



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСИ

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Профиль программы
**«АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И
УПРАВЛЕНИЯ»**

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

Цифровых технологий
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
<p>ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1: Использует знания основ математики в профессиональной деятельности и решает стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования</p>	<p>Математический анализ</p>	<p><u>Знать:</u> основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений; простейшие приложения математического анализа в профессиональных дисциплинах. <u>Уметь:</u> использовать методы математического анализа при решении типовых задач; использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины; переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии. <u>Владеть:</u> - методами построения математических моделей типовых задач; - математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач.</p>

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;

- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные домашние задания (типовые расчеты) и контрольные вопросы;
- вопросы для подготовки к коллоквиуму;
- задания по контрольным работам.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и экзамена, относятся:

- экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 70 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2. Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Задания по темам практических занятий

Темы практических занятий по дисциплине «Математический анализ»

Тема 1 «Введение в математический анализ»: решение задач на вычисление предела последовательности по определению, применение свойств предела последовательности.

Тема 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»: решение задач на вычисление предела в случае неопределенности, использование эквивалентностей, свойств бесконечно малых и бесконечно больших, определение типов точек разрыва.

Тема 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»: решение задач на применение правил дифференцирования и таблицы производных основных элементарных функций, вычисление производных сложных функций, функций, заданных неявно, параметрически, применение логарифмического дифференцирования, применение правила Лопиталя, определение промежутков возрастания и убывания функции и точек экстремума, определение промежутков выпуклости и вогнутости и точек перегиба функции, нахождение асимптот, общее исследование и построение графика функции.

Тема 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»: вычисление частных производных и дифференциалов первого и второго порядков, вычисление производных сложных функций и функций, заданных неявно, вычисление градиента, производной по направлению, составление уравнений касательной плоскости и нормали к поверхности, исследование на экстремум функции нескольких переменных.

Тема 5 «Неопределенный интеграл»: интегрирование различных типов выражений с использованием соответствующих приемов и методов.

Тема 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»: задачи на технику вычисления определенного интеграла (свойства, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле), задачи на физические и геометрические приложения определенного интеграла, вычисление несобственных интегралов первого и второго рода.

Тема 7 «Дифференциальные уравнения»: решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка различных типов (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли), в том числе решение задачи Коши, решение дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка, а также линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами для различных типов правых частей.

Тема 8 «Числовые и функциональные ряды»: исследование сходимости числового ряда на основе необходимого и достаточных признаков сходимости, разложение функций в степенные ряды, определение области сходимости функционального ряда и, в том числе, степенного ряда.

Практические задачи по отдельным темам используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися практических заданий проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Типовые варианты практических заданий по отдельным темам приведены в

Приложении №2.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке Контрольная работа предназначается для студентов очной формы обучения. за выполнение задания.

3.5 Целью выполнения индивидуальных домашних заданий является формирование умений и навыков по решению практических заданий по основным темам дисциплины. Индивидуальные домашние задания используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися во внеаудиторное время в рамках СРС.

В приложении № 3 приведены типовые варианты заданий и контрольные вопросы по индивидуальным домашним заданиям (типовые расчеты), предусмотренным рабочей программой дисциплины.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов).

Оценка результатов выполнения каждого индивидуального домашнего задания производится при представлении студентом полностью выполненных (без ошибок) практических заданий и на основании ответов студента на контрольные вопросы по тематике индивидуального домашнего задания («защита» индивидуального домашнего задания). Студент, правильно выполнивший индивидуальное домашнее задание и продемонстрировавший знание использованных им приемов и методов решения задач, получает по индивидуальному домашнему заданию оценку «зачтено».

3.7 Коллоквиум включает в себя развернутые ответы на два вопроса (в письменной или устной форме), краткие ответы на 3 – 5 дополнительных вопросов (устно) и выполнение практического задания по материалам практических занятий.

В приложении №4 приведены типовые вопросы для подготовки к коллоквиуму на знание формул и определений по первым четырем темам дисциплины.

3.8. Критерии и шкала оценивания коллоквиума.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающего его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми приемами их решения.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Контрольные работы предназначаются для студентов очной формы обучения.

Контрольные работы используются для контроля освоения основного материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися контрольных работ проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях и практических занятиях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Студенты очной формы обучения выполняют контрольные работы по следующим темам:

- второй семестр:

Контрольная работа №1 по темам:

- «Предел и непрерывность функции одной переменной» включает 5 – 6 заданий, предусматривающих вычисление пределов функций при различных типах неопределенности;

- «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» включает вычисление производных сложных функций; функций, заданных неявно, параметрически; применение логарифмического дифференцирования; применение правила Лопиталья для вычисления пределов; применение дифференциала к приближенным вычислениям; составление уравнений касательной и нормали к графику функции в точке.

Контрольная работа №2 по темам:

- «Неопределенный интеграл» включает 4 –5 заданий, предусматривающих применение различных приемов и методов интегрирования: непосредственное (табличное)

интегрирование, метод замены переменной, инвариантность формул интегрирования, интегрирование по частям, интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений.

- «Дифференциальные уравнения» включает 5 – 6 заданий, предусматривающих решение различных типов дифференциальных уравнений первого порядка, а также уравнений, допускающих понижение порядка и линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Типовые варианты заданий контрольных работ для студентов очной формы обучения по темам дисциплины приведены в Приложении №5.

4.2 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.3 Промежуточная аттестация в форме зачета (первый семестр) проходит по результатам прохождения текущего контроля успеваемости.

Положительная оценка («зачтено») выставляется студенту очной формы обучения, успешно выполнившему и защитившему:

- более 60% задач из каждого домашнего задания (по темам 1, 2, 3, 4) – (пункт 3.3 и 3.4);
- индивидуальный типовой расчет №1 (пп. 3.5 и 3.6);
- коллоквиум по темам 2, 3 и 4 (пп. 3.3 и 3.4)

Промежуточная аттестация по дисциплине (второй семестр) проводится в форме экзамена.

Студенты очной формы обучения допускаются к экзамену при положительной аттестации по результатам текущего контроля, если:

- выполнили более 60 % домашних заданий за второй семестр (по темам 5, 6, 7, 8) (пп. 3.3 и 3.4);
- выполнили контрольные работы №1 и №2 (пп. 4.1 и 4.2);
- защитили индивидуальные типовые расчеты: №2 и №3 (пп. 3.5 и 3.6).

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 6.

Представленные вопросы для проведения экзамена компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает ответы на вопросы билета, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагает ответ на вопросы билета, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, профиль программы «Автоматизированные системы обработки информации и управления».

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол №6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры систем управления и вычислительной техники 25.04.2022 г. (протокол № 5).

Заведующий кафедрой



В.А. Петрикин

Приложение №1

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Вариант 1.

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен...

1. 2
2. 2/5
3. $+\infty$
4. 0

Вопрос №2. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$ равен...

1. e^2
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^2}$ равен...

1. 1
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос №4. Для функции $x^2 y^2 - x - y = a$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$
2. $y'(x) = \frac{1 + 2x^2 y^2}{1 - 2x^2 y^2}$
3. $y'(x) = \frac{1 - 2x^2 y^2}{1 + 2x^2 y^2}$
4. $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x) = e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна ...

1. $f'(x) = -3e^{2x}$
2. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
3. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$
4. $f'(x) = 2e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = 2t$
2. $y'(x) = 2t + 6t^2$
3. $y'(x) = 2 + 6t$

4. $y'(x) = t$

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ равен ...

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$
3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
4. $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C$

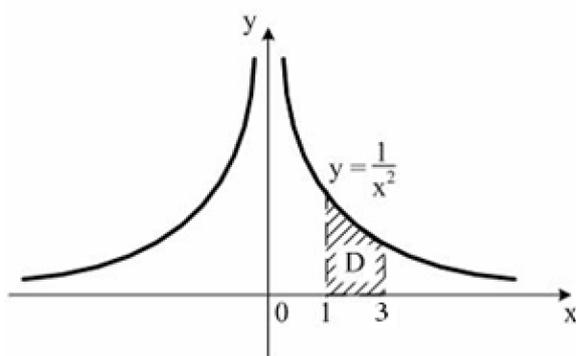
Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$ равен ...

1. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$
2. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \arcsin(x - 2) + C$
3. $3 \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$
4. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + 4 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$

Вопрос №9. F(x) – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность F(2)–F(1) равна ...

1. 8
2. 9
3. 1
4. 0

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции **D** равна ...



1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{2}$
4. 1

Вопрос №11. Несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} e^{5x} dx$ равен...

1. 0

2. ∞
3. $1/5$
4. 5

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$ равен ...

1. 1
2. $\frac{1}{2}$
3. -1
4. 0

Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int x \cos 3x dx$ равен...

1. $x \sin 3x + \cos 3x + C$
2. $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{3} \cos 3x + C$
3. $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$
4. $\frac{x}{3} \sin 3x - \frac{1}{9} \cos 3x + C$

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является...

1. $y' + 2xy = x^3 + 1$
2. $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$
3. $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №15. Производная функции $f(x) = 2^{\frac{\ln x}{x}}$ равна...

1. $2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \ln 2$
2. $2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1-\ln x)}{x^2}$
3. $2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1-\ln x)\ln 2}{x^2}$
4. $\frac{\ln x}{x} \cdot 2^{\frac{\ln x}{x}-1}$

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$...

1. с разделяющимися переменными
2. однородное
3. уравнение Бернулли
4. линейное

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция...

1. $y = x(x + 2)$
2. $y = x(3x + 1)$
3. $y = x(2x + 1)$
4. $y = x(4x + 1)$

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$ является ...

1. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2. $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
4. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

Вопрос №19. Для дифференциального уравнения $y'' - 7y' = 5xe^x$ формула нахождения частного решения имеет вид ...

1. $y_ч = (Ax + B)e^x$
2. $y_ч = x(Ax + B)e^x$
3. $y_ч = Ae^x$
4. $y_ч = Axe^x$

Вопрос №20. Для ряда $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$ формула n -го члена равна ...

1. $u_n = \frac{3}{2^n}$
2. $u_n = \frac{3}{2n}$
3. $u_n = \frac{3}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
4. $u_n = \frac{3}{2n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №21. Ряд $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

1. знакочередующийся
2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакоположительный

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется...

1. признак Коши
2. признак Даламбера
3. достаточный признак расходимости
4. признак Лейбница

Вопрос № 23. Числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n}$$

1. сходится
2. расходится
3. сходится условно
4. сходится абсолютно

Вопрос №24. Согласно признаку Даламбера, если для числового ряда с положительными членами выполняется условие $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$, то этот ряд

1. сходится
2. расходится
3. может как сходиться, так и расходиться
4. сходится условно

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$ линии уровня – это ...

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. Для дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 3y = 4\cos 5x$ формула нахождения частного решения имеет вид ...

1. $y_q = A \cos 5x$
2. $y_q = A \cos 5x + B \sin 5x$
3. $y_q = A x \cos 5x$
4. $y_q = e^x(A \cos 5x + B \sin 5x)$

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $u = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$ равен ...

1. $(2x - 2yz)\vec{i} + (2y - 2xz)\vec{j} + (2z - 2xy)\vec{k}$
2. $2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$
3. $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$
4. $x\vec{i} - 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$

Вопрос №28. Разложение дроби $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)}$ на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами имеет вид ...

1. $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+1}$
2. $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$
3. $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+1}$
4. $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

Вопрос №29. Частная производная по переменной x от функции $z = \frac{2xy}{x-y}$ равна ...

1. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y^2}{(x-y)^2}$
2. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-2y^2}{(x-y)^2}$
3. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{(x-y)^2}$
4. $\frac{\partial z}{\partial x} = -2$

Вопрос №30. Дифференциал функции двух переменных $z = xy^2$ равен ...

1. $dz = y^2 dx + 2xy dy$
2. $dz = y^2 dx$

3. $dz = 2xydx + y^2dy$

4. $dz = (y^2 + 2xy)dx$

Вариант 2.

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 + 4x}$ равен ...

1. 2

2. $2/5$

3. $+\infty$

4. 0

Вопрос №2. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$ равен ...

1. e^4

2. ∞

3. $2e$

4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{2x^2}$ равен ...

1. $1/4$

2. $1/2$

3. 2

4. ∞

Вопрос №4. Для функции $x^2y^2 - x - y = 8$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2y}$

2. $y'(x) = \frac{1 + 2x^2y^2}{1 - 2x^2y^2}$

3. $y'(x) = \frac{1 - 2x^2y^2}{1 + 2x^2y^2}$

4. $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x) = 4e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна ...

1. $f'(x) = -3e^{2x}$

2. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$

3. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$

4. $f'(x) = 8e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 12e^{2x}$

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = 2t^2 + 4t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = 2t$

2. $y'(x) = 2t + 6t^2$

3. $y'(x) = 2 + 6t$

4. $y'(x) = 2t$

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$ равен ...

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$

2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$

3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$

4. $\frac{\sin^3 x}{3} + C$

Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 5} dx$ равен ...

1. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$

2. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2\arcsin(x - 2) + C$

3. $3\ln(x^2 - 4x + 5) - 2\arctg(x - 2) + C$

4. $\arctg(x - 2) + C$

Вопрос №9. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(3) - F(2)$ равна ...

1. 72

2. 9

3. 1

4. 0

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = x^2$, $x = 1$, $x = 2$ и осью Ox , равна ...

1. $\frac{7}{3}$,

2. 3,

3. $-\frac{7}{3}$,

4. 4.

Вопрос №11. Несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} e^{3x} dx$ равен

1. 0,

2. ∞ ,

3. $1/3$,

4. $-1/3$.

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int_0^2 dx \int_0^2 dy$ равен ...

1. 4

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{2}$
3. -1
4. 0

Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int x \sin 2x dx$ равен...

1. $x \cos 2x + \sin 2x + C$
2. $-\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$
3. $\frac{x}{2} \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$
4. $\frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является ...

1. $y' + 7xy = x^2$
2. $(y + e^x)dy + ye^x dx = 0$
3. $y(e^{2x} - 1)dy + e^{2x} dx = 0$
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №15. Производная y' функции $y = 5^{\frac{\sin x}{x}}$ равна ...

1. $5^{\frac{\sin x}{x}}$
2. $5^{\frac{\sin x}{x}} \cdot \ln 5$
3. $5^{\frac{\sin x}{x}} \cdot \ln 5 \cdot \cos x$
4. $5^{\frac{\sin x}{x}} \cdot \ln 5 \cdot \left(\frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2}\right)$

Вопрос №16. Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = y^2 \ln x$...

1. с разделяющимися переменными
2. однородное
3. уравнение Бернулли
4. линейное

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $xy' - y = x^3$, удовлетворяющим начальным условиям $y(2) = 6$, является функция ...

1. $y = \frac{x^2}{2} + 1$
2. $y = x \left(\frac{x^2}{2} + 2\right)$
3. $y = x \left(\frac{x^2}{2} + 1\right)$
4. $y = x(x^2 + 1)$

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 18y = 0$ является ...

1. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2. $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$

4. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

Вопрос №19. Для дифференциального уравнения $y'' - 4y' = 6xe^x$ формула нахождения частного решения имеет вид ...

1. $y_{\text{ч}} = (Ax + B)e^x$
2. $y_{\text{ч}} = x(Ax + B)e^x$
3. $y_{\text{ч}} = Ae^x$
4. $y_{\text{ч}} = Axe^x$

Вопрос №20. Для ряда $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \dots$ формула n -го члена имеет вид ...

1. $u_n = \frac{8}{2^n}$
2. $u_n = \frac{3}{2^n}$
3. $u_n = \frac{3}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
4. $u_n = \frac{3}{2n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №21. Ряд $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

1. знакочередующийся
2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакоположительный

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется ...

1. признак Коши
2. признак Даламбера
3. достаточный признак расходимости
4. признак Лейбница

Вопрос № 23. Числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n}$$

1. сходится
2. расходится
3. сходится условно
4. сходится абсолютно

Вопрос №24. Согласно признаку Даламбера, если для числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ с положительными членами выполняется условие $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$, то этот ряд ...

1. сходится
2. расходится
3. может как сходиться, так и расходиться
4. сходится условно

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-16}}$ линии уровня – это ...

1. параболы
2. окружности
3. гиперболы
4. эллипсы

Вопрос №26. Для дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 8\sin 3x$ формула нахождения частного решения имеет вид ...

1. $y_ч = A \cos 3x$
2. $y_ч = A \cos 3x + B \sin 3x$
3. $y_ч = A x \cos 3x$
4. $y_ч = e^x(A \cos 3x + B \sin 3x)$

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $u = x^2 + y^2 + z^2$ равен ...

1. $(2x - 2yz)\vec{i} + (2y - 2xz)\vec{j} + (2z - 2xy)\vec{k}$
2. $2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$
3. $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$
4. $x\vec{i} - 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$

Вопрос №28. Разложение дроби $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)}$ на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами имеет вид ...

1. $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+9}$
2. $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+9}$
3. $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+9}$
4. $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+9}$

Вопрос №29. Частная производная по переменной x от функции $z = \frac{5xy}{x-y}$ равна ...

1. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y^2}{(x-y)^2}$
2. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-5y^2}{(x-y)^2}$
3. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{(x-y)^2}$
4. $\frac{\partial z}{\partial x} = -5$

Вопрос №30. Дифференциал функции двух переменных $z = x^2y$ равен ...

1. $dz = 2xydx + x^2dy$
2. $dz = x^2dx$
3. $dz = 2xydy$
4. $dz = (x^2 + 2xy)dx$

Вариант 3.

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 - 1}{x^6 + 5x^5 + 4x}$ равен ...

1. 2
2. 2/5
3. $+\infty$
4. 0

Вопрос №2. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x}$ равен ...

1. e^3
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{2x^2}$ равен ...

1. 4
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос №4. Для функции $x^2 y^2 - x - y = b$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$
2. $y'(x) = \frac{1 + 2x^2 y^2}{1 - 2x^2 y^2}$
3. $y'(x) = \frac{1 - 2x^2 y^2}{1 + 2x^2 y^2}$
4. $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x) = 3e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна ...

1. $f'(x) = -3e^{2x}$
2. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
3. $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$
4. $f'(x) = 6e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 9e^{2x}$

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x = 4t + 6t^2, \\ y = 2t^2 + 4t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна ...

1. $y'(x) = 2t$
2. $y'(x) = 2t + 6t^2$

3. $y'(x)=2+6t$

4. $y'(x)=t$

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $2\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$ равен ...

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$

2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$

3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$

4. $2\frac{\sin^3 x}{3} + C$

Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \frac{4}{x^2 - 4x + 5} dx$ равен ...

1. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$

2. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2\arcsin(x - 2) + C$

3. $3\ln(x^2 - 4x + 5) - 2\arctg(x - 2) + C$

4. $4\arctg(x - 2) + C$

Вопрос №9. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(1) - F(0)$ равна ...

1. $8/9$

2. 9

3. 1

4. 0

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = x^3$, $x = 0$, $x = 2$ и осью Ox , равна ...

1. 4

2. 8

3. -4

4. 3

Вопрос №11. Несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} e^{10x} dx$ равен

1. 0

2. ∞

3. $0,1$

4. 10

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int_0^3 \int_0^3 dx dy$ равен ...

1. 9

2. $\frac{1}{2}$

3. -1

4. 0

Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int x \cos 5x dx$ равен...

1. $x \sin 5x + \cos 5x + C$
2. $\frac{x}{5} \sin 5x + \frac{1}{3} \cos 5x + C$
3. $\frac{x}{5} \sin 5x + \frac{1}{25} \cos 5x + C$
4. $\frac{x}{5} \sin 5x - \frac{1}{25} \cos 5x + C$

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является ...

1. $y' + y = x^3$
2. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$
3. $y(e^{3x} + 1)dy + e^{3x}dx = 0$
4. $(e^{3x} - y)dy - ye^{3x}dx = 0$

Вопрос №15. Производная функции $f(x) = 8^{\frac{\ln x}{x}}$ равна ...

1. $8^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \ln 8$
2. $8^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1 - \ln x)}{x^2}$
3. $8^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1 - \ln x) \ln 8}{x^2}$
4. $\frac{\ln x}{x} \cdot 8^{\frac{\ln x}{x} - 1}$

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $xy' + 3y = y^2 \ln x$...

1. с разделяющимися переменными
2. однородное
3. уравнение Бернулли
4. линейное

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $xy' = y + x^2$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 5$, является функция ...

1. $y = x(x + 1)$
2. $y = x(x + 5)$
3. $y = x(x + 4)$
4. $y = x(4x + 1)$

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 10y = 0$ является ...

1. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2. $y = e^{-3x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
4. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

Вопрос №19. Для дифференциального уравнения $y'' + 3y' = xe^x$ формула нахождения частного решения имеет вид ...

1. $y_ч = (Ax + B)e^x$
2. $y_ч = x(Ax + B)e^x$
3. $y_ч = Ae^x$

4. $y_4 = Axe^x$

Вопрос №20. Для ряда $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$ формула n -го члена имеет вид ...

1. $u_n = \frac{1}{2^n}$

2. $u_n = \frac{3}{2n}$

3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Вопрос №21. Ряд $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

1. знакочередующийся

2. степенной ряд

3. знакопеременный

4. знакоположительный

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется ...

1. признак Коши

2. признак Даламбера

3. достаточный признак расходимости

4. признак Лейбница

Вопрос № 23. Числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{n}$$

1. сходится

2. расходится

3. сходится условно

4. сходится абсолютно

Вопрос №24. Согласно признаку Даламбера, если для числового ряда с положительными членами выполняется условие $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$, то этот ряд

1. сходится

2. расходится

3. может как сходиться, так и расходиться

4. сходится условно

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-9}}$ линии уровня – это ...

1. параболы

2. окружности

3. гиперболы

4. эллипсы

Вопрос №26. Для дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 4y = 15\cos x$ формула нахождения частного решения имеет вид ...

1. $y_{\text{ч}} = A \cos x$
2. $y_{\text{ч}} = A \cos x + B \sin x$
3. $y_{\text{ч}} = A x \cos x$
4. $y_{\text{ч}} = e^x(A \cos x + B \sin x)$

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $u = x^2 + y^2 - z^2$ равен ...

1. $(2x - 2yz)\vec{i} + (2y - 2xz)\vec{j} + (2z - 2xy)\vec{k}$
2. $2x\vec{i} + 2y\vec{j} - 2z\vec{k}$
3. $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$
4. $x\vec{i} - 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$

Вопрос №28. Разложение дроби $\frac{x}{x^2(x^2+2)}$ на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами имеет вид ...

1. $\frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+2}$
2. $\frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+2}$
3. $\frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+2}$
4. $\frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+2}$

Вопрос №29. Частная производная по переменной x от функции $z = \frac{xy}{x+y}$ равна ...

1. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y^2}{(x+y)^2}$
2. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{(x+y)^2}$
3. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y}{(x+y)^2}$
4. $\frac{\partial z}{\partial x} = 1$

Вопрос №30. Дифференциал функции двух переменных $z = (x + 1)y^3$ равен ...

1. $dz = y^3 dx + 3(x + 1)y^2 dy$
2. $dz = y^3 dx$
3. $dz = 3(x + 1)y^2 dy$
4. $dz = (y^3 + 3y^2) dx$

Приложение №2

**ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Практические задания формируются на основе номеров заданий сборника задач под редакцией Демидовича Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. (М., АСТ:Астрель, 2003 г) из списка основной учебной литературы, приведенного в рабочей программе по дисциплине.

Практические задачи по теме 1 «Введение в математический анализ»: №№ 168, 171, 172, 175, 177.

Практические задачи по теме 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»: №№ 181, 184, 192, 195, 198, 200, 213, 218, 231, 241, 249, 317, 320, 327.

Практические задачи по теме 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»: №№ 384, 388, 399, 413, 430, 445, 473, 575, 582, 601, 613, 671, 693, 723, 743, 780, 795, 926, 951.

Практические задания по теме 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»: №№ 1794 (а, б), 1797 (б, в), 1804, 1822, 1838, 1860, 1861, 1877, 1885, 1892, 1917, 1981, 2008, 2010, 2030.

Практические задания по теме 5 «Неопределенный интеграл»: №№ 1033, 1043, 1050, 1074, 1064, 1095, 1129, 1152, 1193, 1202, 1215, 1217, 1257, 1259, 1265, 1283, 1294, 1318, 1338, 1343, 1373.

Практические задания по теме 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»: №№ 1526, 1529, 1555, 1571, 1582, 1589, 1634, 1678, 1691, 1728, 1736.

Практические задания по теме 7 «Дифференциальные уравнения»: №№ 2742, 2743, 2769, 2785, 2790, 2792, 2876, 2911, 2914, 2936, 2995, 3001, 3012, 3032, 3037.

Практические задания по теме 8 «Числовые и функциональные ряды»: №№ 2436, 2443, 2455, 2471, 2477, 2514, 2527, 2530, 2552, 2594, 2614.

Приложение №3

**ТИПОВЫЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ (ТИПОВЫЕ
РАСЧЕТЫ) И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

Индивидуальное домашнее задание №1

по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Состоит 8 – 10 заданий, предусматривающих: вычисление производных (сложной функции; обратных, неявных и параметрически заданных функций); вычисление производных второго порядка; приближенные вычисления с использованием производной и дифференциала; вычисление пределов функций с использованием правила Лопиталья; составление уравнений касательной и нормали к кривой; нахождение асимптот графика функции, точек экстремума и перегиба; проведение полного исследования функции средствами дифференциального исчисления и построение графика по результатам исследования.

Примерные задания

1. Вычислить производную заданных функций.

$$а) y = \frac{2 \cdot (3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15 \cdot \sqrt{1+x}} .$$

$$б) y = x - \ln(1 + e^x) - 2 \cdot e^{\frac{x}{2}} \cdot \operatorname{arctg}(e^{\frac{x}{2}}) - \left(\operatorname{arctg}(e^{\frac{x}{2}}) \right)^2 .$$

$$в) y = (2x^2 + 6x + 5) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{x-1}\right) - x .$$

$$г) y = (\sin(x))^{5 \cdot e^x} .$$

$$д) y = 2 \cdot \frac{\cos(x)}{\sin^4(x)} + 3 \cdot \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} .$$

2. Вычислить вторую производную заданной функции.

$$y = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) .$$

3. Вычислить $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$, если функция $y(x)$ задана параметрически.

$$\begin{cases} x = \cos(\ln t) ; \\ y = \sin^2(t) . \end{cases}$$

4. Вычислить y' и y'' для функции $y(x)$, заданной неявно.

$$x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0.$$

5. Вычислить приближенное значение функции в заданной точке.

$$y = \sqrt[3]{x^2 + 7} \quad , \quad x = 0,97$$

6. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4x}{x - \sin(x)}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \ln(x) \cdot \ln(x-1)$;

в) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{2 \cos(x)}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\arctg(x)} - \frac{1}{x} \right)$.

7. Найти асимптоты и построить график функции.

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}} .$$

8. Провести полное исследование заданной функции и построить ее график.

а) $y = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4}$; б) $y = x + \frac{\ln(x)}{x}$.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение производной. Каков ее геометрический и физический смысл?

2. Запишите правила дифференцирования.

3. Запишите формулы дифференцирования основных элементарных функций (таблица производных).

4. Может ли функция иметь производную в точке, в которой она имеет разрыв? Поясните ответ.

5. Функция в данной точке дифференцируема. Следует ли отсюда, что она непрерывна в этой точке?

6. Сформулируйте правило логарифмического дифференцирования. Приведите примеры.

7. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
8. Сформулируйте определение дифференциала функции.
9. Запишите формулу для вычисления дифференциала функции. В чем заключается свойство инвариантности формы дифференциала?
10. На чем основано применение дифференциала в приближенных вычислениях?
Выведите основную формулу приближенных вычислений.
11. Сформулируйте определения производной и дифференциала высших порядков.
12. Каков механический смысл второй производной?
13. Как находятся первая и вторая производные функций, заданных параметрически?
14. Выведите формулу для производной n -го порядка от функции $y = e^{\alpha \cdot x}$,
 $y = \sin(x)$, $y = \cos(k \cdot x)$, $y = \ln(x)$.
15. Сформулируйте правило Лопиталья раскрытия неопределенностей вида $\left[\frac{0}{0} \right]$,
 $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$. Перечислите различные типы неопределенностей, для раскрытия которых может быть использовано правило Лопиталья. Приведите примеры.
16. Сформулируйте определения возрастающей и убывающей на промежутке функции. Сформулируйте достаточное условие возрастания (убывания) функции. Покажите, что функции $y = e^x$ и $y = x + \cos(x)$ возрастают в любом промежутке.
17. Сформулируйте определение точки экстремума функции.
18. Сформулируйте необходимые и достаточные условия экстремумов функции.
19. Приведите пример, показывающий, что обращение в некоторой точке производной в нуль не является достаточным условием наличия в этой точке экстремума функции (т.е. в точке с нулевой производной может не быть экстремума функции).
20. Сформулируйте правила исследования функции на экстремум с помощью второй производной.
21. Приведите пример функции, имеющей экстремум в точке, где не существует производная.
22. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции, дифференцируемой на промежутке? Всегда ли они существуют?
23. Сформулируйте определения выпуклости и вогнутости линии, точки перегиба. Как находятся интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции,

заданной уравнением $y = f(x)$? Приведите примеры.

24. Сформулируйте определение асимптоты графика функции. Как находятся вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, заданной уравнением $y = f(x)$?

Приведите примеры.

25. Изложите схему общего исследования функции и построения ее графика.

Индивидуальное домашнее задание №2

по теме «Определенный интеграл, несобственные интегралы»

Состоит из 6 – 8 заданий, предусматривающих: вычисление определенных интегралов (в том числе с использованием интегрирования по частям и замены переменной); вычисление площадей плоских фигур; вычисление длин дуг плоских кривых; вычисление объемов тел; вычисление (или исследование сходимости) несобственных интегралов.

Примерные задания

1. Вычислить определенные интегралы.

$$а) \int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{\sin^2(x) \cdot dx}{\cos^2(x) - 3 \cdot \sin^2(x)} \quad ; \quad б) \int_{\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x^4} \cdot dx \quad .$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых и полярных координатах.

$$а) y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3 \quad ;$$

$$б) \rho = 2 \sin(3\varphi) \quad .$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} x = \cos(t) \ ; \\ y = 3 + \sin(t) \ . \end{cases}$$

4. Вычислить длину дуги кривой $y = 4 - x^2$ между точками ее пересечения с осью Ox .

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной оси Ox координат фигуры, ограниченной заданными линиями

$$2y^2 = x^3, \quad x = 4$$

6. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их на сходимость.

$$\text{а) } \int_{-1}^1 \frac{3 \cdot x}{x^2 - 1} \cdot dx \quad ; \quad \text{б) } \int_1^{\infty} \frac{\cos(3x)}{x^3 + 2x - 1} \cdot dx \quad .$$

Контрольные вопросы

1. Что называется интегральной суммой данной функции $y = f(x)$ на данном отрезке $[a; b]$?
2. Что называется определенным интегралом данной функции $y = f(x)$ на данном отрезке $[a; b]$? Каковы его основные свойства и геометрический смысл?
3. Выведите формулу Ньютона – Лейбница для вычисления определенного интеграла.
4. В чем состоит способ подстановки и интегрирования по частям для вычисления определенного интеграла?
5. Какие геометрические и физические величины можно вычислять с помощью определенного интеграла? Напишите основные формулы и приведите примеры.
6. Какие интегралы называются несобственными? Что называется несобственным интегралом 1-го рода (с бесконечным пределом (пределами) интегрирования)?
7. Что называется несобственным интегралом 2-го рода (от функций с бесконечными разрывами)?
8. Какие из приведенных интегралов являются несобственными:
9. $\int_0^{+\infty} x \cdot \sin(x) \cdot dx$, $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$, $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x+1}$, $\int_0^1 \frac{dx}{x-1}$, $\int_{-2}^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$?
10. Какие из этих несобственных интегралов сходятся?
11. Каков геометрический смысл несобственного интеграла?
12. Может ли при вращении бесконечно протяженной кривой вокруг какой – либо прямой образоваться тело конечного объема? рассмотрите пример кривой $y = e^{-x}$ ($0 \leq x < +\infty$).

Индивидуальное домашнее задание №3

по теме «Дифференциальные уравнения»

Состоит 10 – 15 заданий, предусматривающих нахождение общего или частного решений основных типов дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

Примерные задания

1. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y' \cdot y = -\frac{2 \cdot x}{\cos(y)}$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1)=1$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$(1 + x^2) \cdot y'' + 2xy' = 12x^3$$

4. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' \cdot y^2 + y \cdot y'' - (y')^2 = 0, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=2$$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^x$$

6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y' - 2y = 8 \cdot \sin(2x)$$

7. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y = 4x \cdot \cos(x)$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 2y' + 5y = e^x \cdot \cos(2x)$$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' = 2x^2 - x + 3$$

10. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y' = x^2 + 3x \cdot e^x$$

11. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y'' + y = \frac{1}{\cos(x)}, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=0$$

12. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}, \quad y(1) = e, \quad y'(1) = 3e$$

13. Тело брошено вертикально вверх с высоты h_0 с начальной скоростью V_0 . Определить закон движения тела (т.е. закон изменения его высоты $h(t)$), предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

Контрольные вопросы

1. Какое уравнение называется дифференциальным? Что называется порядком дифференциального уравнения? Приведите примеры.

2. Что называется решением дифференциального уравнения? Приведите примеры.

3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое — частным? Каков их геометрический смысл? Приведите примеры.

4. Сформулируйте задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка и укажите ее геометрический смысл.

5. Сформулируйте теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Найдите общее решение дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$ и укажите, где условия этой теоремы не выполняются.

6. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными и как оно интегрируется? Приведите примеры.

7. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным и как оно интегрируется? Приведите примеры.

8. Какие дифференциальные уравнения первого порядка являются сводящимися к однородным, и каковы способы их приведения к однородным? Приведите примеры.

9. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным и как оно интегрируется? Приведите примеры.

10. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением Бернулли и как оно интегрируется? Приведите примеры.

11. Каков геометрический смысл начальных условий для дифференциальных уравнений второго порядка?

12. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$. Приведите пример.

13. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида $F(x, y', y'')=0$.
Приведите пример.
14. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида $F(y, y', y'')=0$.
Приведите пример.
15. Дайте определение линейного дифференциального уравнения второго порядка (однородного и неоднородного).
16. Что называется характеристическим уравнением для линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
17. Как составляется общее решение однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами?
18. Как составляется общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами? В чем заключается метод подбора?
19. Изложите метод вариации постоянных для нахождения общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка.

Приложение №4

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К КОЛЛОКВИУМУ

по темам: «Предел и непрерывность функции действительной переменной», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Числовая последовательность. Понятие и свойства предела последовательности. Ограниченность последовательности.
2. Предел функции: определение, свойства.
3. Первый и второй замечательные пределы.
4. Вычисление пределов: понятие неопределенности и методы раскрытия основных неопределенностей.
5. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие величины: классификация, свойства, эквивалентности.
7. Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
8. Правила дифференцирования.
9. Производная сложной функции.
10. Таблица производных основных элементарных функций.
11. Связь дифференцируемости и непрерывности функции
12. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций.
13. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
14. Производные и дифференциалы высших порядков.
15. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Коши. Теорема Лагранжа.
16. Правило Лопиталя (Раскрытие неопределенности вида $\left[\frac{0}{0} \right]$).
17. Правило Лопиталя (Раскрытие неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$).
18. Монотонность функции на данном промежутке.
19. Экстремум функции.
20. Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций
21. Достаточное условие экстремума.
22. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.

23. Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
24. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
25. Асимптоты графика функции.
26. Общий план исследования функции и построения графика.
27. Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня.
28. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
29. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных.
30. Частные и полный дифференциалы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
31. Производные сложных функций двух переменных. Полная производная.
32. Производные функции, заданной неявно.
33. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
34. Градиент функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
35. Производная по направлению.
36. Экстремум функции двух переменных.
37. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.

Приложение №5

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Контрольная работа №1 по темам:

Тема «Предел и непрерывность функции одной переменной»

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3},$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$

Тема «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

1. Найти производные заданных функций.

a) $y = ctg^7 \frac{x+3}{5-2x^2}; \quad y', dy - ?$

в) $xy = \ln \sin(x+y);$

з) $y = (\sin x)^{tg x}; \quad \text{д) } x = \sin^2 \frac{t}{3}, \quad y = \frac{1+t}{1-t}.$

2. Вычислить приближенно $f(1,05)$, если $f(x) = e^{0,1x(1-x)}$.

3. Написать уравнение касательной и нормали к линии $y = \ln x$ в точке $x_0 = 1$.

4. Решить, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$.

Контрольная работа №2 по темам:

Тема «Неопределенный интеграл»

1. Вычислить интегралы:

а) $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$, б) $\int \frac{1 + \ln x}{x \ln x} dx$, в) $\int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

2. Вычислить интегралы:

а) $\int (x - 7) \sin x dx$, б) $\int \frac{x dx}{\sqrt{5 - 4x}}$.

3. Вычислить интеграл:

$$\int \frac{x^2 - 3x - 12}{x(x - 4)(x - 3)} dx$$

4. Вычислить интегралы:

а) $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$, б) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$.

Тема «Дифференциальные уравнения»

Решить уравнения:

1. $(xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0$.

2. $2x^2y' - 4xy - y^2 = 0$.

3. $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$.

4. $\frac{y}{x} dx + (3y^2 + \ln x) dy = 0$.

5. $xy'' - y' = 0$.

6. $y'' - 8y' + 12y = -65 \cos 4x$.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

1. Натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа.
2. Комплексное число. Мнимая единица. Множество комплексных чисел и множество действительных чисел. Действительная часть и мнимая часть комплексного числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа.
3. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме (сложение, вычитание, умножение, деление). Как считать степени мнимой единицы? Как решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом на множестве комплексных чисел?
4. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической.
5. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня).
6. Показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в показательной форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня).
7. Переменная величина. Функция: основные понятия (аргумент, значение функции, область определения, множество значений, нули функции, возрастание, убывание, четность, нечетность, периодичность). Обратная функция. Способы задания функции.
8. Числовая последовательность. Понятие и свойства предела последовательности. Ограниченность последовательности.
9. Предел функции: определение, свойства.
10. Первый и второй замечательные пределы.
11. Вычисление пределов: виды неопределенностей и методы раскрытия основных неопределенностей.
12. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие величины: классификация, свойства, эквивалентности.
14. Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
15. Правила дифференцирования.
16. Производная сложной функции.
17. Таблица производных основных элементарных функций.
18. Связь дифференцируемости и непрерывности функции
19. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций.
20. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
21. Правило Лопиталья (раскрытие неопределенности вида $0/0$).
22. Правило Лопиталья (раскрытие неопределенности вида ∞/∞).
23. Монотонность функции на данном промежутке.
24. Экстремум функции.
25. Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций

26. Достаточное условие экстремума.
27. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
28. Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
29. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
30. Асимптоты графика функции.
31. Общий план исследования функции и построения графика.
32. Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня.
33. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных.
34. Частные и полный дифференциалы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
35. Градиент функции.
36. Производная по направлению.
37. Экстремум функции двух переменных.
38. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.
39. Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства.
40. Таблица неопределенных интегралов
41. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
42. Замена переменной в неопределенном интеграле.
43. Интегрирование некоторых выражений, содержащих квадратный трехчлен.
44. Интегрирование дробно-рациональных функций.
45. Интегрирование простейших иррациональных выражений.
46. Интегрирование тригонометрических выражений.
47. Определенный интеграл: определение, геометрический смысл.
48. Свойства определенного интеграла.
49. Формула Ньютона-Лейбница.
50. Замена переменной в определенном интеграле.
51. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
52. Вычисление площадей плоских фигур.
53. Вычисление длин дуг плоских кривых.
54. Вычисление объемов тел.
55. Физические приложения определенного интеграла.
56. Несобственный интеграл 1-го рода: определение, признаки сходимости.
57. Несобственный интеграл 2-го рода: определение, признаки сходимости.
58. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: понятие, общее и частные решения, задача Коши.
59. Условия существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
60. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
61. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
62. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Бернулли.
63. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Лагранжа.
64. Дифференциальные уравнения Бернулли.
65. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.

66. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка: основные типы и методы интегрирования.

67. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения.

68. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

69. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

70. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

71. Числовой ряд с положительными членами (определение, частичные суммы ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды).

72. Необходимый признак сходимости.

73. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признак сравнения, предельный признак сравнения.

74. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признак Даламбера, радикальный признак Коши.

75. Интегральный признак сходимости числовых рядов с положительными членами.

76. Знакопеременные и знакопеременные ряды: определения; признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда; условная и абсолютная сходимость.

77. Степенные ряды: определение; радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля.

78. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора некоторых элементарных функций.

79. Применения степенных рядов в приближенных вычислениях значений функций.

80. Применения степенных рядов в приближенных вычислениях определенных интегралов.

Типовые экзаменационные задания по дисциплине
«Математический анализ»

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$.

2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$.

3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}$.

4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 4}{x + 8} \right)^{-3x}$.

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$.

6. Вычислить производную и дифференциал функции $y = ctg^7 \frac{x+3}{5-2x^2}$; $y', dy - ?$
7. Вычислить производную функции $xy = \ln \sin(x+y)$.
8. Вычислить производную функции $y = (\sin x)^{tg x}$.
9. Вычислить производную функции $x = \sin^2 \frac{t}{3}$, $y = \frac{1+t}{1-t}$.
10. Вычислить приближенно $f(1,05)$, если $f(x) = e^{0,1x(1-x)}$.
11. Написать уравнение касательной и нормали к линии $y = \ln x$ в точке $x_0 = 1$.
12. Решить, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$.
13. Вычислить интеграл $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$.
14. Вычислить интеграл $\int \frac{1 + \ln x}{x \ln x} dx$.
15. Вычислить интеграл $\int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
16. Вычислить интеграл $\int (x-7) \sin x dx$.
17. Вычислить интеграл $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$.
18. Вычислить интеграл $\int \frac{x^2 - 3x - 12}{x(x-4)(x-3)} dx$.
19. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$.
20. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$.
21. Вычислить интеграл $\int_0^\pi x \cos 3x dx$.
22. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3$$

23. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$.

24. Решить уравнение $(xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0$.

25. Решить уравнение $2x^2y' - 4xy - y^2 = 0$.

26. Решить уравнение $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$.

27. Решить уравнение $\frac{y}{x}dx + (3y^2 + \ln x)dy = 0$.

28. Решить уравнение $xy'' - y' = 0$.

29. Решить уравнение $y'' - 8y' + 12y = -65\cos 4x$.

30. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' \cdot y = -\frac{2 \cdot x}{\cos(y)}$$

31. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1) = 1$$

32. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$(1 + x^2) \cdot y'' + 2xy' = 12x^3$$

33. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' \cdot y^2 + y \cdot y'' - (y')^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

34. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^{-x}$$

35. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y' - 2y = 8 \cdot \sin(2x)$$

36. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y = 4x \cdot \cos(x)$$

37. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 2y' + 5y = e^x \cdot \cos(2x)$$

38. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' = 2x^2 - x + 3$$

39. Вычислить вторую производную функции

$$y = \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$$

40. Вычислить $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$, если функция $y(x)$ задана параметрически

$$x = \cos t, \quad y = \sin^2 t.$$

41. Вычислить y' и y'' для функции $y(x)$, заданной неявно

$$x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0.$$

42. . Найти частную производную функции $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ по переменной x .

43. Найти частную производную второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.

44. Найти градиент функции $u = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$ в точке $(1, 1, 1)$.

45. Записать формулу n -го члена ряда $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$

46. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2n!}$.

47. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$.

48. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{100n + 1}$.

49. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$.

50. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$.