



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе дисциплины)
«ЭКОНОМЕТРИКА (МАГИСТЕРСКИЙ КУРС)»

основной профессиональной образовательной программы магистратуры
по направлению подготовки

38.04.01 ЭКОНОМИКА
Профиль программы
«ЭКОНОМИКА ОРГАНИЗАЦИЙ»

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

отраслевой экономики и управления
кафедра экономической теории и инструментальных методов

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплинам (модулям), соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенция-ми/индикаторами достижения компетенции
ПК-8: Способен оценивать эффективность проектов с учетом фактора неопределенности	ПК-8.1: Использует эконометрические модели при оценке эффективности проектов	Эконометрика (магистерский курс)	<u>Знать:</u> базовые понятия эконометрического моделирования, относящиеся к сфере профессиональной деятельности – в области экономической политики и экономических процессов; <u>Уметь:</u> разрабатывать эконометрические модели исследуемых процессов, относящихся к области экономической политики и экономических процессов; <u>Владеть:</u> навыками применения эконометрических моделей в области экономической политики и экономических процессов.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольным работам для студентов заочной формы обучения.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета, относятся:

- промежуточная аттестация в форме зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания используются для оценки освоения тем дисциплины студентами всех форм обучения (Приложение № 1).

Тестирование обучающихся проводится: на занятиях - по очной форме обучения; как вид внеаудиторной самостоятельной работы студента - по заочной форме.

Тестовое задание, как правило, предусматривает выбор одного правильного ответа на поставленный вопрос из нескольких вариантов ответа.

Оценка по результатам тестирования зависит от уровня освоения студентом тем дисциплины и соответствует следующему диапазону: положительная оценка («зачтено») выставляется студенту при получении от 56 до 100% верных ответов, «не зачтено» выставляется при получении менее 56% верных ответов.

3.2 В приложении № 2 приведены типовые задания для проведения практических занятий. Для самостоятельной подготовки к практическому занятию необходимо внимательно изучить цель занятия, материал, полученный на лекции. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная часть восполняется в процессе самостоятельной работы. Особое внимание при этом необходимо обратить на методику расчета показателей, установление взаимосвязи между ними, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов.

Неудовлетворительная оценка – не зачтено - выставляется, если студент не выполнил и не «защитил» предусмотренные практические задания.

3.3 В приложении 3 приведен типовой вариант по контрольной работы. Выполненные контрольные работы подлежат защите, по результатам защиты контрольной работы выставляются оценки «зачтено» / «не зачтено».

Оценка «не зачтено» выставляется, если студент не выполнил либо не «защитил» контрольную работу.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачёта. К зачётам допускаются студенты:

- положительно аттестованные по результатам тестирования;
- получившие положительную оценку по результатам выполнения практических заданий;

- получившие оценку «зачтено» по контрольной работе (для студентов заочной формы обучения).

4.2 В приложении № 4 приведены контрольные вопросы по дисциплине, которые при необходимости могут быть использованы для промежуточной аттестации.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Эконометрика (магистерский курс)» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы магистратуры по направлению подготовки 38.04.01 Экономика (профиль подготовки «Экономика организации»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры Экономической теории и инструментальных методов (протокол № 8 от 01.04.2022 г.).

Заведующий кафедрой



Л. И. Сергеев

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании выпускающей кафедры Экономики и финансов (протокол № 6 от 26.04.2022 г.).

Заведующий кафедрой



А.Г. Мнацканян

**ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ЭКОНОМЕТРИКА (магистерский курс)»**

Вариант 1

- 1) Предмет эконометрики – это:
- А) массовые экономические явления с их взаимосвязями;
 - Б) экономическая теория (макро и микроэкономика, мировая экономика);
 - В) региональные и отраслевые экономики страны.
- 2) Формально и строго регрессия записывается так:
- А) $y = \sum X_i$;
 - Б) $\varphi(X) = M(Y|X)$;
 - В) $\hat{y} = b_0 + b_1x$.
- 3) Выражение $\hat{y} = b_0 + b_1x$ называют *парным* уравнением регрессии, так как:
- А) в правой части - две переменных;
 - Б) оно является суммой факторных переменных;
 - В) в нём присутствует пара переменных: x и y .
- 4) Тип асимптоты у функции Торнквиста $u_1(x)$ - для предметов 1-й необходимости:
- А) вертикальная;
 - Б) наклонная;
 - В) горизонтальная.
- 5) Суть МНК-метода состоит в нахождении значений параметров b_0 и b_1 уравнения регрессии, которые доставляют минимум сумме S :
- А) отклонений наблюдаемых значений от теоретических;
 - Б) модулей отклонений наблюдаемых значений от теоретических;
 - В) квадратов отклонений наблюдаемых значений от теоретических.
- 6) Установить соответствие между формулой и её формулировкой:
- | | |
|----------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\overline{x \cdot y}$ | 1. квадрат среднего x ; |
| 2. $\bar{x} \cdot \bar{y}$ | 2. произведение средних x и y ; |

3. \bar{x}^2 3. среднее квадрата переменной x ;

4. \bar{xy} 4. среднее произведения x на y ;

1-___; 2-___; 3-___; 4-___.

7) Если b_0 будет увеличиваться, то прямая линия $\hat{y} = b_0 + b_1x$, будет:

А) подниматься вверх параллельно самой себе;

Б) поворачиваться против часовой стрелки;

В) опускаться вниз параллельно самой себе.

8) Если b_1 будет уменьшаться, то прямая линия $\hat{y} = b_0 + b_1x$, будет:

А) подниматься вверх параллельно самой себе;

Б) поворачиваться против часовой стрелки;

В) поворачиваться по часовой стрелке.

9) Множественный регрессионный анализ изучает модели, у которых число объясняющих переменных:

А) одна;

Б) две;

В) больше одной.

10) Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии требует выполнения предпосылок:

А) четыре;

Б) пять;

В) шесть.

11) Выражение $s^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-p-1}$ служит для оценки:

А) коэффициента регрессии β ;

Б) коэффициента корреляции ρ ;

В) остаточной дисперсии σ^2 .

12) Коэффициент детерминации R^2 характеризует:

А) долю вариации переменной Y , обусловленную изменением переменных X ;

Б) величину доверительного интервала для неизвестного значения $M_x(Y)$;

В) среднее отклонение факторной переменной X .

13) Значение определителя матрицы $C = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ равно:

А) +1;

Б) -3;

В) 0.

14) Третий шаг отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) :

А) Вычисляем парные коэффициенты корреляции;

Б) Формируем исходный набор факторов;

В) Ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице (r_{ij}) .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

А) больше 0,4;

Б) меньше 0,4;

В) больше 1,0.

16) Класс степенной функции $y = \beta_0 x^{\beta_1} \varepsilon$: она нелинейная:

А) относительно своих переменных, но линейная по параметрам;

Б) по параметрам, но внутренне линейная;

В) по параметрам и внутренне нелинейная.

17) Четвёртой составляющей временного ряда называют компоненту:

А) случайную;

Б) циклическую;

В) сезонную.

18) Два свойства отклонений ε_t в классической линейной регрессионной модели, которые позволяют назвать ε_t белым шумом:

А) $M(\varepsilon_t)=0$;

Б) нестационарность ε_t .

В) некоррелированность ε_t между собой;

Г) гетероскедастичность.

19) При росте лага τ колебания коррелограммы, как правило:

А) усиливаются;

Б) затухают;

В) не затухают.

20) Для временного ряда $y = \{5, 7, 11, 12, 13\}$ первое значение сглаженного ряда методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания $m=3$, имеет значение:

А) $z_2=7,0$;

Б) $z_2=8,7$;

В) $z_2=7,7$.

21) Два признака отличия обобщённой модели от классической - по виду ковариационной матрицы отклонений, в которой:

А) ковариации отклонений произвольные;

Б) коэффициенты корреляции произвольные, но положительные;

В) отсутствуют гетероскедастичность и автокорреляция;

Г) дисперсии отклонений произвольные.

22) Оценка вектора b обобщённой модели устанавливается теоремой Айткена, в которой определяется соответствующая формула:

А) $b = (X'X)^{-1}X'Y$;

Б) $b^* = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y$;

В) $b_1 = (\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}) / (\overline{x^2} - \bar{x}^2)$.

23) Сущность гетероскедастичности состоит в том, что имеет место корреляция:

А) $\rho(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \neq 0$;

Б) $\rho(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$;

В) $\rho(x_i, \varepsilon_j) \neq 0$.

24) Для модели с гетероскедастичностью оценка найденная обычным МНК-методом, обладает такой тройкой свойств:

- А) несмещённая, состоятельная, неэффективная;
- Б) смещённая, состоятельная, эффективная;
- В) несмещённая, несостоятельная, неэффективная.

Вариант 2

1) Метод эконометрики является симбиозом:

- А) математической статистики и математики;
- Б) методов из экономики, статистики, математики и информатики;
- В) методов из математической статистики и системного анализа.

2) Регрессией в строгом смысле называется:

- А) уравнение регрессии, например, $\hat{y} = b_0 + b_1x$;
- Б) условное математическое ожидание СВ Y как функции от X ;
- В) обратная зависимость Y от переменных X .

3) Установить соответствие терминов и их определений:

- | | |
|------------------|---|
| 1. аппроксимация | 1. соединение всех точек непрерывной плавной линией |
| 2. интерполяция, | 2. сглаживание, выявление тренда |
| 3. экстраполяция | 3. продление линии тренда за пределы области определения процесса |

1-___; 2-___; 3-___.

4) Установить соответствие между именами переменных и их синонимами:

- | | |
|-------------------|---|
| 1. факторная | 1. ошибка, возмущение, остаток |
| 2. результирующая | 2. объясняемая, зависимая, выходная, эндогенная |
| 3. отклонение | 3. объясняющая, входная, экзогенная, регрессор |

1-___; 2-___; 3-___.

5) Если b_1 будет увеличиваться, то прямая линия $\hat{y} = b_0 + b_1x$ будет:

- А) подниматься вверх параллельно самой себе;
- Б) поворачиваться против часовой стрелки вокруг точки $(0; b_0)$;

Д) поворачиваться по часовой стрелке вокруг точки $(0; b_0)$.

6) Если $b_1=1$, то угол наклона линии регрессии $\hat{y} = b_0 + b_1x$ равен:

А) 45° ;

Б) 60° ;

В) 30° .

7) Доверительный интервал прогноза при прочих равных тем больше, чем:

А) больше выборка;

Б) больше значение результирующей переменной;

В) меньше выборка.

8) Несмещенной называется оценка $\tilde{\theta}$ параметра θ , у которой:

А) минимальная дисперсия;

Б) максимальное математическое ожидание;

В) математическое ожидание равно оцениваемому параметру.

9) Значение определителя матрицы $C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ равно:

А) 0;

Б) +3;

В) -1.

10) Значения вектора b для множественной регрессии находятся МНК-методом по формуле:

А) $b = M(\varepsilon \cdot \varepsilon')$;

Б) $b = (X'X)^{-1}X'Y$;

В) $b = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.

11) Доверительный интервал для регрессионного значения выручки магазина с площадью $X=11$:

А) $\hat{y} - \Delta \leq M_x(X|Y=11) \leq \hat{y} + \Delta$

Б) $\hat{y} + \Delta \leq M_x(Y|X=11) \leq \hat{y} - \Delta$;

В) $\hat{y} - t_{1-\alpha, k} S_{\hat{y}} \leq M_x(Y|X=11) \leq \hat{y} + t_{1-\alpha, k} S_{\hat{y}}$.

12) Матрица парных коэффициентов корреляции для r факторных переменных:

- А) квадратная $r \times r$, симметричная;
- Б) имеет размерность $n \times r$, симметричная
- В) квадратная $r \times r$, несимметричная.

13) Коллинеарная пара векторов:

- А) (-3, 1) и (5, 0).;
- Б) (0, 4) и (1, 0);
- В) (2, 4) и (1, 2)

14) Второй шаг отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) :

- А) вычисляем парные коэффициенты корреляции r_{ij} ;
- Б) формируем исходный набор факторов;
- В) ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице (r_{ij}) .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

- А) больше 0,5;
- Б) меньше 0,4;
- В) больше 1,0.

16) Для функции Кобба-Дугласа выбрать последовательность наименований 3-х переменных, соответствующую порядку их расположения в её формуле $\hat{Y} = AK^{\alpha}L^{\beta}$:

- А) затраты капитала, объём производства, затраты труда;
- Б) объём производства, затраты труда, затраты капитала;
- В) объём производства, затраты капитала, затраты труда.

17) Циклическая компонента временного ряда - это:

- А) прямая линия;
- Б) синусоида;
- В) экспонента.

18) Для «случайного» процесса $Y(t)=C$ корреляционная функция будет иметь вид:

- А) прямой с отрицательным наклоном;
- Б) синусоиды;
- В) горизонтальной прямой $r=1$.

19) Для временного ряда $y=\{6, 4, 11, 12\}$ вычислить второе значение сглаженного ряда методом скользящих средних с интервалом сглаживания $m=3$, используя простую среднюю арифметическую:

- А) $z_3=12,0$;
- Б) $z_3=10,0$;
- В) $z_3=9,0$.

20) Точность прогноза - это:

- А) отрезок времени от настоящего в будущее, на который разрабатывается прогноз;
- Б) его доверительный интервал для заданной доверительной вероятности;
- В) отрезок времени от прошлого к настоящему, на основании которого строится прогноз.

21) Суть теста Голдфелда-Квандта на гетероскедастичность состоит в проверке значимости показателя F по критерию Фишера-Снедекора, где F – отношение суммы квадратов первых m значений к последним m значениям ($m \approx n/3$) переменной:

- А) x_i^2 ;
- Б) e_i^2 ;
- В) y_i^2 .

22) Суть теста Уайта на гетероскедастичность состоит в проверке значимости уравнений регрессии, их модель имеет вид: $e_i^2=f(x_i)+u_i$, $i \in 1:n$. Гипотеза об отсутствии гетероскедастичности принимается, если:

- А) все n регрессий незначимы;
- Б) существует хотя бы одна незначимая регрессия;
- В) все n регрессий значимы.

23) Устранение гетероскедастичности взвешенным МНК-методом предполагает специальное требование к ковариационной матрице возмущений Ω , она должна:

- А) иметь такой вид: $\sum \varepsilon = \sigma^2 E_n$;
- Б) быть диагональной: $\sigma_{ij}=0$ при $i \neq j, i, j \in 1:n$;
- В) иметь хотя бы один недиагональный элемент $\sigma_{ij} \neq 0$ при $i \neq j, i, j \in 1:n$.

24) Суть теста Дарбина-Уотсона состоит в определении наличия автокорреляции между соседними членами некоторой переменной; рассчитывается показатель d_i , равный отношению суммы квадратов разности членов к сумме квадратов членов. В качестве переменной берётся:

- А) e_i ;
- Б) x_i ;
- В) y_i .

Вариант 3

1) Эконометрика зародилась в начале века:

- А) XVIII;
- Б) XIX;
- В) XX.

2) Основным разделом эконометрики является анализ:

- А) математический;
- Б) регрессионный;
- В) финансовый.

3) Предприятия в регрессионных финансовых моделях Альтмана делятся на:

- А) 2 класса;
- Б) 3 класса;
- В) 4 класса.

4) Установить соответствие: имя переменной - её обозначение:

- | | |
|-------------------|-------------------------------|
| 1. факторная | 1. Y |
| 2. результирующая | 2. ε (эпсилон), e |
| 3. отклонение | 3. X |

1- __; 2- __; 3- __.

5) Состоятельной называется оценка, для которой:

- А) математическое ожидание равно оцениваемому параметру;

Б) наблюдается сходимость по вероятности к оцениваемому параметру;

В) дисперсия оценки минимальная.

6) Оценка называется эффективной, если:

А) она несмещенная и имеет минимальную дисперсию;

Б) ее дисперсия минимальная;

В) она несмещенная и удовлетворяет закону больших чисел.

7) Коэффициент корреляции изменяется :

А) от 0 до 1;

Б) от -1 до $+1$;

В) от -1 до 0.

8) Для регрессионной стохастической модели $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ($i=1:n$) установить соответствие:

Предпосылка 2: отклонения – центрированные СВ 2. СВ ε_i и y_i распределены по НЗР

Предпосылка 3: дисперсии отклонений одинаковые 3. $\rho_{\varepsilon_i, \varepsilon_j} = M(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$ для всех $i, j \in 1:n$ и $i \neq j$

Предпосылка 4: отклонения попарно не коррелированы 4. $D(\varepsilon_i) = \sigma^2 = D(y_i)$

Предпосылка 5: все отклонения – нормальные СВ 5. $M(\varepsilon_i) = 0$

2- __; 3- __; 4- __; 5- __.

10) Матрица плана X имеет размерность:

А) $n \times (p+1)$;

Б) $n \times p$;

В) $m \times n$.

11) Стохастическая регрессионная модель в матричной форме имеет вид:

А) $Y = X \cdot \varepsilon + b$;

Б) $X = Y \cdot \beta + \varepsilon$;

В) $Y = X \cdot \beta + \varepsilon$.

12) В выражении $\sum \varepsilon_i^2 = e'e$ символ e – это:

А) вектор-столбец отклонений (ошибок), $n \times 1$;

- Б) скаляр – отклонение (возмущение);
- В) матрица факторных переменных, $m \times n$.

13) Найти значение определителя матрицы: $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$:

- А) -1;
- Б) +3;
- В) +6.

14) Первый шаг отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) :

- А) Вычисляем парные коэффициенты корреляции;
- Б) Формируем исходный набор факторов;
- В) Ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице (r_{ij}) .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

- А) больше 0,6;
- Б) меньше 0,3;
- В) больше -1,0.

16) Если в качестве критерия использовать коэффициент детерминации R^2 , то траектория отбора факторов методом «вращения»:

- А) не убывает, имеет горизонтальную асимптоту;
- Б) убывает, имеет горизонтальную асимптоту;
- В) возрастает, не ограничена сверху.

17) В структуре экономического временного ряда в общем случае выделяют несколько специальных рядов:

- А) 2;
- Б) 3;
- В) 4.

18) Главным специальным рядом в структуре временных рядов является:

- А) тренд;

Б) циклическая компонента;

В) сезонная составляющая.

19) Автокорреляционная функция является:

А) нечётной;

Б) чётной;

В) неубывающей.

20) Прогнозный горизонт - это:

А) отрезок времени от настоящего в будущее, на который разрабатывается прогноз;

Б) максимально возможный период упреждения;

В) отрезок времени от прошлого к настоящему, на основании которого строится прогноз.

21) Теорема Айткена направлена на устранение недостатка обычного МНК-метода в случае обобщённой ЛММР, вектор-оценка b становится:

А) несмещённым;

Б) состоятельным;

В) эффективным.

22) Идея теста Голдфелда-Квандта на гетероскедастичность состоит в проверке значимости показателя F по критерию Фишера-Снедекора, где F – отношение суммы квадратов первых m значений к последним m значениям ($m \approx n/3$) переменной:

А) x_i^2 ;

Б) e_i^2 ;

В) y_i^2 .

23) Три случая, при которых регрессионная модель должна быть отнесена к обобщённой модели, это наличие:

А) гетероскедастичности;

Б) автокорреляции остатков;

В) и гетероскедастичности, и автокорреляции остатков;

Г) гомоскедастичности.

24) Сущность гетероскедастичности состоит в том, что имеет место корреляция:

А) $\rho(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \neq 0$;

Б) $\rho(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$;

В) $\rho(x_i, \varepsilon_j) = 0$.

Приложение № 2

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Структура приложения 2:

Номер темы	Число задач	Число вопросов
1	10	20
2	14	24
3	10	20
4	10	20
5	8	20
Тем всего 5	Задач всего 52	Вопросов всего 104

Тема 1. Теория и практика эконометрического моделирования

Решение задач

Задача 1. Построить график функции $u_4(x)$ модели Л. Торнквиста (уравнение баланса), раскрыть её экономическое содержание.

Задача 2. Параметрический анализ функции. Построить в общем виде графики 3-х функций парных регрессий: $\hat{y} = b_0 + b_1x$; $\hat{y} = (b_0+c) + b_1x_1$; $\hat{y} = b_0 + (b_1+c)x_1$. Сделать выводы.

Задача 3. Раскрыть экономический смысл параметров b_0 и b_1 , если парная регрессия $\hat{y} = b_0 + b_1x$ – модель магазина, где x – площадь, y – суточная выручка.

Задача 4. Раскрыть экономический смысл параметров b_0 и b_1 , если парная регрессия $\hat{y} = b_0 + b_1x$ – модель зависимости затрат y (y – сумма постоянных и переменных затрат) – руб/год - от объёма производства x .

Задача 5. Раскрыть экономический смысл параметров b_0 , b_1 , b_2 регрессионной модели магазина $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$, где x_1 – площадь магазина, x_2 – площадь паркинга, y – суточная выручка.

Задача 6. Вывести уравнение асимптоты $y=b_0$ для функции Торнквиста

$$y_1 = \frac{b_0x}{b_1+x}$$

используя правило Лопиталья. В чём экономический смысл этой асимптоты в модели потребления?

Задача 7. Вычислить значение 1-й производной 1-й функции Торнквиста в точке $(0;0)$. Как это знание помогает при построении линии $y_1(x)$, в чём экономический смысл этой производной.

Задача 8. Дана генеральная совокупность значений СВ X : (2, 4, 6, 3, 1). Вычислить генеральную среднюю арифметическую \bar{x}_g , а также все выборочные средние \bar{x} для $n=3$, сопоставить их, сделать выводы.

Задача 9. Дана генеральная совокупность значений СВ X : (2, 4, 6, 3, 1). Вычислить генеральную среднюю арифметическую \bar{x}_g , построить последовательность выборочных средних арифметических для $n=2, 3, 4$. Сделать выводы.

Задача 10. В графу 2 таблицы дописать содержание этапа эконометрического моделирования.

Этап	Вписать содержание этапа
1 Постановочный	Формулирование ...
2 Априорный*(доопытный, предварительный)	Проведение ...
3 Информационный	Сбор ...
4 Моделирование	Выбор...
5 Идентификационный	Статистический ...
6 Оценка качества модели	Проверка ...
7 Интерпретация результатов моделирования	Анализ...

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 1

- 1) Расшифровать аббревиатуры: ЗР, МНК, МО, НЗР, СВ, СКО.
- 2) Что означают переменные с именами: m , n , p ?
- 3) Что означают выражения $D(X)$, $M_x(Y)$, $\sum_{i=1}^n X_i$?
- 4) Назовите 4 синонима термина «фактор X ».
- 5) Назовите 4 синонима термина «результатирующая переменная Y ».
- 6) Назовите 3 синонима термина «отклонение (ϵ или e)».
- 7) Дайте определение эконометрики как науки.
- 8) Что является предметом и методом эконометрики?
- 9) Дайте строгое определение регрессии, запишите её формульное выражение, создайте графический образ.
- 10) В чём отличие уравнения регрессии от регрессионной модели?
- 11) Сформулируйте содержательную постановку задачи-1 и задачи-2.

- 12) Дано: корреляционное поле и линия регрессии. На какие 2 класса линия разделяет магазины.
- 13) Модель Альтмана – уравнение регрессии, каким образом автор определял значения результирующей переменной Z?
- 14) Каково назначение модели Альтмана, на какие классы оно делит – дискриминирует - предприятия?
- 15) Что общего у всех пяти факторов в модели Альтмана?
- 16) Имеет ли функция Торнквиста $y_2(x)$ – потребление товаров длительного пользования – асимптоту, если да, то каков её тип?
- 17) Перечислите трудности получения больших однородных выборок в экономике?
- 18) Что такое пространственные и временные выборки?
- 19) Что такое модель, математическая модель, моделирование?
- 20) В чём суть одного из принципов моделирования – принципа чёрного ящика?

Тема 2. Построение парных и множественных регрессионных моделей

Решение задач

Задача 1. МНК. Уравнение $\partial S / \partial b_0 = 2 \sum (b_0 + b_1 x_i - y_i) = 0$ привести к линейному виду $b_0 n + b_1 \sum x_i = \sum y_i$.

Задача 2. МНК. Уравнение $\partial S / \partial b_1 = 2 \sum (b_0 + b_1 x_i - y_i) x_i = 0$ привести к линейному виду $b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$.

Задача 3. Даны выборки двух СВ: $X = 1, 3, 5$ и $Y = 13, 10, 7$. Рассчитать коэффициент корреляции, выполнить анализ алгоритма решения задачи:

1) Выбираем рабочую формулу: $r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n s_x s_y}$.

2) Рассчитываем средние арифметические \bar{x} и \bar{y} .

3) Формула для расчёта дисперсий s_x^2 и s_y^2 : $s_x^2 = \sum (x - \bar{x})^2 / (n-1)$.

4) Подставляем все значения в рабочую формулу и вычисляем r_{xy} .

Задача 4. Определить графически и аналитически прогнозное регрессионное значение выручки \hat{y} для магазина-8 с площадью $x=11$ на основе уравнения регрессии $\hat{y} = 0,43 + 1,54x$.

Выполнить анализ алгоритма решения задачи:

1) В координатах XOY строим прямую линии для уравнения регрессии $\hat{y} = 0,43 + 1,54x$.

2) Находим графически прогнозное значение выручки \hat{y}_i для $x=11$.

3) Вычисляем прогнозное значение выручки для $x=11$: $\hat{y}_i=0,43+1,54 \cdot 11=17,37$.

4) Результаты п.п 3 и 4 должны совпадать.

Задача 5. В рамках модели магазина раскрыть смысл переменных и создать их графические образы в координатах ХОУ: $y_2, \bar{y}, \hat{y}_2, x_3, \hat{y}_2 - y_2, e_3, s_x, s$.

Задача 6. В рамках модели магазина раскрыть смысл переменных и создать их графические образы в координатах ХОУ: $\bar{x}, \hat{y}_2 - y_2, e_3, s_x, s$.

Задача 7. Дано: линейное двухфакторное уравнение регрессии $\hat{y}=5+6x_1-2x_2$, выборочные средние: $\bar{x}_1=10, \bar{x}_2=20, \bar{y}=25$. Найти частную функцию эластичности по переменной x_2 , проанализировать решение.

1) Искомая функция эластичности: $E_{x_2}(\hat{y}) = (\partial \hat{y} / \partial x_2) (x_2 / \hat{y}) = -2x_2 / (5+6x_1-2x_2)$.

2) Положим $\bar{x}_1=10$ и получим частную функцию эластичности $E(x_2) = -2x_2 / (65-2x_2)$.

3) Для $\bar{x}_2=20$ получим средний частный коэффициент эластичности \hat{y} по x_2 : $E_{x_2} = \frac{-2 \cdot 20}{65 - 2 \cdot 20} = -1,60$.

4) Вывод: в окрестности выборочных средних увеличение x_2 на 1% приводит к уменьшению \hat{y} на 1,60%.

Задача 8. Для матрицы А найти матрицу, составленную из алгебраических дополнений (A_{ij}) – заполнить пробел.

Решение.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; (A_{ij}) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}; A_{11} = + \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3; A_{12} = - \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -10; \text{ и т.д. } (A_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -10 \\ -5 & -2 & 17 \\ 7 & 3 & -25 \end{pmatrix}$$

Задача 9. Найти определитель матрицы А из задачи 8.

Решение. Это определитель 3-го порядка. Его можно вычислить непосредственно, а можно - путем разложения на определители 2-го порядка. Выберем 2-й подход:

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 6(-1) + 1(-10) = -1.$$

Задача 10. Для матрицы А из задачи 8, используя решение задачи 9, найти обратную матрицу A^{-1} .

Решение.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} (A_{ij})' = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -10 \\ -5 & -2 & 17 \\ 7 & 3 & -25 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -3 & 5 & -7 \\ -1 & 2 & -3 \\ 10 & -17 & 25 \end{pmatrix}$$

Задача 11. Для матрицы A из задачи 8 и обратной матрицы A^{-1} из задачи 10 проверить, выполняется ли равенство: $A \cdot A^{-1} = E$, где E - единичная матрица (всюду нули, а на главной диагонали единицы).

Решение. $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 5 & -7 \\ -1 & 2 & -3 \\ 10 & -17 & 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Вывод: равенство выполняется, следовательно,

обратная матрица в задаче 10 найдена верно.

Задача 12. Вычислить остаточную дисперсию s^2 по формуле $s^2 = \frac{e' e}{n - p - 1}$ и данным: $n=4$; $e' = (2, 4, 1, 3)$; $p=2$. Записать соответствующее уравнение регрессии в общем виде.

Задача 13. Вычислить доверительный интервал для σ^2 , используя данные задачи 12 и статистические таблицы.

Задача 14. Для парной регрессии (с переменной x_1) скорректированный коэффициент детерминации равен 0.90, а для регрессии с переменными x_1 и x_2 он равен 0.86. Какие можно сделать выводы.

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 2

- 1) Что общего и в чём отличие между параметрами уравнения регрессии β_0, β_1 и b_0, b_1 ?
- 2) Что общего и в чём отличие между коэффициентом корреляции r_{xy} и ковариацией $Cov(X, Y)$?
- 3) Какой вывод следует из того, что коэффициент корреляции $r_{xy}=0$?
- 4) Назовите пять предпосылок, которым должна отвечать классическая линейная нормальная парная регрессионная модель.
- 5) Дайте определения типам оценок: несмещенная, состоятельная, эффективная.
- 6) Какими свойствами обладают МНК-оценки b_0 и b_1 по теореме Гаусса-Маркова?
- 7) Определите понятия: доверительная вероятность, доверительный интервал.
- 8) Раскройте смысл понятия доверительного интервала для линии парной регрессии $\hat{y}(x)$ в точке $x=11$.
- 9) Верно ли суждение: чем больше доверительная вероятность, тем больше доверительный интервал?

- 10) Создайте графический образ доверительного интервала для коэффициента регрессии b_1 , желательнo привлечь функцию $\operatorname{tg}\alpha$.
- 11) Раскройте смысл понятия: оценка значимости регрессии.
- 12) Раскройте смысл выражения: $H_0: \beta_1=0$.
- 13) А и Б матрицы; верно ли утверждение: $A \cdot B=B \cdot A$?
- 14) Какая модель называется классической ЛММР?
- 15) Какая модель называется нормальной КЛММР?
- 16) Нарисуйте в виде прямоугольников схему для матричного выражения регрессионной стохастической модели $Y = X\beta + \varepsilon$.
- 17) В чём состоит идея 6-й предпосылки для КНЛММР, что будет, если она не выполняется?
- 18) В чём смысл матричного выражения $\nabla_b S = 0_n$ (напомним, треугольничек – это вектор-градиент «набла»).
- 19) Какова размерность вектора параметров b в двухфакторном уравнении регрессии?
- 20) Что является неизвестным в матричном выражении: $X'X \cdot b = X'Y$?
- 21) Что означает дословно термин «ковариация»?
- 22) Какова размерность ковариационной матрицы векторной СВ (b_1, b_2) ?
- 23) Что означает Σ_b в выражении $\Sigma_b = \sigma^2(X'X)^{-1}$, приведите произвольный числовой пример выражения Σ_b .
- 24) В чём преимущество скорректированного коэффициента детерминации \widehat{R}^2 перед обычным коэффициентом детерминации R^2 ?

Тема 3. Техника построения эконометрических моделей

Решение задач

Задача 1. На плоскости XOY нарисовать два полностью и два частично коллинеарных вектора X_1, X_2 и X_3, X_4 . Записать и вычислить их скалярные произведения. Какое место в регрессионном анализе занимают эти вектора.

Задача 2. Построить корреляционную матрицу для выборок двух случайных величин: $X_1=(1, 2, 4), X_2=(2, 4, 6)$. Провести по этой матрице отбор значащих факторов: X_1 и X_2 .

Задача 3. Без вычислений реализовать шаг за шагом процедуру отбора наиболее значимых факторов «методом вращения» для уравнения регрессии с переменными-кандидатами X_1 - X_4 , иллюстрируя её графически, все значения назначать «предположительно».

Задача 4. Для критерия Чоу по трём выборкам строятся три регрессионные модели. Критерий: выборки различные, их нельзя объединять с уровнем значимости α (обычно $\alpha=0,05$), если выполняется неравенство - критерий Чоу:

$$F = \frac{(\sum e_i^2 - \sum' e_i^2 - \sum'' e_i^2)(n - 2p - 2)}{(\sum' e_i^2 + \sum'' e_i^2)(p + 1)} > F_{\alpha, p+1, n-2p-2}$$

где \sum - оператор суммирования по i от 1 до n (по отклонениям *объединенной* регрессии),

\sum' - оператор суммирования по i от 1 до n_1 (работники - женщины),

\sum'' - оператор суммирования по i от n_1+1 до n (работники - мужчины).

Задание: а) присвоить всем переменных в формуле произвольные правдоподобные значения, б) значение СВ F вычислить, в) значение F -критерия Фишера взять из таблицы (использовать МНК не нужно), г) экономическое содержание, например. такое: выборка по мужчинам и по женщинам, зарплата зависит от стажа.

Требуется определить: можно ли выборки по женщинам и мужчинам объединить в одну общую выборку.

Задача 5. Для модели магазина - линейной парной регрессии $\hat{y} = 0,43 + 1,54x$ - построить функцию эластичности, исследовать её, определить значение коэффициента эластичности для $x = \bar{x} = 3,43$ (млн. руб.), сформулировать его экономический смысл.

Задача 6. Дано парное уравнение регрессии со степенной функцией: $\hat{y} = 5 \cdot x^{1/2}$. Найти функцию и средний коэффициент эластичности. Выполнить анализ решения задачи.

Решение. По определению и путём преобразований функция эластичности примет вид:

$$E_x(\hat{y}) = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x} \cdot \frac{x}{\hat{y}} = 5 \frac{1}{2} x^{-1/2} \frac{x}{5x^{1/2}} = 0,5.$$

Ответ: функция эластичности для степенной функции есть константа.

Задача 7. Дано: $b_2 = 3,6$; $s_{x2} = 2$; $s_y = 2,2$; формула $b_2' = b_2 s_{x2} / s_y$. Определить стандартизированное значение коэффициента регрессии.

Задача 8. Дано: формула для частного коэффициента корреляции и пример корреляционной матрицы:

$$R_{ij,1,2,\dots,p} = -\frac{q_{ij}}{\sqrt{(q_{ii}q_{jj})}}, \quad i \neq j, \quad q_{p=3} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,7 & 1 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

Записать формулу для частного коэффициента корреляции $r_{1-2,3}$ - случай трех факторных переменных ($p=3$) - и вычислить его значение на основе корреляционной матрицы. Выполнить анализ решения задачи.

Решение. Построим алгебраические дополнения на основе матрицы, а затем и саму формулу ($i=1, j=2, k=3$):

$$q_{11} = +(1 - r_{23}^2) = 0,75 \quad q_{22} = +(1 - r_{13}^2) = 0,64 \quad q_{12} = -(r_{12} - r_{13}r_{23}) = -0,40$$

$$r_{1-2,3} = \frac{-(- (r_{12} - r_{13}r_{23}))}{\sqrt{[(1 - r_{23}^2)(1 - r_{13}^2)]}} = \frac{0,40}{\sqrt{(0,75 \cdot 0,64)}} = 0,58.$$

Ответ: частный коэффициент корреляция между x_1 и x_2 при исключении влияния x_3 : $r_{1-2,3} = 0,58$, его значение достаточно высоко.

Задача 9. Для условий задачи 9 и значений: $r_{12} = 0,6$; $r_{13} = r_{23} = 0,8$ вычислить частный коэффициент корреляции $r_{1-2,3}$.

Ответ: $r_{1-2,3} = -0,11$.

Задача 10. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена ρ_{xe} . Дано: $n=4$; разности $d_i = x_i - e_i$ между рангами значений x_i и e_i i -го объекта $(-2, 1, 1, 2)$. Рассчитать значение ρ_{xe} .

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 3

- 1) О каких векторах идёт речь при анализе на мультиколлинеарность.
- 2) Создайте числовой пример матрицы плана X с мультиколлинеарными векторами, для которой не выполняется 6-я предпосылка (о ранге матрицы).
- 3) Какие алгебраические и содержательные неприятности влечет высокая мультиколлинеарность?
- 4) Как выявляют и уменьшают степень мультиколлинеарности по матрице парных коэффициентов корреляции?
- 5) В чем суть отбора значащих факторов и уменьшения мультиколлинеарности методом «вращения» факторов?
- 6) Сколько нужно построить уравнений регрессий и вычислить значений коэффициентов детерминации R^2 при отборе факторов методом вращения для исходного набора из 4-х факторных переменных?

- 7) По какому признаку помимо мультиколлинеарности метод «вращения» отбраковывает факторные переменные - кандидаты на включение в регрессию.
- 8) Можно ли сказать, что алгебраическое выражение в критерии Чоу для СВ F есть отношение дисперсий?
- 9) Какая задача решается с помощью критерия Чоу?
- 10) Как выглядят функции $E(X)$ с низкой эластичностью и с высокой? Нарисуйте их.
- 11) Как выглядит функция эластичности для такого товара, как соль?
- 12) Формула для стандартизированного коэффициента регрессии $b_j' = b_j s_{xj} / s_y$. Какова его размерность (на примере модели магазина), что он показывает?
- 13) Что означают переменная и индексы в левой части формулы для частного коэффициента корреляции: « $r_{i-j, 1, 2, \dots, p} = \dots$ ».
- 14) Пусть атрибутивная переменная $X = \text{образование}$ имеет три значения: бакалавриат, специалитет, магистратура, $k=3$, сколько нужно фиктивных (булевских) переменных для её включения в регрессию?
- 15) Приведите пример задачи, которая решается с помощью критерия ранговой корреляции Спирмена.
- 16) Нарисуйте бинарное дерево классификации нелинейных регрессий.
- 17) К какому классу нелинейности относится регрессионная модель $y = \beta_0 + \beta_1/x + \varepsilon$?
- 18) Приведите степенную функцию $y = \beta_0 x^{\beta_1} \varepsilon$ к линейному виду. К какому классу нелинейности она относится?
- 19) Регрессионная стохастическая модель. Какие значения мультипликативного отклонения μ соответствуют значениям аддитивного отклонения $\varepsilon = 0$ и $\varepsilon < 0$?
- 20) В каких единицах могут измеряться переменные Y, K, L в функции Кобба-Дугласа?

Тема 4. Временные ряды и прогнозирование

Задача 1. Дан временной стационарный ряд $y = \{9, 7, 11, 9, 13, 10\}$ для моментов времени $t \in 1:6$. Найти его среднее и среднеквадратическое отклонение.

Задача 2. Дан временной стационарный ряд $y = \{9, 7, 11, 9, 13, 10\}$, $t \in 1:6$. Найти значения коэффициентов автокорреляции (значений корреляционной функции) для лагов $\tau=1$ и $\tau=2$, построить график коррелограммы.

Задача 3. Дан динамический ряд $t \in 1:7$, $y = \{6, 4, 8, 4, 6, 3, 9\}$. Найти значения корреляционной функции для лагов: $\tau=1$, $\tau=2$.

Задача 4. Дан временной ряд $y = \{9, 7, 11, 9, 13, 15\}$, $t \in 1:6$. Найти уравнение неслучайной составляющей (тренда), предполагая, что он линейный (использовать формулы для нахождения параметров парной линейной регрессии b_1, b_0).

Задача 5. Построить график для динамического ряда $t \in 1:7$, $y = \{6, 4, 8, 4, 6, 3, 9\}$, наложить на него график, получаемый с помощью модели AR(1) - авторегрессионной модели 1-го порядка $y_t = 5 + 0,2y_{t-1}$, сделать выводы.

Задача 6. Дан временной ряд $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$ для моментов времени $t \in 1:6$. Выполнить сглаживание методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания $m=3$ (здесь $k=1$). Продолжить вычисления для z_4 и z_5 . Нарисовать графики.

Решение. а) Обозначим сглаженный ряд через z .

б) Вычислим все значения сглаженного ряда - тренда:

- значения z_1 и z_6 не существуют,
- $z_2 = (5+7+11)/3 = 7,7$;
- $z_3 = (7+11+12)/3 = 10,0$;
- $z_4 = \underline{\hspace{2cm}}$;
- $z_5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

Задача 7. Пусть дан ряд: $t \in 1:6$ и $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$, ширина окна сглаживания $m=4$ (здесь $k=2$). Вычислить значения тренда до конца. Нарисовать графики.

1) Вычислим значения тренда для промежуточных значений времени 2,5; 3,5; ... и т.д. до конца.

2) Вычислим значения тренда:

- для $t=3$ как среднее между 2,5 и 3,5,
- для $t=4$ как среднее между 3,5 и 4,5 и т.д. до конца.

Задача 8. Пусть дан ряд: $t \in 1:6$, $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$ и ширина окна сглаживания $m=3$. Рассчитать средневзвешенные значения тренда.

1) Брокер на основе своего опыта задаёт по возрастанию веса курсов акций $\{0,2; 0,3; 0,5\}$, их сумма, конечно, равна 1,0.

2) Рассчитываем средневзвешенные значения тренда как суммы произведения весов на значения ряда y :

- для $t=2$: $z_2 = (0,2 \cdot 5 + 0,3 \cdot 7 + 0,5 \cdot 11) = 8,6$;
- для $t=3$: $z_3 = (0,2 \cdot 7 + 0,3 \cdot 11 + 0,5 \cdot 12) = 10,7$; и т.д.

Задача 9. Пусть дан ряд: $t \in 1:6$, $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$. Методом скользящих средних на основе экспоненциального сглаживания (метод Брауна) продолжить построение сглаженного ряда.

1) Запишем выражение $z_t = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j y_{t-j} + (1-\alpha)^t y_0$ (6.9), например, для $t=4$ при $\alpha=0,4$ и $m=3$.

2) Вычислим y_0 , используя формулу простого скользящего среднего: $y_0 = z_2 = (y_1 + y_2 + y_3) / 3$.

3) Искомое выражение для $t=4$: $z_{t=4} = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j y_{t-j} + (1-\alpha)^t y_0 = 0,4 \cdot \sum_{j=0}^3 0,6^j \cdot y_{4-j} + 0,6^4 y_0 = 0,4(1 \cdot y_4 + 0,6^1 \cdot y_3 + 0,6^2 \cdot y_2 + 0,6^3 \cdot y_1) + 0,6^4 y_0$.

3) И т.д.

Задача 10. Дано: динамический ряд $t \in 1:7$, $y = \{6, 4, 8, 4, 6, 3, 9\}$ и окно шириной $m=3$. По формуле $z_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot z_{t-1}$ рассчитать экспоненциальные средние тренда z_t , сделать прогноз на 2 шага – завершить решение.

№п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_t	6	4	8	4	6	3	9	7,77	7,77
z_t	-	6,00	6,80	5,68	5,81	4,69	6,41	7,77	7,77

Решение

1) Длина интервала $m=3$ нечётна, поэтому усреднённое значение тренда будем связывать с серединой интервала.

2) Примем значение параметра сглаживания $\alpha=0,4$.

3) В качестве первоначального значения экспоненциального скользящего среднего используем простое скользящее среднее $z_2 = (6+4+8)/3=6$.

4) Для $t=3$ $z_3 = 0,4 \cdot 8 + 0,6 \cdot 6 = 6,8$;

5) Для $t=4$ $z_4 = 0,4 \cdot 4 + 0,6 \cdot 6,8 = 5,68$;

6) Для $t=5$ $z_5 = \underline{\hspace{2cm}}$;

7) Для $t=6$ $z_6 = \underline{\hspace{2cm}}$;

8) Для $t=7$ $z_7 = \underline{\hspace{2cm}}$;

9) Прогноз для $t=8$ $z_{7+1} = 6,41 + 0,4(9-6,41) = 7,77$

10) Прогноз для $t=9$ $z_{7+2} = 7,77 + 0,4(7,77-7,77) = 7,77$.

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 4

- 1) Что такое временной (динамический) ряд?
- 2) Раскройте структуру временного ряда в общем виде.

- 3) По каким признакам временные ряды делятся на стационарные и нестационарные?
- 4) Что такое прогноз?
- 5) Что такое точность прогноза?
- 6) Что такое период основания прогноза?
- 7) Что такое достоверность прогноза?
- 8) Что является содержанием этапа прогнозной ретроспекции?
- 9) Привести несколько методов верификации прогнозов.
- 10) Назвать несколько наук, которые изучают прогнозирование (3 и более).
- 11) Какова природа автокорреляционной функции, что она отражает?
- 12) Какой вид имеет автокорреляционная функция случайного процесса $y(t)=C$?
- 13) Какими характеристиками обладает «нормальный белый шум», как он выглядит на графике?
- 14) В чём состоит аналитическое сглаживание (выравнивание) временного ряда?
- 15) Классифицировать регрессионную модель $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2}$, записать её сокращённое обозначение.
- 16) Классифицировать регрессионную модель $y_t = \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}$, записать её сокращённое обозначение.
- 17) Какой признак образует два вида метода скользящей простой арифметической?
- 18) Дан временной ряд y_t для $t \in 1:6$. Почему при сглаживании методом скользящей простой средней арифметической и ширине окна $m=3$ значения z_1 и z_6 сглаженного ряда не существуют?
- 19) Какая идея реализуется в методе скользящей средневзвешенной арифметической?
- 20) Какая идея реализуется в методе скользящих средних на основе экспоненциального сглаживания (метод Брауна).

Тема 5. Обобщённая линейная модель. Гетероскедастичность и автокорреляция остатков

Решение задач

Задача 1. Составить правдоподобный числовой пример для ковариационной матрицы вектора возмущений классической ЛММР для $n=3$: $\Sigma_\varepsilon = \sigma^2 E_n$.

Задача 2. Составить правдоподобный числовой пример линейной модели множественной регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ для $p=2$, $n=4$.

Задача 3. Составить правдоподобный числовой пример для ковариационной матрицы вектора возмущений обобщённой ЛММР ($\Sigma_\varepsilon = \Omega$) для $n=4$, в которой ковариации и дисперсии произвольные.

Задача 4. Рассчитать коэффициент ранговой корреляции Спирмена ρ_{xe} для временных рядов: ряд факторной переменной $X=(1, 1, 2, 4, 3, 5)$; ряд отклонений $|e|=(2, 1, 4, 3, 5, 5)$, $n=6$.

Задача 5. С помощью теста Спирмена проверить регрессионную модель на наличие гетероскедастичности; $n=6$; коэффициент ранговой корреляции Спирмена $\rho_{xe}=0,9$; уровень значимости $\alpha=0,2$; t-критерий Стьюдента $t_{1-0,2; 6-2} = 1,53$.

Задача 6. С помощью теста Голдфелда-Квандта проверить регрессионную модель на наличие гетероскедастичности; $n=6$; значение переменной $F=5,2$, уровень значимости $\alpha=0,05$, число первых и последних наблюдений $m=3$, число факторных переменных $p=2$, длина временного ряда $n=9$.

Задача 7. С помощью теста Голдфелда-Квандта проверить регрессионную модель на наличие гетероскедастичности. Дано: $n=150$; уравнение регрессии $\hat{y}=-3,06+3,32x_1+0,48x_2$, t-статистики параметров регрессии $(-1,40; 5,96; 8,35)$; табличное значение $t_{0,95; 147}=1,98$. Пример взят из [Кремер-Путко, с.162; использовано выражение 4.23 на с.98].

Задача 8. По таблице критерия Дарбина-Уотсона найти нижнее и верхнее значения d_n и d_b для уровня значимости $\alpha=0,05$; числа наблюдений $n=25$; числа факторных переменных $p=3$. Используя шкалу Дарбина-Уотсона, сделать вывод о наличии или отсутствии автокорреляции в соответствующей модели регрессии.

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 5

- 1) Какие по содержанию две предпосылки для КЛММР содержатся в выражении для ковариационной матрицы вектора отклонений (возмущений): $\Sigma_\varepsilon = \sigma^2 E_n$?
- 2) Почему при рассмотрении временных рядов наблюдается корреляция между отклонениями в разные моменты времени?
- 3) Что означает запись для обобщённой модели ковариационной матрицы вектора отклонений (возмущений): $\Sigma_\varepsilon = \Omega$?
- 4) В чём состоит суть обобщения регрессионной модели?
- 5) Можно ли обобщённую ЛММР записать матричным выражением $Y = X\beta + \varepsilon$, таким же, как и для КЛММР?
- 6) Назвать два положительных и одно отрицательное свойства вектора-оценки b обобщённой модели, полученного по формуле обычного МНК-метода: $b = (X'X)^{-1}X'Y$.
- 7) Какое отрицательное свойство приобретает ковариационная матрица Σ_b , полученная

- обычным МНК-методом для обобщённой модели?
- 8) Какие две вставки обратной матрицы Ω^{-1} нужно сделать в классическую формулу $b=(X'X)^{-1}X'Y$, чтобы она стала соответствовать теореме Айткина - оценка b стала эффективной для обобщённой модели – стала иметь наименьшую ковариационную матрицу?
 - 9) В чём состоит преобразование исходной обобщённой ЛММР $Y=X\beta+\epsilon$ в КЛММР $Y^*=X^*\beta+\epsilon^*$ (подсказка: используется обратная матрица P^{-1} из выражения $\Omega=PP'$)?
 - 10) В чём состоит отличие коэффициента детерминации R^2 обобщённой ЛММР от такого же коэффициента классической ЛММР?
 - 11) Распространяется ли на гетероскедастичную ЛММР утверждение теоремы Айткена о том, что оценки вектора b обобщённой ЛММР несмещённые и состоятельные (а значит и в случае ГЛММР можно использовать обычный МНК-метод; следует помнить: оценка b неэффективная в смысле минимальной дисперсии, особенно при малых выборках)?
 - 12) Пригодны ли в случае ГЛММ результаты анализа её точности, оценки её значимости, интервальные оценки её параметров, полученные на основе обычного МНК-метода?
 - 13) В чём суть ранговой корреляции Спирмена для проверки регрессионной модели на наличие гетероскедастичности?
 - 14) В чём суть теста Голдфелда-Квандта для проверки регрессионной модели на наличие гетероскедастичности?
 - 15) В чём суть теста Уайта для проверки регрессионной модели на наличие и устранение гетероскедастичности?
 - 16) В чём суть двух предпосылок относительно ковариационной матрицы отклонений $\Sigma_\epsilon=\Omega$ для применения взвешенного МНК-метода?
 - 17) Как будет выглядеть формула для определения наиболее эффективной оценки вектора b^* во взвешенном МНК-методе, если для обобщённой ЛММР (теорема Айткена) она выглядит так: $b^*=(X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y$?
 - 18) В чём суть взвешенного МНК-метода?
 - 19) Какой формулой выражается признак наличия автокорреляции в регрессионной модели?
 - 20) В чём суть теста Дарбина-Уотсона на наличие автокорреляции между соседними остатками e_t и e_{t-1} временного ряда?

Приложение № 3

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Описание контрольной работы. Работа состоит из ответов на 2 теоретических вопроса и решения 5-ти задач. Задача-1 решается вручную – это принципиально важно. Она одинакова с точки зрения содержания и алгоритмов, но каждый студент получает индивидуальные исходные данные. Задачи 2-5 решаются в среде Excel (в том числе решается и задача-1.).

Теоретический вопрос 1. Эконометрическая модель домохозяйства в виде зависимостей потребления от дохода (4 алгебраических выражения - модель Торнквиста).

Теоретический вопрос 2. Классификация нелинейных регрессионных моделей; пример линеаризации модели нелинейной по переменным, но линейной по параметрам.

Задача-1

Торговая компания располагает семью магазинами типа «Морепродукты». Компания планирует построить восьмой магазин с торговой площадью 1100 м², для этого она разрабатывает бизнес-план и в том числе - эконометрическую модель магазина в виде двухфакторного уравнения линейной регрессии. На этой модели специалисты хотят исследовать зависимость среднегодовой суточной выручки Y от площади магазина X_1 и площади паркинга X_2 , спрогнозировать среднесуточную выручку магазина-8. Выполнить построение и поэтапное исследование модели магазина.

Примечание. Исследование состоит из 12 этапов, выполняется вручную с помощью матричной алгебры. Каждый студент имеет индивидуальные исходные данные. В качестве примера приведём содержание этапа 2:

Этап 2. Составим матрицу X значений объясняющих переменных (матрица плана, исходные данные), см. ниже среднюю матрицу. Запишем слева от неё транспонированную матрицу плана X' (здесь штрих – оператор транспонирования). Найдём произведение матриц:

$$X'X = \begin{pmatrix} 11 & 11 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 11 & 2 \\ 12 & 2 \\ 13 & 3 \\ 14 & 3 \\ 15 & 4 \\ 18 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 24 & 21 \\ 24 & 120 & 96 \\ 21 & 96 & 79 \end{pmatrix}.$$

Задача 2

Решение задачи 2 состоит в решении задачи 1 в среде Excel, сравнить результаты ручного и компьютерного решений, добиться их совпадения.

Задача 3

Решить задачу 3 в среде Excel. Каждому студенту дается индивидуальный временной ряд: объем выпуска продукции предприятием за последние 20 кварталов. Содержание задачи у всех одинаковое: выделение тренда различными методами, его анализ, построение графиков. Методы: а) метод простой скользящей средней с четной длиной окна скольжения $m=4$; б) метод простой скользящей средней с нечетной длиной окна скольжения $m=5$; в) то же с аппроксимирующим полиномом 2-й степени.

Задача 4

Решить задачу 4 в среде Excel. Содержательная постановка и исходные данные в этой задаче те же, что и в задаче 3. Для решения используется метод экспоненциального сглаживания для двух значений параметра сглаживания: 0,1 и 0,3.

Задача 5

Решить задачу 5 в среде Excel. Исходные данные – индивидуальный временной ряд: выпуск валового регионального продукта за последние 10 лет. Выполнить сглаживание ряда и прогнозирование на 2 года вперед. В качестве метода использовать авторегрессию 1-го порядка.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЭКОНОМЕТРИКА (МАГИСТЕРСКИЙ КУРС)», КОТОРЫЕ ПРИ НЕОБХОДИМОСТИ МОГУТ БЫТЬ ИСПОЛЬЗОВАНЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

- 1 Предмет и метод эконометрики, её место в системе экономических наук
- 2 Две модели магазина в форме линейных регрессий (задача-1 и задача-2)
- 3 Модель прогнозирования Альтмана вероятности банкротства предприятий
- 4 Модель Торнквиста - зависимости структуры потребления Y от дохода X
- 5 Методология и этапы эконометрического моделирования
- 6 Метод наименьших квадратов
- 7 Пять предпосылок для парного регрессионного анализа
- 8 Точечные оценки параметров. Теорема Гаусса-Маркова и метод максимального правдоподобия
- 9 Интервальные оценки функции регрессии и её параметров
- 10 Оценка значимости уравнения парной линейной регрессии по четырём критериям
- 11 Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии - КНЛММР
- 12 Оценка параметров классической нормальной линейной модели множественной регрессии методом наименьших квадратов
- 13 Оценки ковариационной матрицы для случайного вектора b и дисперсии отклонений
- 14 Доверительные интервалы для параметров регрессии, самой регрессии и индивидуального значения прогноза
- 15 Оценка значимости парной и множественной регрессий
- 16 Мультиколлинеарность и отбор факторов по матрице парных коэффициентов корреляции
- 17 Мультиколлинеарность и отбор факторов «методом вращения»
- 18 Критерий Чоу объединения двух выборок
- 19 Функция и коэффициент эластичности
- 20 Стандартизированные коэффициенты регрессии
- 21 Частные коэффициенты корреляции между факторными переменными

- 22 Фиктивные переменные в моделях регрессии
- 23 Коэффициент ранговой корреляции Спирмена
- 24 Нелинейные модели регрессии, их классификация и линеаризация
- 25 Нелинейные производственные функции Кобба-Дугласа
- 26 Временные ряды: структура, стационарные и нестационарные
- 27 Среднее временного ряда, его СКО
- 28 Корреляционная функция временного ряда
- 29 Аналитическое сглаживание (выравнивание) временного ряда
- 30 Модель авторегрессии $AR(p)$ и модель скользящей средней $MA(q)$
- 31 Методы скользящих средних – их суть и классификация
- 32 Метод экспоненциального сглаживания
- 33 Признаки обобщенной линейной модели
- 34 Обобщенный метод наименьших квадратов
- 35 Сущность и последствия гетероскедастичности
- 36 Тест на гетероскедастичность Спирмена
- 37 Тест на гетероскедастичность Голдфелда-Квандта
- 38 Тест на гетероскедастичность Уайта
- 39 Устранение гетероскедастичности взвешенным МНК-методом
- 40 Тест Дарбина-Уотсона на автокорреляцию остатков временного ряда