

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Н. Я. Великите

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЁТОВ

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины
для студентов магистратуры по направлению подготовки
15.04.04 Автоматизация технологических процессов и производств

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2025

УДК 681.5(076)

Рецензент

кандидат технических наук, доцент кафедры теории машин и механизмов и деталей машин ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» О. С. Витренко

Великите, Н. Я.

Современные методы инженерных расчётов: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов магистратуры по направлению подготовки 15.04.04 Автоматизация технологических процессов и производств / Н. Я. Великите – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2025. – 30 с.

Учебно-методическое пособие является руководством по изучению дисциплины «Современные методы инженерных расчётов» для студентов магистратуры по направлению подготовки 15.04.04 Автоматизация технологических процессов и производств. Содержит характеристику дисциплины (цель и планируемые результаты изучения дисциплины, тематический план с описанием для каждой темы формы проведения занятия, вопросы для изучения, методические материалы к занятиям.

Табл. 2, список лит. – 14 наименований

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией института цифровых технологий 29 апреля 2025 г., протокол № 3

УДК 681.5(076)

© Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Калининградский государственный
технический университет», 2025 г.
© Великите Н. Я., 2025 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение.....	4
2. Тематический план.....	5
3. Содержание дисциплины.....	8
4. Методические указания по выполнению лабораторных работ.....	20
5. Методические указания по самостоятельной работе.....	21
6. Контроль и аттестация.....	25
7. Список литературы.....	28

1. ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие представляет собой материалы для изучения дисциплины «Современные методы инженерных расчётов» для студентов магистратуры по направлению подготовки 15.04.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Целью изучения дисциплины является формирование у студентов способности осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, выбирать современные методы инженерных расчётов и инструментальные средства для задач сбора и систематизации информации по проблеме с последующей её оценкой адекватности и достоверности.

Задачами преподавания дисциплины, отражающимися в ее содержании, являются: развитие интеллектуальных и творческих способностей, познавательных процессов; формирование элементов соответствующих компетенций; формирование у студента личностного знания о роли современных методов инженерных расчётов как части цифрового общества.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основы численных методов решения инженерных задач;
- методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
- методы аппроксимации функций;
- методы численного дифференцирования и интегрирования;
- методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методы решения нелинейных и трансцендентных уравнений;
- методы решения задач оптимизации;

уметь:

- применять методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
- применять методы аппроксимации функций;
- применять методы численного дифференцирования и интегрирования;
- применять методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- применять методы решения нелинейных и трансцендентных уравнений;
- применять методы решения задач оптимизации;

владеть:

- методами численного дифференцирования и интегрирования;
- методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методами решения нелинейных и трансцендентных уравнений;
- методами решения задач оптимизации.

Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Современные методы инженерных расчётов» по учебному плану программы магистратуры 15.04.04 Автоматизация технологических про-

цессов и производств относится к Блоку 1 Обязательной части Математического модуля.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (з.е.), т. е. 180 академических часов контактной и самостоятельной учебной работы студента; работы, связанной с текущей и промежуточной аттестацией по дисциплине.

Основными видами аудиторных учебных занятий по дисциплине являются лекции и лабораторные занятия.

В ходе изучения дисциплины предусматривается применение эффективных методик обучения, которые предполагают постановку вопросов проблемного характера с разрешением их, как непосредственно в ходе занятий, так и в ходе самостоятельной работы.

Контроль знаний в ходе изучения дисциплины осуществляется в виде текущего контроля, а также промежуточной аттестации в форме экзамена. В учебном плане по данной дисциплине предусмотрено выполнение курсовой работы.

Текущий контроль (контроль выполнения заданий на самостоятельную работу) предназначен для проверки хода и качества усвоения студентами учебного материала и стимулирования их учебной работы. Он может осуществляться в ходе всех видов занятий в форме, избранной преподавателем или предусмотренной рабочей программой дисциплины.

Текущий контроль предполагает постоянный контроль преподавателем качества усвоения учебного материала, активизацию учебной деятельности студентов на занятиях, побуждение их к самостоятельной систематической работе. Он необходим обучающимся для самоконтроля на разных этапах обучения. Их результаты учитываются выставлением преподавателем оценок в журнале учета успеваемости и в ходе аттестации.

При текущем контроле успеваемости учитывается: выполнение обучающимся всех лабораторных работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины, а именно выполнение заданий на лабораторных занятиях; самостоятельную работу обучающихся; посещаемость аудиторных занятий.

Далее в пособии представлены методические материалы по изучению дисциплины, включающие тематический план занятий с перечнем вопросов для изучения, рекомендуемой литературой, методическими указаниями.

Помимо данного учебно-методического пособия по изучению дисциплины, студентам следует использовать материалы, размещенные в соответствующем данной дисциплине разделе ЭИОС, в которые более оперативно вносятся изменения для адаптации дисциплины под конкретную группу.

2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Тематический план изучения дисциплины «Современные методы инженерных расчётов» представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Тематический план

Темы раздела	Раздел (модуль) дисциплины	Тема	Объем аудиторной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
		Лекции		
1.1	Введение в численные методы. Применение численных методов в инженерных расчётах. Современное состояние проведения инженерных расчётов с помощью методов оптимизации.	Тема 1. Введение. Основы численных методов решения инженерных задач	4	5
1.2		Тема 2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений; методы аппроксимации функций	4	5
1.3		Тема 3. Методы численного дифференцирования и интегрирования	4	5
1.4		Тема 4. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	4	5
2.1		Тема 5.Общая постановка задачи оптимизации. Численные методы поиска безусловного экстремума	4	5
2.2		Тема 6. Проблема машинного обучения как задача оптимизации. Постановка задачи.	5	5
2.3		Тема 7. Методы оптимизации в нейронных сетях	5	5
				30
\		Лабораторные занятия		
1.1	Введение в численные методы. Применение численных методов в инженерных расчётах	Примеры алгоритмов по теме основы численных методов решения инженерных задач	5	10
1.2		Методы решения СЛАУ	5	10
2.2	Современное состояние проведения инженерных расчётов с помощью методов оптимизации	Градиентный спуск. Основы. Методы регуляризации	10	10
2.4		Практика введения в TensorFlow и Keras	10	10
			30	40

Темы раздела	Раздел (модуль) дисциплины	Тема	Объем аудиторной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
		Рубежный (текущий) и итоговый контроль		
		Тестирование (ЭИОС)	6 (РЭ)	0,75
		Курсовая работа		30
		Экзамен	4,25 (КА)	4
			70,25 (конт. раб.)	34,75 (контроль)
		Всего	105+75 (СР)=180	

3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс разбит на разделы, в которых даны указания литературы, рекомендуемой для изучения.

Номера в скобках [] означают пособия, из приведенного списка литературы: например, [1, гл. 2, § 3, 4,6] обозначает литературу, в которой рекомендуется изучить главу 2, §3, 4, 6. и т.д.

3.1 Раздел 1. Введение в численные методы. Применение численных методов в инженерных расчётах.

Тема 1. Введение. Основы численных методов решения инженерных задач

Перечень изучаемых вопросов: введение в вопросы, которые будут рассмотрены в рамках дисциплины, к ним относятся: интерполяция и построение интерполяционных многочленов в форме Лагранжа и Ньютона. Сплайн интерполяция и метод наименьших квадратов. Обсуждение задач отыскания формул численного дифференцирования и численного интегрирования и применение их для проведения инженерных расчётов. Классификация численных методов оптимизации.

Методические указания к изучению

При подготовке к лекционным занятиям студенту необходимо:

1. Повторить ранее изученный материал.
2. Регулярно конспектировать лекционный материал.
3. Доработка конспектов после занятий предполагает повторить изученный материал, дополнить записи на основе прочтения рекомендованной литературы или изучения методических материалов.
4. Изучение дополнительных материалов:

Использование рекомендованной литературы и пособий помогает глубже понять изучаемую тему и подобрать материал для выполнения курсовой работы.

В рамках изучения дисциплины в этой теме рассматриваются основные численные методы и алгоритмы вычислительной математики в области приближения (аппроксимации) функций. Сначала излагаются интерполяция и построение интерполяционных многочленов в форме Лагранжа и Ньютона. Затем рассматриваются сплайн интерполяция и метод наименьших квадратов. Следующие вопросы посвящены задаче отыскания формул численного дифференцирования (получены разложением в ряд Тейлора и дифференцированием интерполяционного многочлена Ньютона) и численного интегрирования (получены на основе определения интеграла по Риману и интегрированием интерполяционного многочлена Лагранжа). Обсуждаются точность выведенных формул и пути её повышения, рассмотрена возможность апостериорного уточнения результата численного дифференцирования и численного интегрирования методом Рунге-

Ромберга-Ричардсона.

Во многих практически важных задачах возникает проблема замены некоторой функции, заданной аналитически или таблично, другой, близкой к первой, в некотором смысле, но более простой, изученной и удобной при вычислениях. Таким образом, возникают две математические задачи. Первая задача – замена заданной аналитически функции. Например, замена многочленом позволяет получить простые формулы численного интегрирования и дифференцирования. Вторая задача – восстановление функции на некотором отрезке по заданным на этом отрезке значениям функции в дискретном множестве точек. В этом случае замена заданной таблицы приближающей функцией позволяет получить значения в её промежуточных точках. В любом случае, при постановке каждой из задач приближения функций необходимо ответить на следующие вопросы.

Во-первых, решить какой класс приближающих функций необходимо использовать. Ответ на такой вопрос зависит от вида приближаемой функции и целей, для которых в дальнейшем будет использоваться приближающая функция. Широко используются следующие классы функций: многочлены, тригонометрические функции, показательные функции и т. д.

Во-вторых, выбрать критерий близости исходной и приближающей функции. В качестве критерия можно выбрать, например, точное совпадение приближаемой и приближающей функций в узловых точках (лагранжева интерполяция), минимум суммы квадратов отклонения в узловых точках (метод наименьших квадратов) и др. Как и при выборе класса приближающих функций, выбор критерия близости, исходной и приближающей функций определяется целью построения приближающей функции и может сильно повлиять на результаты.

Например, при аппроксимации экспериментальных результатов целесообразно использовать среднеквадратичное приближение, так как интерполяция может неверно описывать свойства функций и лишь усугублять ошибки эксперимента.

Рекомендуемые источники по теме: [6, гл. 2, § 2.3, 2.4].

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое численные методы? Для каких типов задач они применяются?
2. Какие существуют основные категории численных методов? Приведите примеры каждого типа.
3. Каковы преимущества и недостатки использования численных методов по сравнению с аналитическими методами?
4. Опишите процесс аппроксимации функции при помощи полиномов. Какие виды интерполяции вы знаете?
5. Объясните понятие погрешности численного метода. Какие типы ошибок могут возникать при использовании численных методов?
6. Что такое итерационные методы? Приведите пример задачи, которая решается методом Ньютона-Рафсона.

7. Какие критерии используются для оценки точности численного метода?
8. Опишите основные этапы численного интегрирования функций. Какие методы численного интегрирования вы знаете?
9. Какова роль вычислительной сложности алгоритма в выборе численного метода для конкретной задачи?
10. Что такое метод конечных разностей? Когда он применяется и какие его особенности?

3.2 Раздел 1. Введение в численные методы. Применение численных методов в инженерных расчётах

Тема 2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений; методы аппроксимации функций

Перечень изучаемых вопросов

Понятие системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Формы записи СЛАУ: матричная форма, расширенная матрица. Решение СЛАУ методом Крамера. Геометрическая интерпретация СЛАУ. Метод Якоби. Метод Зейделя. Метод релаксации. Условия сходимости итерационных методов. Понятие интерполяции. Полиномиальная интерполяция. Сплайн-интерполяция. Применение интерполяции в инженерных расчетах. Построение интерполирующего полинома Лагранжа. Построение кубического сплайна. Сравнение результатов интерполяции.

Методические указания к изучению

При подготовке к лекционным занятиям студенту необходимо:

1. Повторить ранее изученный материал.
2. Регулярно конспектировать лекционный материал.
3. Доработка конспектов после занятий предполагает повторить изученный материал, дополнить записи на основе прочтения рекомендованной литературы или изучения методических материалов.

4. Изучение дополнительных материалов:

Использование рекомендованной литературы и пособий помогает глубже понять изучаемую тему и подобрать материал для выполнения курсовой работы

Начальные сведения по лекционному материалу этой темы представлены в теоретической части (см. ниже).

Данная тема охватывает два важных раздела математики: решение систем линейных алгебраических уравнений и методы аппроксимации функций. Эти знания необходимы студентам технических специальностей, так как они часто встречаются при решении прикладных задач в различных областях науки и техники. В рамках курса рассматриваются как теоретические аспекты, так и практические примеры применения данных методов. В качестве целей, которые нужно достичь при изучении данной темы:

1. Формирование у студентов понимания принципов работы с системами линейных алгебраических уравнений.

2. Развитие навыков использования различных численных методов для решения систем уравнений.

3. Ознакомление с методами аппроксимации функций и их применением в практических задачах.

4. Разработка умений анализировать результаты вычислений и оценивать точность полученных решений.

Методы решения систем линейных алгебраических уравнений:

1. Прямые методы:

– Метод Гаусса.

– Метод квадратного корня.

– Метод прогонки.

2. Итерационные методы:

– Метод Якоби.

– Метод Зейделя.

– Метод релаксации.

Методы аппроксимации функций:

1. Интерполяция:

– Полиномиальная интерполяция.

– Сплайн-интерполяция.

2. Регрессия:

– Линейная регрессия.

– Нелинейная регрессия.

3. Аппроксимация сплайнами:

– Кубические сплайны.

– В-сплайны.

Некоторые из этих вопросов будут рассмотрены в методических указаниях по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые источники: [1, гл. 1 §1.1].

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое система линейных алгебраических уравнений? Приведите пример такой системы.

2. Какие существуют основные методы решения систем линейных алгебраических уравнений?

3. В чем заключается метод Гаусса для решения систем линейных уравнений? Опишите шаги этого метода.

4. Как работает метод Крамера для решения систем линейных уравнений? Когда он применим?

5. В чем отличие между методом Гаусса и методом Крамера?

6. Что такое матрица коэффициентов системы линейных уравнений? Как она связана с решением системы?
7. Что такое ранг матрицы? Как он влияет на решение системы линейных уравнений?
8. Какие бывают типы решений у системы линейных уравнений (единственное, бесконечное множество, отсутствие решений)? Приведите примеры каждой ситуации.
9. Что такое обратная матрица? Как ее найти и зачем она нужна при решении систем уравнений?
10. В каких случаях целесообразно использовать итерационные методы (например, метод Якоби или метод Зейделя) вместо прямых методов?
11. Что такое аппроксимация функции? Для чего она используется?
12. В чем суть метода наименьших квадратов? Как он применяется для построения аппроксимирующей функции?
13. Что такое полиномиальная интерполяция? В чем её преимущества и недостатки?
14. Чем отличается интерполяционный многочлен Лагранжа от интерполяционного многочлена Ньютона?
15. Что такое сплайн-интерполяция? Почему она предпочтительнее обычной полиномиальной интерполяции для больших наборов данных?
16. В чем состоит разница между глобальной и локальной аппроксимацией функций?
17. Какие критерии качества аппроксимации вы знаете? Как они используются для оценки точности приближения?
18. Как выбрать степень полинома для наилучшей аппроксимации функции? Что может произойти, если степень будет слишком высокой или низкой?
19. В чем особенности применения кусочно-линейной аппроксимации? Где она находит применение?
20. Что такое регрессия и как она связана с методами аппроксимации функций?

3.3 Раздел 1. Введение в численные методы. Применение численных методов в инженерных расчётах

Тема 3. Методы численного дифференцирования и интегрирования

Вопросы для изучения

Основные методы численного дифференцирования и интегрирования.

Освоение базовых алгоритмов вычисления производных и интегралов. Ознакомление с методами оценки погрешностей при использовании численных методов.

Методические указания к изучению

Изучение данной темы позволит студентам овладеть навыками численного анализа, необходимыми для решения прикладных задач в различных областях науки и техники. Понимание принципов работы численных методов и умение оценивать их точность являются важными аспектами профессиональной подготовки будущих специалистов.

Изучение данной темы помогает студентам понять принципы работы с функциями, когда аналитическое решение невозможно или затруднено. Численные методы позволяют находить приближённые значения производных и интегралов функций, что широко используется в инженерных расчётах, физике, экономике и других областях науки и техники. Развитие навыков применения этих методов к решению практических задач рассмотрено в учебно-методических указаниях для выполнения лабораторных работ.

Рекомендуемые источники: [2, гл. 4, § 4.7].

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое численное дифференцирование? Какова цель численного дифференцирования?
2. Какие существуют методы численного дифференцирования? Перечислите основные методы и кратко охарактеризуйте их.
3. Как работает метод конечных разностей? Опишите алгоритм метода центральных разностей второго порядка точности.
4. В чем заключается разница между методами вперед и назад? Приведите примеры формул для этих методов.
5. Почему важно учитывать порядок аппроксимации при выборе метода численного дифференцирования? Какие факторы влияют на выбор порядка аппроксимации?
6. Как влияет шаг сетки на точность вычислений при численном дифференцировании? Что происходит при уменьшении шага сетки?
7. Приведите пример задачи, где необходимо использовать численное дифференцирование. Решите эту задачу методом центральных разностей.
8. Можно ли применять численные методы для функций нескольких переменных? Если да, то, какие особенности возникают при этом?
9. Чем отличается производная от разностной схемы? В каких случаях предпочтительнее использовать разностную схему вместо аналитической формулы?
10. Какой метод численного дифференцирования вы бы выбрали для функции, имеющей много экстремумов? Объясните свой выбор.
11. Что такое численное интегрирование? Для решения каких задач оно применяется?

12. Перечислите основные методы численного интегрирования. Кратко опишите каждый из них.

13. Как работает формула прямоугольников для численного интегрирования? Приведите формулу и объясните ее применение.

14. Объясните принцип работы метода трапеций. Почему он называется так?

15. Расскажите о методе Симпсона. Чем этот метод лучше других методов численного интегрирования?

16. Как связаны ошибки численных методов интегрирования с шагом сетки? Какой метод является наиболее точным при одинаковом шаге сетки?

17. Применимы ли численные методы к функциям нескольких переменных? Если да, то, как они работают в многомерном случае?

18. Есть ли ограничения у методов численного интегрирования? Когда их использование может привести к большим ошибкам?

19. Какие дополнительные требования предъявляются к функции, чтобы применить тот или иной метод численного интегрирования? Можно ли интегрировать функцию, которая имеет разрыв?

3.4. Раздел 1. Введение в численные методы. Применение численных методов в инженерных расчётах

Тема 4. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Вопросы для изучения

Основные термины и определения, необходимые для понимания методов решения ОДУ. Методы решения уравнений первого порядка. Линейные уравнения высших порядков.

Методические указания

Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) – это уравнение, связывающее независимую переменную, искомую функцию этой переменной и её производные различных порядков. Изучение методов решения ОДУ является важной частью математического анализа и имеет широкое применение в физике, инженерии, биологии и других науках. Изучение методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений требует понимания основных понятий и умения применять различные методы в зависимости от типа уравнения. Практика решения задач поможет закрепить теоретический материал и развить навыки работы с дифференциальными уравнениями.

Определение обыкновенного дифференциального уравнения

1. Уравнение вида $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$, где y – искомая функция от переменной x .

2. Порядок дифференциального уравнения: Наибольший порядок производной, входящей в уравнение.

3. Общее решение и частное решение: Общее решение содержит произ-

вольные константы, частное решение получается при задании начальных условий.

4. Однородность и неоднородность уравнений: Однородные уравнения имеют вид $f(y') = g(y)$, неоднородные содержат дополнительные члены.

Изучение основных методов решения ОДУ первого порядка.

1. Разделение переменных: Метод применим к уравнениям вида $M(x) dx + N(y) dy = 0$. Производится разделение переменных и интегрирование обеих частей.

2. Метод Бернулли: Применяется к уравнениям вида $y' + p(x)y = q(x)y^n$. Вводится замена $z = y^{1-n}$.

3. Линейные уравнения первого порядка: Уравнения вида $y' + p(x)y = q(x)$. Используются интегрирующий множитель и формула Бернулли.

4. Уравнения в полных дифференциалах: Уравнения вида $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$, где $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$. Интегрирование вдоль кривых.

Освоение методов решения линейных ОДУ второго и высших порядков.

1. Общие сведения о линейных уравнениях: Уравнения вида $a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x)$.

2. Характеристическое уравнение: Для уравнений с постоянными коэффициентами используется характеристическое уравнение $a_n\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0 = 0$.

3. Решение однородных уравнений: Нахождение общего решения через корни характеристического уравнения.

4. Неоднородные уравнения: Метод вариации постоянных и метод неопределенных коэффициентов.

Рекомендуемые источники: [3, гл. 1, § 1.3–1.6].

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое обыкновенное дифференциальное уравнение? Приведите определение и примеры.

2. Какие методы используются для решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка?

3. В чем заключается метод разделения переменных при решении дифференциального уравнения?

4. Как решается однородное дифференциальное уравнение первого порядка?

5. Объясните суть метода вариации постоянной (метод Лагранжа) для решения неоднородных линейных уравнений второго порядка.

6. В чем состоит метод Бернулли для решения нелинейных дифференциальных уравнений?

7. Что такое уравнение в полных дифференциалах? Как оно решается?

8. Опишите этапы применения метода интегрирующего множителя для решения линейных уравнений первого порядка.

9. В каких случаях применяется метод исключения параметров (метод Эйлера)?

10. Чем отличаются методы решения дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами от методов для уравнений с переменными коэффициентами?

11. Дайте определение характеристическому уравнению для линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Как оно используется?

12. Как найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

13. В чем отличие между общим решением и частным решением дифференциального уравнения?

14. Что такое начальные условия для дифференциального уравнения? Как они влияют на решение задачи Коши?

15. Объясните, почему некоторые типы дифференциальных уравнений могут иметь особые точки и как их учитывать при решении.

16. В чем разница между явной формой записи дифференциального уравнения и неявной?

17. Приведите пример дифференциального уравнения, которое может быть решено методом подстановки.

18. Как определяется порядок дифференциального уравнения? Приведите примеры уравнений разных порядков.

19. В чем особенность решения дифференциальных уравнений высших порядков методами понижения порядка?

20. Объясните понятие устойчивости решений дифференциальных уравнений. Приведите примеры устойчивых и неустойчивых решений

3.5 Раздел 2. Современное состояние проведения инженерных расчётов с помощью методов оптимизации

Тема 5. Общая постановка задачи оптимизации. Численные методы поиска безусловного экстремума

Вопросы для изучения

Классификация методов оптимизации. Методы поиска безусловного экстремума. Алгоритмы реализации методов. Примеры применения методов. Оценка эффективности методов.

Методические указания

Задача оптимизации является одной из ключевых задач математического программирования. Она заключается в поиске таких значений переменных, при которых целевая функция достигает своего максимума или минимума. Оптимизи-

зация широко применяется в различных областях науки и техники, включая экономику, инженерию, физику и многие другие дисциплины.

Классификация методов оптимизации.

Методы оптимизации делятся на два основных класса:

- Аналитические методы (например, метод Ньютона-Рафсона);
- Численные методы (метод градиентного спуска, метод сопряжённых градиентов).

Методы поиска безусловного экстремума. Безусловный экстремум функции означает, что нет ограничений на область определения функции. Рассмотрим несколько численных методов для решения такой задачи:

- Метод градиентного спуска: основан на движении вдоль антиградиента функции до достижения точки минимума.
- Метод Ньютона: использует вторую производную функции для ускорения процесса поиска минимума.
- Метод сопряжённых градиентов: сочетает идеи метода градиентного спуска и метода Ньютона, обеспечивая высокую эффективность.

Алгоритмы реализации методов. Для каждого из перечисленных методов необходимо разработать алгоритм, который будет включать следующие шаги:

- Начальная точка;
- Вычисление направления движения;
- Шаговый размер;
- Проверка условия остановки.

Примеры применения методов.

Приведём примеры использования этих методов для решения конкретных задач оптимизации. Например, минимизация квадратичной функции или решение системы нелинейных уравнений.

Оценка эффективности методов.

Важно оценить эффективность каждого метода, учитывая такие факторы, как скорость сходимости, точность результата и устойчивость алгоритмов к различным начальным условиям.

В данной теме рассмотрены общая постановка задачи оптимизации и численные методы поиска безусловного экстремума. Эти знания необходимы для успешного решения практических задач в различных областях науки и техники.

Рекомендуемые источники по теме: [4, гл. 2, § 2.1–5.3].

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое задача оптимизации?
2. Как классифицируются методы оптимизации?
3. В чём суть метода градиентного спуска?
4. Опишите алгоритм метода Ньютона.
5. Какие преимущества имеет метод сопряжённых градиентов перед методом градиентного спуска?
6. Какие критерии используются для оценки эффективности численного

метода оптимизации?

7. Приведите пример задачи, которая решается методом градиентного спуска.

8. Почему важно учитывать шаговый размер в методах оптимизации?

9. Как выбрать начальную точку для начала поиска экстремума?

10. Какие трудности могут возникнуть при использовании численных методов оптимизации?

3.6 Раздел 2. Современное состояние проведения инженерных расчётов с помощью методов оптимизации

Тема 6. Проблема машинного обучения как задача оптимизации. Постановка задачи

Вопросы для изучения

Целевая функция в задаче машинного обучения. Какие виды оптимизации используются в машинном обучении. Примеры методов оптимизации, используемых для решения задач машинного обучения. Разница между градиентным спуском и стохастическим градиентным спуском. Постановка задачи машинного обучения. Роль данных в постановке задачи. Выбор функции потерь. Регуляризация в машинном обучении.

Методические указания

Как связаны машинное обучение и оптимизация, и почему задачу машинного обучения можно рассматривать, как задачу оптимизации. В этом методическом пособии по данной теме рассмотрим общую постановку задачи, а модель алгоритма и метод обучения, и этапы машинного обучения будут рассмотрены в методических указаниях по выполнению лабораторных работ

1. Задача классификации (classification):

- классификация на два класса;
- классификация на M непересекающихся классов.

2. Задача восстановления регрессии (regression).

3. Задача ранжирования (ranking).

Примеры задач машинного обучения [проф. К. В. Воронцов].

1. Задача медицинской диагностики.

2. Заявка на выдачу кредита.

3. Задача о предсказании оттока клиентов.

4. Установление категории текстового документа.

5. Задача о прогнозировании стоимости недвижимости.

Рекомендуемые источники по теме: [1, гл. 5, § 5.1–5.8].

Вопросы для самоконтроля

1. Приведите пример постановки задачи классификации с использованием метода машинного обучения. Укажите цель задачи, исходные данные, целевую функцию и ограничения.

2. Объясните процесс минимизации функции потерь в контексте задачи регрессии. Рассмотрите шаги алгоритма и поясните, почему этот процесс можно считать задачей оптимизации.

3. В чем заключается проблема переобучения и недообучения? Предложите способы борьбы с этими проблемами.

4. Почему важно использовать разные наборы данных (тренировочный, тестовый, валидационный)? Поясните, какие проблемы могут возникнуть без разделения данных на эти части.

5. Опишите алгоритм градиентного спуска. Перечислите этапы работы этого алгоритма и приведите математическое выражение для обновления весов.

6. Какой вид регуляризации вы бы выбрали для задачи регрессии и почему? Обоснуйте свой выбор.

7. Как выбрать подходящую метрику для оценки качества модели в зависимости от типа задачи? Приведите примеры различных типов задач и соответствующих им метрик.

8. Какие подходы к настройке гиперпараметров вы знаете? Опишите плюсы и минусы каждого подхода.

9. Что такое кросс-валидация и когда ее следует применять? Каковы преимущества и недостатки использования кросс-валидации?

10. Рассчитайте точность, полноту и F-меру для бинарной классификационной задачи, используя предоставленную таблицу сопряженности. Представьте результаты расчетов и проанализируйте их.

3.7 Раздел 2. Современное состояние проведения инженерных расчетов с помощью методов оптимизации

Тема 7. Методы оптимизации в нейронных сетях

Вопросы для изучения

Функция потерь. Градиенты. Обучение с учителем. Гиперпараметры. Методы оптимизации. Градиентный спуск. Полный градиентный спуск. Стохастический градиентный спуск (Stochastic Gradient Descent, SGD). Регуляризация.

Методические указания

Оптимизация является ключевым аспектом обучения нейронных сетей. Она включает выбор методов для минимизации функции потерь, которая оценивает качество работы модели. Эта тема охватывает различные алгоритмы, такие как градиентный спуск, стохастический градиентный спуск, а также их модификации. Понимание этих методов важно для эффективного обучения моделей машинного обучения и глубокого обучения.

Для закрепления теоретического материала рекомендуется провести эксперименты с различными методами оптимизации на реальных наборах данных. Например, можно использовать библиотеки TensorFlow или PyTorch для реализации различных оптимизаторов и сравнения их эффективности. В рамках вы-

полнения лабораторных работ по дисциплине будут рассмотрено применение этих библиотек.

Рекомендуемые источники по теме: [6, гл. 2, § 2.1–2.3].

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое функция потерь? Приведите примеры функций потерь, используемых в задачах классификации и регрессии.
2. Объясните разницу между полным градиентным спуском и стохастическим градиентным спуском.
3. Как работает алгоритм градиентного спуска с импульсом (Momentum)? Какие преимущества он имеет перед обычным SGD?
4. В чем заключается идея адаптивных методов оптимизации (AdaGrad, RMSProp, Adam)? Почему они считаются более эффективными, чем обычный SGD?
5. Опишите проблему исчезающих и взрывающихся градиентов. Какие методы используются для её решения?
6. Что такое регуляризация? Для чего она используется, и какие виды регуляризации вы знаете?
7. Чем отличается L1 от L2 регуляризации? Когда предпочтительнее использовать каждую из них?
8. Что такое локальный минимум и плато? Как эти проблемы влияют на обучение нейронной сети?
9. Объясните принцип работы метода Dropout. Как он помогает бороться с переобучением?
10. Какие гиперпараметры обычно настраиваются при использовании методов оптимизации? Как они влияют на процесс обучения?

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторные занятия направлены на углубление знаний и закрепление основных понятий и методов, изучаемых в рамках дисциплины. Основная цель занятий – научиться применять теоретические знания для решения прикладных задач.

Рекомендации к подготовке

1. Изучение лекционного материала и конспектов:
 - Перед лабораторными занятиями необходимо проработать соответствующие разделы лекционного материала.
 - Рекомендуется вести конспект занятий и дополнительно пересмотреть его перед началом лабораторного занятия.
2. Проработка учебной литературы:
 - Используйте основные учебники и методические пособия, рекомендованные преподавателем.

– Для глубокого понимания теории рекомендуется обращаться к дополнительной литературе.

3. Подготовка вопросов:

– Составьте список вопросов по материалу, вызвавшему затруднения.

– Обсуждение этих вопросов на лабораторном занятии поможет устранить пробелы в знаниях.

4. Вопросы для самоконтроля:

– Перед каждым занятием рекомендуется проверять себя с помощью вопросов для самоконтроля из методических указаний к лекционным занятиям. Это позволит оценить уровень своей подготовки.

В этом разделе приведены общие рекомендации. Информация, которая касается тематического плана выполнения лабораторных работ, приведена в таблице 1 данного документа. Подробная информация по выполнению лабораторных работ приведена в УМП по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Современные методы инженерных расчётов».

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Важно хорошо усвоить некоторые методы инженерных расчётов, рассмотренные в данной теме, что даёт возможность их применения, при формулировании проблематики курсовой и магистерской работ.

Один из основных видов деятельности студента – самостоятельная работа, которая включает в себя изучение лекционного материала, учебников и учебных пособий, первоисточников, подготовку сообщений, выступления на групповых занятиях, выполнение заданий преподавателя.

Методика самостоятельной работы предварительно разъясняется преподавателем и в последующем может уточняться с учетом индивидуальных особенностей студентов. Время и место самостоятельной работы выбираются студентами по своему усмотрению с учетом рекомендаций преподавателя.

Самостоятельную работу над дисциплиной следует начинать с изучения программы, которая содержит основные требования к знаниям, умениям и навыкам обучаемых. Обязательно следует вспомнить рекомендации преподавателя, данные в ходе первых занятий. А затем приступить к изучению отдельных разделов и тем в порядке, предусмотренном программой. Получив представление об основном содержании раздела, темы, необходимо изучить материал с помощью учебника, источника литературы, ссылка на которые дана в этом УМПД.

Лекции построены на основе использования активных форм обучения:

– лекция-беседа (преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным вопросам темы,

определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей студентов);

- проблемная лекция (с помощью проблемной лекции обеспечивается достижение трех основных дидактических целей: усвоение студентами теоретических знаний; развитие теоретического мышления; формирование познавательного интереса к содержанию учебного предмета и профессиональной мотивации будущего специалиста);

- лекция с заранее запланированными ошибками (Эта форма проведения лекции необходима для развития у студентов умений оперативно анализировать профессиональные ситуации, выступать в роли экспертов, оппонентов, рецензентов, вычленять неверную или неточную информацию).

На каждой лекции применяется сочетание этих форм обучения в зависимости от подготовленности студентов и опросов, вынесенных на лекцию. Присутствие на лекции не должно сводиться лишь к автоматической записи изложения предмета преподавателем. Более того, современный насыщенный материал каждой темы не может (по времени) совпадать с записью в тетради из-за разной скорости процессов – мышления и автоматической записи. Каждый студент должен разработать для себя систему ускоренного фиксирования на бумаге материала лекции.

Поэтому, лектором рекомендуется формализация записи посредством использования общепринятых логико-математических символов, сокращений, алгебраических (формулы) и геометрических (графики), системных (схемы, таблицы) фиксаций изучаемого материала. Овладение такой методикой, позволяет каждому студенту не только ускорить процесс изучения, но и повысить его качество, поскольку успешное владение указанными приемами требует переработки, осмысления и структуризации материала. Лекционный материал представлен в теоретической части.

В рамках наиболее значимых тем в соответствии с учебной программой предлагается выполнить лабораторную работу, содержание которой изложено в УМП по выполнению лабораторных работ.

Целесообразно составить краткий конспект или схему, отображающую смысл и связи основных понятий данного раздела и включенных в него тем. Затем, как показывает опыт, полезно изучить выдержки из первоисточников. При желании можно составить их краткий конспект. Обязательно следует записывать возникшие вопросы, на которые не удалось ответить самостоятельно.

Подготовительный этап. Пользование словарями и справочниками необходимо сделать привычкой. Опыт показывает, что неудовлетворительное усвоение предмета зачастую коренится в неточном, смутном или неправильном понимании и употреблении понятийного аппарата учебной дисциплины. Желательно в самом начале периода обучения возможно тщательнее спланировать время, отводимое на самостоятельную работу с источниками и литературой по дисциплине, представить этот план в наглядной форме (график работы с датами) и в дальнейшем его придерживаться, не допуская срывов графика индиви-

дуальной работы и аврала в предсессионный период. Пренебрежение этим пунктом приводит к переутомлению и резкому снижению качества усвоения учебного материала.

Общие рекомендации по изучению литературы.

1) Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект». Чтение литературы, не сопровождаемое конспектированием, даже пусть самым кратким – бесполезная работа. Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала. Эти навыки обязательны для любого специалиста с высшим образованием независимо от выбранной специальности, а тем более это важно для юриста, который работает с текстами (правовыми документами).

2) Написание конспекта должно быть творческим – нужно не переписывать текст из источников, но пытаться кратко излагать своими словами содержание ответа, при этом максимально его структурируя и используя символы и условные обозначения. Копирование и заучивание неосмысленного текста трудоемко и по большому счету не имеет большой познавательной и практической ценности.

3) При написании конспекта используется тетрадь, поля в которой обязательны. Страницы нумеруются, каждый новый вопрос начинается с нового листа, для каждого экзаменационного вопроса отводится 1–2 страницы конспекта. На полях размещается вся вспомогательная информация – ссылки, вопросы, условные обозначения и т. д.

4) В идеале должен получиться полный конспект по программе дисциплины, с выделенными определениями, узловыми пунктами, примерами, неясными моментами, проставленными на полях вопросами.

5) При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении установочных лекций и консультаций, либо в индивидуальном порядке.

6) При чтении учебной и научной литературы всегда следить за точным и полным пониманием значения терминов и содержания понятий, используемых в тексте. Всегда следует уточнять значения по словарям или энциклопедиям, при необходимости записывать.

7) При написании учебного конспекта обязательно указывать все прорабатываемые источники, автор, название, дата и место издания, с указанием использованных страниц.

Подготовка к экзамену. К экзамену допускаются студенты, которые систематически, в течение всего семестра работали на занятиях и показали уверенные знания по вопросам, выносившимся на групповые занятия. Непосредственная подготовка к экзамену осуществляется по вопросам, представленным преподавателем и выложенным в ЭИОСе. Тщательно изучите формулировку каждого вопроса, вникните в его суть, составьте план ответа.

Обычно план включает в себя:

- показ теоретической и практической значимости рассматриваемого вопроса;
- обзор освещения вопроса в истории науки;
- определение сущности рассматриваемого предмета;
- основные элементы содержания и структуры предмета рассмотрения;
- факторы, логика и перспективы эволюции предмета;
- показ роли и значения рассматриваемого материала для практической деятельности юриста.

План ответа желательно развернуть, приложив к нему ссылки на первоисточники с характерными цитатами.

При чтении лекций по всем темам активно используется компьютерная техника для демонстрации слайдов с помощью программного приложения Microsoft Power Point. На семинарских занятиях студентам представляются презентации, подготовленные с помощью программного приложения Microsoft Power Point и преобразованные презентационные материалы в формат видео для трансляции через телевизионную технику, которая расположена в учебных кабинетах института.

Численные методы решения задач применяются для решения задач математической физики, линейной алгебры, численных методов решения задач для диф. уравнений и численных методов оптимизации. В данном методическом указании приведены некоторые алгоритмы, широко применяемые на практике, а также новые эффективные методы. Изначально студент должен быть знаком с основами линейной алгебры, дифференциальных и интегральных исчислений.

Внеаудиторная самостоятельная работа в рамках данной дисциплины включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, лабораторным занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебной дисциплины в соответствии с тематическим планом;
- подготовку к Экзамену.

Подготовка к лекционным занятиям

При подготовке к лекции рекомендуется повторить ранее изученный материал, что дает возможность получить необходимые разъяснения преподавателя непосредственно в ходе занятия. Рекомендуется вести конспект, главное требование к которому быть систематическим, логически связанным, ясным и кратким. По окончании занятия обязательно в часы самостоятельной подготовки, по возможности в этот же день, повторить изучаемый материал и доработать конспект.

Подготовка к лабораторным занятиям

Подготовка к лабораторным занятиям предусматривает:

- изучение теоретических положений, лежащих в основе будущих расчетов или методики расчетов;

- детальную проработку учебного материала, рекомендованной литературы и методической разработки на предстоящее занятие.

Самостоятельная работа над отдельными темами учебной дисциплины

При организации самостоятельного изучения ряда тем лекционного курса обучаемый работает в соответствии с указаниями, выданными преподавателем. Указания по изучению теоретического материала курса составляются дифференцированно по каждой теме и включают в себя следующие элементы: название темы; цели и задачи изучения темы; основные вопросы темы; характеристику основных понятий и определений, необходимых обучаемому для усвоения данной темы; список рекомендуемой литературы; наиболее важные фрагменты текстов рекомендуемых источников, в том числе таблицы, рисунки, схемы и т.п.; краткие выводы, ориентирующие обучаемого на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить; контрольные вопросы, предназначенные для самопроверки знаний.

Подготовка к экзамену

При подготовке к экзамену большую роль играют правильно подготовленные заранее записи и конспекты, также вовремя выполненные лабораторные задания.

В ходе самостоятельной подготовки к экзамену при анализе имеющегося теоретического и практического материала студенту также рекомендуется проводить постановку различного рода задач по изучаемой теме, что поможет в дальнейшем выявлять критерии принятия тех или иных решений, причины совершения определенного рода ошибок. При ответе на вопросы, поставленные в ходе самостоятельной подготовки, обучающийся вырабатывает в себе способность логически мыслить, искать в анализе событий причинно-следственные связи.

6. КОНТРОЛЬ И АТТЕСТАЦИЯ

К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания открытого и закрытого типов;
- курсовая работа.

К оценочным средствам для промежуточной аттестации в форме экзамена в первом семестре относятся:

- экзаменационные задания по дисциплине, представленные в виде тестовых заданий закрытого и открытого типов. Промежуточная аттестация в форме экзамена проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости. В отдельных случаях (при не прохождении всех видов текущего контроля) экзамен может быть проведен в виде тестирования.

При подготовке к *тестированию* рекомендуется изучить методические материалы и решать аналогичные задания.

Универсальная система оценивания результатов обучения включает в себя системы оценок:

- 1) «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»;
- 2) «зачтено», «не зачтено»;
- 3) 100-балльную/процентную систему и правило перевода оценок в пятибалльную систему (таблица 2).

Таблица 2 – Система оценок и критерии выставления оценки

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0–40%	41–60%	61–80 %	81–100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
1 Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно-корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полнотой знаний и системным взглядом на изучаемый объект
2 Работа с информацией	Не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0–40%	41–60%	61–80 %	81–100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
3 Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта	Не может делать научно-корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно-корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задачи данные	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи
4 Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

Результаты текущего контроля успеваемости оцениваются

Тестовые задания открытого типа оцениваются по системе «зачтено/не зачтено». Оценивается верность ответа по существу вопроса, при этом не учитывается порядок слов в словосочетании, верность окончаний, падежи.

Оценивание тестовых заданий закрытого типа осуществляется по системе зачтено/не зачтено («зачтено» – 41–100% правильных ответов; «не зачтено» – менее 40 % правильных ответов) или пятибалльной системе (оценка «неудовлетворительно» – менее 40 % правильных ответов; оценка «удовлетворительно» – от 41 до 60 % правильных ответов; оценка «хорошо» – от 61 до 80% правильных ответов; оценка «отлично» – от 81 до 100 % правильных ответов).

7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основные источники

1. Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики: учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – 8-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 672 с. – ISBN 978-5-8114-0695-1. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210674> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Волков, Е. А. Численные методы: учеб пособие для вузов / Е. А. Волков. – 7-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 252 с. – ISBN 978-5-507-44711-4. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/254663> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах: учеб. пособие / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. – 4-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 448 с. – ISBN 978-5-8114-1888-6. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/212063> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Каширская, Е. Н. Методы вычислительной математики в моделировании автоматизированных систем: учеб. пособие / Е. Н. Каширская. – Москва: РТУ МИРЭА, 2022. – 78 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/310961> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

Дополнительные источники

5. Четвергов, В. А. Математические методы в инженерии / В. А. Четвергов, О. В. Гателюк. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. – 164 с. – ISBN 978-5-507-45086-2. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/284174> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. Круковская, Т. Ю. Введение в итерационные методы / Т. Ю. Круковская. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. – 56 с. – ISBN 978-5-507-45859-2. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/288950> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

7. Соловьева, Т. Н. Аналитические методы оптимизации: учеб. пособие / Т. Н. Соловьева, Д. В. Шинтяков. – Санкт-Петербург: ГУАП, 2023. – 98 с. – ISBN 978-5-8088-1807-1. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/341090> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

8. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики: учеб. пособие / Г. И. Марчук. – 4-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 608 с. – ISBN 978-5-8114-0892-4. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210302> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

9. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. – 4-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 512 с. ISBN 978-5-8114-1887-9. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/212129> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

10. Алексеев, А. А. Численные методы: Лабораторный практикум: учеб. пособие / А. А. Алексеев. – 2-е изд. – Москва: РТУ МИРЭА, 2021. – 34 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/176543> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

11. Трухачев, А. А. Лабораторный практикум по курсу «Численные методы»: учеб. пособие / А. А. Трухачев. – Москва: НИЯУ МИФИ, 2010. – 88 с. – ISBN 978-5-7262-1344-6. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/75826> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. Пользователей.

Учебно-методические пособия

12. Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций: учебно-методическое пособие / составители В. В. Корзунина [и др.]. – Воронеж: ВГУ, 2014. – Ч. 1: Теория. – 2014. – 33 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/357365> (дата обращения: 04.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

13. Веремчук, Н. С. Численные методы в техническом вузе: учебно-методическое пособие / Н. С. Веремчук. – Омск: СибАДИ, 2022. – 80 с. – ISBN 978-5-00113-191-5. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/270890> (дата обращения: 05.06.2024). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

14. Методические указания по оформлению учебных текстовых работ (рефератов, контрольных, курсовых, выпускных квалификационных работ) для всех уровней, направлений и специальностей ИНОТЭКУ / Калинингр. гос. техн. ун-т, Ин-т отраслевой экономики и упр.; сост.: А. Г. Мнацаканян, Ю. Я. Настин, Э. С. Круглова. – 2-е изд. доп. – Электрон. текстовые дан. – Калининград: КГТУ, 2018. – Режим доступа : для авторизир. пользователей. – URL: <http://lib.klgtu.ru/web/index.php> (дата обращения 04.06.2024). – Текст: электронный.

Локальный электронный методический материал

Наталья Яронимо Великите

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЁТОВ

Редактор С. Кондрашова
Корректор Т. Звада

Уч.-изд. л. 2,4. Печ. л. 1,9.

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет».
236022, Калининград, Советский проспект, 1