



Федеральное агентство по рыболовству  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник УРОПСИ

Фонд оценочных средств  
(приложение к рабочей программе модуля)  
**«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата  
по направлению подготовки

**08.03.01 СТРОИТЕЛЬСТВО**  
Профиль программы  
**«ВОДОСНАБЖЕНИЕ И ВОДООТВЕДЕНИЕ»**

ИНСТИТУТ  
РАЗРАБОТЧИК

морских технологий, энергетики и строительства  
кафедра прикладной математики и информационных технологий

## 1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	ОПК-1.4 Решение инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии	Математика (раздел «Алгебра и геометрия»)	<u>Знать:</u> основные понятия математического аппарата для определения и решения задач профессиональной деятельности. <u>Уметь:</u> решать задания профессиональной деятельности, используя при необходимости, математический аппарат. <u>Владеть:</u> навыками применения методов математического аппарата в своей профессиональной деятельности.

## 2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольным работам.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и экзамена, относятся:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

Промежуточная аттестация в форме зачета проходит по результатам всех видов текущего контроля успеваемости.

## 3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 80 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2 Система оценивания тестовых заданий включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Система оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

Темы и примеры практических заданий указаны в Приложении №2

3.4. Учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных работ.

Темы и типовой вариант заданий контрольных работ приведены в Приложении №3.

3.5 Система оценивания результатов выполнения контрольной работы включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

#### **4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине за первый семестр проводится в форме зачета, который выставляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

Промежуточная аттестация по дисциплине за второй семестр проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, имеющие зачет за первый семестр, положительно аттестованные по результатам текущего контроля и контрольным работам.

На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме, а также в форме тестирования. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении №4.

4.2 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Система оценивания результатов обучения включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и инженерных дисциплин, умеет

делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

## **5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ**

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 08.03.01 Строительство (профиль «Водоснабжение и водоотведение»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022г. (протокол № 6).

И.о.заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры строительства (протокол № 5 от 19.04.2022 г.)

Заведующий кафедрой



В.А. Пименов

## ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

### Вариант №1

Вопрос №1. Предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+5x+6}{x^2-4}$  равен:

1.  $-\frac{1}{4}$
2.  $-\frac{1}{2}$
3. 2
4. 0

Вопрос №2. Асимптотой графика функции  $y = \frac{x^2-2}{x-2}$  является:

1. прямая  $y = 2$
2. прямая  $y = -2$
3. прямая  $x = 2$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №3. Асимптотой графика функции  $y = \frac{3x^2+5}{x}$  является:

1. прямая  $y = 5$
2. прямая  $y = 2x$
3. прямая  $y = 5x$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №4. Производная  $y'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной неявно уравнением  $x^4y^2 - y^3x^2 = 4$ , равна:

1.  $\frac{2y^2-4x^3y}{2x^3-3xy}$
2.  $-\frac{2y^2-4x^3y}{2x^3-3xy}$
3.  $\frac{2y^2-3xy}{2x^2-3xy}$
4.  $-\frac{2y^2+4xy}{4x^2+2xy}$

Вопрос №5. Производная функции  $y = f(x)$ , заданной параметрически уравнениями  $\begin{cases} y = 6t^3 - t^2 \\ x = t - 2 \end{cases}$ , равна:

1.  $\begin{cases} y'_x = 18t^2 - t^2 \\ x = t - 2 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} y'_x = 18t^2 - 2t \\ x = 1 \end{cases}$
3.  $\begin{cases} y'_x = 18t^2 - 2t \\ x = t - 2 \end{cases}$

4. 
$$\begin{cases} y'_x = 18t - 2 \\ x = t \end{cases}$$

Вопрос №6. На числовой прямой дана точка  $x=8,3$ . Тогда ее « $\varepsilon$  - окрестностью» может являться интервал:

1. (8,3; 8,5)
2. (8,1; 8,5)
3. (8,1; 8,3)
4. (8,2; 8,5)

Вопрос №7. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$  равен:

1. 1
2. 2
3. 0
4.  $\infty$

Вопрос №8. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$  равен:

1. 0
2. 2/5
3.  $+\infty$
4. 2

Вопрос №9. Для функции  $y = \operatorname{ctg}^7 2x$  производная  $y'(x)$  равна:

1.  $\frac{-14 \operatorname{ctg}^6 2x}{\sin^2 2x}$
2.  $\frac{14 \operatorname{ctg}^6 2x}{\sin^2 2x}$
3.  $\frac{7 \operatorname{ctg}^6 x}{\sin^2 x}$
4.  $\frac{-7 \operatorname{ctg}^6 2x}{\sin^2 2x}$

Вопрос №10. Наибольшее значение функции  $y=x^3$  на отрезке  $[-1;2]$  равно:

1. 4
2. 12
3. 1
4. 5

Вопрос №11. Частная производная функции  $Z = e^{x+y^3}$  по переменной  $x$  в точке  $M(0; 1)$  равна:

1.  $e$



2.  $3e$
3.  $2e$
4. 3

Вопрос №12. Множество первообразных функции  $f(x)=\sin(4x+1)$  имеет вид:

1.  $\frac{1}{4}\cos(4x+1)+c$
2.  $-4\cos(4x+1)+c$
3.  $\frac{-1}{4}\cos(4x+1)+c$
4.  $\cos(4x+1)+c$

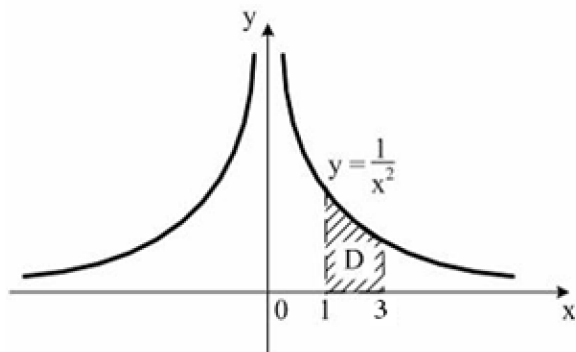
Вопрос №13. Неопределенный интеграл  $\int \frac{4}{x^2-4x+5} dx$  равен:

1.  $4\arctg(x-2)+C$
2.  $\frac{3}{2}\ln(x^2-4x+5)-2\arcsin(x-2)+C$
3.  $3\ln(x^2-4x+5)-2\arctg(x-2)+C$
4.  $\frac{3}{2}\ln(x^2-4x+5)+\arcsin(x-2)+C$

Вопрос №14.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$ , тогда разность  $F(2)-F(1)$  равна:

1. 8
2. 9
3. 1
4. 0

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции D равна:



1.  $\frac{2}{3}$
2.  $\frac{1}{3}$
3.  $\frac{1}{2}$
4. 1

Вопрос 16. Вид дифференциального уравнения  $xy' + y = y^2 \ln x$  :

1. линейное
2. однородное
3. с разделяющимися переменными
4. уравнение Бернулли.

Вопрос №17. Частное решение дифференциального уравнения  $2y' \sqrt{x} = y$  при  $y(4)=1$  имеет вид:

1.  $y = e^{\sqrt{x+2}}$
2.  $y = e^{\sqrt[3]{x}} - 2$
3.  $y = e^{\sqrt{x}-2}$
4.  $y = e^{\sqrt{x}-4}$

Вопрос №18. Дано дифференциальное уравнение  $y'=4$ , тогда функция  $y = 2Cx - 3$  является его решением при  $C$ , равном:

1. 1
2. 0
3. 4
4. 2

Вопрос № 19. Общий интеграл дифференциального уравнения  $\frac{dy}{\cos^2 y} = e^{-x} dx$  имеет вид:

1.  $\operatorname{tg} y = e^{-x} + C$
2.  $\operatorname{ctg} y = e^{-x} + C$
3.  $\frac{1}{\cos y} = e^{-x} + C$
4.  $\operatorname{tg} y = -e^{-x} + C$

Вопрос №20. Порядок дифференциального уравнения  $7y'''+y = 13x^2$  равен:

1. 3
2. 1
3. 13
4. 7

Вопрос №21. Дано дифференциальное уравнение  $y''+6y'-7y = 0$ . Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид:

1.  $k^2 + 6k - 7 = 0$

2.  $k^2 + 6k + 7 = 0$

3.  $k^2 - 6k + 7 = 0$

4.  $1 + 6k - 7k^2 = 0$

Вопрос №22. Решением уравнения  $y'' + y' - 6 = 0$  является:

1.  $y = Ce^{-3x} \cos 2x$

2.  $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

3.  $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

4.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$

Вопрос №23. Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения  $y'' - y' - 30y = x + 8$  по виду его правой части соответствует функция:

1.  $y = Ax + B$

2.  $y = Ax^2 + Bx$

3.  $y = e^{-5x}(Ax + B)$

4.  $y = Ae^{-5x} + Be^{6x}$

Вопрос №24. Частные производные первого порядка функции  $z = \ln(x^4 + y^2)$  равны:

1.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{4x^3}{x^4 + y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^4 + y^2}$

2.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{4x}{x^4 + y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^4 + y^2}$

3.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{4x^3 + y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x^4 + 2y}$

4.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^3}{x^4 + y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y^2}{x^4 + y^2}$

Вопрос №25. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 16y = 0$  имеет вид:

1.  $y = C_1 e^{4x} + C_2 x e^{4x}$

2.  $y = C_1 \cos 4x + C_2 x \sin 4x$

3.  $y = C_1 + C_2 e^{16x}$

4.  $y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x$

Вопрос №26. Последовательность задана рекуррентным соотношением  $a_{n+1} = 3a_n - 4, a_1 = 3$ .

Тогда третий член этой последовательности  $a_3$  равен:

1. 11

2. 19

3. 83

4. 56

Вопрос №27. Ряд  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$  :

1. знакоположительный
2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакочередующийся

Вопрос №28. Для ряда  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$  формула  $n$ -го члена равна:

1.  $u_n = \frac{3}{2^{n+2}}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )
2.  $u_n = \frac{3}{2^n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ )
3.  $u_n = \frac{3}{n+2}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )
4.  $u_n = \frac{3}{2^n}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )

Вопрос №29. Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$ , то числовой ряд сходится при  $l$ , равном:

1. 1,7
2. -2,2
3. 0,7
4. 2,2

Вопрос №30. Полный дифференциал функции  $z = x^4\sqrt{y} + y^2\sqrt{x}$  равен:

1.  $dz = \left( 4x^3\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx - \left( 2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}} \right) dy$
2.  $dz = \left( 4x^3\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( 2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}} \right) dy$
3.  $dz = \left( 4x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx - \left( 2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}} \right) dy$
4.  $dz = \left( 4x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( 2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}} \right) dy$

### Вариант №2

Вопрос №1. Предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$  равен:

1. -1
2.  $\frac{1}{2}$
3. 2
4. 0

Вопрос №2. Асимптотой графика функции  $y = \frac{x^2-2}{x+1}$  является:

1. прямая  $y = 2$
2. прямая  $y = -2$
3. прямая  $x = -1$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №3. Асимптотой графика функции  $y = \frac{2x^2+1}{x}$  является:

1. прямая  $y = 2$
2. прямая  $y = 2x$
3. прямая  $x = -1$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №4. Производная  $y'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной неявно уравнением  $x^3y^2 + y^3x^2 = 4$ , равна:

1.  $-\frac{2y^2+3xy}{2x^2+3xy}$
2.  $\frac{y^2+3xy}{x^2+3xy}$
3.  $\frac{2y^2-3xy}{2x^2-3xy}$
4.  $-\frac{y^2+xy}{x^2+xy}$

Вопрос №5. Производная функции  $y = f(x)$ , заданной параметрически

уравнениями  $\begin{cases} y = 5t^3 - 3t^2 \\ x = t + 1 \end{cases}$ , равна:

1.  $\begin{cases} y'_x = 15t^2 - 3t^2 \\ x = t + 1 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} y'_x = 15t^2 - 3t \\ x = t + 1 \end{cases}$
3.  $\begin{cases} y'_x = 15t^2 - 6t \\ x = t + 1 \end{cases}$
4.  $\begin{cases} y'_x = 15t - 6 \\ x = t + 1 \end{cases}$

Вопрос № 6. На числовой прямой дана точка  $x = 7,9$ . Тогда ее « $\varepsilon$ - окрестностью» может являться интервал:

1.  $[7,9; 8,1]$
2.  $[7,7; 8,3]$
3.  $[7,7; 8,1]$
4.  $[7,9; 8,3]$

Вопрос №7. Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$  равен:

1.  $e^{-2}$
2.  $\infty$
3.  $2e$
4.  $e^4$

Вопрос № 8 Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3x^2 + 4x^3}{5x + 3}$  равен:

1. 0
2.  $\infty$
3.  $2/5$
4. 2

Вопрос №9. Для функции  $y = 7^{\sqrt{x}}$  производная  $y'(x)$  равна:

1.  $7^{\sqrt{x}} \ln 7$
2.  $\frac{7^{\sqrt{x}} \ln 7}{2\sqrt{x}}$
3.  $\sqrt{x} 7^{\sqrt{x}-1}$
4.  $\frac{7^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

Вопрос №10. Наибольшее значение функции  $y=x^3+3$  на отрезке  $[-1;1]$  равно:

1. 3
2. 4
3. 1
4. 5

Вопрос №11. Частная производная функции  $z = e^{x+y^3}$  по переменной  $y$  в точке  $M(0; 1)$  равна:

1.  $e$
2.  $3e$
3.  $2e$
4. 3

Вопрос №12. Множество первообразных функции  $f(x)=\cos(4x+1)$  имеет вид:

1.  $-4 \sin(4x + 1) + C$
2.  $\frac{-1}{4} \sin(4x + 1) + C$
3.  $\frac{1}{4} \sin(4x + 1) + C$
4.  $\sin(4x+1)+C$

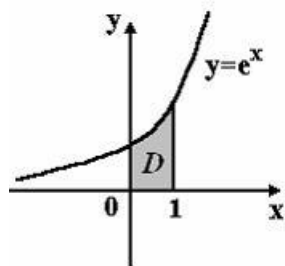
Вопрос №13. Неопределенный интеграл  $\int \frac{3x^2-2x^5}{x^6-3x^3-1} dx$  равен:

1.  $C + \frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$
2.  $C - \frac{1}{3} \ln|x^6 - 3x^3 - 1|$
3.  $C - \frac{1}{3} \ln|1 + 3x - x^6|$
4.  $-\frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$

Вопрос №14.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x)=3^{x-1} \cdot \ln 3$ , тогда разность  $F(2)-F(1)$  равна:

1. 4
2. 1
3. 3
4. 2

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции  $D$



равна:

1.  $2e$
2.  $e-1$
3.  $e$
4.  $e+1$

Вопрос 16. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1.  $y(e^x + 4)dy + 2e^x dx = 0$
2.  $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x} dx = 0$
3.  $y' + 2xy = x^3 + 1$
4.  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №17. Частное решение дифференциального уравнения  $(1 + x^2)y' = 2xy$  при  $y(0)=1$  имеет вид:

1.  $x^3 + 1$
2.  $2x$
3.  $2x^3 + 3$
4.  $x^2 + 1$

Вопрос №18. Дано дифференциальное уравнение  $y' = (2k + 3)x^3$ , тогда функция  $y = \frac{x^4}{4}$  является его решением при  $k$  равном:

1. -1
2. 2
3. -2
4. 1

Вопрос №19. Общий интеграл дифференциального уравнения  $\cos y dy = \frac{dx}{x^2}$  имеет вид:

1.  $-\sin y = -\frac{1}{x} + C$
2.  $\sin y = x^2 + C$
3.  $-\sin y = \frac{x^2}{2} + C$
4.  $\sin y = -\frac{1}{x} + C$

Вопрос №20. Порядок дифференциального уравнения  $5y'''' + 2y'' + y = x^4$  равен:

1. 4
2. 3
3. 5
4. 1

Вопрос №21. Дано дифференциальное уравнение  $y'' + y' + 5y = 0$ . Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид:

1.  $k^2 + k + 5 = 0$
2.  $1 + k + 5k^2 = 0$
3.  $k^2 - k + 5 = 0$
4.  $k^2 + k - 5 = 0$



Вопрос №22. Решением уравнения  $y'' + 6y' + 18y = 0$  является:

1.  $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2.  $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
3.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
4.  $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Вопрос №23. Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения  $y'' - y' - 3y = x + 8$  по виду его правой части соответствует функция:

1.  $y = Ax + B$
2.  $y = Ax^2 + Bx$
3.  $y = e^{-5x}(Ax + B)$
4.  $y = Ae^{-5x} + Be^{6x}$

Вопрос №24. Частные производные первого порядка функции  $z = \cos(x^4 + y^2)$  равны:

1.  $\frac{\partial z}{\partial x} = -2x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = -y \sin(2x^4 + 2y^2)$
2.  $\frac{\partial z}{\partial x} = -4x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = -2y \sin(2x^4 + 2y^2)$
3.  $\frac{\partial z}{\partial x} = x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = y \sin(2x^4 + 2y^2)$
4.  $\frac{\partial z}{\partial x} = 4x^3 \sin(x^4 + y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2y \sin(x^4 + y^2)$

Вопрос №25. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 6y' + 9y = 0$  имеет вид:

1.  $y = C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x$
2.  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$
3.  $y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$
4.  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$

Вопрос №26. Для ряда  $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \dots$  формула  $n$ -го члена равна:

1.  $u_n = \frac{8}{2^n} (n = 0, 1, 2, \dots)$
2.  $u_n = \frac{3}{2^n} (n = 1, 2, \dots)$
3.  $u_n = \frac{3}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
4.  $u_n = \frac{3}{2n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №27. Ряд  $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$  :

1. знакочередующийся
2. степенной ряд

3. знакоположительный
4. знакопеременный

Вопрос №28. Если формула  $n$ -го члена числовой последовательности имеет вид  $x_n = \frac{n-1}{n^2+1}$ , то  $x_4$  равно:

1.  $\frac{1}{4}$
2.  $\frac{4}{27}$
3.  $\frac{2}{9}$
4.  $\frac{3}{17}$

Вопрос №29. Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$ , то числовой ряд сходится при  $l$ , равном:

1.  $-2,1$
2.  $2,1$
3.  $0,3$
4.  $1,3$

Вопрос №30. Полный дифференциал функции  $z = x^2\sqrt{y} - y^2\sqrt{x}$  равен:

1.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( 2y\sqrt{x} - \frac{x^2}{2\sqrt{y}} \right) dy$
2.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( \frac{x^2}{2\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
3.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{\sqrt{x}} \right) dx + \left( \frac{x^2}{\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
4.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx - \left( \frac{x^2}{2\sqrt{y}} + 2y\sqrt{x} \right) dy$

**Вариант №3**

Вопрос №1. Предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$  равен:

1. -1
2.  $\frac{1}{2}$
3. 2
4. 0

Вопрос №2. Асимптотой графика функции  $y = \frac{x^2 + 2}{x + 3}$  является:

1. прямая  $y = 2$
2. прямая  $y = -2$
3. прямая  $x = -3$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №3. Асимптотой графика функции  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$  является:

1. прямая  $y = 1$
2. прямая  $y = x$
3. прямая  $x = -3$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №4. Производная  $y'(x)$  функции  $y = f(x)$ , заданной неявно, уравнением  $x^2y + y^2x = 2$ , равна:

1.  $-\frac{y^2 + 2xy}{x^2 + 2xy}$
2.  $\frac{y^2 + 2xy}{x^2 + 2xy}$
3.  $\frac{y^2 - 2xy}{x^2 - 2xy}$
4.  $-\frac{y^2 + xy}{x^2 + xy}$

Вопрос №5. Производная функции  $y = f(x)$ , заданной параметрически

уравнениями  $\begin{cases} y = 5t^2 - t \\ x = t + 1 \end{cases}$ , равна:

1.  $\begin{cases} y'_x = 10t^2 - t \\ x = t + 1 \end{cases}$
2.  $\begin{cases} y'_x = 10t^2 \\ x = t + 1 \end{cases}$
3.  $\begin{cases} y'_x = 10t - 1 \\ x = t + 1 \end{cases}$
4.  $\begin{cases} y'_x = 10t \\ x = t + 1 \end{cases}$

Вопрос №6. На числовой прямой дана точка  $x = 8,3$ . Тогда ее « $\varepsilon$ - окрестностью» может являться интервал:

1. [8,1; 8,4]
2. [8,2; 9,1]
3. [8,2; 8,4]
4. [8,0; 8,5]

Вопрос №7. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{x}$  равен:

1. 4
2.  $\frac{1}{2}$
3. 2
4.  $\infty$

Вопрос № 8. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 1}{5 + x^2 - 3x^3}$  равен:

1. -1
2.  $\frac{3}{5}$
3.  $+\infty$
4. 1

Вопрос №9. Для функции  $y = \sqrt{\sin x}$  производная  $y'(x)$  равна:

1.  $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
2.  $-\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$
3.  $\sqrt{\cos x}$
4.  $\sqrt{\sin x} \cos x$

Вопрос №10. Наибольшее значение функции  $y=x^3+1$  на отрезке  $[-1;1]$  равно:

1. 4
2. 2
3. 1
4. 0

Вопрос №11. Частная производная функции  $z = e^{x^3+y}$  по переменной  $y$  в точке  $M(0; 1)$  равна:

1.  $e$
2.  $3e$
3.  $2e$
4. 3

Вопрос №12. Множество первообразных функции  $f(x) = e^{-3x}$  имеет вид:

1.  $\frac{1}{3}e^{-3x} + C$

2.  $-3e^{-3x} + C$

3.  $e^{3x-2} + C$

4.  $-\frac{1}{3}e^{-3x} + C$

Вопрос №13. Неопределенный интеграл  $\int \frac{2x^5 - 3x^2}{1 - 3x^3 + x^6} dx$  равен:

1.  $\frac{1}{3} \ln|1 - 3x^3 + x^6| + C$

2.  $C - \frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$

3.  $-\frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$

4.  $C - \frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$

Вопрос №14.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 2^{x-1} \cdot \ln 2$ , тогда разность  $F(2) - F(1)$  равна:

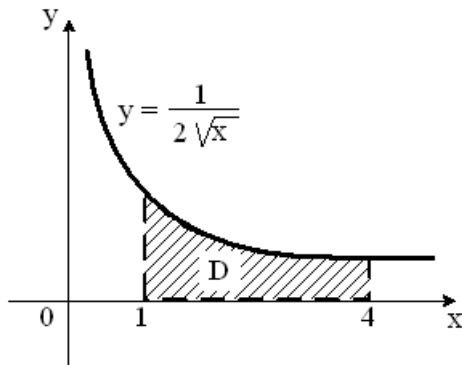
1. 1

2. 2

3. 4

4. -1

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции D



равна:

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

Вопрос 16. Уравнение  $y' - 2y = e^x$  является:

1. линейным дифференциальным уравнением

2. уравнением Бернулли

3. дифференциальным уравнением с разделительной переменной

4. однородным дифференциальным уравнением

Вопрос №17. Частное решение дифференциального уравнения  $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$  при  $y(0)=1$  имеет вид:

1.  $y = \frac{1+x}{1-x}$

2.  $y = \frac{1-x}{1+x}$

3.  $y = \frac{2+x}{1-x}$

4.  $\arctgy = \arctgx + \pi/4$

Вопрос №18. Дано дифференциальное уравнение  $y' = (3k-1)x^2$ , тогда функция  $y = \frac{2}{3}x^3$  является его решением при  $k$ , равном:

1. 2

2. 3

3. 0

4. 1

Вопрос №19. Общий интеграл дифференциального уравнения  $y^2 dy = \frac{dx}{\sqrt{x}}$  имеет вид:

1.  $y^3 = \sqrt{x} + c$

2.  $y = \sqrt{x} + c$

3.  $\frac{y^3}{3} = 2\sqrt{x} + c$

4.  $2y = \ln|x| + c$

Вопрос №20. Порядок дифференциального уравнения  $11y'' + 9y = x^3$  равен:

1. 2

2. 11

3. 9

4. 3

Вопрос №21. Дано дифференциальное уравнение  $y'' + 4y' + 11y = 0$ . Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид:

1.  $k^2 + 4k + 11 = 0$

2.  $k^2 + 4k - 11 = 0$

3.  $k^2 - 4k + 11 = 0$

4.  $1 + 4k + 11k^2 = 0$

Вопрос №22. Решением уравнения  $y'' + y' - 6 = 0$  является:

1.  $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2.  $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
3.  $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
4.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$

Вопрос №23. Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения  $y'' - y' - 30y = 4x + 8$  по виду его правой части соответствует функция:

1.  $y = Ax + B$
2.  $y = Ax^2 + Bx$
3.  $y = e^{-5x}(Ax + B)$
4.  $y = Ae^{-5x} + Be^{6x}$

Вопрос №24. Частные производные первого порядка функции  $z = \sin(x^4 + y^2)$  равны..

1.  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = y \sin(2x^4 + 2y^2)$
2.  $\frac{\partial z}{\partial x} = 4x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2y \sin(2x^4 + 2y^2)$
3.  $\frac{\partial z}{\partial x} = x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = y \sin(2x^4 + 2y^2)$
4.  $\frac{\partial z}{\partial x} = 4x^3 \cos(x^4 + y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2y \cos(x^4 + y^2)$

Вопрос №25. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 5y' + 6y = 0$  имеет вид:

1.  $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$
2.  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$
3.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$
4.  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$

Вопрос №26. Для ряда  $\frac{3}{4} + \frac{3}{16} + \frac{3}{64} + \frac{3}{256} + \dots$  формула  $n$ -го члена равна:

1.  $u_n = \frac{3}{2^{n+4}} (n = 0, 1, 2, \dots)$
2.  $u_n = \frac{3}{4^n} (n = 1, 2, \dots)$
3.  $u_n = \frac{3}{n+4} (n = 0, 1, 2, \dots)$
4.  $u_n = \frac{3}{4^n} (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №27. Ряд  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$  :

1. знакочередующийся

2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакоположительный

$$x_n = \frac{n+1}{n^2+4},$$

Вопрос №28. Если формула  $n$ -го члена числовой последовательности имеет вид

то  $x_4$  равно:

1.  $\frac{4}{20}$
2.  $\frac{5}{12}$
3.  $\frac{5}{8}$
4.  $\frac{5}{20}$

Вопрос №29. Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$ , то числовой ряд сходится при  $l$ , равном:

1. 1,7
2. -2,2
3. 0,9
4. 2,2

Вопрос №30. Полный дифференциал функции  $z = x^2\sqrt{y} - y^2\sqrt{x}$  равен:

1.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( 2y\sqrt{x} - \frac{x^2}{2\sqrt{y}} \right) dy$
2.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( \frac{x^2}{2\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
3.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{\sqrt{x}} \right) dx + \left( \frac{x^2}{\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
4.  $dz = \left( 2x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx - \left( \frac{x^2}{2\sqrt{y}} + 2y\sqrt{x} \right) dy$



## ЗАДАНИЯ ПО ТЕМАМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практические задания по дисциплине формируются на основе номеров заданий сборника задач под редакцией Демидовича Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. (М., АСТ: Астрель, 2003 г) и предусматривают решение задач:

- по Теме 1 «Введение в математический анализ»:
  - на вычисление предела последовательности по определению, применение свойств предела последовательности (№№ 168, 171, 172, 175, 177).
- по Теме 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»:
  - на вычисление предела в случае неопределенности, использование эквивалентностей, свойств бесконечно малых и бесконечно больших, определение типов точек разрыва (№№ 181, 184, 192, 195, 198, 200, 213, 218, 231, 241, 249, 317, 320, 327).
- по Теме 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»:
  - на применение правил дифференцирования и таблицы производных основных элементарных функций, вычисление производных сложных функций, функций, заданных неявно, параметрически, применение логарифмического дифференцирования, применение правила Лопиталя, определение промежутков возрастания и убывания функции и точек экстремума, определение промежутков выпуклости и вогнутости и точек перегиба функции, нахождение асимптот, общее исследование и построение графика функции (№№ 384, 388, 399, 413, 430, 445, 473, 575, 582, 601, 613, 671, 693, 723, 743, 780, 795, 926, 951).
- по Теме 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»:
  - на определение линий и поверхностей уровня функций нескольких переменных, нахождение предела, вычисление частных производных и дифференциалов первого и высших порядков, вычисление производных сложных функций и функций, заданных неявно, вычисление градиента, производной по направлению, составление уравнений касательной плоскости и нормали к поверхности, исследование на экстремум функции нескольких переменных (№№ 1794 (а, б), 1797 (б, в), 1804, 1822, 1838, 1860, 1861, 1877, 1885, 1892, 1917, 1981, 2008, 2010, 2030).
- по Теме 5 «Неопределенный интеграл»:
  - на интегрирование различных типов выражений с использованием соответствующих приемов и методов (№№ 1033, 1043, 1050, 1074, 1064, 1095, 1129, 1152, 1193, 1202, 1215, 1217, 1257, 1259, 1265, 1283, 1294, 1318, 1338, 1343, 1373).
- по Теме 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»:

- на технику вычисления определенного интеграла (свойства, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле), задачи на физические и геометрические приложения определенного интеграла, вычисление несобственных интегралов первого и второго рода (№№ 1526, 1529, 1555, 1571, 1582, 1589, 1634, 1678, 1691, 1728, 1736).
- по Теме 7 «Дифференциальные уравнения»:
  - на решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка различных типов (с разделяющимися переменными, однородные линейные, уравнения Бернулли), в том числе решение задачи Коши, решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка, и линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для различных типов правых частей (№№ 2742, 2743, 2769, 2785, 2790, 2792, 2876, 2911, 2914, 2936, 2995, 3001, 3012, 3032, 3037).
- по Теме 8 «Числовые и функциональные ряды»:
  - на исследование сходимости числового ряда на основе необходимого и достаточных признаков сходимости, разложение функций в степенные ряды, определение области сходимости функционального ряда и, в том числе, степенного ряда (№№ 2436, 2443, 2455, 2471, 2477, 2514, 2527, 2530, 2552, 2594, 2614).

## ТИПОВОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Тема 1. Введение в математический анализ

Тема 2. Предел и непрерывность функции действительной переменной

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопитала раскрытия неопределенностей.

$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x}{-5x^2 + x - 1}$	$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ 1 + \frac{2}{x} \right]^x$
--	---

2. Найти производные заданных функций.

$$\text{а) } y = \left( 3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^5; \quad \text{б) } y = \frac{\text{ctgx}^3 + \ln 4x}{\sqrt{6x+1}}$$

$$\text{в) } y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}; \quad \text{г) } y = 2^{\text{tg } x} + x \sin 2x.$$

$$\text{д) } \text{tg} \left( \frac{y}{x} \right) = 5x.$$

3. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  для функций, заданных параметрически

$$x = \varphi(t); \quad y = \psi(t).$$

$$x = \cos \left( \frac{t}{2} \right), \quad y = t - \sin t.$$

4. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию  $y = f(x)$  и, используя результаты исследования, построить график.

$$y = \frac{3x}{x^2 - 4}.$$

5. Найти полный дифференциал функции  $z = f(x; y)$ .

$$f(x; y) = xy^3 - 2x^3y + 2y^4.$$

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Тема 5. Неопределенный интеграл

Тема 6. Определенный интеграл, несобственные интегралы

Тема 7. Дифференциальные уравнения

Тема 8. Числовые и функциональные ряды

1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием

а)  $\int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx$  ;      б)  $\int \frac{\arctg^2 2x}{1 + 4x^2} dx$  ;

в)  $\int x \cos 2x dx$  ;      г)  $\int \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx$ .

2. Вычислить по формуле Ньютона – Лейбница определенный интеграл.

$$\int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^4}$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = ax^2 + bx + c$  и прямой  $y = kx + l$ . Сделать чертеж.

$$y = -x^2 - 6x - 5; y = -x - 5.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям

$$y'' + 2y' + 5y = 13e^{2x}; y(0) = 1, y'(0) = 4.$$

5. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену  $a_n x^n$ ; найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

$$\frac{5^n x^n}{3^n + 4^n}$$

### ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Целые, рациональные, действительные числа. Числовые множества, операции над множествами.
2. Комплексные числа: модуль и аргумент комплексного числа; алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа; операции над комплексными числами.
3. Переменная величина. Функция: основные понятия (аргумент, значение функции, область определения, множество значений, нули функции, возрастание, убывание, четность, нечетность, периодичность). Обратная функция. Способы задания функции.
4. Числовая последовательность. Понятие и свойства предела последовательности. Ограниченность последовательности.
5. Предел функции: определение, свойства.
6. Первый и второй замечательные пределы.
7. Вычисление пределов: понятие неопределенности и методы раскрытия основных неопределенностей.
8. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие величины: классификация, свойства, эквивалентности.
10. Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
11. Правила дифференцирования.
12. Производная сложной функции.
13. Таблица производных основных элементарных функций.
14. Связь дифференцируемости и непрерывности функции
15. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций.
16. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
17. Теорема Ферма.
18. Теорема Ролля.
19. Теорема Коши.
20. Теорема Лагранжа.
21. Правило Лопиталя (Раскрытие неопределенности вида  $\left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right]$ ).

22. Правило Лопиталья (Раскрытие неопределенности вида  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$  ).
23. Монотонность функции на данном промежутке.
24. Экстремум функции.
25. Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций
26. Достаточное условие экстремума.
27. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
28. Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
29. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
30. Асимптоты графика функции.
31. Общий план исследования функции и построения графика.
32. Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня.
33. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
34. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных.
35. Частные и полный дифференциалы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
36. Производные сложных функций двух переменных. Полная производная.
37. Производные функции, заданной неявно.
38. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
39. Градиент функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
40. Производная по направлению.
41. Экстремум функции двух переменных.
42. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.
43. Условный экстремум функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа.
44. Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов.
45. Интегрирование по частям.
46. Замена переменной.
47. Интегрирование некоторых выражений, содержащих квадратный трехчлен.
48. Интегрирование дробно-рациональных функций.
49. Интегрирование простейших иррациональных выражений.
50. Интегрирование тригонометрических выражений.

51. Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
52. Формула Ньютона-Лейбница.
53. Замена переменной в определенном интеграле.
54. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
55. Вычисление площадей плоских фигур.
56. Вычисление длин дуг плоских кривых.
57. Вычисление объемов тел.
58. Физические приложения определенного интеграла.
59. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода: определение, признаки сходимости.
60. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: понятие, общее и частные решения, задача Коши.
61. Условия существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
62. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения.
63. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения Бернулли.
64. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.
65. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка: основные типы и методы интегрирования.
66. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Метод вариации постоянных.
67. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
68. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
69. Числовой ряд с положительными членами.
70. Необходимый признак сходимости.
71. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши.
72. Интегральный признак сходимости числовых рядов с положительными членами.
73. Знакопеременные и знакопеременные ряды: определения; признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда; условная и абсолютная сходимость.
74. Степенные ряды: определение; радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля.

75. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора некоторых элементарных

функций:  $e^x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\frac{1}{1-x}$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ .

Применения степенных рядов в приближенных вычислениях.

### ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. *Неопределенный интеграл. Методы интегрирования*

1.1. Вычислить интеграл  $\int \left( \frac{1}{x^2+1} + x \right) dx$ .

1.2. Вычислить интеграл  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + 2\sqrt[5]{x} \right) dx$ .

1.3. Вычислить интеграл  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x} \right) dx$ .

1.4. Вычислить интеграл  $\int \left( x^{\frac{1}{3}} + \frac{6}{x^2+1} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$ .

1.5. Вычислить интеграл  $\int \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} - \frac{2}{\sqrt[4]{x+2}} + \frac{3}{\sqrt[6]{x+3}} \right) dx$ .

1.6. Вычислить интеграл  $\int \left( \frac{e^x}{(e^x+1)^3} - \frac{2}{x^2} + x^3 \right) dx$

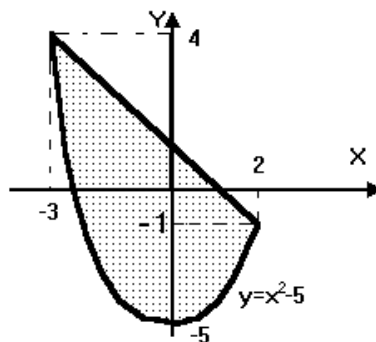
1.7. Вычислить интеграл  $\int (tg(x) + ctg(x) - \sin(12x)) dx$

1.8. Вычислить интеграл  $\int \left( \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{2x}{\sqrt{x^2-2}} \right) dx$

1.9. Вычислить интеграл  $\int (x \cdot \sin(x) - 2x \cdot e^x) dx$

2. *Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла*

2.1. Каким интегралом задается площадь заштрихованной части фигуры, изображенной на чертеже?



2.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3 - 1$ ,  $y = 0$  и  $x = 2$

2.3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ .



### 3. Дифференциальные уравнения

3.1. Найти общие решения однородных уравнений:

1)  $y'' - 2y' + 5y = 0$       2)  $y'' - 5y' + 6y = 0$       3)  $y'' + 4y' + 13y = 0$

### 4. Числовые и функциональные ряды

4.1. Исследуйте сходимость числовых рядов с помощью признаков сравнения:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 4n - 1}{3n^3 + 4}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 3}{4n^4 + \sqrt{n} + 1}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + \sqrt{n} + 3}{n\sqrt{n}}$ ;

4.2. Исследуйте сходимость числовых рядов с помощью признаков Даламбера и Коши:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{2^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + 6n + 3}{3^{n-1}(2n + 7)}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n/2}}{3^{5n+1}(n^2 + 3)}$ ;

г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n + 1)!}$

4.3. Найдите область сходимости функциональных рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{x+3}}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 1}{n^{2x^2 - 3x + 2}}$ ;      в)  $\sum_{n=0}^{\infty} (2x + 3)^n$ .      г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 6x + 12)^n}{4^n(n^2 + 1)}$