



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

13.03.01 ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА

Профиль программы

«ТЕПЛОВЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СТАНЦИИ»

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

морских технологий, энергетики и строительства
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
<p>ОПК-2 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач</p>	<p>ОПК-2.1.2 Решение уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов линейной алгебры и математического анализа</p>	<p>Высшая математика (раздел «Математический анализ»)</p>	<p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений; – простейшие приложения математического анализа в профессиональных дисциплинах; <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать методы математического анализа при решении типовых задач; – использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины; – переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; – приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии; <p><u>Владеть:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – методами построения математических моделей типовых задач; – математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные домашние задания (типовые расчеты) и контрольные вопросы;
- вопросы к коллоквиуму.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и экзамена, относятся:

- задания по контрольным работам;
- промежуточная аттестация в форме зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.
- экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля. Время выполнения теста 90 мин.

Тестовые задания приведены в Приложении № 1.

3.2 Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.5 Индивидуальные домашние задания (типовые расчеты)

Типовые задания и контрольные вопросы по индивидуальным домашним заданиям (типовые расчеты), по темам, предусмотренным рабочей программой дисциплины, приведены в приложении №3. Целью выполнения индивидуальных домашних заданий является формирование умений и навыков по решению практических заданий по основным темам дисциплины. Индивидуальные домашние задания используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися во внеаудиторное время в рамках СРС.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов).

Оценка результатов выполнения каждого индивидуального домашнего задания производится при представлении студентом полностью выполненных (без ошибок) практических заданий и на основании ответов студента на контрольные вопросы по тематике индивидуального домашнего задания («защита» индивидуального домашнего задания). Студент, правильно выполнивший индивидуальное домашнее задание и продемонстрировавший знание использованных им приемов и методов решения задач, получает по индивидуальному домашнему заданию оценку «зачтено».

3.7 Типовые вопросы для подготовки к коллоквиуму на знание формул и определений по первым четырем темам дисциплины приведены в приложении №4.

3.8 Критерии и шкала оценивания результатов коллоквиума.

Коллоквиум включает в себя развернутые ответы на два вопроса (в письменной или устной форме), краткие ответы на 3 – 5 дополнительных вопросов (устно) и выполнение практического задания по материалам практических занятий. Оценка «зачтено» выставляется студенту, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающего его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми приемами их решения.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Контрольные работы предназначаются для студентов очной и заочной формы обучения.

Контрольные работы для студентов очной формы обучения приведены в Приложении №5.

Контрольные работы используются для контроля освоения основного материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися контрольных работ проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях и практических занятиях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Типовые задания контрольных работ для студентов заочной формы обучения приведены в Приложении №6.

4.2. Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий контрольных работ для студентов очной формы обучения основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной

оценке за выполнение задания.

Контрольные работы для студентов заочной формы обучения оцениваются положительно в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Оценка контрольной работы определяется в виде «зачтено» – «не зачтено». Студент, получивший за контрольную работу «зачтено», допускается до экзамена, на котором преподаватель может задать вопросы по выполнению этой контрольной работы.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине за первый семестр проводится в форме зачета, который выставляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

Для получения зачета по дисциплине студент должен:

– получить положительные оценки по контрольным работам №1 (тема «Предел и непрерывность функции действительной переменной») и №2 (тема «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»);

– защитить индивидуальные типовые расчеты №1 (тема «Исследование функции и построение графика») и №2 (тема «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»);

– успешно сдать коллоквиум по темам: «Предел и непрерывность функции действительной переменной», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

Промежуточная аттестация по дисциплине за второй семестр проводится в форме экзамена.

Для получения допуска к экзамену студент должен:

– получить зачет за первый семестр;

– получить положительные оценки по контрольным работам №3 (тема «Неопределенный и определенный интеграл») и №4 (тема «Дифференциальные уравнения»);

– защитить индивидуальные типовые расчеты №3 (тема «Определенные и несобственные интегралы») и №4 (тема «Числовые и функциональные ряды»);

– успешно пройти итоговое тестирование (правильное выполнение не менее 60% заданий).

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 7.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Экзаменационная оценка («отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно») является экспертной и зависит от уровня освоения студентом тем дисциплины

(наличия и сущности ошибок, допущенных студентом при ответе на экзаменационный вопрос, выполнении им экзаменационного задания).

Оценка «*отлично*» ставится в случае, если студент проявил полное понимание сущности теоретических вопросов, последовательно изложил ответы на вопросы (постановка задачи, ход решения, выводы); ответы были обоснованы с опорой на знания из элементарной математики; из ответов следует, что он знаком с рекомендованной литературой по дисциплине, не только в пределах основного учебника. Студент дал правильные ответы на дополнительные вопросы. В случае правильного выбора способа решения, доведения решения всех задач до конечного результата, допустимы недочеты вычислительного характера.

Оценка «*хорошо*» ставится в случае, когда студент проявил понимание сущности теоретических вопросов, последовательно изложил ответы на вопросы; ответы были не достаточно обоснованы без опоры на знания из элементарной математики; из ответов следует, что он знаком с рекомендованной литературой по дисциплине только в пределах основного учебника. Студент допускал ошибки в ответах на дополнительные вопросы, но в целом продемонстрировал понимание и знание программы курса. Сделана попытка решения всех задач, везде избран верный математический аппарат и больше половины задач решены полностью, возможны недочеты в вычислениях.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, когда студент проявил понимание сущности поставленных вопросов, но раскрыл их не последовательно, не аргументировано, без использования доказательств (дал только постановку задачи и обсудил конечный результат); из ответов следует, что он знаком с рекомендованной литературой по дисциплине только в пределах конспекта или основного учебника. Студент давал на дополнительные вопросы ответы, демонстрируя в целом понимание изучаемой дисциплины. Для большинства задач (более 50%) верно избран способ их решения, однако, в процессе решения допущены ошибки в вычислениях или в записях необходимых формул.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится в случае, когда студент не смог продемонстрировать понимания сущности поставленных вопросов, для него не ясна сама постановка вопросов, хотя при этом на бумаге вопросы могут быть изложены в полном объеме, но он не может объяснить смысла написанного им же текста и т.д.; отвечая на дополнительные вопросы, показал непонимание и незнание основных понятий и определений по изучаемой дисциплине. Когда все задачи студентом либо не решались, либо им был избран неверный метод решения, либо большинство задач отнесено к другому разделу математики, теоретические положения которого не позволяют эти задачи решить. Либо, студент отказался от ответа на экзамене.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника (профиль «Тепловые электрические станции»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022г. (протокол № 6).

И.о.заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры энергетики (протокол № 4 от 29.03.2022 г.)

Заведующий кафедрой



В.Ф. Белей

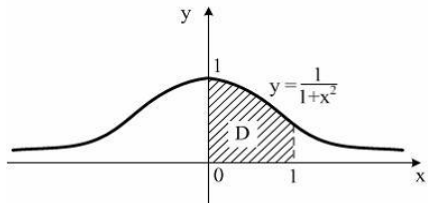
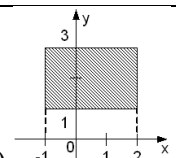
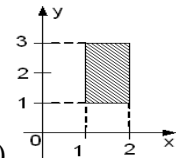
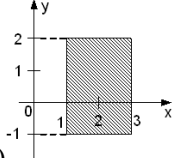
Приложение №1

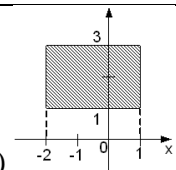
ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Вариант 1.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 + 4x - 9}{x^3 - 1}$ равен ...	1) 0 2) 7 3) 9 4) $\frac{14}{3}$
2	Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 3x^2 - 1} \right)^{x+1}$ равен ...	1) ∞ 2) 0 3) e 4) $\frac{1}{e}$
3	Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-1}{3n+5} \right)^n$ равен ...	1) e 2) e^{-2} 3) e^2 4) 1
4	Производная y'_x функции $\begin{cases} x = 2^{3-t^2}, \\ y = 1 + e^{-2t} \end{cases}$ равна ...	1) $y'_x = -2e^{-2t}$ 2) $y'_x = \frac{2^{t^2-3}}{te^{2t} \ln 2}$ 3) $y'_x = \frac{te^{2t} \ln 2}{2^{t^2-3}}$ 4) $y'_x = \frac{-2e^{-2t}}{(3-t^2)2^{2-t^2}}$
5	Производная функции $y = \sqrt{\sin 2x}$ равна ...	1) $y' = \frac{\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$ 2) $y' = \frac{-\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$ 3) $y' = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$

		4) $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin 2x}}$
6	Производная функции $y = \sqrt[3]{x}$ равна ...	1) $y' = \frac{1}{x} x^{\frac{1}{3}-1}$
		2) $y' = \sqrt[3]{x} \ln x$
		3) $y' = 1$
		4) $y' = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2}$
7	Угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \frac{\ln x^2}{x}$ в точке $x_0 = 1$ равен ...	1) 1
		2) 2
		3) 0
		4) -1
8	Экстремумы функции $y = \frac{1}{x^2 + 1}$:	точек экстремума нет
		2) (0, 1) – точка максимума, (0; -1) – точка минимума
		3) (0, 1) – точка максимума
		4) (0; 1) – точка минимума
9	Предел функции $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 y)}{y}$ равен ...	1) 4
		2) 1
		3) 2
		4) 0
10	Частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \lg(x^2 - \ln y)$ равны ...	1) $z'_x = \frac{1}{x^2 - \ln y}$ $z'_y = \frac{1}{y(x^2 - \ln y)}$
		2) $z'_x = \frac{y}{(x^2 - \ln y) \ln 10}$ $z'_y = \frac{1}{(x + \ln y)}$
		3) $z'_x = \lg(2x)$; $z'_y = \lg(-\frac{1}{y})$
		4) $z'_x = \frac{2x}{(x^2 - \ln y) \ln 10}$; $z'_y = \frac{-1}{y(x^2 - \ln y) \ln 10}$.
11	Для функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ равна...	1) $\frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
		2) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
		3) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)}$
		4) $\frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$
12	Интеграл $\int (3 - 2x)^7 dx$ равен	1) $-\frac{1}{8}(3 - 2x)^8 + C$

		2) $(3-2x)^8 + C$
		3) $-\frac{1}{16}(3-2x)^8$
		4) $-\frac{1}{16}(3-2x)^8 + C$
13	Интеграл $\int \frac{5x-3}{x^2-2x-3} dx$ равен ...	1) $-3\ln x-3 + 2\ln x+1 + C$
		2) $\ln x-3 - 2\ln x+1 + C$
		3) $3\ln x-3 + 2\ln x+1 + C$
		4) $\ln(x-3)(x+1) + C$
14	Интеграл $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ равен ...	1) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$
		2) $\frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$
		3) $\ln \frac{2}{3}$
		4) $\ln \frac{4}{9}$
15	Площадь криволинейной трапеции D  равна...	1) 1
		2) $\frac{\pi}{4}$
		3) $\frac{\pi}{2}$
		4) $\frac{\pi}{8}$
16	Интеграл $\int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$ равен ...	1) $e+2$
		2) $e-1$
		3) e
		4) $2e-1$
17	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник ...	1) 
		2) 
		3) 

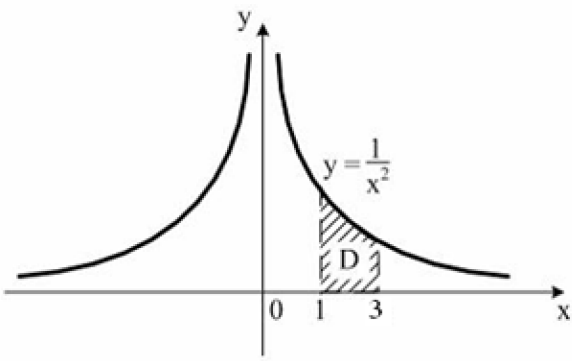
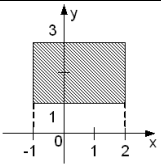
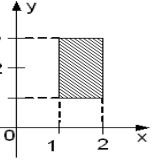
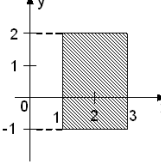
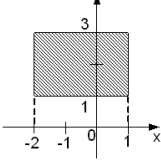
		 <p>4)</p>
18	Повторный интеграл $\int_0^2 dx \int_0^2 dy$ равен ...	<p>1) 4</p> <p>2) $\frac{1}{2}$</p> <p>3) -1</p> <p>4) 0</p>
19	Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $3 \int_L (x+y) dx$ по контуру $L=OA$ равен ...	<p>1) 2</p> <p>2) 0</p> <p>3) 8</p> <p>4) 12</p>
20	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{\cos^2 y} = 2^{-x} dx$ имеет вид	<p>1) $tgy + \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$</p> <p>2) $ctgy - \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$</p> <p>3) $tgy - \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$</p> <p>4) $tgy - 2^{-x} = C$</p>
21	Общий интеграл дифференциального уравнения $y = x(y' - \sqrt[3]{e^y})$ имеет вид	<p>1) $e^{\frac{y}{x}} = \ln Cxy$</p> <p>2) $e^{\frac{y}{x}} - \ln Cx = 0$</p> <p>3) $e^{-\frac{y}{x}} + \ln Cx = 0$</p> <p>4) $y = x \ln Cxy$</p>
22	Уравнением в полных дифференциалах является ...	<p>1) $\sin(x+y)dx + x \cos(x+y)(dx+dy) = 0$</p> <p>2) $\sin(x+y)dx + x \cos(x+y)dy = 0$</p> <p>3) $\sin(x+y)dx + \cos(x+y)(dx-dy) = 0$</p> <p>4) $\sin(x-y)dx - \cos(x+y)(dx-dy) = 0$</p>
23	Частное решение уравнения $y'' - 6y' = 9x$ имеет вид	<p>1) $y_{\text{чп}} = Ax + B$</p> <p>2) $y_{\text{чп}} = Ax^2 + Bx$</p> <p>3) $y_{\text{чп}} = Ax^2 + Bx + C$</p> <p>4) $y_{\text{чп}} = Ax$</p>
24	Общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2 = 0$ имеет вид	<p>1) $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$</p> <p>2) $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$</p> <p>3) $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$</p> <p>4) $y = e^x(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$</p>
25		<p>1) 1</p>

	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(2)$ равно ...	2) 0 3) 5 4) 8
26	Для ряда $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \dots$ формула n -го члена равна ...	1) $u_n = \frac{8}{2^n}$ 2) $u_n = \frac{16}{2n}$ 3) $u_n = \frac{8}{n+2}$ ($n = 0,1,2,\dots$) 4) $u_n = \frac{8}{2n+2}$ ($n = 0,1,2,\dots$)
27	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ применяется:	1) признак Коши 2) необходимый признак сходимости 3) признак Даламбера 4) интегральный признак Коши
28	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$ применяется:	1) признак Коши 2) необходимый признак сходимости 3) признак Даламбера 4) интегральный признак Коши
29	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 2^{nx}$:	1) $(-\infty, 0]$ 2) $(0, 1)$ 3) $(-\infty, 0)$ 4) $[1, \infty)$
30	В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{\pi nx}{e} + b_n \sin \frac{\pi nx}{e}\right)$ коэффициент a_n вычисляется по формуле:	1) $\frac{1}{\pi} \int_{-e}^e f(x) \cos \frac{\pi nx}{e} dx$ ($n = 0,1,2,\dots$) 2) $\frac{1}{e} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \frac{\pi nx}{e} dx$ 3) $\frac{1}{e} \int_{-e}^e f(x) \cos \frac{\pi nx}{e} dx$ ($n = 0,1,2,\dots$) 4) $\frac{1}{\pi} \int_{-e}^e f(x) dx$

Вариант 2.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен ...	1) 2 2) 2/5 3) $+\infty$ 4) 0
2		1) e^2

	Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$ равен ...	2) ∞ 3) $2e$ 4) e^{-2}
3	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^2}$ равен ...	1) 1 2) $1/2$ 3) 2 4) ∞
4	Для функции $x^2 y^2 - x - y = a$ производная $y'(x)$ равна ...	1) $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$ 2) $y'(x) = \frac{1 + 2x^2 y^2}{1 - 2x^2 y^2}$ 3) $y'(x) = \frac{1 - 2x^2 y^2}{1 + 2x^2 y^2}$ 4) $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$
5	Для функции $f(x) = e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна ...	1) $f'(x) = -3e^{2x}$ 2) $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$ 3) $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$ 4) $f'(x) = 2e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
6	Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$ производная y'_x равна ...	1) $y'_x = 2t$, 2) $y'_x = 2t + 6t^2$ 3) $y'_x = 2 + 6t$ 4) $y'_x = t$
7	График функции $y = x^3 + 3x^2$ имеет точки перегиба:	1) $(0, 0)$ 2) $(0, 0), (-2, 4)$ 3) $(-1, 2)$ 4) $(0, 0), (-3, 0)$
8	Смешанная частная производная второго порядка для функции двух переменных $z = \frac{x}{y}$ равна	1) $z''_{xy} = 1$ 2) $z''_{xy} = -1$ 3) $z''_{xy} = -\frac{1}{y^2}$ 4) $z''_{xy} = \frac{1}{y^2}$
9	Дана функция $z = 2xy - 2x - 4y$. Вычислить $\overline{\text{grad}z}$ в точке $A(2,3)$.	1) $\overline{\text{grad}z} = 4\bar{i} - 3\bar{j}$ 2) $\overline{\text{grad}z} = 2\bar{i} - \bar{j}$ 3) $\overline{\text{grad}z} = 4\bar{i}$ 4) $\overline{\text{grad}z} = -\bar{j}$
10	Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ равен ...	1) $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$, 2) $\sin^3 x - \sin^5 x + C$

		3) $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
		4) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C$
11	Неопределенный интеграл $\int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$ равен ...	1) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$
		2) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \arcsin(x - 2) + C$
		3) $3 \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$
		4) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + 4 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$
12	$F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(2) - F(1)$ равна ...	1) 8
		2) 9
		3) 1
		4) 0
13	Площадь криволинейной трапеции D равна ... 	1) $\frac{2}{3}$
		2) $\frac{1}{3}$
		3) $\frac{1}{2}$
		4) 1
14	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_1^3 dx \int_{-1}^2 f(x, y) dy$ является прямоугольник ...	 1)
		 2)
		 3)
		 4)

15	Повторный интеграл $\int_0^1 \int_0^1 dx dy$ равен ...	1) 1 2) $\frac{1}{2}$ 3) -1 4) 0
16	Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $3 \int_L (x+y) dx$ по контуру $L=OA$ равен ...	1) 2 2) 0 3) 8 4) 12
17	Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:	1) $y' + 2xy = x^3 + 1$ 2) $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$ 3) $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$ 4) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$
18	Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = y^2 \ln x$:	1) с разделяющимися переменными 2) однородное 3) уравнение Бернулли 4) линейное
19	Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:	1) $y = x(x + 2)$ 2) $y = x(3x + 1)$ 3) $y = x(2x + 1)$ 4) $y = x(4x + 1)$
20	Общий интеграл дифференциального уравнения $y = x(y' - \sqrt[3]{e^y})$ имеет вид	1) $e^{\frac{y}{x}} = \ln Cxy$ 2) $e^{\frac{y}{x}} - \ln Cx = 0$ 3) $e^{-\frac{y}{x}} + \ln Cx = 0$ 4) $y = x \ln Cxy$
21	Понизить порядок уравнения $yy'' - (y')^2 = y^3$ можно ...	1) последовательно интегрируя его 2) заменой $y' = p, y'' = p'$ 3) заменой $y' = p, y'' = pp'$ 4) заменой $y' = p, y'' = p^2 p'$
22	Решением уравнения $y'' + 6y' + 18y = 0$ является ...	1) $y = Ce^{-3x} \cos 2x$ 2) $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$ 3) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$ 4) $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

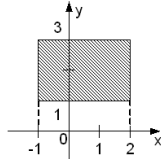
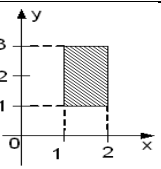
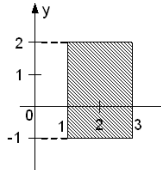
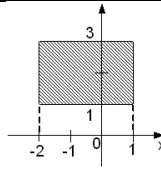
23	<p>Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(3)$ равно ...</p>	<p>1) 1 2) 0 3) 5 4) 21</p>
24	<p>Сумма ряда $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$ равна ...</p>	<p>1) 1 2) 2 3) n 4) 0</p>
25	<p>Ряд $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots$:</p>	<p>1) знакочередующийся 2) степенной ряд 3) знакопеременный 4) знакоположительный</p>
26	<p>Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n!}$ (без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:</p>	<p>1) признак Коши 2) признак Даламбера 3) достаточный признак расходимости 4) признак Лейбница</p>
27	<p>Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n}$ (*):</p>	<p>1) $u_n = \sin \frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n} (n \rightarrow \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения.</p> <p>2) $u_n = \sin \frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n (n \rightarrow \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения.</p> <p>3) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} = 0$, \Rightarrow (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.</p> <p>4) $u_n = \sin \frac{\pi}{n}$, $v_n = \frac{\pi}{n}$. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \pi/n}{\pi/n} = 1$, \Rightarrow вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.</p>
28	<p>Радиус сходимости степенного ряда с общим членом $u_n = (-1)^n \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot n}$. равен ...</p>	<p>1) 2,5 2) 1,65 3) - 2 4) 2</p>
29		<p>1) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$</p>

	В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ коэффициент a_n вычисляется по формуле:	2) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$
		3) $a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$
		4) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx (n = 0, 1, 2, \dots)$
30	Общий член ряда Маклорена для функции $y = \sin x$ имеет вид:	1) $(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
		2) $\frac{x^{2n}}{(2n+1)!}$
		3) $\frac{x^{2n+1}}{2n!}$,
		4) $\frac{x^{n+1}}{3n}$.

Вариант 3

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$.	1) ∞
		2) 0
		3) 3
		4) 1
2	Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{arctg} 4x}$.	1) 0,5
		2) 0
		3) 0,25
		4) ∞
3	Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3n}\right)^{n+1}$.	1) e
		2) $e^{\frac{2}{3}}$
		3) $e^{-\frac{2}{3}}$
		4) 1
4	Производная неявно заданной функции $x^2 + y^2 + 3xy = a^2$ равна ...	1) $y' = -\frac{2x}{5}$
		2) $y' = -\frac{2y + x^2}{3}$
		3) $y' = \frac{2y + 3x}{3y + 2x}$
		4) $y' = -\frac{2x + 3y}{3x + 2y}$
5	Для $y = \operatorname{arctg} 3x$ значение x'_y равно ...	1) $x'_y = \frac{9x^2 + 1}{3}$

		2) $x'_y = \frac{3}{9x^2 + 1}$
		3) $x'_y = 3tgx$
		4) $x'_y = 3tg 3x$
6	Найти дифференциал функции $y = ctg\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$	1) $dy = \frac{dx}{\frac{1}{3}\cos^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$
		2) $dy = -\frac{dx}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$
		3) $dy = \frac{3d\varphi}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$
		4) $dy = -\frac{d\varphi}{3 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$
7	График функции $y = x^3 - x^2$ имеет точки перегиба:	1) (0, 0)
		2) (0, 0), (-2, -12)
		3) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{27}\right)$
		4) (0, 0), (1, 0)
8	Найти предел функции $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (2x + 5y) \cdot \sin \frac{3}{x}$	1) 0
		2) 1
		3) нет предела
		4) ∞
9	Для $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ значение $grad z$ в точке (5;3) равно ...	1) $gradz = \frac{5}{4}\bar{i} + \frac{3}{4}\bar{j}$
		2) $gradz = -\frac{5}{4}\bar{i} + \frac{3}{4}\bar{j}$
		3) $gradz = \frac{5}{4}\bar{i} - \bar{j}$
		4) $gradz = \frac{5}{4}\bar{i} - \frac{3}{4}\bar{j}$
10	Полные дифференциалы функции $u = \sin^2 x \cdot \cos^2 y$ равны ...	1) $du = \sin 2x \cdot \cos^2 y dx - \sin 2y \cdot \sin^2 x dy$
		2) $du = 2 \sin x \cdot \cos^2 y dx - 2 \sin y \cdot \sin^2 x dy$
		3) $du = 2 \sin x \cdot (\cos^2 y dx + \sin^2 x dy)$

		4) $du = 2 \cos x \cdot \cos^2 y dx - -2 \sin y \cdot \sin^2 x dy$
11	Для функции $z = \ln(x^2 + y^2)$ найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$	1) 1
		2) -1
		3) $x^2 + y^2$
		4) 0
12	Интеграл $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$ равен ...	1) $0,5 \arctg \frac{x}{2} + C$
		2) $\ln(x^2 + 4) + C$
		3) $2 \arctg \frac{x}{2} + C$
		4) $0,5 \ln(x^2 + 4) + C$
13	Вычислите $\int_1^e \ln x dx$	1) e
		2) $e-1$
		3) $e+C$
		4) 1
14	Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость $\int_0^{\infty} \cos x dx$	1) 1
		2) расходится
		3) 0
		4) 2
15	Объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ вокруг оси Ox , равен ...	1) 2π
		2) π
		3) $0,3\pi$
		4) 1
16	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-2}^1 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник ...	1) 
		2) 
		3) 
		4) 

17	Повторный интеграл $\int_0^3 \int_0^3 dx dy$ равен ...	1) 9
		2) $\frac{1}{2}$
		3) -1
		4) 0
18	Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $4 \int_L (x+y) dx$ по контуру $L=OA$ равен ...	1) 2
		2) 0
		3) 8
		4) 16
19	Частное решение уравнения $xy' + y = 3$, удовлетворяющее условию $y(1) = 4$, равно ...	1) $y = 3 - \frac{1}{x}$
		2) $y = 3 + \frac{1}{x}$
		3) $y = 2 + \frac{2}{x}$
		4) $y = 3 + e^{x-1}$
20	Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = \ln x$:	1) с разделяющимися переменными
		2) однородное
		3) уравнение Бернулли
		4) линейное
21	Однородным дифференциальным уравнением 1-го порядка является ...	1) $y' + 3y = \sin 2x$
		2) $y' = \frac{3x^2}{x^2 + y - 3}$
		3) $y' = \frac{x}{x+y}$
		4) $y' = \frac{x}{y+ux}$
22	Понизить порядок уравнения $(y')^2 - yy'' = y^2 y'$ можно	1) последовательно интегрируя его
		2) заменой $y' = p, y'' = p'$
		3) заменой $y' = p, y'' = pp'$
		4) заменой $y' = p, y'' = p^2 p'$
23	Частное решение уравнения $y'' + 2y' + 1 = e^{-x}$ имеет вид	1) $y_{\text{чп}} = Ae^{-x}$
		2) $y_{\text{чп}} = Ax^2 e^{-x}$
		3) $y_{\text{чп}} = (Ax + B)e^{-x}$
		4) $y_{\text{чп}} = Axe^{-x}$
24		1) 1
		2) 0

	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(1)$ равно ...	3) 5 4) 2
25	Для ряда $1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \dots$ формула n -го члена равна ...	1) $u_n = \frac{1}{(2n-1)(-3)^n}$ 2) $u_n = -\frac{1}{(2n+1)(-3)^n}$ 3) $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)3^n}$ 4) $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)3^{n-1}}$
26	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$ (без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:	1) признак Коши 2) признак Даламбера 3) достаточный признак расходимости 4) признак Лейбница
27	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$	1) $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$ 2) $(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$ 3) $(-\infty; -3] \cup (-1; +\infty)$ 4) $(-3; -1)$
28	Ряд $\frac{\sin \alpha}{\ln 10} + \frac{\sin 2\alpha}{(\ln 10)^2} + \dots + \frac{\sin n\alpha}{(\ln 10)^n} + \dots$:	1) знакочередующийся 2) степенной ряд 3) знакопеременный 4) знакоположительный
29	Общий член ряда Маклорена для функции $y = 3\sin x$ имеет вид:	1) $3(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ 2) $\frac{3x^{2n}}{(2n+1)!}$ 3) $\frac{x^{2n+1}}{2n}$ 4) $\frac{x^{n+1}}{3n}$.
30	В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{\pi nx}{l} + b_n \sin \frac{\pi nx}{l})$ коэффициент b_n вычисляется по формуле:	1) $b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi nx}{l} dx$ 2) $b_n = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi nx}{l} dx$ 3) $b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi nx}{l} dx$ 4) $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi nx}{l} dx$

Приложение №2

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Математика (раздел «Математический анализ»)

Практические задания формируются на основе номеров заданий сборника задач под редакцией Демидовича Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. (М., АСТ:Астрель, 2003 г) из списка основной учебной литературы, приведенного в рабочей программе по дисциплине.

Практические задачи по теме 1 «Введение в математический анализ»: № 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 26, 39, 43.

Практические задачи по теме 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»: №167, 171, 175, 181, 184, 192, 195, 198, 200, 203, 213, 216, 218, 231, 241, 245, 249, 317, 320, 327.

Практические задачи по теме 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»: №371, 373, 376, 377, 384, 388, 399, 413, 430, 445, 473, 575, 562, 582, 601, 613, 621, 623, 625, 628, 633, 643, 657, 671, 693, 723, 737, 743, 780, 784, 789, 791, 795, 805, 808, 926, 951.

Практические задания по теме 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»: № 1784, 1792, 1794 (а, б), 1797 (б, в), 1804, 1811, 1822, 1838, 1860, 1861, 1877, 1885, 1892, 1917, 1981, 2008, 2010, 2030.

Практические задания по теме 5 «Неопределенный интеграл»: № 1033, 1043, 1050, 1074, 1064, 1095, 1129, 1152, 1193, 1202, 1215, 1217, 1257, 1259, 1265, 1283, 1294, 1318, 1338, 1343, 1373.

Практические задания по теме 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»: № 1526, 1529, 1555, 1571, 1582, 1589, 1634, 1678, 1691, 1728, 1736.

Практические задания по теме 7 «Дифференциальные уравнения»: № 2742, 2743, 2769, 2785, 2790, 2792, 2876, 2911, 2914, 2936, 2995, 3001, 3012, 3032, 3037.

Практические задания по теме 8 «Числовые и функциональные ряды»: № 2436, 2443, 2455, 2471, 2477, 2514, 2527, 2530, 2552, 2594, 2614.

Приложение №3

**ТИПОВЫЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ (ТИПОВЫЕ
РАСЧЕТЫ) И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

Индивидуальное домашнее задание №1

по теме «Исследование функций и построение их графиков»

Состоит из 2х заданий, предусматривающих проведение полного исследования функции средствами дифференциального исчисления и построение графика по результатам исследования.

Примерные задания

Провести полное исследование заданной функции и построить ее график.

$$\text{а) } y = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4} \quad ; \quad \text{б) } y = x + \frac{\ln(x)}{x} .$$

Контрольные вопросы

1. Определение возрастающей и убывающей на промежутке функции. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
2. Определение экстремума функции.
3. Необходимое и достаточное условия экстремумов функции.
4. Исследования функции на экстремум с помощью второй производной.
5. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
6. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
7. Сформулируйте определение асимптоты графика функции. Как находятся вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, заданной уравнением $y = f(x)$?

Индивидуальное домашнее задание №2

по теме «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Дана функция $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$. Найти частные производные 1 и 2 порядка.
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области D .
 $x^2 + y^2 - 9xy + 27$, $D: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$.
3. Дана функция $z = 2xy - 2x - 4y$, точка $A(2,3)$ и вектор $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}$. Найти: 1) $grad z$ в точке A ; 2) производную в точке A в направлении вектора \vec{a} .

Контрольные вопросы

1. Понятие функции нескольких переменных, поверхности и линии уровня.
2. Предел и непрерывность функции двух переменных.
3. Понятие частных производных функции нескольких переменных.
4. Производная по направлению, градиент ф. н. п.
5. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
7. Экстремум функции нескольких переменных.
8. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Индивидуальное домашнее задание №3

по теме «Определенный интеграл, несобственные интегралы»

Состоит из 6 – 8 заданий, предусматривающих: вычисление определенных интегралов (в том числе с использованием интегрирования по частям и замены переменной); вычисление площадей плоских фигур; вычисление длин дуг плоских кривых; вычисление объемов тел; вычисление (или исследование сходимости) несобственных интегралов.

Примерные задания

1. Вычислить определенные интегралы.

$$\text{а) } \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{\sin^2(x) \cdot dx}{\cos^2(x) - 3 \cdot \sin^2(x)} \quad ; \quad \text{б) } \int_{\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x^4} \cdot dx \quad .$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3 \quad ;$$

4. Вычислить длину дуги кривой $y = 4 - x^2$ между точками ее пересечения с осью Ox .

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной оси Ox координат фигуры, ограниченной заданными линиями

$$2y^2 = x^3, \quad x = 4$$

6. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их на сходимость.

$$\text{а) } \int_{-1}^1 \frac{3 \cdot x}{x^2 - 1} \cdot dx \quad ; \quad \text{б) } \int_1^{\infty} \frac{\cos(3x)}{x^3 + 2x - 1} \cdot dx \quad .$$

Контрольные вопросы

1. Понятие определенного интеграла.
2. свойства определенного интеграла.
3. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
4. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Основные методы вычисления определенного интеграла.
4. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.
5. Приложения определенного интеграла: вычисление площади плоской фигуры, длины дуги плоской кривой, нахождение объема тела вращения.

Индивидуальное домашнее задание №4

по теме «Числовые и функциональные ряды»

1. Исследовать на сходимость числовую последовательность с общим членом:

$$\text{а) } a_n = \frac{3n^2 + 6n + 1}{5n^2 + 3};$$

$$\text{б) } a_n = \frac{2^n}{n^2};$$

$$\text{в) } a_n = \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n;$$

$$\text{г) } a_n = \frac{1+n}{n^2+9}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3}$$

3. Найти радиус сходимости и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$$

Контрольные вопросы

1. Числовые ряды: основные понятия, необходимый признак сходимости.
2. Достаточные признаки сходимости числовых рядов.
3. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
4. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
5. Функциональные ряды: основные понятия.
6. Сходимость степенных рядов: интервал и радиус сходимости степенного ряда.

7. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
8. Некоторые приложения степенных рядов.
9. Тригонометрический ряд Фурье.

Приложение №4

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К КОЛЛОКВИУМУ

по темам: «Введение в математический анализ», «Предел и непрерывность функции действительной переменной», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

1. Множества: основные понятия, операции над множествами.
2. Понятие функции, ее области определения и множества значений, способы задания функций.
3. Основные свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
4. Числовая последовательность.
5. Предел числовой последовательности, геометрический смысл.
6. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Предел функции, его свойства.
8. Виды неопределенностей и методы их раскрытия.
9. Первый замечательный предел и его следствия.
10. Второй замечательный предел и его следствия.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Теоремы о бесконечно малых.
12. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение для вычисления пределов.
13. Односторонние пределы.
14. Непрерывность функции.
15. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва функции.
16. Понятие производной, ее механический и физический смысл.
17. Уравнения касательной и нормали к кривой.
18. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
19. Правила дифференцирования функции, таблица производных основных элементарных функций.
20. Сложная функция, обратная функция: понятие, вычисление производной.
21. Дифференцирование параметрически заданных функций.
22. Дифференцирование неявно заданных функций.
23. Логарифмическое дифференцирование.

24. Производные высших порядков явно заданной, неявно и параметрически заданных функций.
25. Дифференциал функции: понятие, свойства, геометрический смысл.
26. Применение дифференциала для приближенного вычисления значений функции.
27. Дифференциалы высших порядков.
28. Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа, Коши).
29. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.
30. Условия монотонности функции.
31. Понятие экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
32. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
33. Направление выпуклости графика функции.
34. Точки перегиба графика функции.
35. Асимптоты графика функции.
36. Понятие функции нескольких переменных, поверхности и линии уровня.
37. Предел и непрерывность функции двух переменных.
38. Понятие частных производных функции нескольких переменных.
39. Производная по направлению, градиент функции нескольких переменных.
40. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
41. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
42. Экстремум функции нескольких переменных.
43. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Приложение №5

**ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ОЧНОЙ
ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ**

Контрольная работа №1 по теме

«Предел и непрерывность функции одной переменной»

Вычислить пределы:

1. Найти пределы функций.

1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}$ при а) $x_0 = 2$, б) $x_0 = 3$, в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}}{x-4}$; 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n+1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 2x}{x \sin 4x}$.

Контрольная работа №2 по теме

«Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

1. Найти производные заданных функций.

а) $y = \operatorname{ctg}^7 \frac{x+3}{5-2x^2}$;

б) $xy = \ln \sin(x+y)$;

в) $y = (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$;

д) $x = \sin^2 \frac{t}{3}$, $y = \frac{1+t}{1-t}$.

2. Вычислить приближенно $f(1,05)$, если $f(x) = e^{0,1x(1-x)}$.

3. Написать уравнение касательной и нормали к линии $y = \ln x$ в точке $x_0 = 1$.

4. Решить, используя правило Лопиталю: $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$.

Контрольная работа №3 по теме

«Интегральное исчисление функции одной переменной»

1. Вычислить интегралы:

1. $\int_0^{1/3} e^{3x} \cdot (x-1) dx;$

4. $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx;$

2. $\int \frac{x^2 - 2}{x^3 + x} dx;$

5. $\int \sin^3 x \cos^4 x dx.$

3. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x - \cos x};$

6. $\int (e^x + e^{-x})^2 dx.$

Контрольная работа №4 по теме

«Дифференциальные уравнения»

Решить уравнения:

1. $(xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0.$

2. $2x^2y' - 4xy - y^2 = 0.$

3. $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}.$

4. $\frac{y}{x}dx + (3y^2 + \ln x)dy = 0.$

5. $xy'' - y' = 0.$

6. $y'' - 8y' + 12y = -65\cos 4x.$

Приложение №6

**ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ
ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ**

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ №1

1. Вычислить пределы функций, не пользуясь средствами дифференцирования

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}; \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5} \right)^{3n+2}.$$

2. Найти производные заданных функций.

$$\text{а) } y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^5; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt[5]{\left(\frac{1-5x}{1+5x} \right)^3};$$

$$\text{в) } y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}; \quad \text{г) } y = 2^{tg x} + x \sin 2x;$$

$$\text{д) } \operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right) = 5x.$$

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных параметрически функций: $x = \cos \left(\frac{t}{2} \right)$; $y = t - \sin t$.

1. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить график

$$y = \frac{3x}{x^2 - 4}.$$

5. Найти полный дифференциал функции $z = f(x; y)$, если $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ №2

1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\operatorname{arctg}^2 2x}{1 + 4x^2} dx;$$

$$\text{в) } \int x \cos 2x dx; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx.$$

2. Вычислить по формуле Ньютона – Лейбница определенный интеграл $\int_3^9 \frac{\ln x}{x} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 + 4x - 1$ и прямой $y = -x - 1$. Сделать чертеж.

3. С помощью двойного интеграла найти объем тела, ограниченного указанными поверхностями

$$z = 0, \quad z = (y - 1)^2, \quad y = x^2.$$

Построить чертёж области интегрирования.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - 4xy = x$.

6. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{nx^n}{2^n}$;

найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

7. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям.

$$y''x \ln x = y'; \quad y(e) = e - 1, \quad y'(e) = 1.$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям. $y'' + 6y' + 13y = 8e^{-x}$; $y(0) = \frac{2}{3}$, $y'(0) = 2$.

Приложение №7

**ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН) ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Множества: основные понятия, операции над множествами.
2. Понятие функции, ее области определения и множества значений, способы задания функций.
3. Основные свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
4. Числовая последовательность.
5. Предел числовой последовательности, геометрический смысл.
6. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Предел функции, его свойства.
8. Виды неопределенностей и методы их раскрытия.
9. Первый замечательный предел и его следствия.
10. Второй замечательный предел и его следствия.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Теоремы о бесконечно малых.
12. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение для вычисления пределов.
13. Односторонние пределы.
14. Непрерывность функции.
15. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва функции.
16. Понятие производной, ее механический и физический смысл.
17. Уравнения касательной и нормали к кривой.
18. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
19. Правила дифференцирования функции, таблица производных основных элементарных функций.
20. Сложная функция, обратная функция: понятие, вычисление производной.
21. Дифференцирование параметрически заданных функций.
22. Дифференцирование неявно заданных функций.
23. Логарифмическое дифференцирование.
24. Производные высших порядков явно заданной, неявно и параметрически заданных функций.
25. Дифференциал функции: понятие, свойства, геометрический смысл.

26. Применение дифференциала для приближенного вычисления значений функции.
27. Дифференциалы высших порядков.
28. Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа, Коши).
29. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.
30. Условия монотонности функции.
31. Понятие экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
32. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
33. Направление выпуклости графика функции.
34. Точки перегиба графика функции.
35. Асимптоты графика функции.
36. Понятие функции нескольких переменных, поверхности и линии уровня.
37. Предел и непрерывность функции двух переменных.
38. Понятие частных производных функции нескольких переменных.
39. Производная по направлению, градиент функции нескольких переменных.
40. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
41. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
42. Экстремум функции нескольких переменных.
43. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
44. Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов.
45. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подстановки, метод интегрирования по частям.
46. Интегрирование рациональных функций.
47. Интегрирование тригонометрических функций.
48. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
49. Неберущиеся интегралы.
50. Понятие определенного интеграла, геометрический и физический смысл определенного интеграла и его свойства.
51. Основные методы вычисления определенного интеграла.
52. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.
53. Приложения определенного интеграла: вычисление площади плоской фигуры, длины дуги плоской кривой, объема пространственного тела.

54. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши, общее и частное решения.
 55. Интегрирование дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными и уравнений. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
 56. Интегрирование однородных дифференциальных уравнений 1-го порядка и уравнений, приводящихся к однородным.
 57. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Лагранжа (вариации произвольной постоянной).
 58. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Бернулли решения линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка.
 59. Интегрирование уравнений Бернулли.
 60. Интегрирование дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.
 61. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши, общее и частное решения.
 62. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
 63. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
 64. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
 65. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
 66. Числовые ряды: основные понятия, необходимый признак сходимости.
 67. Достаточные признаки сходимости числовых рядов.
 68. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
 69. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
 70. Функциональные ряды: основные понятия. Сходимость степенных рядов: интервал и радиус сходимости степенного ряда.
 71. Ряды Тейлора и Маклорена.
 72. Ряды Фурье.
- Типовые экзаменационные задания по дисциплине

1. Предел числовой последовательности, геометрический смысл. Свойства сходящихся последовательностей.

2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
3. Исследовать ряд с заданным общим членом $a_n = \frac{3n^2 + 6n + 1}{5n^2 + 3}$ на сходимость.
4. Решить задачу Коши: $y'' - 4y' = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.