Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат: 0174a99400e2af6fb74dca3b394e65efc4
Владелец: Мельникова Виктория Александровна
Действителен: с 12.04.2023 по 12.04.2024

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

15.03.02 ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

ИНСТИТУТ агроинженерии и пищевых систем

РАЗРАБОТЧИК Кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.4: Решает инженерные задачи с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии, методов математического анализа и обработки расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами	Математика (раздел «Алгебра и геометрия»)	*Знать:* - фундаментальные понятия и методы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии. *Уметь:* - применять математические знания, необходимые для решения конкретных технических, прикладных, профессиональных задач; - правильно формулировать проблему с математической точки зрения и выбирать из многообразия математических методов оптимальный способ решения данной проблемы. *Владеть:* - математическим языком как универсальным языком науки, употреблять математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов; - методами исследования и решения задач линейной, векторной алгебры, аналитической геометрии.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;

- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;

- задания по темам практических занятий.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена, относятся:

- задания по контрольной работе;

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 60 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении № 1.

Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий (не менее 18 заданий).

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий (не менее 16 заданий).

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий (не менее 12 заданий).

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий (менее 12 заданий).

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий (не менее 12 заданий).

3.2 Темы практических занятий приведены в Приложении №2.

Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Учебным планом предусмотрено выполнение одной контрольной работы (очная и заочная форма).

Темы и типовые варианты заданий контрольной работы приведены в Приложении №3.

4.2 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «*отлично*» ставится в случае правильного выбора способа решения, доведения решения всех задач до конечного результата, допустимы недочеты вычислительного характера.

Оценка «*хорошо*» ставится в случае, когда сделана попытка решения всех задач, везде избран верный математический аппарат и больше половины задач решены полностью, возможны недочеты в вычислениях;

Оценка «*удовлетворительно*» ставится в случае, когда для большинства задач (более 50%) верно избран способ их решения, однако, в процессе решения допущены ошибки в вычислениях или в записях необходимых формул;

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится в случае, когда все задачи студентом либо не решались, либо им был избран неверный метод решения, либо большинство задач отнесено к другому разделу математики, теоретические положения которого не позволяют эти задачи решить. Также оценка "неудовлетворительно" может быть выставлена за работу, где задачи решаются верно избранными методами, но допущены грубые ошибки в основных понятиях, формулах, алгоритмах.

Контрольные работы для студентов заочной формы обучения оцениваются положительно в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Оценка контрольной работы определяется в виде «зачтено» – «не зачтено». Студент, получивший за контрольную работу «зачтено», допускается до экзамена, на котором преподаватель может задать вопросы по выполнению этой контрольной работы.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля и контрольной работе.

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 4.

Представленные экзаменационные вопросы для проведения экзамена компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам и индикаторам двух разделов дисциплины и двух практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Алгебра и геометрия» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование**.**

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022г. (протокол № 6).

И.о.заведующего кафедрой А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры инжиниринга технологического оборудования 21.04.2022 г. (протокол № 3).

Заведующий кафедрой Ю.А. Фатыхов

Приложение №1

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ.

Вариант 1.

Вопрос №1. Решение уравнения $3A-0,5X=E$, где $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, E – единичная матрица:

1. $X=\begin{pmatrix}8&12\\18&26\end{pmatrix}$
2. $X=\begin{pmatrix}-8&12\\18&-26\end{pmatrix}$
3. не существует
4. $X=\begin{pmatrix}4&12\\18&22\end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$A=\begin{pmatrix}7&-3\\2&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&7&-3\\4&5&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&0&0\\5&4&-2\\7&1&5\end{pmatrix}$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-5&3&2\\-4&-1&3\end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно:

1. –16
2. 16
3. 1
4. –1

Вопрос №4. Решением уравнения $\begin{vmatrix}x-3&-1\\x-3&x\end{vmatrix}=0$ является:

1. $x_1=-1 \quad x_2=3$
2. $x_1=-1 \quad x_2=-3$
3. $x_1=1 \quad x_2=3$
4. $x_1=1 \quad x_2=-3$

Вопрос №5. Значение переменной x в решении системы

$\begin{cases}x+3y=8\\x-2y=-7\end{cases}$ равно:

1. -1
2. 3
3. -3
4. не определено

Вопрос №6. Даны векторы:

$\vec{a} = \{3, -1,\ 1\}$, $\vec{b} = \{2,\ 1,\ 0\}$,

$\vec{c} = \{1, -2,\ 3\}$, $\vec{d} = \{-3,\ 6,\ -9\}$

$\vec{f} = \{0,\ 2,\ 4\}$, $\vec{t} = \{0, -1,\ 2\}$.

Коллинеарными являются векторы:

1. $\vec{a}$ и $\vec{b}$
2. $\vec{c}$ и $\vec{d}$
3. $\vec{f}$ и $\vec{t}$
4. $\vec{c}$ и $\vec{d}$, $\vec{f}$ и $\vec{t}$

Вопрос №7. Треугольник ABC построен на векторах $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$. Координаты вектора $\vec{BM}$, совпадающего с соответствующей медианой этого треугольника в базисе $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, равны:

1. $\left\{\frac{1}{2},\ -1\right\}$
2. $\left\{\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right\}$
3. $\left\{-1,\ \frac{1}{2}\right\}$
4. $\{1,\ 1\}$

Вопрос №8. Векторы $\bar{a} = \{1, \alpha, 0\}$ и $\vec{b} = \{-2, 1, 3\}$ ортогональны при значении параметра α, равном:

1. 2
2. -2
3. 0
4. больше 0

Вопрос №9. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{0, -1, 1\}$ и $\vec{b} = \{1, 1, 1\}$ равна:

1. $5\sqrt{2}$
2. $\sqrt{6}$
3. $2\sqrt{2}$
4. 6

Вопрос №10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \{1, 4, -3\}$, $\vec{b} = \{0, -2, 7\}$, $\vec{c} = \{0, 0, 3\}$ равен:

1. -6
2. 2
3. 3
4. 6

Вопрос №11. Векторы $\vec{a} = \{1,0,0\}$, $\vec{b} = \{0,1,0\}$, $\vec{c} = \{0,0,1\}$

1. компланарные
2. коллинеарные
3. ортогональные
4. линейно зависимы

Вопрос №12. Даны вершины треугольника ABC: A(1,0), B(4,3), C(3,-2). Уравнение медианы BM:

1. $5x - y - 17 = 0$
2. $x - y - 1 = 0$
3. $2x - y - 5 = 0$
4. $y = x + 1$

Вопрос №13. Даны вершины треугольника ABC: A(1,0), B(4,3), C(3,-2). Уравнение высоты BH:

1. $x - y - 1 = 0$
2. $5x - y - 17 = 0$
3. $2x - y - 5 = 0$
4. $y = x + 1$

Вопрос №14. Известны уравнения двух сторон ромба $x - 2y - 1 = 0$, $x - 2y - 5 = 0$, и уравнение одной его диагонали $y = 0$. Уравнение второй диагонали:

1. $x - 4 = 0$
2. $x = 3$
3. $y = 5 - x$
4. $2x + y - 8 = 0$

Вопрос №15. Расстояние между параллельными прямыми $3x - 4y = 0$ и $3x - 4y - 5 = 0$ равно:

1. 5
2. $\frac{1}{5}$
3. $0,04$
4. 1

Вопрос №16. Уравнение эллипса с центром в начале координат, полуосями $a = 4$ и $b = 3$ имеет вид:

1. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$
2. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$
3. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$
4. $x^2+y^2=25$

Вопрос №17. Расстояние между фокусами гиперболы $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ равно:

1. 10
2. $\sqrt{28}$
3. 20
4. $2\sqrt{28}$

Вопрос №18. Произведение координат центра окружности $x^2+y^2-8x-4y-5=0$ равно:

1. 8
2. 4
3. -8
4. 2,25

Вопрос №19. Плоскость $x-2y+3z+6=0$ перпендикулярна плоскости:

1. $x-2y+3z+12=0$
2. $x+2y-3z+1=0$
3. $2x+y-1=0$
4. $2x-4y+6z+12=0$

Вопрос №20. Прямая $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{a}=\frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x-3y+6z+7=0$ при значении a, равном:

1. 2
2. -3
3. 1
4. -4

Вариант 2.

Вопрос №1 $f(x)=x^2-2x+4$. При $A=\begin{pmatrix}2&0\\0&1\end{pmatrix}$ значение $f(A)$ равно:

5. $\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix}0&-3\\-4&0\end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$
8. $\begin{pmatrix}4&0\\0&3\end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$$A=\begin{pmatrix}1&-3\\2&0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-3&1&-3\\4&5&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1&0&0\\5&4&-2\\-1&3&5\end{pmatrix}$$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и C, B и C
3. A и B, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-5&3&2\\-4&-1&3\end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{23} для элемента a_{23} равно:

1. 1
2. -1
3. 16
4. -16

Вопрос №4. Решением уравнения $\begin{vmatrix}x-1&-2\\x-1&x\end{vmatrix}=0$ является:

1. $x_1=1$ $x_2=-2$
2. $x_1=-1$ $x_2=2$
3. $x_1=-1$ $x_2=-2$
4. $x_1=1$ $x_2=2$

Вопрос №5. Значение переменной y в решении системы

$$\begin{cases}x+3y=8\\x-2y=-7\end{cases}$$

равно:

1. не определено
2. -1
3. -3
4. 3

Вопрос №6. Для вектора $\vec{a} = \{1,\ 2, 3\}$ сонаправленным вектором будет:

1. $\vec{b} = \{-1, -2,\ 3\}$
2. $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$
3. $\vec{d} = \{2,\ 4,\ 6\}$
4. $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$ и $\vec{d} = \{2,\ 4,\ 6\}$

Вопрос №7. Треугольник ABC построен на векторах $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$. Координаты вектора $\vec{CM}$, совпадающего с соответствующей медианой этого треугольника в базисе $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, равны:

1. $\left\{\frac{1}{2}, -1\right\}$
2. $\left\{\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right\}$
3. $\left\{1, -\frac{1}{2}\right\}$
4. $\{1,\ 1\}$

Вопрос №8. Векторы $\bar{a} = \{\alpha, 1, 0\}$ и $\vec{b} = \{-1, 2, 3\}$ ортогональны при значении параметра α, равном:

1. 2
2. -2
3. 0
4. больше 0

Вопрос №9. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна S. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} - 2\vec{b}$ и $5\vec{a} + \vec{b}$, равна:

1. 11S
2. 9S
3. $6\sqrt{2}$ S
4. $6\sqrt{3}$ S

Вопрос №10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \{2, 4, -5\}$, $\vec{b} = \{0,\ 3,\ 8\}$, $\vec{c} = \{0, 0, -4\}$ равен:

5. -24
6. -12

7. 6
8. 24

Вопрос №11. Даны вершины треугольника ABC: A(1,0), B(4,3), C(2,-1). Уравнение медианы AM:

1. $x-2y-1=0$
2. $2x-y-1=0$
3. $7x-5y-13=0$
4. $y=\frac{1}{2}x-1$

Вопрос №12. Даны вершины треугольника ABC: A(1,0), B(4,3), C(2,-1). Уравнение высоты AH:

1. $x-2y-1=0$
2. $x+y-1=0$
3. $x+2y-1=0$
4. $y=x-1$

Вопрос №13. Известны уравнения двух сторон ромба $x-2y+1=0$, $x-2y-5=0$, и уравнение одной его диагонали $y=0$. Уравнение второй диагонали:

1. $x-3=0$
2. $y=x$
3. $x=2$
4. $2x+y-8=0$

Вопрос №14. Расстояние между параллельными прямыми $x-7y=0$ и $x-7y-5=0$ равно:

1. 5
2. $\sqrt{2}$
3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
4. 1

Вопрос №15. Расстояние между фокусами эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ равно:

1. 4
2. 8
3. $\sqrt{34}$
4. 5

Вопрос №16. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями a=3 и b=2 и фокусами на оси Ox записывается формулой:

1. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$
2. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=-1$
3. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$
4. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$

Вопрос №17. Произведение координат центра окружности $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ равно:

1. -2
2. 2
3. -5
4. 2,25

Вопрос №18. Плоскость $x-3y+2z+6=0$ перпендикулярна плоскости:

1. $3x+y-1=0$
2. $x-3y+2z+12=0$
3. $3x+y-z+4=0$
4. $2x-6y+4z+12=0$

Вопрос №19. Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(3,-2,0)$ и $M_2(3,-2,1)$ записывается формулой:

1. $\frac{x}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{0}$
2. $\frac{x+3}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z}{1}$
3. $\frac{x-3}{0}=\frac{y+2}{0}=\frac{z}{1}$
4. $\frac{x}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{1}$

Вопрос №20. Прямая $\frac{x-1}{a}=\frac{y}{3}=\frac{z+3}{2}$ параллельна плоскости $x+2y-3z+6=0$ при значении a, равном:

1. 0
2. 4
3. 1
4. -3

Вариант 3.

Вопрос №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение матричного уравнения $A \cdot X = B$ равно:

1. X = $-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
2. X = $-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
3. X = $\begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/3 & 1/4 \end{pmatrix}$
4. X = $-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 4 & -5 & 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -2 \\ 8 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{12} для элемента a_{12} равно:

1. –1
2. 1
3. -7
4. 7

Вопрос №4. Решением уравнения $\begin{vmatrix} x-2 & -1 \\ x-2 & x \end{vmatrix} = 0$ является:

1. $x_1 = -1 \quad x_2 = 2$
2. $x_1 = -1 \quad x_2 = -2$
3. $x_1 = 1 \quad x_2 = 2$
4. $x_1 = 1 \quad x_2 = -2$

Вопрос №5. Значение переменной x в решении системы

$\begin{cases} x+3y=8 \\ x-2y=-7 \end{cases}$:

1. -1
2. 3
3. -3
4. не определено

Вопрос №6. Даны векторы:
$\vec{a}=\{2,-1,\ 1\}$, $\vec{b}=\{1,\ 1,\ 0\}$,
$\vec{c}=\{1,\ 2,-3\}$, $\vec{d}=\{-3,-6,\ \ 9\}$
$\vec{f}=\{0,-2,\ 4\}$, $\vec{t}=\{0,\ 1,\ 2\}$.
Коллинеарными являются векторы:

1. $\vec{a}$ и $\vec{b}$
2. $\vec{c}$ и $\vec{d}$
3. $\vec{f}$ и $\vec{t}$
4. $\vec{c}$ и $\vec{d}$, $\vec{f}$ и $\vec{t}$

Вопрос №7. Треугольник ABC построен на векторах $\vec{AB}=\{2,6\}$ и $\vec{AC}=\{4,-2\}$.

Координаты вектора $\vec{AM}$, совпадающего с соответствующей медианой этого треугольника, равны:

1. $\vec{AM}=\{6,4\}$
2. $\vec{AM}=\{-2,8\}$
3. $\vec{AM}=\{3,2\}$
4. $\vec{AM}=\{2,-8\}$

Вопрос №8. Векторы $\bar{a}=\{1,\alpha,-2\}$ и $\vec{b}=\{2,0,1\}$ ортогональны при значении параметра α:

1. 2
2. -2
3. больше 0
4. любом

Вопрос №9. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна S. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}-2\vec{b}$ и $3\vec{a}+\vec{b}$, равна:

1. 7S
2. 5S
3. $6\sqrt{2}$ S
4. $6\sqrt{3}$ S

Вопрос №10. Объем треугольной пирамиды, построенной на векторах $\vec{a}=\{2,5,-3\}$, $\vec{b}=\{0,-3,4\}$, $\vec{c}=\{0,0,4\}$ равен:

9. -6
10. 24
11. 4
12. 8

Вопрос №11. Векторы $\vec{a}=\{1,0,0\}$, $\vec{b}=\{0,1,0\}$, $\vec{c}=\{2,3,0\}$:

1. не компланарные
2. коллинеарные
3. ортогональные
4. линейно зависимы

Вопрос №12. Даны вершины треугольника ABC: A(1,0), B(-1,4), C(3,2). Уравнение медианы CM:

1. $y=2$
2. $x-2y+1=0$
3. $x=0$
4. $y=x+1$

Вопрос №13. Даны вершины треугольника ABC: A(1,0), B(-1,4), C(3,2). Уравнение высоты CH:

1. $x-2y+1=0$
2. $3x+2y+1=0$
3. $y=2$
4. $y=x+1$

Вопрос №14. Известны уравнения двух сторон ромба $x-2y+1=0$, $x-2y-7=0$, и уравнение одной его диагонали $y=0$. Уравнение второй диагонали:

1. $x-4=0$
2. $x=3$
3. $y=5-x$
4. $2x+y-8=0$

Вопрос №15. Расстояние между фокусами эллипса $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{24}=1$ равно:

1. 8

2. 16
3. 4
4. 2

Вопрос №16. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями a=4 и b=3 и фокусами на оси Ox записывается формулой:

1. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$
2. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=-1$
3. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$
4. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

Вопрос №17. Произведение координат центра окружности $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ равно:

1. 2
2. -2
3. -4
4. 2,25

Вопрос №18. Даны две точки $A(2,-1,-3)$ и $B(3,1,0)$. Через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{AB}$ проходит плоскость:

1. $(x+2)+2(y-1)+3(z-3)=0$
2. $2(x-1)-(y-2)-3(z-3)=0$
3. $(x-2)+2(y+1)+3(z+3)=0$
4. $(x-3)+2(y-1)+3z=0$

Вопрос №19. Угол между прямыми $l_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+5}{-2}$ и $l_2: \frac{x+7}{1}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z}{1}$ равен:

1. $\frac{\pi}{2}$
2. $\frac{\pi}{4}$
3. 0
4 $\frac{\pi}{6}$

Вопрос №20. Прямая $\frac{x}{a}=\frac{y-1}{0}=\frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x-3y+6z+7=0$ при значении a, равном:

1. 14
2. 12
3. -6
4. 8

Приложение №2

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. *Элементы теории множеств.*

Доказательства справедливости равенств множеств. Применения языка логики для записи математических предложений, математических определений, формулировки математических теорем.

Тема 2. *Элементы линейной алгебры.*

Матрицы. Линейные операции над матрицами, умножение матриц, обратная матрица, решение матричных уравнений. Определители. Решение систем линейных уравнений. Матричный способ, формулы Крамера, метод Гаусса. Исследования систем линейных уравнений.

Тема 3. *Векторная алгебра.*

Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.

Тема 4. *Аналитическая геометрия.*

Задачи аналитической геометрии. Прямая на плоскости. Плоскость в R^3. Прямая и плоскость в пространстве. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

Список используемых источников:

1. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / Д. В. Клетеник ; ред. : Н. В. Ефимов. - 17-е изд., стер. - СПб : Профессия, 2007. - 200 с.;

2. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие в 4 частях. Часть 1. 5-е изд. - Минск: Выш. шк., 2009 – 304 с.

Задания [1,2] предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины и представляют собой подборки практических задач.

Приложение №3

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ОЧНАЯ ФОРМА)

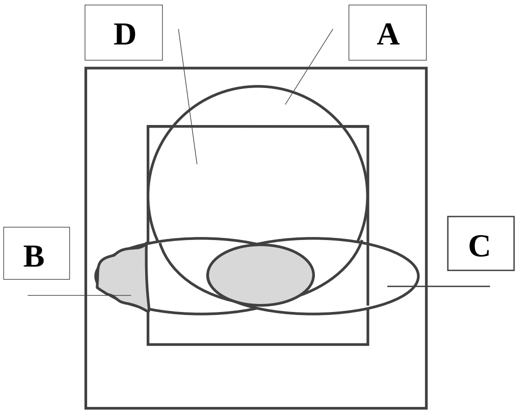
Тема 1 «**Элементы теории множеств**»

1. На диаграмме Эйлера-Венна изображены множества:

   A – множество точек круга,

   B и ***C*** – множества точек эллипсов,

   D – множество точек квадрата:



Найдите формулу, которой можно задать выделенное множество.

2. Расположите указанные произвольные множества в таком порядке, чтобы каждое предыдущее множество было подмножеством последующего.

$A \cap B$, $A \cap B \cap C$, $(A \cap B) \cup C$, $A \cup B \cup C$, $A \cup C$.

Тема 2 «**Элементы линейной алгебры**»

1. Решите систему линейных уравнений по формулам Крамера, матричным способом и методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

2. Даны матрицы A и B: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   Найдите f(A), если $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$.

   Решите матричное уравнение $A \cdot X = B$.

Тема 3 **«Векторная алгебра»**

1. В параллелограмме ABCD M и N – середины сторон BC и CD. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ в базисе $\vec{a}=\overrightarrow{AM}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AN}$.
2. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}-2\vec{b}$ и $3\vec{a}+2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=|\vec{b}|=5$, и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{4}$.
3. Даны вершины пирамиды: A(2, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, 6), D(2, 3, 8). Найти объем пирамиды, площадь основания ABC и высоту пирамиды h = DH.
4. Боковые грани треугольной призмы являются квадратами. Вычислить угол между скрещивающимися диагоналями двух смежных граней призмы.
5. K, L, M, N – середины сторон AB, BC, CD, DA четырехугольника ABCD. Доказать, что KLMN – параллелограмм.

Тема 4 **«Аналитическая геометрия»**

1. Даны прямые $3x+4y-12=0$ и $\begin{cases} x=2t+1 \\ y=-3t+2 \end{cases}$. Изобразить эти прямые. Найти координаты нормального и направляющего вектора для каждой прямой и построить эти векторы. Найти расстояния от начала координат до этих прямых.
2. Даны вершины треугольника ABC: A(5; 1), B(1; -2), C(-4; 10). Найти точку пересечения высоты AH и медианы BM.
3. Найти точку, симметричную точке M(3, 1, -1) относительно плоскости $3\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}-20=0$.
4. Привести уравнение к каноническому виду, найти все характеристики, построить $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$.
5. Составить уравнение линии в полярной системе координат: $x^2+y^2+2y=0$. Построить ее.

Приложение №3 (продолжение)

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

Тема 1. «**Элементы теории множеств**»

Задание 1. Докажите справедливость соотношения используя определения операций над множествами. Проиллюстрируйте справедливость этого соотношения на примере конкретных множеств и с помощью диаграмм Венна: $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$

Тема 2. «**Элементы линейной алгебры**»

Задание 1 Решите систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$.

Задание 2 Решите матричное уравнение $A \cdot X = B$,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тема 3. «**Векторная алгебра**»

Задание 1 Боковые грани правильной шестиугольной призмы являются квадратами. Найдите косинус угла между скрещивающимися диагоналями боковых граней

Задание 2 Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна S. Чему равна площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}+2\vec{b}$ и $3\vec{a}-\vec{b}$?

Задание 3 Даны вершины пирамиды: O(0, 0, 0), A(5, 2, 0), B(2, 5, 0), C(1, 2, 4). Найти объем пирамиды, площадь основания ABC и высоту пирамиды h = OH.

Тема 4. «**Аналитическая геометрия**»

Задание 1 Дана прямая $2x + 5y - 10 = 0$. Изобразите эту прямую. Найдите координаты нормального и направляющего вектора и постройте эти векторы. Найдите расстояния от начала координат до этой прямой.

Задание 2 Даны середины сторон треугольника: A(0, -2), B(3, 4), C(-5, 2). Составьте уравнения его сторон.

Задание 3 Найдите точку, симметричную точке M(4; 3; 10) относительно прямой

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}.$$

Приложение №4

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Матрицы, основные определения. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Свойства операций.
2. Определители квадратных матриц второго и третьего порядка и их вычисление. Свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определители n-го порядка. Теорема о разложении определителя по элементам ряда. Теорема аннулирования. Вычисление определителей.
5. Обратная матрица. Существование и единственность обратной матрицы.
6. Решение матричных уравнений.
7. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований матрицы.
8. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Матричная и векторная запись системы.
9. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Решение систем матричным способом, по формулам Крамера, методом Гаусса.
10. Произвольные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
11. Исследование систем линейных уравнений.
12. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
13. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами.
14. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Размерность и базис векторного пространства. Координаты вектора.
15. Векторы в пространствах R^2 и R^3. Линейная зависимость любых трёх векторов в R^2 и существование двух линейно независимых векторов. Линейная зависимость любых четырех векторов в R^3 и существование трех линейно независимых векторов.
16. Линейная независимость ортогональной системы векторов. Ортогональный базис. Ортогональные (декартовы) системы координат.
17. Скалярное произведение векторов, его свойства. Скалярное произведение векторов в координатной форме.
18. Векторное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл.
19. Векторное произведение векторов в координатной форме.
20. Смешанное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл.

21. Смешанное произведение векторов в координатной форме.
22. Задачи аналитической геометрии.
23. Системы координат. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
24. Вывод уравнений заданного геометрического места точек.
25. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости.
26. Прямая на плоскости. Векторное уравнение прямой в R^2. Вывод уравнения прямой, заданной точкой и нормальным вектором.
27. Прямая на плоскости. Вывод векторно-параметрических и параметрических уравнений прямой.
28. Прямая на плоскости. Вывод канонического уравнения прямой, заданной точкой и направляющим вектором. Уравнение прямой по двум точкам.
29. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от заданной точки на плоскости до прямой.
30. Плоскость в пространстве. Различные виды уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
31. Плоскость в пространстве. Вывод векторно-параметрических и параметрических уравнений плоскости.
32. Плоскость в пространстве. Вывод уравнения плоскости, заданной точкой и двумя направляющими векторами. Уравнение плоскости по трём точкам.
33. Уравнения прямой и плоскости в «отрезках».
34. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от заданной точки до плоскости.
35. Прямая в пространстве. Каноническое уравнение прямой в пространстве. Параметрические уравнения прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей.
36. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости в пространстве.
37. Кривые второго порядка. Общее уравнение кривой второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка.
38. Окружность. Вывод уравнения окружности.
39. Эллипс. Вывод уравнения эллипса.
40. Построение эллипса. Фокусы, директрисы и эксцентриситет эллипса.
41. Гипербола. Вывод уравнения гиперболы.
42. Построение гиперболы. Асимптоты, фокусы, директрисы и эксцентриситет эллипса.

43. Парабола. Вывод уравнения параболы.
44. Построение параболы. Фокус, директриса и эксцентриситет параболы.
45. Поверхности второго порядка. Общее уравнение. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
46. Сфера и эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
47. Конусы и цилиндрические поверхности.
48. Поверхности вращения. Примеры.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Докажите справедливость соотношения используя определения операций над множествами. Проиллюстрируйте справедливость этого соотношения на примере конкретных множеств и с помощью диаграмм Венна: $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

2. Решите матричное уравнение $A \cdot X = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Даны матрицы A и B: $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите $f(A)$, если $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$

4. Исследуйте систему уравнений и в случае совместности решите ее:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ 4x_1 + 5x_2 = 7 \end{cases}$$

5. В параллелограмме ABCD M и N – середины сторон BC и CD. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$ в базисе $\vec{a} = \overrightarrow{AM}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AN}$.

6. Боковые грани правильной шестиугольной призмы являются квадратами. Найдите косинус угла между скрещивающимися диагоналями смежных боковых граней.

7. Вычислите длины диагоналей и площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = -\overline{j} + \overline{k}$, $\overline{b} = \overline{i} + \overline{j} + \overline{k}$.

8. Параллелепипед построен на векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{c} == 2\vec{j} + 5\vec{k}$. Вычислите объем параллелепипеда, исследуйте, образуют ли векторы левую или правую тройки.
9. Даны уравнения двух смежных сторон параллелограмма: $\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} - 1 = 0$, $\boldsymbol{x} - 2\boldsymbol{y} = 0$ и точка пересечения его диагоналей М(3; -1). Напишите уравнения двух других сторон параллелограмма.

10. Дан треугольник АВС: А(0; 0), В(1; 3), С(2; -4). Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины А на медиану, проведенную из вершины В.

11. Найдите точку, симметричную с началом координат относительно плоскости $6\boldsymbol{x} + 2\boldsymbol{y} - 9\boldsymbol{z} + 121 = 0$.

12. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку М(1; -2; 1) перпендикулярно к прямой $\begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$.

13. Проведите плоскость (составьте уравнение) через пару параллельных прямых

$$\frac{\boldsymbol{x}-1}{2} = \frac{\boldsymbol{y}}{3} = \frac{\boldsymbol{z}+2}{1}, \quad \frac{\boldsymbol{x}+1}{2} = \frac{\boldsymbol{y}+3}{3} = \frac{\boldsymbol{z}}{1}.$$

14. Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $\frac{\boldsymbol{x}^2}{25} + \frac{\boldsymbol{y}^2}{9} = 1$. Составьте уравнение гиперболы, если её эксцентриситет $\varepsilon = 2$.

15. Приведите к каноническому виду уравнение кривой $16\boldsymbol{x}^2 + 25\boldsymbol{y}^2 + 32\boldsymbol{x} - 100\boldsymbol{y} - 284 = 0$, найдите все характеристики и постройте.