2$ x lny = y, если y = 1 при x = п
2) y´´ - 4 y´ + 13 y = 0, если y =1, y´ = 5 при x = 0
3) y´´ -1 = 0, если y = 0, y´ = 0 при x = 0
4) y´ + y = 1/e^x ,если y = 5 при x = 0
5) $y'-ytgx = \frac{1}{\cos x}$, *если* $y = 0$ *при* $x = 0$;
6) $x^3y'+3x^2y = 2$, *если* $y = 1$ *при* $x = 1$;

5 Вариант
1) (x + 3)dy – (y + 2)dx = 0, если y = 3 при x = 2
2) y´ + 2y +4 = 0, если y = 5 при x = 0
3) s´´ = 12t, если s = 4, s´ = 2 при t = 1
4) y´´ + y´ - 6y = 0, если y = 3, y´ = 1 при x = 0
5) $y' = 2y - 3$, *если* $y = 1$ *при* $x = 0$;
6) $xy'-x = 1-y$, *если* $y = 3$ *при* $x = 2$

Используемые источники: [3 гл. 10]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Решение дифференциальных уравнений с разделёнными и разделяющимися переменными.
2. Решение линейных дифференциальных уравнений 1 – го порядка.
3. Решение однородных дифференциальных уравнений 2 – го порядка с постоянными коэффициентами.
4. Решение неполных дифференциальных уравнений 2 – го порядка.
5. Нацелить курсантов на добросовестное и качественное решение и оформление предложенной работы.
6. Необходимо подчеркнуть, что важную роль по углублению и повышению прочности знаний играет систематическая работа.

Выводы и предложения:

1. В результате выполнения указанных заданий выписать полученные ответы.
2. Проверить и оценить степень усвоения знаний, умений и навыков.

Содержание отчёта:

Наименование практического занятия.

Цели занятия.

Варианты задания.

Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения работы».

Список использованных источников.

Выводы и предложения.

Дата и подписи курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Что называют дифференциальным уравнением?
2. Как можно определить порядок дифференциального уравнения?
3. Сколько постоянных интегрирования имеет дифференциальное уравнение 1-го порядка? II-го порядка?
4. Можно ли проверить правильность решения дифференциального уравнения?
5. Как это сделать?
6. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического?
7. Каков геометрический смысл задачи Коши?
8. Чем отличается уравнение с разделёнными переменными от уравнения с разделяющимися переменными?
9. Как разделяют переменные?
10. В какой последовательности решают дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными?
11. Что значит решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка?
12. Какие из следующих уравнений являются:

a) Линейными дифференциальными уравнениями первого порядка?

b) дифференциальными уравнениями второго порядка?

1) $y'' - 3y = 5$
2) $y^2 - 3y' - 1 = 0$
3) $y' - 3(x^3 + 1)y = 1/x$
4) $y' - Y = 0$
5) $y^2 - y\,x + 1 = 0$

Тема 1.4 Числовые ряды
Практическое занятие №11 Определение сходимости рядов по признаку Даламбера

Цель занятия:

Научить определять сходимость числовых рядов и разлагать элементарные функции в ряд Маклорена.

Исходные материалы и данные:

1. Таблица и правила дифференцирования
2. Таблица и правила интегрирования
3. Сходимость числового ряда.

Пусть все члены ряда: $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n+\ldots$ положительны и пусть при неограниченном возрастании n предел отношения $(n+1)^{го}$ слагаемого к n-му существует и равен l,

в таком случае:

Если l<1, то ряд сходится

Если l>1, то ряд расходится

Если l=1, то признак определённого ответа не даёт, т.к. в этом случае одни ряды сходятся, а другие расходятся

4. Пример.

Установить сходимость ряда по признаку Даламбера:

$\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\ldots+\frac{2n-1}{2^n}+\ldots$

Алгоритм решения:

1) Записывают: $a_n=\frac{2n-1}{2^n}$ и находят $a_{n+1}=\frac{2n+1}{2^{n+1}}$

2) Находят отношения (n+1)- го члена к n – ому: $\frac{a_{n|+1}}{a_n}=\frac{(2n+1)\cdot 2^n}{2^{n+1}(2n-1)}=\frac{2n+1}{2(2n-1)}$

3) Находят предел этого отношения при: n→∞

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2n+1}{2(2n-1)}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{2+\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{1}{2}\frac{\lim\limits_{n\to\infty}2+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}{\lim\limits_{n\to\infty}2-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}=\frac{1}{2}\quad т.к.\lim_{n\to\infty}2=2, а\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$$

4) Сравнивают полученный результат с 1: $\frac{1}{2}\langle 1$, т.е. ряд сходится.

5) Разложение функции в степенные ряды.

Ряд Маклорена: $f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+\ldots$

6) Ряд Маклорена для некоторых элементарных функций:

$a)\,e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$

$b)\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots+\ldots$

$c)\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots$

6) Раздаточный материал.

I вариант	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^2}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n n\cdot 0{,}9^n$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию $\cos(\frac{x}{2})$.
II вариант	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\frac{1}{n\cdot 3^n}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{4n-1}\right)^n$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию sin7x.
III вариант	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\frac{n!}{3^n}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{n+1}\right)^2$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию cos5x.

IV вариант	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n^3}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n n^2\cdot 0{,}7^n$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию $e^{\frac{x}{2}}$.

Используемые источники: [3, гл.12]

Содержание и порядок выполнения работы:
Используя признак Даламбера, установить сходность числового ряда.

Выводы и предложения:
В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержание отчета:
Наименование практического занятия
Цель занятия
Вариант задания
Отчет о выполнение
Список использованных источников
Выводы и предложения
Дата и подписи курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:
1. Что называется бесконечным рядом?
2. Что такое частичная сумма ряда?
3. Какие ряды называются сходящимися?
4. Какие ряды называются расходящимися?
5. В чём состоит признак Даламбера?
6. Какой ряд называется знакочередующимся?
7. Какой ряд называется степенным?
8. Какой вид имеет ряд Маклорена?
9. Всякую ли функцию можно разложить в ряд Маклорена?

Практическое занятие №12 Применение степенных рядов к выполнению пределов и определённых интегралов

Числовые ряды находят широкое применение в электротехнике, радиотехнике и других дисциплинах. Подчеркнуть, какие общие закономерности, теоретические положения и основные идеи нужно повторить и систематизировать на практическом занятии.

Цель занятия:
Научить применению степенных рядов к вычислению пределов и определенных интегралов.

Исходные материалы и данные:
1. Таблица и правила дифференцирования
2. Таблица и правила интегрирования
3. Предел и правила нахождения пределов

4. Вычислить:

$$\lim_{x\to0}\frac{2e^x-2-2x-x^2}{x-\sin x}=\lim_{x\to0}\frac{2\left(1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\dots\right)-2-2x-x^2}{x-\left(x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\dots\right)}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{x^3}{3!}+\frac{2x^4}{4!}+\dots}{\frac{x^3}{3!}-\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}-}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{x^3\left(\frac{1}{3!}+\frac{x}{3\cdot4}+\dots\right)}{x^3\left(\frac{1}{3!}-\frac{x^2}{5!}+\frac{x^4}{7!}-\dots\right)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{3!}{1}=2$$

5. $$\int_0^{\frac14}e^{-x^2}dx=\int_0^{\frac14}\left(1-x^2+\frac{x^4}{2},-\frac{x^6}{3},+\dots\right)dx=\int_0^{\frac14}dx-\int_0^{\frac14}x^2dx+\frac{1}{2!}\int_0^{\frac14}x^4dx-\frac{1}{3!}\int_0^{\frac14}x^6dx+\dots=$$

$$=\left(x-\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2!}\cdot\frac{x^5}{5}-\frac{1}{3!}\cdot\frac{x^7}{7}+\dots\right)\Big|_0^{\frac14}=\frac14-\frac{1}{4^3\cdot3}+\frac{1}{2\cdot4^5\cdot5}-\dots\approx0{,}2448$$

6. Раздаточный материал:
Карточки-задания (прилагаются).
7. Вычислительные средства: микрокалькуляторы.

Содержание и порядок выполнения задания:
1. Используя разложения функций в ряд Маклорена, выполнить задания
2. Ответы выделить и пояснить

Выводы и предложения:

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержание отчета:

Наименование практического занятия.
Цель занятия.
Варианты задания.
Отчёт о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения работы».
Список используемых источников.
Выводы и предложения.
Дата и подписи курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:
1. Что называется бесконечным рядом?
2. Что такое частичная сумма ряда?
3. Какие ряды называются сходящимися
4. Какие ряды называются расходящимися?
5. В чём состоит признак Даламбера?
6. Какой ряд называется знакочередующимся?
7. Какой ряд называется степенным?
8. Какой вид имеет ряд Маклорена?
9. Всякую ли функцию можно разложить в ряд Маклорена?

2 ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИТИКИ
Тема 2.1 Элементы комбинаторики
Практическое занятие №13 Решение комбинаторных задач и упражнений

Комбинаторными задачами называют задачи, в которых требуется определить число возможных вариантов того или иного события. Область математики, изучающую методы решения комбинаторных задач называют комбинаторикой. Показать значимость комбинаторики как для математики, так и для других отраслей науки и техники.

Этот раздел математики имеет большое значение в теории вероятностей, теории управляющих систем, вычислительных машинах и во многих других разделах науки и техники.

Цель занятия:

Научить решать комбинаторные задачи и упражнения.

Курсант должен

знать:

- Основные понятия и определения комбинаторики; формулы числа перестановок, размещений, сочетаний.

уметь:

- Вычислять перестановки, размещения, сочетания.

Исходные материалы и данные:

1. Понятие факториала, т.е. произведение первых n натуральных чисел.

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ (читается «n- факториал»)

Например: $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ $\quad 1! = 1$

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

Принято считать: $0! = 1$

2. Понятия комбинаторики:

а) Перестановки, обозначения, формулы числа перестановок: $P_n = n!$

б) Сочетания, обозначение, формулы числа сочетаний $C_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!\,m!}$,

$0 \le m \le n$

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m}$$

в) Размещения, обозначение, формулы числа размещений:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\ldots(n-(m-1))$$

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

3.Вычислить: $A_5^3, C_{12}^3,\ P_4$

4.Вычислительные средства: калькуляторы

5. Карточки- задания.

Варианты заданий:

Вариант 1 Вариант 2

1.Сократить дробь: $\frac{n!}{(n-1)!}$

2. Выполнить действия: $\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n-1)!}$

3. Решить уравнения:

а) 6P$_x$ = P$_{x+2}$

б) $A_n^3=\frac{1}{2}A_n^4$

4. Вычислить:

а) $\frac{P_4}{P_8}\cdot A_5^4=$

б) $C_8^6\cdot P_2=$

1.Сократить дробь: $\frac{2k(2k-1)!}{(2k)!}$

2. Выполнить действия: $\frac{1}{(k-1)!}-\frac{1}{k!}$

3. Решить уравнения:

а) $A_{2x}^3=100\cdot A_x^2$

б) $C_x^4=\frac{15A_x^2}{4}$

4. Вычислить:

а) $\frac{P_5}{P_9}\cdot A_9^5=$

б) $C_{10}^7\cdot P_3=$

Вариант 3

1. Сократить дробь: $\frac{A_{n+1}^3}{A_n^2}=$

2. Найдите: $A_8^6-P_4=$

3.Решить уравнение:

$C_x^3\div C_x^5=2\div 3$

4.Вычислить:

а) $\frac{P_{20}}{A_{20}^{15}}-\frac{A_{20}^5}{C_{20}^5}=$

б) $C_5^3C_4^2+C_4^2C_3^1=$

Вариант 4

1. Сократить дробь: $\frac{A_{n+1}^3}{A_{n+1}^2}=$

2. Найдите: $A_7^5-P_5=$

3.Решить уравнение:

$\frac{P_{x+2}}{A_x^5\cdot P_{x-5}}=90$

4.Вычислить:

а) $\frac{P_{14}}{A_{14}^{10}}-\frac{A_{14}^4}{C_{14}^4}=$

б) $C_6^4C_5^3-C_5^3C_4^2=$

Вариант 5

1. Сократить дробь: $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}$

2. Выполнить действия: $\frac{A_n^3}{P_3}-C_n^{n-3}$

3. Решить уравнение: $\frac{A_{x+1}^4\cdot P_{x-4}}{P_{x-1}}=15$

4. Вычислить: а) $\frac{A_{15}^5-A_{14}^5}{C_{14}^4}=$ б) $\frac{A_8^4}{P_5}-C_{14}^{13}=$

Используемые источники: [3,гл.11,§69]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. По выбранному варианту выполнить предложенные задания.
2. Решить каждое из заданий, применив нужную формулу.
3. Выделить полученные ответы.

Выводы и предложения:

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержание отчета:

Наименование практического занятия

Цель занятия

Вариант задания

Отчет о выполнении на каждый этап раздела “Содержание и порядок выполнения работы”

Список использованных источников

Выводы и предложения

Дата и подписи курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1.Что называется размещением?

2.Что называется перестановками?

3.Что называется сочетаниями?

4.Напишите формулы для нахождения числа размещений, перестановок, сочетаний.

5.Сформулируйте основное свойство сочетаний.

6.Сформулируйте правила суммы и произведения.

7.Вычислить: $P_6, A_{12}^4, C_{18}^{15}$.

8.Сколько различных трехзначных чисел можно написать посредством девяти цифр?

9.Сколько двухзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 5, 8, 9?

10.Сколькими способами могут разместиться вокруг стола пять человек?

3. ОСНОВНЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ
Тема 3.1 Решение систем уравнений
Практическое занятие №14 Решение систем уравнений

Кратко рассказать курсантам об истории развития уравнения. Уже около 4000лет назад вавилонские ученые владели решением квадратного уравнения и решали системы 2-х уравнений. Указать курсантам, зачем нужно изучать данную систему, ее значение в математике, необходимость для других дисциплин. Отметить, что большинство задач, решаемых методами элементарной математики, приводятся к решению уравнений той или иной степени. Материалы данного занятия помогут разобраться в решении задач линейного программирования и повысить математическую культуру курсантов.

Цель занятия:

Научить курсантов вычислять определители II, III порядков и решать системы $3^х$ линейных уравнений с 3-мя переменными с помощью определителей.

Исходные данные и материалы:

3. Микрокалькуляторы

4. Алгоритм решения систем линейных уравнений по формулам Крамера.

а) записать формулы Крамера ($x=\Delta x/\Delta$, $y=\Delta y/\Delta$, $z=\Delta z/\Delta$);

б) составить и вычислить главный определитель: Δ;

в) составить и вычислить дополнительные определители Δx, Δy, Δz;
г) вычислить x и y по формулам Крамера x=Δx/Δ, y=Δy/Δ, z=Δz/Δ

3. Решить системы уравнений:

а) $\begin{cases} 3x+4y+2z=5 \\ 5x-6y-4z=-3 \\ -4x+5y-3z=1 \end{cases}$ ответ: (1; -2; 5)

b) $\begin{cases} x-2y+3z=3 \\ 3x+y-6z=-7 \\ 9x-2y-z=3 \end{cases}$ ответ: (1; 2; 2)

5. Карточки-задания:

Вариант № 1

1. $\begin{cases} x-2y-2z=3 \\ x+y-2z=0 \\ x-y-z=1 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x+y-5z=-6 \\ 2x-3y+4z=-4 \\ 5x-y+3z=-4 \end{cases}$

Вариант № 2

1. $\begin{cases} 2x+3y+4z=7 \\ 3x+4y-z=-4 \\ 4x+5y-2z=7 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x-5y+3z=1 \\ 2x+7y-z=8 \end{cases}$

Вариант № 3

1. $\begin{cases} 7x+5y+2z=18 \\ x-y-z=3 \\ x+y+2z=-2 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 11x+3y-z=2 \\ 2x+5y-5z=0 \\ x+y+z=2 \end{cases}$

Вариант № 4

1. $\begin{cases} x-2y+3z=6 \\ 2x+3y-4z=16 \\ 3x-2y-5z=12 \end{cases}$ 2. $\begin{matrix} 2x-y+3z=7 \\ x+3y-2z=0 \\ 2y-z=2 \end{matrix}$

Вариант № 5

1. $\begin{cases} x+5y+z=-7 \\ 2x-y-z=0 \\ x-2y-z=2 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ x+y+z=6 \\ 3x-y+z=4 \end{cases}$

Используемые источники: [3]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Выполнить решения заданий согласно предложенному алгоритму.
2. Ответы проверить, используя калькулятор.

Выводы и предложения проделанной работы:

Содержание отчета
Наименование практического занятия
Цель занятия

Вариант задания

Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения работы»

Список использованных источников

Дата и подписи курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Определение уравнения, корня уравнения
2. Что значит решить уравнение?
3. Что такое область определения уравнения?
4. Какие уравнения называют равносильными? Какие преобразования приводят к данному виду уравнений?
5. Дать геометрическую интерпретацию линейного уравнения с одной переменной, с двумя переменными.
6. Способы решения систем линейных уравнений с двумя переменными.
7. Определители II, III порядков, их свойства.
8. Решение систем линейных уравнений с двумя, тремя переменными методом Крамера.

Тема 3.2 Комплексные числа
Практическое занятие №15 Решение упражнений над комплексными числами

Овладение навыками вычислений над комплексными числами является основным мотивом познавательной деятельности курсантов. Обратить внимание курсантов, что помимо алгебраической формы комплексного числа, существуют еще и другие его формы: тригонометрическая и показательная, которые во многих случаях оказываются более удобными, чем алгебраическая. Отметить, что в технических приложениях широко используется именно показательная форма. Она играет важную роль в таких дисциплинах, как электротехника, радиотехника, гидродинамика и др.

Цель занятия:

Курсанты должны

знать: основные действия над комплексными числами.

уметь: применять все три формы комплексного числа при решении упражнений.

Исходные материалы и данные:

1. Сравнительная таблица изученного материала

Действия	Алгебраическая форма	Тригонометрическая форма	Показательная форма

Курсанты составляют сравнительную таблицу типа миниконспекта. Эта таблица является наглядной моделью систематизации практических целей обучения и дает возможность курсантам ориентироваться в полученных знаниях.

В таблицу можно добавить еще два столбца: геометрическая интерпретация и частные случаи действия. В этом случае в таблицу войдут почти все сведения о комплексных числах, которые необходимы курсантам в процессе выполнения практических вычислений. Данная таблица позволяет провести анализ действий над комплексными числами в зависимости от формы записи, в которых они заданы. Анализируя таблицу, полезно отметить некоторые особенности действий.

2. Переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной можно осуществить с помощью микрокалькуляторов.

3. Решить примеры:

а) $\dfrac{(1-i)^5 \cdot i}{2e^{i\cdot\frac{\pi}{4}}} =$

ответ: $-2\sqrt{2}$

б) $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)e^{-i\cdot\frac{3}{4}\pi}$

ответ: -1

в) $\dfrac{e^{i\frac{2}{3}\pi}}{(-1+i\sqrt{3})^5} =$

ответ: $\dfrac{1}{32}$

4. Карточки-задания (прилагаются)

Использованные источники: [3]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Перевести из алгебраической формы в тригонометрическую и показательную.
2. Перевести в алгебраическую форму.
3. Найти все значения корня и записать результат в алгебраической форме.

Выводы и предложения:

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий.

Содержание отчета:

Наименование практического занятия

Цель занятия

Вариант задания

Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения работы»

Список используемых источников

Выводы и предложения

Дата и подписи курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Определение комплексного числа, модуля комплексного числа.
2. Определение алгебраической формы комплексного числа.
3. Определение тригонометрической формы комплексного числа.
4. Правила перехода от алгебраической формы комплексного числа в тригонометрическую.
5. Переход от тригонометрической формы комплексного числа к

алгебраической.

6. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
7. Переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной и обратно.

Тема 3.3 Численное интегрирование
Практическое занятие №16 Вычисление интегралов по формулам прямоугольников и трапеций

Довольно узкий класс интегралов является неберущихся, поэтому для их нахождения прибегают к методу приближенного вычисления. Приближенные методы вычисления определенного интеграла в большинстве основаны на том, что определенный интеграл численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной кривой y = f(x), сегментом [а; в] оси ОХ и вертикальными прямыми, проведенными через точки x = a и x = в. Благодаря этому задача о приближенном вычислении интеграла равносильна задаче о приближенном вычислении площади криволинейной трапеции.

Цель занятия:

Уметь вычислять интегралы по формулам трапеций и прямоугольников. Знать способы представления функции в виде прямоугольников и трапеций.

Исходные материалы и данные:

1. Геометрический смысл определенного интеграла.
2. Истолковывая определенный интеграл $\int_a^в f$ (x)dx как площадь некоторой фигуры, ограниченной кривой y = f(x), мы ставим перед собой задачу от определении этой площади [см. стр. 154]. Для примера возьмем известный нам интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ $=\frac{\pi}{4}$ = 0,785398… и применим к нему обе приближенные формулы, беря n=10
3. Метод трапеций $\int_c^в ydx \approx \frac{в-a}{n}\left(\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+....+y_{n-1}\right)$
4. Метод прямоугольников

$$\int_a^в ydx \approx \frac{в-a}{n}\left(y_0+y_1+y_2+...+y_{n-1}\right) \text{ (с недостатком)}$$

$$\int_a^в ydx \approx \frac{в-a}{n}\left(y_1+y_2+y_3+...+y_n\right) \text{ (с избытком)}$$

5. Пример: $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \approx arctg.x\Big|_0^1$ = 0,78540

при: n=10

1) Таблица значений

x_i	x_i^2	$1+x_i^2$	$\frac{1}{1+x_i^2}$	
0	0	1	1	y_0
0.1	0.01	1.01	0.990099	y_1
0.2	0.024	1.04	0.9615385	y_2
0.3	0.09	1.09	0.9174321	y_3
0.4	0.16	1.16	0.862069	y_4
0.5	0.25	1.25	0.8	y_5
0.6	0.36	1.36	0.7352941	y_6
0.7	0.49	1.49	0.6711409	y_7
0.8	0.64	1.61	0.6097561	y_8
0.9	0.81	1.81	0.5524862	y_9
1	1	2	0.5	y_{10}

По формуле трапеций:

$$S - \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = 0{,}1\left(\frac{1.5}{2} + 7{,}0998\right) = 0{,}78498$$

По формуле прямоугольников:

$$S_1 \approx \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \approx 0{,}1(1 + 0{,}990099 + 0{,}615385 + \ldots. + 0{,}5524862) \approx 0.8099815$$

(с недостатком)

$$S_2 \approx \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \approx 0{,}1(0{,}990099 + 0{,}9615385 + \ldots + 0{,}5) \approx 0{,}7599815$$

(с избытком)

$$S = \frac{S_1 + S_2}{2} = 0{,}78562$$

6. Вычислить по формуле прямоугольников:

$$1.\int_0^{2\pi} x\sin x dx,\ \ \text{при}\ n=12,$$

$$2.\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}\ ,\text{при}\ n=10,$$

$$3.\int_1^2 \frac{dx}{x}\ ,\text{при}\ n=10,$$

$$4.\int_0^{10} (3x^2+2x+2)dx,\ \text{при}\ n=10,$$

$$5.\int_0^1 e^x dx,\ \ \text{при}\ n=8,$$

Вычислить по формуле трапеций

$$6.\int_0^1 \frac{dx}{x}\ \ ,\text{при}\ n=10,$$

$$7.\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{x}dx,\ \ \text{при}\ n=5,$$

$$8.\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{x+5}},\ \ \text{при}\ n=5,$$

$$9.\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx,\ \ \text{при}\ n=10,$$

$$10.\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+4}},\ \ \text{при}\ n=5,$$

Используемые источники: [3]

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Найти значения интеграла и получить ответ
2. Составить таблицу значений
3. Вычислить методом трапеций
4. Вычислить методом прямоугольников
5. Сравнить ответы

Выводы и предложения:

В результате проделанной работы высказать свои соображения по решению заданий

Содержание отчета:

Наименования практического занятия

Цель занятия

Вариант задания

Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения работы»

Список используемых источников
Выводы и предложения
Дата и подписи курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Геометрический смысл определения интеграла
2. Какой способ используют для нахождения определенного интеграла, если первообразная не может быть найдена?
3. Какие приближенные методы интегрирования знаете?
4. В чем заключается метод трапеций?
5. В чем заключается метод прямоугольников?

Список использованных источников

Основные печатные издания

1. Богомолов, Н. В. Математика [Электронный ресурс] : учебник для сред. проф. образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. - 5-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023
2. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике [Электронный ресурс] : в 2 ч.: учеб. пособие для СПО . Ч. 1 / Н. В. Богомолов. - 11-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023
3. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике [Электронный ресурс] : в 2 ч.: учеб. пособие для СПО . Ч. 2 / Н. В. Богомолов. - 11-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023
4. Богомолов, Н. В. Математика [Текст] : учебник для сред. проф. образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. - 5-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023
5. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике [Текст] : в 2-х ч.; учебное пособие для сред. проф. образования. Ч. 1 / Н. В. Богомолов. - 11-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023
6. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике [Текст] : в 2-х ч.; учебное пособие для сред. проф. образования. Ч. 2 / Н. В. Богомолов. - 11-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2023

Основные электронные издания

1. ЭБС «Book.ru», https://www.book.ru
2. ЭБС « ЮРАЙТ»https://www.biblio-online.ru
3. ЭБС «Академия», https://www.academia-moscow.ru
4. Издательство «Лань», https://e.lanbook.com
5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн»,https://www.biblioclub.ru
6. www. consultantru-Справочная правовая система «Консультант Плюс»
7. www. minfin.ru- Министерство Финансов.
8. www. Nalog 39. ru - Федеральная налоговая служба по Калининградской области