Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
01ff058c007bae2c8149e7712c28ce8469
Владелец: Мельникова Виктория Александровна
Действителен: с 18.04.2022 по 18.04.2023

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)

«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

13.03.01 ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА И ТЕПЛОТЕХНИКА
Профиль программы
«ТЕПЛОВЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СТАНЦИИ»

ИНСТИТУТ морских технологий, энергетики и строительства
РАЗРАБОТЧИК кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-2 Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ОПК-2.1.1 Решение инженерных задач с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии	Высшая математика (раздел «Алгебра и геометрия»)	*Знать:* − основные понятия и методы алгебры и геометрии; − простейшие приложения алгебры и геометрии в профессиональных дисциплинах; − геометрический и физический смысл основных понятий алгебры и геометрии; *Уметь:* − использовать методы алгебры и геометрии при решении типовых задач; − использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины; − переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; − приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии; *Владеть:* − методами построения математических моделей типовых задач; − математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;

- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;

- индивидуальные домашние задания;

- задания по темам практических занятий.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена, относятся:

- задания по контрольной работе;
- экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 50 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2. Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично»	Оценка «хорошо»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно»
при правильном выполнении не менее 90% заданий	при правильном выполнении не менее 80% заданий	при правильном выполнении не менее 60% заданий	при правильном выполнении менее 60% заданий

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3. Индивидуальные домашние задания

Индивидуальные домашние задания (ИДЗ) являются элементом системы самостоятельной работы студентов, представляет собой индивидуальное задание для самостоятельного выполнения во внеаудиторное время с целью освоения и закрепления навыков применения теоретического материала к решению практических задач, в том числе прикладных.

ИДЗ выполняются по следующим темам:

- системы линейных уравнений;
- векторная алгебра;
- аналитическая геометрия на плоскости;

- аналитическая геометрия в пространстве.

Типовые варианты ИДЗ по дисциплине приведены в Приложении №2.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения ИДЗ. Шкала оценивания основана на двухбалльной системе.

Не зачтено	Зачтено
- расчёты произведены неправильно, выполнена небрежно и не отражает выполнение задания на РГР; - при защите, выполненной РГР обучающийся не может дать пояснения к расчётам, обозначениям величин и т.п.	- расчёты и рисунки полностью отражают цель работы, даются обоснованные выводы по работе; - при защите, выполненной РГР обучающийся демонстрирует понимание цели и хода выполнения работы, может дать пояснения по всему содержанию работы.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 70% заданий.

3.5. Задания по темам практических занятий

Темы и задания практических занятий приведены в Приложении №3.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично»	Оценка «хорошо»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно»
задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок	задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками	задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок	если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Контрольные работы используются для контроля освоения основного материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися контрольной работы проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях и практических занятиях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Типовые задания контрольной работы для очной формы приведен в Приложении №4, для заочной формы - в Приложении №5.

4.2. Критерии и шкала оценивания выполнения заданий контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий контрольной работы (очная форма) основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Контрольная работа (заочная форма) оценивается положительно в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Оценка контрольной работы определяется в виде «зачтено» – «не зачтено». Студент, получивший за контрольную работу «зачтено», допускается до экзамена, на котором преподаватель может задать вопросы по выполнению этой контрольной работы.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине (первый семестр) проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля и контрольной работе.

Типовые экзаменационные вопросы и задания представлены в Приложении №6.

Экзаменационные материалы для проведения экзамена компонуются в билеты (два вопроса и три практических задания), относящиеся к различным темам не менее чем двух разделов дисциплины.

На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Критерии оценивания:

(цит. по Научно-методические основы и практика организации учебного процесса в вузе: Учеб. пособие/Новаков И.А., Попов Ю.П., Подлеснов В.Н. и др. Волгоград, 2003,316 с.)

«Отлично» – за полном и прочное знание материала в установленном объеме;

«Хорошо» – за прочное знание при малозначительных неточностях;

«Удовлетворительно» – за знание предмета с заметными пробелами, не препятствующие последующему обучению;

«Неудовлетворительно» – за незнание предмета, большое количество ошибок.

Шкала оценок уровня освоения дисциплины по экзамену

Оценка			
Неудовлетворительный	Пороговый	Углублённый	Продвинутый
«2» (неудовлетворительно)	«3» (удовлетворительно)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
незнание предмета, большое количество принципиальных ошибок, допущенных при выполнении, предусмотренных программой заданий; студент не может продолжить обучение без дополнительных занятий по дисциплине.	за знание предмета с заметными пробелами, не препятствующие последующему обучению; студент имеет погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя	за прочное знание при малозначительных неточностях; студент имеет систематический характер знаний по дисциплине, способен к их самостоятельному наполнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы	за полное и прочное знание материала в установленном объеме; имеет систематические и глубокие знания учебного материала; свободно выполняет задания; понимает значение полученных знаний для приобретаемой профессии

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Алгебра и геометрия» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по специальности 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника (профиль Тепловые энергетические станции).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022г. (протокол № 6).

И.о.заведующего кафедрой А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры энергетики (протокол № 4 от 29.03.2022 г.)

Заведующий кафедрой __________________ В.Ф. Белей

Приложение № 1

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ
Вариант 1

Вопрос №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}$. Матрица $C=B^T-A$ равна:

1. $\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -5\end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & -5\end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix}5 & 4\\ -3 & 3\end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & -3\end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц $A=\begin{pmatrix}7 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 7 & -3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 5 & 4 & -2\\ 7 & 1 & 5\end{pmatrix}$

можно перемножить:
1. A и B, A и C
2. A и B , B и C
3. A и C , B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\ -5 & 3 & 2\\ -4 & -1 & 3\end{pmatrix}$. Алгебраическое дополнение A_{32} для

элемента a_{32} равно:
1. –16
2. 16
3. 1
4. –1

Вопрос №4. При решении системы уравнений $\begin{cases}2x+y-z=1\\ 3x+5y+z=10\\ 4x-2y+3z=8\end{cases}$ методом Крамера значение

переменной x:
1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №5. Для вектора $\vec{a}=\{1,\ 2,3\}$ сонаправленным вектором будет:
1. $\vec{b}=\{-1,-2,\ 3\}$
2. $\vec{c}=\{-1,-2,-3\}$
3. $\vec{d}=\{2,\ 4,\ 6\}$
4. $\vec{c}=\{-1,-2,-3\}$ и $\vec{d}=\{2,\ 4,\ 6\}$

Вопрос №6. Даны координаты вершин треугольника: $A(3,-1,\ 5)$, $B(4,\ 2,-5)$ и $C(-4,\ 0,\ 3)$. Точка M – середина стороны BC. Медиана AM равна:
1. $\sqrt{67}$
2. 49
3. 5
4. 7

Вопрос №7. Косинус угла между векторами $\vec{a}=-2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}-\vec{k}$ и $\vec{b}=-6\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+6\vec{k}$ равен:
1. $-\frac{4}{9}$
2. $\frac{4}{9}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\frac{1}{2}$

Вопрос №8. Даны векторы $\vec{a}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}+2\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{\imath}+\vec{\jmath}-2\vec{k}$. Проекция $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна:
1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{2}{3}$
3. $-\frac{4}{3}$
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №9. Даны координаты точек: $A(2,\ -3,\ 4)$, $B(1,\ 2,-1)$, $C(3,-2,\ 1)$. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, равна:
1. $5\sqrt{2}$
2. $10\sqrt{2}$
3. $2\sqrt{2}$
4. $3\sqrt{2}$

Вопрос №10. Известно, что $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ и угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $135°$. Значение $|\vec{a}\times\vec{b}|$ равно:
1. $3\sqrt{2}$
2. $-3\sqrt{2}$
3. $6\sqrt{2}$
4. $6\sqrt{3}$

Вопрос №11. Векторы $\vec{a}(1;-1;2)$, $\vec{b}(0;4;3)$, $\vec{c}(-3;3;-6)$:
1.ортогональные
2.коллинеарные
3.компланарные
4.лежат в разных плоскостях

Вопрос №12. Объём треугольной пирамиды с вершинами A(-2;-2;0), B(0;4;-1), C(1;2;1), D(-13;8;11) вычисляется определителем:

1. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

2. $\pm\frac{1}{6}\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$
3. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -13 & 8 & 11 \end{vmatrix}$
4. $\pm\frac{1}{3}\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$

Вопрос №13. Уравнение линии второго порядка $2x^2 + 4x + y^2 - 2 = 0$ определяет:
1. окружность
2. гиперболу
3. эллипс
4. параболу

Вопрос №14. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями a=5 и b=3 и фокусами на оси Oy записывается формулой:
1. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$
4. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$

Вопрос №15. Даны две точки $A(2,-1,3)$ и $B(4,-2,-1)$. Через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{AB}$ проходит плоскость:
1. $2(x-2) + (y+1) + 4(z-3) = 0$
2. $3(x-4) - (y+2) - 4(z+1) = 0$
3. $2(x-2) - (y+1) - 4(z-3) = 0$
4. $3(x-4) + (y-2) + 4(z+1) = 0$

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(0,0,1)$ и $M_2(-1,0,0)$ записывается формулой:
1. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
2. $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$
4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №17. Произведение числа $z = 2 + 2i$ на число ему сопряженное равно:
1.8
2.4–4i
3.8i
4.0

Вопрос №18. Перейти от тригонометрической формы задания комплексного числа $z = \sqrt{2} \cdot \left(cos(\frac{\pi}{4}) + i \cdot sin(\frac{\pi}{4})\right)$ к алгебраической форме:
1.$z = 1 - i$

2. $z = 1 + i$
3.$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$
4.$z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$

Вопрос №19. Уравнением параболы с директрисой $x = 3$ является:
1. $x^2 = 4y$
2. $-4x^2 = y$
3. $y^2 = -12x$
4. $x = 6y^2$

Вопрос №20. Произведение координат центра окружности $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ равно:
1. 2
2. −2
3. 8
4. 2,25

Вариант 2

Вопрос №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}0\\8\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}7 & -3\end{pmatrix}$. Матрица $C=2A^T+B$ равна:

1. $\begin{pmatrix}-3\\13\end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix}-10 & 7\\16 & -3\end{pmatrix}$
3. не существует
4. $\begin{pmatrix}7 & 13\end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$A=\begin{pmatrix}1 & 7 & -2\\3 & 6 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -3\\2 & 4\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 9 & 0\\5 & 4 & -2\\7 & 1 & 5\end{pmatrix}$ можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. B и A, A и C
3. A и C, B и C
4. C и A, B и A

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\-5 & 3 & 2\\-4 & -1 & 3\end{pmatrix}$. Алгебраическое дополнение A_{21} для элемента a_{21} равно:

1. 2
2. –2
3. 4
4. –4

Вопрос №4. Для системы линейных уравнений $\begin{cases}3y-x=2\\x+5y=4\end{cases}$ вспомогательный определитель Δ_y равен:

1. −6
2. 10
3. 17
4. −17

Вопрос №5. Даны векторы:

$\vec{a}=\{3,-1,\ 1\}$, $\vec{b}=\{2,\ 1,\ 0\}$,
$\vec{c}=\{1,-2,\ 3\}$, $\vec{d}=\{-4,\ 8;\ -12\}$,
$\vec{f}=\{0,\ 2,\ 4\}$, $\vec{t}=\{0,-1,\ 2\}$.

Коллинеарными являются:

1. $\vec{a}$ и $\vec{b}$
2. $\vec{c}$ и $\vec{d}$
3. $\vec{f}$ и $\vec{t}$
4. и $\vec{d}$, $\vec{f}$ и $\vec{t}$

Вопрос №6. Даны координаты вершин треугольника: $A(2,-2,\ 5)$, $B(4,\ 2,-9)$ и $C(-4,\ 0,\ 3)$. Точка M – середина стороны BC. Медиана CM равна:
1. $\sqrt{67}$
2. 49
3. 5
4. $\sqrt{74}$

Вопрос №7. Косинус угла между векторами $\vec{a}=-2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}$ и $\vec{b}=-6\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+6\vec{k}$ равен:
1. $-\frac{4}{9}$
2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\frac{1}{2}$

Вопрос №8. Даны векторы $\vec{a}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}+2\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{\imath}+\vec{\jmath}$. Проекция $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна:
1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{2}{3}$
3.0
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №9. Даны координаты точек: $A(2,\ -3,\ 4)$, $\mathrm{C}(1,\ 2,-1)$, $\mathrm{B}(3,-2,\ 1)$. Площадь треугольника ABC равна:
1. $5\sqrt{2}$
2. $10\sqrt{2}$
3. $2\sqrt{2}$
4. $3\sqrt{2}$

Вопрос №10. Известно, что $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ и угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $45°$. Значение $|\vec{a}\times\vec{b}|$ равно:
1. $3\sqrt{2}$
2. $-3\sqrt{2}$
3. $6\sqrt{2}$
4. $6\sqrt{3}$

Вопрос №11. Векторы $\vec{a}(1;-1;2)$, $\vec{b}(0;4;3)$, $\vec{c}(3;-3;6)$:
1.ортогональные
2.коллинеарные
3.компланарные
4.лежат в разных плоскостях

Вопрос №12. Объём треугольной пирамиды с вершинами A(-2;-2;2), B(0;4;-1), C(1;2;1), D(-13;8;11) вычисляется определителем:

1. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

2. $\pm\frac{1}{6}\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -3 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -13 & 8 & 11 \end{vmatrix}$

4. $\pm\frac{1}{3}\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$

Вопрос №13. Уравнение линии второго порядка $2x^2 + 4x + 9y^2 - 2 = 0$ определяет:
1. окружность
2. гиперболу
3. эллипс
4.параболу

Вопрос №14. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями a=5 и b=3 и фокусами на оси Ox записывается формулой:
1. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$
4. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$

Вопрос №15. Даны две точки $A(1, -1, 3)$ и $B(4, -2, -1)$. Через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{AB}$ проходит плоскость:
1. $2(x-2) + (y+1) + 4(z-3) = 0$
2. $3(x-4) - (y+2) - 4(z+1) = 0$
3. $3(x-1) - (y+1) - 4(z-3) = 0$
4. $3(x-4) + (y-2) + 4(z+1) = 0$

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(1,0,1)$ и $M_2(-1,0,0)$ записывается формулой:
1. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
2. $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$
4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №17. Произведение двух комплексных чисел , одно из которых $z = 2 - 2i$, а другое – ему сопряженное, равно:
1.8
2.4– 4i
3.8i
4.0

Вопрос №18. Перейти от тригонометрической формы задания комплексного числа $z = cos(\frac{\pi}{4}) + i \cdot sin(\frac{\pi}{4})$ к алгебраической форме:
1.$z = 1 - i$
2.$z = 1 + i$
3.$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$
4.$z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$

Вопрос №19. Уравнением параболы с директрисой $x = 4$ является:
1. $x^2 = 4y$
2. $-4x^2 = y$
3. $y^2 = -16x$
4. $x = 6y^2$

Вопрос №20. Ордината центра окружности $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ равно:
1. 2
2. −2
3. 8
4. 2,25

Вариант 3

Вопрос №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 2 & -1\end{pmatrix}$. Матрица $C=B^T-A$ равна

1. $\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -5\end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 8 & -5\end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix}5 & 4\\ -3 & 3\end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & -3\end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$A=\begin{pmatrix}7 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & -3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 5 & 4 & -2\\ 7 & 1 & 5\end{pmatrix}$ можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B , B и C
3. A и C , B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ -5 & 3 & 2\\ -4 & -1 & 3\end{pmatrix}$. Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно:

1. –6
2. 16
3. 1
4. 6

Вопрос №4. При решении системы уравнений $\begin{cases}4x+2y-2z=2\\ 3x+5y+z=10\\ 4x-2y+3z=8\end{cases}$ методом Крамера значение переменной x:

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №5. Для вектора $\vec{a}=\{1,\ 2, 3\}$ сонаправленным вектором будет:

1. $\vec{b}=\{-1,-2,\ 3\}$
2. $\vec{c}=\{-1,-2,-3\}$
3. $\vec{d}=\{3,\ 6,\ 9\}$
4. $\vec{c}=\{-1,-2,-3\}$ и $\vec{d}=\{2,\ 4,\ 6\}$

Вопрос №6. Даны координаты вершин треугольника: $A(3, -1,\ 5)$, $B(-4,\ 2, -5)$ и $C(-4,\ 0,\ 3)$. Точка M – середина стороны BC. Медиана AM равна:
1. $\sqrt{67}$
2. 49
3. 5
4. $\sqrt{104}$

Вопрос №7. Косинус угла между векторами $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{k}$ и $\vec{b} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ равен:
1. $-\frac{4}{9}$
2. $\frac{2}{3\sqrt{5}}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4.$\frac{1}{2}$

Вопрос №8. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{k}$. Проекция $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна:
1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{2}{3}$
3. $-\frac{2}{3}$
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №9. Даны координаты точек: $\text{B}(2,\ -3,\ 4)$, $A(1,\ 2, -1)$, $C(3, -2,\ 1)$. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, равна:
1. $5\sqrt{2}$
2. $10\sqrt{2}$
3. $2\sqrt{2}$
4. $3\sqrt{2}$

Вопрос №10. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ и угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $30°$. Значение $|\vec{a} \times \vec{b}|$ равно:
1. 3
2. $-3\sqrt{2}$
3. $6\sqrt{2}$
4. $6\sqrt{3}$

Вопрос №11. Векторы $\vec{a}(1; -1; 2)$, $\vec{b}(0; 4; 3)$, $\vec{c}(-4; 4; -8)$:
1.ортогональные
2.коллинеарные
3.компланарные
4.лежат в разных плоскостях

Вопрос №12. Объём треугольной пирамиды с вершинами A(-2;-2;1), B(0;4;-1), C(1;2;1), D(-13;8;11) вычисляется определителем:

1. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

2. $\pm\frac{1}{6}\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -2 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -13 & 8 & 11 \end{vmatrix}$

4. $\pm\frac{1}{3}\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$

Вопрос №13. Уравнение линии второго порядка $2x^2 + 4x + 3y^2 - 2 = 0$ определяет:
1. окружность
2. гиперболу
3. эллипс
4.параболу

Вопрос №14. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями a=5 и b=2 и фокусами на оси Oy записывается формулой:
1. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$
3. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = -1$
4. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

Вопрос №15. Даны две точки $A(2, -1, 3)$ и $B(4, 1, -1)$. Через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{AB}$ проходит плоскость:
1. $2(x-2) + (y+1) + 4(z-3) = 0$
2. $3(x-4) - (y+2) - 4(z+1) = 0$
3. $2(x-2) - 2(y+1) - 4(z-3) = 0$
4. $3(x-4) + (y-2) + 4(z+1) = 0$

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(0,1,1)$ и $M_2(-1,0,0)$ записывается формулой:
1. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$
2. $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$
4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №17. Произведение двух комплексных чисел $z_1 \cdot z_2$, где $z_1 = 2 + 2i$ и $z_2 = 2 - 2i$, равно:
1. 8
2. 4 – 4i
3. 8i
4. 0

Вопрос №18. Перейти от тригонометрической формы задания комплексного числа $z = 2 \cdot \left(cos(\frac{\pi}{6}) + i \cdot sin(\frac{\pi}{6})\right)$ к алгебраической форме:

1.$z = 1 - i$
2.$z = \sqrt{3} + i$
3.$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$
4.$z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i$

Вопрос №19. Уравнением параболы с директрисой $x = 2$ является:
1. $x^2 = 4y$
2. $-4x^2 = y$
3. $y^2 = -8x$
4. $x = 6y^2$

Вопрос №20. Произведение координат центра окружности $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 1 = 0$ равно:
1. 4
2. −2
3. 8
4. 2,25

Приложение №2

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

ИДЗ по теме «Системы линейных уравнений»

Задача №1. Решить систему линейных уравнений тремя способами: 1) по формулам Крамера; 2) с помощью обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$$

Задача №2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

ИДЗ по теме «Векторная алгебра»

Задача №1. Написать разложение вектора $\overline{x}$ по векторам $\overline{p}, \overline{q}, \overline{r}$.

$\overline{x} = \{-2, 4, 7\}$, $\overline{p} = \{0,1,2\}$, $\overline{q} = \{1,0,1\}$, $\overline{r} = \{-1, 2, 4\}$.

Задача №2. Коллинеарны ли векторы $\overline{c_1}$ и $\overline{c_2}$?

$\overline{a} = \{1, -2, 3\}, \overline{b} = \{3, 0, -1\}$, $c_1 = 2\overline{a} + 4\overline{b}$, $c_2 = 3\overline{b} - \overline{a}$.

Задача №3. Найти косинус угла между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

$A(1,-2,3)$, $B(0,-1,2)$, $C(3,-4,5)$.

Задача №4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

$\overline{a} = \overline{p} + 2\overline{q}$, $\overline{b} = 3\overline{p} - \overline{q}$; $|\overline{p}| = 1$, $|\overline{q}| = 2$, $(\overline{p} \wedge \overline{q}) = \pi / 6$.

Задача №5. Компланарны ли векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$.

$\overline{a} = \{2,3,1\}$, $\overline{b} = \{-1,0,-1\}$, $\overline{c} = \{2,2,2\}$.

Задача №6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

1. $A_1(1,3,6)$, $A_2(2,2,1)$, $A_3(-1,0,1)$, $A_4(-4,6,-3)$.

ИДЗ по теме «Аналитическая геометрия на плоскости»

Задача №1. Напишите уравнения прямых, проходящих через точку M, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна заданной прямой l.

$M(-2,1)$, $l: 3x-2y+12=0.$

Задача №2. В треугольнике ABC: $A(-3,3)$, $B(5,1)$, $C(6,-2)$.

1) Составить уравнения: стороны BC; высоты, проведенной из вершины A; медианы, проведенной из вершины C;

2) Найти площадь треугольника;

3) Найти угол A.

Задача №3. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постройте ее. Укажите координаты вершин и фокусов. Напишите уравнение директрис и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$4x^2+y^2-8x+4y=0.$

ИДЗ по теме «Аналитическая геометрия в пространстве»

Задача. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(4,5,2)$, $A_2(0,7,2)$, $A_3(0,2,7)$, $A_4(1,5,0)$. Найти:

1) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;

2) угол между гранями $A_1A_3A_4$ и $A_2A_3A_4$;

3) уравнения прямой A_1A_2;

4) уравнения прямой, проходящей через середину ребра A_2A_3 параллельно ребру A_1A_2;

5) уравнения медианы A_1M в $\Delta A_1A_2A_3$;

6) уравнения высоты A_1K грани $A_1A_2A_3$;

7) расстояние от вершины A_1 до ребра A_2A_3;

8) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

9) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$;

10) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 перпендикулярно грани $A_1A_2A_3$;

11) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;

12) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;

13) проекцию вершины A_1 на плоскость грани $A_2A_3A_4$.

Приложение №3

ТЕМЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. Матрицы и операции над ними. Определители.
Тема 2. Обратная матрица. Ранг матрицы.
Тема 3. Решение систем линейных уравнений матричным способом и по правилу Крамера.
Тема 4. Исследование систем на совместность по теореме Кронекера-Капели. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
Тема 5. Векторная алгебра: линейные операции над векторами, проекция вектора на ось, направляющие косинусы вектора.
Тема 6. Действия над векторами в координатах.
Тема 7. Скалярное произведение векторов.
Тема 8. Векторное произведение векторов.
Тема 9. Смешанное произведение векторов.
Тема 10. Прямая на плоскости: способы задания, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.
Тема 11. Кривые второго порядка на плоскости. Канонические уравнения.
Тема 12. Плоскость: способы задания, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости.
Тема 13. Прямая в пространстве: способы задания, угол между прямыми, взаимное расположение прямых в пространстве.
Тема 14. Прямая и плоскость в пространстве: угол между прямой и плоскостью, взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, точка пересечения прямой и плоскости.
Тема 15. Комплексные числа: различные формы записи, действия над комплексными числами, формула Муавра.

Практические задания выполняются из источника:

[1] Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Профессия, 2005. - 199 с.
[2] А.В. Вялова, Н.А. Елисеева, Т.В. Ермакова Алгебра и геометрия. Учебно-методическое пособие по практическим занятиям для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате. – Калининград. Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021.

Упражнения по теме 1 «Матрицы и операции над ними. Определители»

[2] 1.1 стр. 18–21; 1.2 стр. 24–28.
Самостоятельная работа стр. 22, 28–29.

Упражнения по теме 2 «Обратная матрица. Ранг матрицы»

[2] 1.3 стр. 30–34; 1.4 стр. 30–34.
Самостоятельная работа стр. 35–36, 40–41.

Упражнения по теме 3
«Решение систем линейных уравнений матричным способом и по правилу Крамера»
[2] 1.6 стр. 43–46.
Самостоятельная работа 47.

Упражнения по теме 4
«Исследование систем на совместность по теореме Кронекера-Капели. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений»
[2] 1.5 стр. 41–42; 1.7 стр. 48–53.
Самостоятельная работа стр. 43, 53–54.

Упражнения по теме 5
«Векторная алгебра: линейные операции над векторами, проекция вектора на ось, направляющие косинусы вектора»

[1] стр. 116–118.
[2] 2.1 стр. 60–63, 2.2 стр. 64–67
Самостоятельная работа стр. 64, 67.

Упражнения по темам 6, 7.
«Действия над векторами в координатах. Скалярное произведение векторов»

[1] стр. 118–128.
[2] 2.3 стр. 68–73, 2.4 стр. 74–80.
Самостоятельная работа стр. 73–74, 81.

Упражнения по темам 8, 9.
«Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов»
[2] 2.5 стр. 128–133, 2.6 стр. 89–94.
Самостоятельная работа стр. 88, 94.

Упражнения по теме 10
«Прямая на плоскости: способы задания, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой»
[1] стр. 35–53.
[2] 3.2 стр. 112–127.
Самостоятельная работа стр. 128–129.

Упражнения по теме 11
«Кривые второго порядка на плоскости. Канонические уравнения»
[1] стр. 58–90.
[2] 3.3 стр. 129–139.
Самостоятельная работа стр. 139–140.

Упражнения по теме 12
«Плоскость: способы задания, угол между плоскостями,
расстояние от точки до плоскости»

[1] стр. 141–151.

[2] 4.1 стр. 144–159.
Самостоятельная работа стр. 160–161.

Упражнения по теме 13
«Прямая в пространстве: способы задания, угол между прямыми, взаимное расположение прямых в пространстве»

[1] стр. 151–159.
[2] 4.2 стр. 162–174.
Самостоятельная работа стр. 175–176.

Упражнения по теме 14
«Прямая и плоскость в пространстве»

[1] стр. 159–165.
[2] 4.3 стр. 177–183.
Самостоятельная работа стр. 184–185.

Упражнения по теме 15
«Комплексные числа»

1. Указать действительные и мнимые части комплексных чисел; найти комплексное число, сопряженное с данным числом

$z = 3 + 4i$	$z = \sin 1$
$z = 3i$	$z = iln2$
$z = -3$	$z = -5 - i$
$z = \sqrt{2}$	$z = \sqrt[8]{5}i$

2. Найти степень числа i

$$i^7,\quad i^{10},\quad i^{15},\quad i^{45},\quad i^{111},\quad i^{200},\quad i^{60}.$$

3. Найти сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2 в алгебраической форме

$z_1 = -2 + 3i$	$z_2 = 5 + 4i$
$z_1 = -5$	$z_2 = 3 - 7i$
$z_1 = -5 - 6i$	$z_2 = 4i$

4. Выполнить действия над комплексными числами

$\dfrac{(-7-8i)i^7}{(4-5i)(-3+i)} - \dfrac{4+4i}{-2-5i}$	$\dfrac{-3-i}{(1-9i)i^{12}} + \dfrac{(2+3i)(2+2i)}{-4+7i}$

5. Вычислить $1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2525}$.

6. Решить уравнения на множестве комплексных чисел

$$x^2 + 4 = 0,\qquad 2x^2 + 2x + 1 = 0,\qquad 4x^2 + 5x + 2 = 0.$$

7. Решить биквадратные уравнения на множестве комплексных чисел

$$x^4 - 14x^2 + 58 = 0,\quad x^4 - 10x^2 + 29 = 0.$$

8. Представить комплексные числа в тригонометрической и показательной формах

$z = 2 - 2i$	$z = i$	$z = 3 + \sqrt{3}i$
$z = -\sqrt{3} - i$	$z = 4$	$z = 1 - i$

$z=-3$	$z=-12i$	$z=1{,}5$

9. Найти произведение и частное комплексных чисел в тригонометрической форме

$z_1=-\sqrt{3}-3i,\quad z_2=-5+5i$
$z_1=4,\qquad z_2=\sqrt{3}-i$

10. Вычислить возведение комплексного числа в степень по формуле Муавра

$$(-2+2i)^9;\quad \left(1-\sqrt{3}i\right)^{20}.$$

11. Найти все значения корня из комплексного числа

$$\sqrt[4]{-2};\quad \sqrt[5]{3i};\quad \sqrt[7]{-3-\sqrt{3}i}.$$

12. Решить уравнения на множестве комплексных чисел

$$x^5-32=0;\quad x^4-2i+2=0.$$

13. Выполнить действия над комплексными числами в тригонометрической форме

$$\frac{\left(-2\sqrt{3}+2i\right)^7 i^3}{\left(3+\sqrt{3}i\right)^4(-2+2i)^5}.$$

Приложение №4

ОБРАЗЦЫ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ОЧНАЯ ФОРМА)

Задача 1. Даны векторы $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j}$ и $\bar{b} = 3\bar{j} - 2\bar{k}$. Найти высоту треугольника, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

Задача 2. Даны точки *A*(3, 3, –2), *B*(0, –3, 4), *C*(0, –3, 0) и *D*(0, 2, –4). Найти $np_{\overline{BD}}\overline{AC}$.

Задача 3. Показать, что векторы $\bar{a} = \{1, 1, 4\}$, $\bar{b} = \{1, -2, 0\}$, $\bar{c} = \{3, -3, 4\}$ компланарны и разложить вектор $\bar{c}$ по векторам $\bar{a}$, $\bar{b}$.

Задача 4. Дана прямая 2x + 3y +4 = 0. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;1)$ под углом 45^0 к данной прямой. Построить эти прямые.

Задача 5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки *A*(0;0;1), *B*(7;-1;5) и *C*(5;2;-3).

Задача 6. Написать уравнение прямой, проходящей через точку *A*(4;0;-2) и параллельно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{6}$.

Задача 7. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{6} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-1}{3}$ с плоскостью 3x + 4y + z + 6 = 0.

Приложение №5

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

1. Даны векторы $\overline{a}=\{a_1,a_2,a_3\}$, $\overline{b}=\{b_1,b_2,b_3\}$, $\overline{c}=\{c_1,c_2,c_3\}$ и $\overline{d}=\{d_1,d_2,d_3\}$. Показать, что векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\overline{d}$ в этом базисе. Систему решить с помощью формул Крамера.

$\overline{a}=\{1,\ 2,3\}$, $\overline{b}=\{-1,3,2\}$, $\overline{c}=\{7,-3,5\}$, $\overline{d}=\{6,10,17\}$.

2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти

1) длину ребра A_1A_2;

2)угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4;

3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;

4) площадь грани $A_1A_2A_3$;

5) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;

6) уравнения прямой A_1A_2;

7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

8) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

$A_1(4;2;5)$, $A_2(0;7;2)$, $A_3(0;2;7)$, $A_4(1;5;0)$.

3. Составить уравнение прямой проходящей через центр окружности $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$ перпендикулярно одной из асимптот гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1.$

4. $(x-2)^2+(y-3)^2=9;\ \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1.$

5. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3. \end{cases}$$

Доказать ее совместность и решить двумя способами:

1) методом Гаусса;

2) записать систему в матричной форме и решить ее средствами матричного исчисления, при этом правильность вычисления обратной матрицы проверить, используя матричное умножение.

$$\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3=0, \\ x_1+2x_2+4x_3=7, \\ -x_1+x_2+x_3=1. \end{cases}$$

6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Приложение №6

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Понятие матрицы, основные виды матриц. Операции над матрицами и их свойства.
2. Определитель квадратной матрицы второго и третьего порядка. Свойства определителей.
3. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
4. Обратная матрица: определение, формула для вычисления обратной матрицы, свойства. Простейшие матричные уравнения.
5. Ранг матрицы. Способы его вычисления.
6. Понятие системы линейных уравнений (СЛУ). Матричная форма записи СЛУ. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера.
7. Условия совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера–Капелли). Теоремы о количествах решений совместных систем.
8. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений.
9. Понятие вектора. Определения коллинеарных, сонаправленных (противоположно направленных), равных, компланарных векторов. Линейные операции над векторами, свойства.
10. Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов на ось.
11. Координаты вектора. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора.
12. Действия над векторами в координатах. Условия коллинеарности и компланарности векторов.
13. Координаты точки. Задачи о нахождении координат вектора по известным координатам его начала и конца, о делении отрезка в данном соотношении.
14. Скалярное произведение векторов, свойства. Координатное представление скалярного произведения. Геометрический и физический смысл.
15. Векторное произведение векторов, свойства. Координатное представление векторного произведения. Геометрический и физический смысл.
16. Смешанное произведение векторов, свойства. Координатное представление, геометрический смысл.
17. Понятие линейного пространства, примеры линейных пространств. Определение линейно-зависимой и линейно-независимой системы векторов. Базис пространства. Евклидово пространство.
18. Система координат на плоскости: основные понятия. Декартова и полярная системы координат.

19. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой. Угол между прямыми. Расстояние от заданной точки на плоскости до прямой.
20. Плоскость в пространстве. Различные виды уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от заданной точки до плоскости.
21. Прямая в пространстве. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми.
22. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи: угол между прямой и плоскостью, пересечение прямой с плоскостью.
23. Окружность. Вывод уравнения окружности.
24. Эллипс. Вывод уравнения эллипса. Исследование формы. Фокусы, директрисы и эксцентриситет эллипса. Свойства эллипса.
25. Гипербола. Вывод уравнения гиперболы. Исследование формы. Асимптоты, фокусы, директрисы и эксцентриситет гиперболы. Свойства гиперболы.
26. Парабола. Вывод уравнения параболы. Исследование формы. Фокус, директриса и эксцентриситет параболы. Свойства параболы.
27. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами. Геометрическая интерпретация.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Исследовать на совместность систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Какую работу производит сила $\vec{F} = \{4; -3; 3\}$, если точка приложения ее перемещается из положения A(1; –1; 0) в положение B(1; 1; 1)?

3. Решить уравнение: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Построить кривые по заданным уравнениям: $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9;\ \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$

5. Постройте прямую, проходящую через начало координат и точку (-2;3). Напишите ее уравнение.

6. Даны вершины треугольника A(2;2), B(3;4) и C(5;3). Найти длину стороны AB и уравнение высоты BE.

7. Найти $z_1 + z_2$, если $z_1 = 6 + 3i,\ \ z_2 = 2 - 4i$. Изобразить полученное число на комплексной плоскости, найти его модуль и аргумент.

8. По формулам Крамера решить систему уравнений: $\begin{cases} 2x - 3y + z = 0, \\ x + 2y + 4z = 7, \\ -x + y = 1. \end{cases}$

9. Из указанных прямых выбрать пару параллельных и пару перпендикулярных:
2x-3y+7=0; 2x-5y+7=0; 5x+2y+8=0; 12x-18y+6=0.

10. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} 2x+3y-z+5=0, \\ 3x-2y+2z-1=0 \end{cases}$ параллельно вектору $\overline{a}=\{4,-7,-13\}$.

11. Построить кривые по заданным уравнениям: $(x-1)^2+(y-3)^2=4;\ \frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1.$

12. Дан треугольник *ABC*, где А (2;4), В (–3;0), С (7; –1). Найти уравнение и длину медианы *AM*.

13. Найти модуль и аргумент числа $(5-12i)(3-4i)$.

14. Написать уравнение плоскости, проходящей через следующие две прямые $\frac{x+2}{7}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{5}$ и $\frac{x-1}{14}=\frac{y-3}{6}=\frac{z+2}{10}$.

15. Решить (любым методом) систему уравнений, заданную в виде *AX*=*B*, где *A* – матрица системы, *B* – столбец свободных членов:

$$A=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

16. Решить уравнение: $x^2+2x+2=0$ Изобразить полученные корни на комплексной плоскости, найти модуль и аргумент этих чисел.

17. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}$ и $\vec{b}=\vec{k}-3\vec{j}$.

18. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки А(–1; 3) и В(4;–2).

19. Определить угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{CE}$, если *A*(2;0;0), *B*(0;0;4), *C*(2;0;2), *E*(0;0;0).

20. Найти точку, симметричную с началом координат относительно плоскости $6x+2y-9z+121=0$.

21. Дано общее уравнение прямой 12x-4y=60. Написать уравнение с угловым коэффициентом; уравнение в отрезках на осях. Можно ли уравнение 5x-8y=0 записать в виде уравнения в отрезках на осях?

22. Даны три вектора $\overline{a}=\{2;-2\}$, $\overline{b}=\{2;-1\}$, $\overline{c}=\{2;4\}$. Найти длину вектора $\overline{p}=2\overline{a}-\overline{b}+\overline{c}$.

23. Определить площадь треугольника, образованного прямой 2x+5y-20=0 с осями координат.

24. Написать уравнение окружности с центром *C*(-2;3) и радиусом, равным 5. Построить окружность. Определить принадлежность точек *A*(2;6), *B*(1;7), *M*(0;4) окружности.

25. Треугольник задан координатами вершин *A*(3;5), *B*(9;-3) и *C*(0;1). Написать уравнение медианы BM и вычислить ее длину.

26. Найти значение матричного многочлена $2A^2+3A+5E$ при $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, если E – единичная матрица третьего порядка.

27. Даны точки *A* (-2; 3; -4), *B* (3; 2; 5), *C* (1; -1; 2), *D* (3; 2; -4). Вычислить $np_{\overline{CD}}\overline{AB}$.

28. Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках *A*(2; -1; 1), *B*(0; 1; 5), *C*(-1; 2;1), *D*(4; 1; 3).

29. Написать уравнение прямой, проходящей через точку *P*(1; -1) и центр окружности $x^2+y^2=4$.

30. Даны точки $A(4; -2;6)$ и $B(1;4;0)$. Найти длину вектора $\overline{AB}$ и координаты середины отрезка AB.

31. Определить β, при котором векторы $\bar{a}=\{3;\ 2;4\}, \bar{b}=\{0;\ \beta;2\}$, $\bar{c}=\{3;\ 4;0\}$ компланарны.

32. Вычислить длины диагоналей и площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}=\bar{k}-\bar{j}$ и $\bar{b}=\bar{i}+\bar{j}+\bar{k}$.

33. Выполнить действие: $\sqrt[3]{-1}$.

34. Записать комплексное число $(2 + 4i)^2 + (3 + i) / (2 - 5i)$ в алгебраической форме, изобразить его на комплексной плоскости, найти его модуль и аргумент.

35. Выяснить взаимное расположение прямых

$$\begin{cases}-2x+5y-3z+7=0,\\ 2x-3y-z-5=0\end{cases}$$

и

$$\frac{x-17}{1}=\frac{y+14}{1}=\frac{z}{2}.$$

36. Записать уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, симметричного относительно начала координат, если его полуоси равны 7 и 2.

37. Найти ранг данной матрицы:

$$\begin{pmatrix}6&3&5&9\\5&2&3&6\\0&1&2&3\\2&1&1&2\end{pmatrix}.$$

38. Даны точки A (3;2;0), B (4;0;1), C (-5;0;2), D (-8;6; -1). Проверьте $\overrightarrow{AB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{CD}$ или $\overrightarrow{AB}\uparrow\downarrow\overrightarrow{CD}$. Какой из векторов длиннее и во сколько раз?

39. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-5}{3}=\frac{y+5}{-2}=\frac{z-3}{2}$ и плоскости $2x + y + 3z - 4 = 0$.

40. Найти значение выражения $\frac{(1+2i)(3-i)}{2-i}-i(5+3i)$.

41. Упростите выражение $(2\vec{i}-\vec{j})\cdot\vec{j}+(\vec{j}-2\vec{k})\cdot\vec{k}+(\vec{i}-2\vec{k})^2$

42. Дана точка A (-4; 6). Составьте уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок OA.

43. Найти значение матричного многочлена $P(x)=x^3-7x^2+13x-5$, если

$$A=\begin{pmatrix}1&2&0\\2&3&5\\1&4&2\end{pmatrix}.$$

44. При каком значении m плоскости $4x - 2y - 6z + 1 = 0$ и $-2x + y + mz - 5 = 0$
а) перпендикулярны; б) параллельны?

45. Дан треугольник с вершинами A (1; -2;8), B (0;0;4), C (6;2;0). Найдите его площадь и высоту BD.

46. Представить комплексное число в тригонометрической и показательной форме, изобразить на комплексной плоскости $z = 2 + 2i$.

47. Привести уравнение кривой второго порядка $-4x^2-24x-63-18y+9y^2=0$ к каноническому виду, найти центр, полуоси, асимптоты (если есть), вершины. Сделать чертеж.

48. Дана прямая x-3y+6=0. Найдите: а) ее угловой коэффициент, б) ее нормальный вектор, в) точки пересечения с осями координат, г) площадь треугольника, заключенного между этой прямой и осями координат, д) точку пересечения этой прямой с прямой 5x-2y-9=0.

49. Даны точки A (-3;1;2), B (4;0; -1), C (-2;3;0). Найдите $\left(2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}\right) \times \overrightarrow{CA}$.
50. Записать уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс, если действительная полуось 5, мнимая - 4.
51. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку К(-3;1) параллельно вектору $\vec{a}$ = (4;-1). Найдите угловой коэффициент этой прямой и точки ее пересечения с осями координат. Лежат ли на ней точки A (-3;1) и B (5; 1)?
52. $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & -4 \\ 1 & -5 & 3 \end{pmatrix}$; $B^T(A-B)-?$
53. Записать уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, если известно, что парабола симметрична относительно оси OX и проходит через точку A(9;6). Построить кривую.
54. Решить матричное уравнение $X \cdot A - 2B = C$, если
$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & -2 & 11 \end{pmatrix}$.
55. Найти z^{12} ,если $z = -4 + 4i$.