



Федеральное агентство по рыболовству  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств  
(приложение к рабочей программе модуля)

**«ЭКОНОМЕТРИКА»**

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата  
по направлению подготовки

**38.03.01 ЭКОНОМИКА**  
Профиль программы  
**«ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМИКА»**

ИНСТИТУТ  
РАЗРАБОТЧИК

отраслевой экономики и управления  
кафедра экономической теории и инструментальных методов

## 1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплинам (модулям), соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплины	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-2: Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.2: Использует методы эконометрики для анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач	Эконометрика	<p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- базовые понятия эконометрического моделирования, относящиеся к сфере профессиональной деятельности в области экономических процессов;</li> </ul> <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- разрабатывать эконометрические модели исследуемых процессов, относящихся к области экономических процессов,</li> </ul> <p><u>Владеть:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения эконометрических моделей в области экономических процессов.</li> </ul>

## 2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольным работам;

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и дифференцированного зачета, относятся:

- промежуточная аттестация в форме зачета и дифференцированного зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

### **3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ**

3.1 Тестовые задания используются для оценки освоения тем дисциплины студентами всех форм обучения (Приложение № 1). Тестирование обучающихся проводится на занятиях по очной форме обучения, а по очно-заочной и заочной формам – как вид внеаудиторной самостоятельной работы студента.

Тестовое задание, как правило, предусматривает выбор одного правильного ответа на поставленный вопрос из нескольких вариантов ответа.

Оценка по результатам тестирования зависит от уровня освоения студентом тем дисциплины и соответствует следующему диапазону (%): положительная оценка («зачтено») выставляется студенту при получении от 56 до 100% верных ответов, «не зачтено» выставляется при получении менее 56% верных ответов.

3.2 В приложении № 2 приведены типовые задания для проведения практических занятий. Для самостоятельной подготовки к практическому занятию необходимо внимательно изучить цель занятия, материал, полученный на лекции. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная часть восполняется в процессе самостоятельной работы. Особое внимание при этом необходимо обратить на методику расчета показателей, коэффициентов, установление взаимосвязи между ними, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов.

Неудовлетворительная оценка выставляется, если студент не выполнил и не «защитил» предусмотренные практические задания.

3.3 В приложении 3 приведены типовые варианты по контрольным работам (№1 и №2) для студентов всех форм обучения, предусмотренные учебными планами. Выполненные контрольные работы подлежат защите, по результатам защиты контрольной работы №1 - оценки «зачтено» / « не зачтено»; по результатам защиты контрольной работы №2 - оценки отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

Оценки «не зачтено» и «неудовлетворительно» выставляются, если студент не выполнил либо не «защитил» контрольную работу.

### **4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачёта для 1-й части и дифференцированного зачёта для 2-й части дисциплины. Промежуточная аттестация

проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

4.2 В приложении № 4 приведены контрольные вопросы по дисциплине, которые могут быть использованы для промежуточной аттестации.

4.3 Оценка на дифференцированном зачёте («отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно») является экспертной и зависит от уровня освоения студентом тем дисциплины.

Универсальная система оценивания результатов обучения включает в себя системы оценок: 1) «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»; 2) «зачтено», «не зачтено»; 3) 100 - балльную (процентную) систему и правило перевода оценок в пятибалльную систему (табл. 2)

Таблица 2 – Система оценок и критерии выставления оценки

Система оценок  Критерий	2	3	4	5
	0-40%	41-60%	61-80 %	81-100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
<b>1 Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов</b>	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно-корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полной знаний и системным взглядом на изучаемый объект
<b>2 Работа с информацией</b>	Не в состоянии найти необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи
<b>3. Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта</b>	Не может делать научно корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задаче данные	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлага-

Система оценок  Критерий	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
	<b>0-40%</b>	<b>41-60%</b>	<b>61-80 %</b>	<b>81-100 %</b>
	<b>«неудовлетворительно»</b>	<b>«удовлетворительно»</b>	<b>«хорошо»</b>	<b>«отлично»</b>
	<b>«не зачтено»</b>	<b>«зачтено»</b>		
				ет новые ракурсы поставленной задачи
<b>4. Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач</b>	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

## **5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ**

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Эконометрика» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (профиль «Прикладная экономика»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры экономической теории и инструментальных методов (протокол № 8 от 01.04.2022 г.).

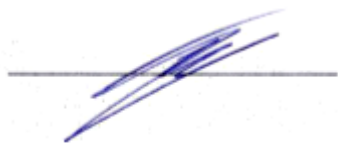
Заведующий кафедрой



Л.И. Сергеев

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры экономики и финансов (протокол № 6 от 26.04.2022 г.)

Заведующий кафедрой



А.Г. Мнаçаканян

## ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЭКОНОМЕТРИКА»

### ЧАСТЬ 1.

#### Вариант 1

1) Предмет эконометрики – это:

- А) массовые экономические явления с их взаимосвязями;
- Б) экономическая теория (макро и микроэкономика, мировая экономика);
- В) региональные и отраслевые экономики страны.

2) Формально и строго регрессия записывается так:

- А)  $y = \sum X_i$ ;
- Б)  $\varphi(X) = M(Y|X)$ ;
- В)  $\hat{y} = b_0 + b_1x$ .

3) Выражение  $\hat{y} = b_0 + b_1x$  называют *парным* уравнением регрессии, так как:

- А) в правой части - две переменных;
- Б) оно является суммой факторных переменных;
- В) в нём присутствует пара переменных:  $x$  и  $y$ .

4) Тип асимптоты у функции Торнквиста  $u_1(x)$  - для предметов 1-й необходимости:

- А) вертикальная;
- Б) наклонная;
- В) горизонтальная.

5) Суть МНК – найти значения  $b_0$  и  $b_1$ , которые доставляют минимум сумме:

- А) отклонений наблюдаемых значений от теоретических;
- Б) модулей отклонений наблюдаемых значений от теоретических;
- В) квадратов отклонений наблюдаемых значений от теоретических.

6) Установить соответствие между формулой и её формулировкой:

1. $\overline{x \cdot y}$	1. квадрат среднего $x$ ;
2. $\overline{x} \cdot \overline{y}$	2. произведение средних $x$ и $y$ ;
3. $\overline{x^2}$	3. среднее квадрата переменной $x$ ;
4. $\overline{x}^2$	4. среднее произведения $x$ на $y$ ;

1-\_\_\_; 2-\_\_\_; 3-\_\_\_; 4-\_\_\_.

7) Если  $b_0$  будет увеличиваться, то прямая линия  $\hat{y} = b_0 + b_1x$ , будет:

- А) подниматься вверх параллельно самой себе;
- Б) поворачиваться против часовой стрелки;
- В) опускаться вниз параллельно самой себе.

8) Если  $b_0$  будет уменьшаться, то прямая линия  $\hat{y} = b_0 + b_1x$ , будет:

- А) подниматься вверх параллельно самой себе;
- Б) поворачиваться против часовой стрелки;
- В) опускаться вниз параллельно самой себе.

9) Множественный регрессионный анализ изучает модели, у которых число объясняющих переменных:

А) одна;    Б) две;    В) больше одной.

10) Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии требует выполнения предпосылок:

А) четыре;    Б) пять;    В) шесть.

11) Выражение  $s^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-p-1}$  служит для оценки:

- А) коэффициента регрессии  $\beta$ ;
- Б) коэффициента корреляции  $\rho$ ;
- В) остаточной дисперсии  $\sigma^2$ .

12) Коэффициент детерминации  $R^2$  характеризует:

- А) долю вариации переменной  $Y$ , обусловленную изменением переменных  $X$ ;
- Б) величину доверительного интервала для неизвестного значения  $M_x(Y)$ ;
- В) среднее отклонение факторной переменной  $X$ .

13) Значение определителя матрицы  $C = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$  равно:

А) +1;    Б) -3;    В) 0.

14) Третий шаг отбора значимых факторов на основе матрицы  $(r_{ij})$ :

- А) Вычисляем парные коэффициенты корреляции;
- Б) Формируем исходный набор факторов;
- В) Ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице  $(r_{ij})$ .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы  $(r_{ij})$  остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

А) больше 0,4;    Б) меньше 0,4;    В) больше 1,0.

16) Класс степенной функции  $y = \beta_0 x^{\beta_1} \varepsilon$  таков: она нелинейная:

- А) относительно своих переменных, но линейная по параметрам;
- Б) по параметрам, но внутренне линейная;
- В) по параметрам и внутренне нелинейная.

## Вариант 2

1) Метод эконометрики является симбиозом:

- А) математической статистики и математики;
- Б) методов из экономики, статистики, математики и информатики;
- В) методов из математической статистики и системного анализа.

2) Регрессией в строгом смысле называется:

- А) уравнение регрессии, например,  $\hat{y} = b_0 + b_1x$ ;
- Б) условное математическое ожидание СВ  $Y$  как функции от  $X$ ;
- В) обратная зависимость  $Y$  от переменных  $X$ .



3) Установить соответствие терминов и их определений:

1. аппроксимация	1. соединение всех точек непрерывной плавной линией
2. интерполяция	2. сглаживание, выявление тренда
3. экстраполяция	3. продление линии тренда за пределы области определения процесса 1-___; 2-___; 3-___.

4) Установить соответствие между именами переменных и их синонимами:

1. факторная	1. ошибка, возмущение, остаток
2. результирующая	2. объясняемая, зависимая, выходная, эндогенная
3. отклонение	3. объясняющая, входная, экзогенная, регрессор 1-___; 2-___; 3-___.

5) Если  $b_1$  будет уменьшаться, то прямая линия  $\hat{y} = b_0 + b_1x$  будет:

- А) подниматься вверх параллельно самой себе;
- Б) поворачиваться по часовой стрелке вокруг точки  $(0; b_0)$ ;
- Д) поворачиваться против часовой стрелки вокруг точки  $(0; b_0)$ .

6) Если  $b_1=1$ , то угол наклона линии регрессии  $\hat{y} = b_0 + b_1x$  равен:

- А)  $45^\circ$ ;    Б)  $60^\circ$ ;    В)  $30^\circ$ .

7) Доверительный интервал прогноза тем больше, чем:

- А) больше выборка;
- Б) больше значение результирующей переменной;
- В) меньше выборка.

8) Несмещенной называется оценка  $\tilde{\theta}$  параметра  $\theta$ , у которой:

- А) минимальная дисперсия;
- Б) максимальное математическое ожидание;
- В) математическое ожидание равно оцениваемому параметру.

9) Найти значение определителя матрицы  $C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ :

- А) 0;    Б) +3;    В) -1.

10) Значения вектора  $b$  для множественной регрессии находятся МНК-методом по формуле:

- А)  $b = M(\varepsilon \cdot \varepsilon')$ ;    Б)  $b = (X'X)^{-1}X'Y$ ;    В)  $b = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ .

11) Доверительный интервал для регрессионного значения выручки магазина с площадью  $X=11$ :

- А)  $\hat{y} - \Delta \leq M_x(X|Y=11) \leq \hat{y} + \Delta$
- Б)  $\hat{y} + \Delta \leq M_x(Y|X=11) \leq \hat{y} - \Delta$ ;
- В)  $\hat{y} - t_{1-\alpha, k} S_{\hat{y}} \leq M_x(Y|X=11) \leq \hat{y} + t_{1-\alpha, k} S_{\hat{y}}$ .

12) Матрица парных коэффициентов корреляции для  $p$  факторных переменных:

- А) квадратная  $p \times p$ , симметричная;

Б) имеет размерность  $n \times r$ , симметричная

В) квадратная  $r \times r$ , несимметричная.

13) Коллинеарная пара векторов:

А) (-3, 1) и (5, 0);    Б) (0, 4) и (1, 0);    В) (2, 4) и (1, 2)

14) Вторым шагом отбора значимых факторов на основе матрицы  $(r_{ij})$ :

А) вычисляем парные коэффициенты корреляции  $r_{ij}$ ;

Б) формируем исходный набор факторов;

В) ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице  $(r_{ij})$ .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы  $(r_{ij})$  остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

А) больше 0,5;    Б) меньше 0,4;    В) больше 1,0.

16) Для функции Кобба-Дугласа  $\hat{Y} = AK^{\alpha}L^{\beta}$  выбрать последовательность наименований 3-х переменных, соответствующую порядку их расположения в формуле:

А) затраты капитала, объём производства, затраты труда;

Б) объём производства, затраты труда, затраты капитала;

В) объём производства, затраты капитала, затраты труда.

### Вариант 3

1) Эконометрика зародилась в начале века:

А) XVIII;    Б) XIX;    В) XX.

2) Основным разделом эконометрики является анализ:

А) математический;    Б) регрессионный;    В) финансовый.

3) На сколько классов делятся Предприятия в моделях Альтмана делятся на:

А) 2 класса;    Б) 3 класса;    В) 4 класса.

4) Установить соответствие: имя переменной - её обозначение:

1. факторная	1. $Y$
2. результирующая	2. $\varepsilon$ (эпсилон), $e$
3. отклонение	3. $X$

1-\_\_; 2-\_\_; 3-\_\_.

5) Состоятельной называется оценка, для которой:

А) математическое ожидание равно оцениваемому параметру;

Б) наблюдается сходимость по вероятности к оцениваемому параметру;

В) дисперсия минимальна.

6) Оценка называется эффективной, если:

А) она несмещенная и имеет минимальную дисперсию;

Б) ее дисперсия минимальна;

В) она несмещенная и удовлетворяет закону больших чисел.

7) Коэффициент корреляции изменяется :

А) от 0 до 1;    Б) от  $-1$  до  $+1$ ;    В) от  $-1$  до 0.

8) Для регрессионной стохастической модели  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$  ( $i=1:n$ ) установить соответствие:

Предпосылка 2: отклонения – центрированные СВ	2. СВ $\varepsilon_i$ и $y_i$ распределены по НЗР
Предпосылка 3: дисперсии отклонений одинаковые	3. $\rho_{\varepsilon_i, \varepsilon_j} = M(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$ для всех $i, j \in 1:n$ и $i \neq j$
Предпосылка 4: отклонения попарно не коррелированы	4. $D(\varepsilon_i) = \sigma^2 = D(y_i)$
Предпосылка 5: все отклонения - нормальные СВ	5. $M(\varepsilon_i) = 0$

2-\_\_\_; 3-\_\_\_; 4-\_\_\_; 5-\_\_\_.

9) Множественный регрессионный анализ изучает модели:

- А) с одной объясняющей переменной;
- Б) без объясняющих переменных;
- В) с несколькими объясняющими переменными.

10) Матрица плана  $X$  имеет размерность:

А)  $n \times (p+1)$ ;    Б)  $n \times p$ ;    В)  $m \times n$ .

11) Стохастическая регрессионная модель в матричной форме имеет вид:

А)  $Y = X \cdot \varepsilon + b$ ;    Б)  $X = Y \cdot \beta + \varepsilon$ ;    В)  $Y = X \cdot \beta + \varepsilon$ .

12) В выражении  $\sum \varepsilon_i^2 = e'e$  символ  $e$  – это:

- А) вектор-столбец отклонений (ошибок),  $n \times 1$ ;
- Б) скаляр – отклонение (возмущение);
- В) матрица факторных переменных,  $m \times n$ .

13) Найти значение определителя матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ :

А)  $-1$ ;    Б)  $+3$ ;    В)  $+6$ .

14) Первый шаг отбора значимых факторов на основе матрицы  $(r_{ij})$ :

- А) Вычисляем парные коэффициенты корреляции;
- Б) Формируем исходный набор факторов;
- В) Ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице  $(r_{ij})$ .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы  $(r_{ij})$  остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

А) больше 0,6;    Б) меньше 0,3;    В) больше  $-1,0$ .

16) Если в качестве критерия использовать коэффициент детерминации  $R^2$ , то траектория отбора факторов методом «вращения»:

- А) не убывает, имеет горизонтальную асимптоту;
- Б) убывает, имеет горизонтальную асимптоту;
- В) возрастает, не ограничена сверху.

## Ч А С Т Ь 2

### Вариант 1

- 1) В «принципе чёрного ящика» ящик назван чёрным, потому что он:
  - А) отражает воздействия из внешней среды;
  - Б) открывает для наблюдателя связи выходной переменной с входными.
  - В) закрывает от наблюдателя связи выходной переменной с входными.
- 2) При объединении двух выборок по методу Чоу используются несколько уравнений регрессии:
  - А) два;    Б) три;    В) четыре.
- 3) Термин “средний коэффициент эластичности” означает, что значение функции эластичности  $E(X)$  будет определено:
  - А) для  $x=\bar{x}$ ;    Б) для  $x \geq 0$ ;    В) для  $x=1$ .
- 4) Стандартизованный коэффициент регрессии  $b_j' = b_j s_{xj} / s_y$ , показывает, на сколько величин  $s_y$  изменится в среднем  $Y$  при увеличении только  $j$ -й объясняющей переменной на:
  - А) единицу;    Б) СКО  $s_{xj}$ ;    В) 1%.
- 5) Коренное отличие *обобщенной* модели от классической состоит только в виде ковариационной матрицы вектора:
  - А) отклонений  $\varepsilon$ ;    Б) параметров  $b$ ;    В) факторов  $X$ .
- 6) Классическая регрессионная модель имеет специальный вид ковариационной матрицы отклонений (здесь  $n=2$ ):
  - А)  $\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;    Б)  $\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ;    В)  $\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- 7) Ковариационная матрица  $\sum_{\varepsilon} = \Omega$  обобщенной модели с произвольными значениями ковариаций и дисперсий:
  - А)  $\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;    Б)  $\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ;    В)  $\sum_{\varepsilon} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 8) Недостаток применения обычного МНК-метода к обобщенной модели состоит в том, что оценки  $b$  вектора параметров:
  - А) несмещенные и состоятельные;
  - Б) не обладают минимальной дисперсией;
  - В) не дают нужного результата.
- 9) В структуре экономического временного ряда в общем случае выделяют несколько специальных рядов:

А) 2;                      Б) 3;                      В) 4.

10) Главным специальным рядом в структуре временных рядов является:

А) тренд;      Б) циклическая компонента;                      В) сезонная составляющая.

11) Автокорреляционная функция является:

А) нечётной;      Б) чётной;                      В) неубывающей.

12) Прогнозный горизонт - это:

А) отрезок времени от настоящего в будущее, на который разрабатывается прогноз;  
 Б) максимально возможный период упреждения;  
 В) отрезок времени от прошлого к настоящему, на основании которого строится прогноз.

13) Выполнению первой предпосылки классического регрессионного анализа способствует то, что факторы X:

А) образуют временные ряды;  
 Б) учитываются с большими погрешностями;  
 В) образуют пространственные выборки.

14) Установить соответствие между «степенью корреляции факторов с отклонениями» и «последствиями для оценки»:

1) Факторы $X_t$ и отклонения регрессии $\varepsilon_t$ не коррелируют.	1) Оценка $b$ в этом случае будет смещенной и несостоятельной.
2) Факторы $X_t$ не коррелируют с отклонениями $\varepsilon_t$ в данный момент $t$ , но коррелируют в более ранние моменты времени $t-1, t-2 \dots$	2) Оценка $b$ перестает быть несмещенной, но остается состоятельной.
3) Факторы $X_t$ коррелированы с отклонениями $\varepsilon_t$ , в том числе в одинаковые моменты времени.	3) Ковариация $Cov(x_s, \varepsilon_t)=0$ для всех $s, t \in 1:n$ ; вектор-оценка $b$ является несмещенной и состоятельной.

1-\_\_; 2-\_\_; 3-\_\_.

15) Регрессионные динамические модели отличаются от классических моделей тем, что у первых факторы:

А) образуют пространственные выборки;  
 Б) являются временными рядами;  
 В) являются не случайными величинами.

16) При делении области определения для понятия «прибыль» на три части – малая, средняя, большая - нечёткое понятие «большая прибыль» описывается функцией принадлежности  $\mu(X)$ ,  $0 \leq \mu(X) \leq 1$ , которая при росте  $X$ , руб:

А) от 0 до некоторого  $X=C$  равна нулю, затем образует колокол, затем опять равна нулю;  
 Б) от 0 до некоторого  $X=C$  равна нулю, затем плавно растёт до  $\mu=1$  и уже не убывает;  
 В) от 0 плавно растёт до 1 и уже не убывает.

## Вариант 2

- 1) Принцип «чёрного ящика» является приёмом:  
А) методологическим; Б) алгоритмическим; В) статистическим.
- 2) В основу проверки схожести двух регрессионных моделей в критерии Чоу положена нулевая гипотеза ( $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$ - вектора-отклонения регрессий):  
А)  $H_0: \beta'=\beta''$  и  $D(\varepsilon')=D(\varepsilon'')=\sigma^2$ ;  
Б)  $H_1: \beta'\neq\beta''$  и  $D(\varepsilon')=D(\varepsilon'')=\sigma^2$ ;  
В)  $H_0: \beta'\neq\beta''$  и  $D(\varepsilon')\neq D(\varepsilon'')$ ;
- 3) Коэффициент эластичности для точки  $X$  показывает:  
А) на сколько процентов изменится  $Y$ , если  $X$  изменится на 1%;  
Б) насколько изменится  $Y$ , если  $X$  изменится на 1%;  
В) насколько изменится  $Y$ , если  $X$  изменится на 1.
- 4) Размерность стандартизованного  $j$ -го коэффициента регрессии равна:  
А) размерности переменной  $\hat{y}$ ;  
Б) не имеет размерности;  
В) отношению размерностей  $\hat{y}$  к  $x_j$ .
- 5) В ковариационной матрице отклонений  $\sum_{\varepsilon}=\sigma^2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  на гомоскедастичность модели указывает то, что:  
А) на главной диагонали имеем равные дисперсии возмущений;  
Б) вне главной диагонали имеем нулевые ковариации;  
В) отсутствует главная диагональ.
- 6) Коренное отличие *обобщенной* модели от классической состоит только в виде ковариационной квадратной матрицы вектора:  
А) параметров  $b$ ; Б) отклонений  $\varepsilon$ ; В) факторов  $X$ .
- 7) Классическая регрессионная модель имеет специальный вид ковариационной матрицы отклонений (здесь  $n=2$ ):  
А)  $\sum_{\varepsilon}=\sigma^2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;      Б)  $\sum_{\varepsilon}=\sigma^2\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;      В)  $\sum_{\varepsilon}=\sigma^2\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ .
- 8) Недостаток применения обычного МНК-метода к обобщенной модели состоит в том, что оценки вектора параметров  $b$ :  
А) несмещенные и состоятельные;  
Б) не обладают минимальной дисперсией;  
В) не дают нужного результата.
- 9) Четвёртой составляющей временного ряда называют компоненту:  
А) случайную;      Б) циклическую;      В) сезонную.
- 10) Два свойства отклонений  $\varepsilon_t$  в классической линейной регрессионной модели, которые позволяют назвать  $\varepsilon_t$  белым шумом:  
А)  $M(\varepsilon_t)=0$ ;      В) некоррелированность  $\varepsilon_t$  между собой;

- Б) нестационарность  $\varepsilon_t$ .    Г) гетероскедастичность ряда.
- 11) При росте лага  $\tau$  колебания коррелограммы:  
 А) усиливаются;    Б) затухают;    В) не затухают.
- 12) Для временного ряда  $y = \{5, 7, 11, 12, 13\}$  первое значение сглаженного ряда методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания  $m=3$ , имеет значение:  
 А)  $z_2=7,0$ ;    Б)  $z_2=8,7$ ;    В)  $z_2=7,7$ .
- 13) Регрессионные динамические модели отличаются от классических моделей тем, что у них факторы являются :  
 А) пространственными выборками; Б) временными рядами; В) не случайными величинами.
- 14) Вектор-оценка  $b$  является несмещенной и состоятельной в случае, если: факторы  $X_t$ :  
 А) и отклонения регрессии  $\varepsilon_t$  не коррелируют;  
 Б) не коррелируют с отклонениями  $\varepsilon_t$  в данный момент  $t$ , но коррелируют в более ранние моменты  $t-1, t-2 \dots$ ;  
 В) коррелированы с отклонениями  $\varepsilon_t$ , в том числе в одинаковые моменты времени.
- 15) Оценка  $b$  перестает быть несмещенной, но остается состоятельной в том случае, если факторы  $X_t$ :  
 А) и отклонения регрессии  $\varepsilon_t$  не коррелируют;  
 Б) не коррелируют с отклонениями  $\varepsilon_t$  в данный момент  $t$ , но коррелируют в более ранние моменты  $t-1, t-2 \dots$ ;  
 В) коррелированы с отклонениями  $\varepsilon_t$  в том числе в одинаковые моменты времени.
- 16) Новое направление в развитии эконометрики:  
 А) статистика объектов нечисловой природы;  
 Б) статистика временных рядов;  
 В) многомерный статистический анализ;  
 Г) статистика числовых случайных величин.

### Вариант 3

- 1) Установить соответствие между этапами эконометрического моделирования и их содержанием:

1. априорный (доопытный)	1. сбор статистических данных, их анализ
2. информационный	2. анализ объекта моделирования, формирование и формализация исходных гипотез и допущений
3. моделирование	3. выбор наиболее подходящей компромиссной функции $Y=f(X)$ для уравнения регрессии 1- __; 2- __; 3- __.

- 2) Индексы частного коэффициента корреляции  $r_{i-j,1,2,\dots,p}$  указывают на то, что:

А) между переменными  $x_i$  и  $x_j$  определяется связь, а все остальные переменные элиминируются;

Б) переменные  $x_i$  и  $x_j$  элиминируются;

В) парный коэффициент корреляции рассчитывается между переменными  $x_i$  и  $x_j$ .

3) Для линейной регрессионной модели функция эластичности  $E(X)=\beta_1/(\beta_0+\beta_1 \cdot X)$  имеет асимптоту:

А) горизонтальную;

Б) вертикальную;

В) наклонную.

4) Для линейризации полинома второй степени  $y=\beta_0+\beta_1x+\beta_2x^2+\varepsilon$  следует ввести новые переменные:

А)  $x_1=x$  и  $x_2 =\ln x^2$ ;

Б)  $x_1=x$  и  $x_2 =x^2$ ;

В)  $x_1=\ln x$  и  $x_2 =x^2$ ;

5) Ковариационная матрица регрессионной модели с гетероскедастичностью ( $n=2$ ):

А)  $\Sigma_{\varepsilon}=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;

Б)  $\Sigma_{\varepsilon}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ;

В)  $\Sigma_{\varepsilon}=\sigma^2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

6) Классическая регрессионная модель - имеет специальный вид ковариационной матрицы отклонений ( $n=2$ ):

А)  $\Sigma_{\varepsilon}=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ;

Б)  $\Sigma_{\varepsilon}=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ;

В)  $\Sigma_{\varepsilon}=\sigma^2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

7) Теорема Айткина утверждает, что оценка  $b$  имеет ковариационную матрицу:

А) наибольшую и смещённость для  $\beta$ ;

Б) наименьшую и несмещённость для  $\beta$ ;

В) наименьшую и смещённость для  $\beta$ .

8) Особенность коэффициента детерминации  $R^2$  обобщённой регрессионной модели:

А) может выходить за интервал  $[0; 1]$ ;

Б) может принимать отрицательные значения;

В) принимает значения в диапазоне от 0 до 1.

9) Циклическая компонента временного ряда - это:

А) прямая линия;

Б) синусоида;

В) экспонента.

10) Для «случайного» процесса  $Y(t)=C$  корреляционная функция будет иметь вид:

А) прямой с отрицательным наклоном;

Б) синусоиды;

В) горизонтальной прямой  $r=1$ .

11) Для временного ряда  $y=\{6, 4, 11, 12\}$  вычислить второе значение сглаженного ряда методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания  $m=3$ :

А)  $z_3=12,0$ ; Б)  $z_3=10,0$ ; В)  $z_3=9,0$ .

12) Точность прогноза - это:

А) отрезок времени от настоящего в будущее, на который разрабатывается прогноз;

Б) его доверительный интервал для заданной доверительной вероятности;



В) отрезок времени от прошлого к настоящему, на основании которого строится прогноз.

13) Регрессионные динамические модели отличаются от классических моделей тем, что у них факторы являются :

- А) временными рядами;
- Б) пространственными выборками;
- В) не случайными величинами.

14) Оценка  $b$  будет смещенной и несостоятельной в случае, если:

- А) факторы  $X_t$  и отклонения регрессии  $\varepsilon_t$  не коррелируют;
- Б) факторы  $X_t$  не коррелируют с отклонениями  $\varepsilon_t$  в данный момент  $t$ , но коррелируют в более ранние моменты  $t-1, t-2 \dots$ ;
- В) факторы  $X_t$  коррелированы с отклонениями  $\varepsilon_t$ , в том числе в одинаковые моменты времени.

15) Требование к инструментальным переменным  $Z_j$  ( $j=1:h$ ):

- А) они не должны тесно коррелировать с  $X_j$ , но коррелировать с  $\varepsilon_j$ ;
- Б) они должны тесно коррелировать с  $X_j$  и не коррелировать с  $\varepsilon_j$ ;
- В) они должны тесно коррелировать и с  $X_j$ , и с  $\varepsilon_j$ .

16) В статистике интервальных чисел сумма чисел  $[2, 3]$  и  $[1, 3]$  равна интервальному числу:

- А)  $[3, 6]$ ;
- Б)  $[1, 3]$ ;
- В)  $[2, 9]$ .

Приложение № 2

**ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

**ЧАСТЬ 1 (темы 1-4)**

**Тема 1. Основные понятия эконометрики**

**Решение задач**

**Задача 1.** Построить график функции  $u_4(x)$  модели Л. Торнквиста (уравнение баланса), раскрыть её экономическое содержание.

**Задача 2.** Параметрический анализ функции. Построить в общем виде графики 3-х функций парных регрессий:  $\hat{y} = b_0 + b_1x$ ;  $\hat{y} = (b_0+c) + b_1x_1$ ;  $\hat{y} = b_0 + (b_1+c)x_1$ . Сделать выводы.

**Задача 3.** Раскрыть экономический смысл параметров  $b_0$  и  $b_1$ , если парная регрессия  $\hat{y} = b_0 + b_1x$  – модель магазина, где  $x$  – площадь,  $y$  – суточная выручка.

**Задача 4.** Раскрыть экономический смысл параметров  $b_0$  и  $b_1$ , если парная регрессия  $\hat{y} = b_0 + b_1x$  – модель зависимости затрат  $y$  ( $y$  – сумма постоянных и переменных затрат) – руб/год - от объёма производства  $x$ .

**Задача 5.** Раскрыть экономический смысл параметров  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  регрессионной модели магазина  $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ , где  $x_1$  – площадь магазина,  $x_2$  – площадь паркинга,  $y$  – суточная выручка

**Задача 6.** Вывести уравнение асимптоты  $y=b_0$  для функции Торнквиста

$$y_1 = \frac{b_0x}{b_1+x}$$

используя правило Лопиталья. В чём экономический смысл этой асимптоты в модели потребления?

**Задача 7.** Вычислить значение 1-й производной 1-й функции Торнквиста в точке (0;0). Как это знание помогает при построении линии  $u_1(x)$ , в чём экономический смысл этой производной.

**Задача 8.** Дана генеральная совокупность значений СВ X: 2, 4, 6, 3, 1. Вычислить генеральную среднюю арифметическую  $\bar{x}_g$ , а также все выборочные средние  $\bar{x}$  для  $n=3$ , сопоставить их, сделать выводы.

**Задача 9.** Дана генеральная совокупность значений СВ X: 2, 4, 6, 3, 1. Вычислите генеральную среднюю арифметическую  $\bar{x}_g$ , постройте последовательность выборочных средних арифметических для  $n=2, 3, 4$ . Сделать выводы, см (3.2).

**Задача 10.** В графу 2 таблицы дописать содержание этапа эконометрического моделирования.

Этап	Содержание этапа
1 Постановочный	Формулирование ...
2 Априорный*(доопытный, предварительный)	Проведение ...
3 Информационный	Сбор ...
4 Моделирование	Выбор...
5 Идентификационный	Статистический ...
6 Оценка качества модели	Проверка ...
7 Интерпретация результатов моделирования	Анализ...

### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 1

- 1) Расшифровать аббревиатуры: ЗР, МНК, МО, НЗР, СВ, СКО.
- 2) Что означают переменные с именами:  $m$ ,  $n$ ,  $p$ ?
- 3) Что означают выражения  $D(X)$ ,  $M_x(Y)$ ,  $\sum_{i=1}^n X_i$  ?
- 4) Назовите 4 синонима термина «фактор  $X$ ».
- 5) Назовите 4 синонима термина «результатирующая переменная  $Y$ ».
- 6) Назовите 3 синонима термина «отклонение ( $\epsilon$  или  $e$ )».
- 7) Дайте определение эконометрики как науки.
- 8) Что является предметом и методом эконометрики?
- 9) Дайте строгое определение регрессии, запишите её формульное выражение, создайте графический образ.
- 10) В чём отличие уравнения регрессии от регрессионной модели?
- 11) Сформулируйте содержательную постановку задачи-1 и задачи-2.
- 12) На какие 2 класса линия регрессии разделяет магазины на рис. 1.1.
- 13) Модель Альтмана – уравнение регрессии, какова природа результирующей переменной  $Z$ ?
- 14) Модель Альтмана – уравнение регрессии, её относят к дискриминантному анализу; на какие классы оно делит – дискриминирует - предприятия?
- 15) Что общего у всех пяти факторов в модели Альтмана?
- 16) Имеет ли функция Торнквиста  $y_2(x)$  асимптоту?
- 17) Перечислите трудности получения больших однородных выборок?
- 18) Что такое пространственные и временные выборки?
- 19) Что такое модель, математическая модель, моделирование?
- 20) В чём суть одного из принципов моделирования – принципа чёрного ящика?

### Тема 2. Парный регрессионный анализ

#### Решение задач

**Задача 1.** МНК. Уравнение  $\partial S / \partial b_0 = 2 \sum (b_0 + b_1 x_i - y_i) = 0$  привести к линейному виду  $b_0 n + b_1 \sum x_i = \sum y_i$ .

**Задача 2.** МНК. Уравнение  $\partial S / \partial b_1 = 2 \sum (b_0 + b_1 x_i - y_i) x_i = 0$  привести к линейному виду  $b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$ .

**Задача 3.** Даны выборки двух СВ:  $X = 1, 3, 5$  и  $Y = 13, 10, 7$ . Рассчитать коэффициент корреляции, выполнить анализ алгоритма решения задачи:

1) Выбираем рабочую формулу, например,  $r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n s_x s_y}$

2) Рассчитываем средние арифметические  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$

3) Формула для расчёта дисперсий  $s_x^2$  и  $s_y^2$ :  $s_x^2 = \sum (x - \bar{x})^2 / (n-1)$

4) Подставляем все значения в рабочую формулу и вычисляем  $r_{xy}$ .

**Задача 4.** Определить графически и аналитически прогнозное среднее значение выручки  $\hat{y}$  для нового магазина с площадью  $x=11$  на основе регрессионной модели  $\hat{y} = 0,43 + 1,54x$ . Выполнить анализ алгоритма решения задачи:

1) В координатах  $XOY$  строим прямую линии для уравнения регрессии  $\hat{y}_i = 0,43 + 1,54x$ .

- 2) Находим графически прогнозное значение выручки  $\hat{y}_i$  для  $x=11$ .
- 3) Вычисляем прогнозное значение выручки для  $x=11$ :  $\hat{y}_i=0,43+1,54 \cdot 11=17,37$ .
- 4) Результаты п.п 3 и 4 должны совпадать.

**Задача 5.** В рамках модели магазина дать точное определение переменным и создать их графические образы в координатах ХОУ: на рисунке:  $y_2, \bar{y}, \hat{y}_2, x_3, \hat{y}_2- y_2, e_3, s_x, s$ .

**Задача 6.** Проанализировать решение. Кадровая служба изучает связь между эффективностью труда сотрудников (шкала от 1 до 5) и образованием. Составлена таблица, представлены ранги (выделены жирно):

ФИО	Образование, x		Эффективность, y		Разность рангов	Квадрат разности $d_i^2$
	Признак $x_1$	Ранг $r_i$	Признак $x_2$	Ранг $s_i$		
А	Магистр	<b><math>(1+2)/2=1.5</math></b>	5	<b>1</b>	-0.5	0.25
Б	Специалист	<b><math>(5+6)/2=5.5</math></b>	2	<b>5</b>	-0.5	0.25
В	Специалист	<b>3</b>	4	<b>2</b>	-1	1
Г	Магистр	<b><math>(1+2)/2=1.5</math></b>	3	<b><math>(3+4)/2=3.5</math></b>	2	4
Д	Специалист	<b><math>(5+6)/2=5.5</math></b>	1	<b>6</b>	1.5	2.25
Е	Бакалавр	<b>4</b>	3	<b><math>(3+4)/2=3.5</math></b>	-0.5	0.25
						$\Sigma d_i^2=8,0$

Вычислим коэффициент ранговой корреляции (число работников  $n=6$ ):

$$\rho_{x,y} = 1 - \frac{6 \Sigma d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \cdot 8,00}{6(6^2-1)} = 1 - 0,23 = 0,77.$$

Вывод: довольно высокое значение коэффициента ранговой корреляции показывает, что эффективность труда работников существенно зависит от уровня их образования.

**Задача 7.** Проанализировать решение. Дано: линейное уравнение регрессии  $\hat{y} = 5 + 6x_1 - 2x_2$ , выборочные средние:  $\bar{x}_1 = 10, \bar{x}_2 = 20, \bar{y} = 25$ . Найти частную функцию эластичности по переменной  $x_2$ .

- 1) Искомая функция эластичности:  $E_{x_2}(\hat{y}) = (\partial \hat{y} / \partial x_2) (x_2 / \hat{y}) = -2x_2 / (5 + 6x_1 - 2x_2)$ .
- 2) Положим  $\bar{x}_1 = 10$  и получим частную функцию эластичности  $E(x_2) = -2x_2 / (65 - 2x_2)$ .
- 3) Для  $\bar{x}_2 = 20$  получим средний частный коэффициент эластичности  $\hat{y}$  по  $x_2$ :  $E_{\bar{x}_2} = \frac{-2 \cdot 20}{65 - 2 \cdot 20} = -1,60$ .
- 4) Вывод: в окрестности выборочных средних увеличение  $x_2$  на 1% приводит к уменьшению  $\hat{y}$  на 1,60%.

### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 2

- 1) В чем суть методов наименьших квадратов, наименьших модулей?
- 2) В чем различие между параметрами уравнения регрессии  $\beta_0, \beta_1$  и  $b_0, b_1$ ?
- 3) Что общего и в чем отличие коэффициента корреляции  $r$  и ковариации  $Cov(X, Y)$ ?
- 4) Какой вывод следует из того, что коэффициент корреляции  $r=0$ ?
- 5) Приведите произвольный числовой пример выборки  $(x_i, y_i)$  из 4 пар.
- 6) Назовите пять предпосылок, которым должна отвечать классическая линейная нормальная регрессионная модель.
- 7) Дайте определения типам оценок: несмещенная, состоятельная, эффективная.

- 8) Какими свойствами обладают оценки  $b_0$  и  $b_1$  по теореме Гаусса-Маркова?
- 9) В чем смысл метода максимального правдоподобия?
- 10) Определите понятия: доверительная вероятность, доверительный интервал.
- 11) Раскройте смысл понятия доверительного интервала для линии регрессии  $\hat{y}(x)$ .
- 12) Раскройте смысл понятия доверительного интервала для индивидуального значения прогноза  $y_0(x)$ .
- 13) Для оценки точности прогноза какой из двух типов доверительных интервалов вы выберете?
- 14) Верно ли суждение: чем больше уровень значимости, тем больше доверительный интервал?
- 15) Создайте графический образ доверительного интервала для коэффициента регрессии.
- 16) Раскройте смысл понятия: оценка значимости регрессии.
- 17) Проверьте истинность равенства (2.32)  $Q = Q_R + Q_e$  для выборок  $X=(2, 4, 6, 9)$  и  $Y=(1, 5, 6, 12)$ .
- 18) Раскройте смысл выражения:  $H_0: \beta_1=0$ .
- 19) Каким образом коэффициент детерминации  $R^2$  характеризует значимость регрессии?
- 20) Тесноту связей каких переменных измеряет коэффициент ранговой корреляции Спирмена?

### Тема 3. Множественный регрессионный анализ

#### Решение задач

**Задача 1.** Для матрицы  $A$  найти матрицу, составленную из алгебраических дополнений  $(A_{ij})$ .

Решение.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; (A_{ij}) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}; A_{11} = + \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3; A_{12} = - \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -10; \text{ и т.д. } (A_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -10 \\ -5 & -2 & 17 \\ 7 & 3 & -25 \end{pmatrix}$$

**Задача 2.** Найти определитель матрицы  $A$  из задачи 1.

Решение. Это определитель 3-го порядка. Его можно вычислить непосредственно, а можно - путем разложения на определители 2-го порядка. Выберем 2-й подход:

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 6(-1) + 1(-10) = -1.$$

**Задача 3.** Для матрицы  $A$  из задачи 1, используя решение задачи 2, найти обратную матрицу  $A^{-1}$ .

Решение.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} (A_{ij})' = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -10 \\ -5 & -2 & 17 \\ 7 & 3 & -25 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -3 & 5 & -7 \\ -1 & 2 & -3 \\ 10 & -17 & 25 \end{pmatrix}$$

**Задача 4.** Проверить, выполняется ли равенство:  $A \cdot A^{-1} = E$ , где  $E$  - единичная матрица (всюду нули, а на главной диагонали единицы):

Решение.  $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} -3 & 5 & -7 \\ -1 & 2 & -3 \\ 10 & -17 & 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Вывод: равенство выполняется.

**Задача 5.** Вычислить остаточную дисперсию по формуле  $s^2 = \frac{e' e}{n - p - 1}$  и данным:  $e = 2, 4, 1, 3$ ;  $p=2$ . Записать уравнение регрессии в общем виде.

**Задача 6.** Вычислить интервал для  $\sigma^2$ , используя данные задачи 5.

**Задача 7.** Для парной регрессии (с переменной  $x_1$ ) скорректированный коэффициент детерминации равен 0.90, а для регрессии с переменными  $x_1$  и  $x_2$  он равен 0.86. Какие можно сделать выводы.

### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 3

- 1) Что такое матрица?
- 2)  $A$  и  $B$  матрицы; верно ли утверждение:  $A \cdot B = B \cdot A$ ?
- 3) Запишите произвольный числовой пример линейной стохастической модели множественной регрессии для  $i=2$ ,  $p=2$  и  $n=3$ .
- 4) Какая модель называется классической ЛММР?
- 5) Какая модель называется нормальной КЛММР?
- 6) Нарисуйте в виде прямоугольников схему для матричного выражения  $Y = X\beta + \varepsilon$ .
- 7) В чём состоит идея 6-й предпосылки для КНЛММР, что будет, если она не выполняется?
- 8) В чём смысл оптимальности  $b$  из матричного уравнения  $\nabla_b S = 0_n$ ?
- 9) Является ли оценка  $b$  по МНК в множественной регрессии эффективной?
- 10) Что является неизвестным в матричном выражении:  $X'X \cdot b = X'Y$ ?
- 11) Расскажите всё, что можно о выражении  $N_n(0, \sigma^2 E_n)$ .
- 12) Что означает дословно термин «ковариация»?
- 13) Какова размерность ковариационной матрицы векторной СВ  $(b_1, b_2)$ ?
- 14) Что означает  $\Sigma_b$  в выражении  $\Sigma_b = \sigma^2 (X'X)^{-1}$ , приведите произвольный числовой пример такой матрицы.
- 15) На произвольном числовом примере раскройте смысл математических объектов: векторы  $e$  и  $e'$ , скаляры  $s^2$ ,  $p$ ,  $e_i$ .
- 16) В чём состоит нулевая гипотеза  $H_0$  при оценке значимости уравнения множественной регрессии?
- 17) В чём преимущество скорректированного коэффициента детерминации перед обычным коэффициентом  $R^2$ ?

### Тема 4. Мультиколлинеарность и нелинейные регрессионные модели

#### Решение задач

**Задача 1.** На плоскости  $XOY$  нарисовать два полностью неколлинеарных вектора  $X_1$  и  $X_2$ . Как называются такие вектора. Записать и вычислить их скалярное произведение.

**Задача 2.** На плоскости  $XOY$  нарисовать два полностью и два частично коллинеарных вектора  $X_1, X_2$  и  $X_3, X_4$ . Записать и вычислить их скалярные произведения. Какое место в регрессионном анализе занимают эти вектора.

**Задача 3.** Построить корреляционную матрицу для выборок  $X_1=(1, 2, 4), X_2=(2, 4, 6)$  двух случайных величин. Провести по этой матрице отбор значащих факторов:  $X_1$  и  $X_2$ .

**Задача 4.** Реализовать шаг за шагом процедуру отбора наиболее значимых факторов «методом вращения» для уравнения регрессии с переменными  $X_1-X_4$ , иллюстрируя её графически, все значения назначать «предположительно» (без вычислений).

#### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 4

- 1) О каких векторах идёт речь при анализе на мультиколлинеарность.
- 2) Создайте числовой пример матрицы с мультиколлинеарными векторами, для которых не выполняется 6-я предпосылка.
- 3) Какие алгебраические и содержательные неприятности влечет высокая мультиколлинеарность?
- 4) Как выявляют и уменьшают степень мультиколлинеарности по матрице парных коэффициентов корреляции?
- 5) В чем суть метода отбора значащих факторов и уменьшения мультиколлинеарности методом «вращения» факторов?
- 6) Сколько нужно построить уравнений регрессий и вычислить оценок остаточной дисперсии  $s^2$  (или  $R^2$ ) при отборе факторов методом вращения для исходного набора факторных переменных?
- 7) По какому признаку помимо мультиколлинеарности метод «вращения» отбраковывает факторные переменные - кандидаты на включение в регрессию.
- 8) Нарисуйте бинарное дерево классификации регрессий.
- 9) К какому классу нелинейности относится регрессия  $y=\beta_0 + \beta_1/x + \varepsilon$ ?
- 10) Приведите степенную функцию  $y = \beta_0 x^{\beta_1} + \varepsilon$  к линейному виду. К какому классу нелинейностей относится эта функция?
- 11) Какая проблема возникает при применении МНК-метода для регрессионных моделей, нелинейных по параметрам и внутренне нелинейным?
- 12) Если атрибутивная переменная имеет  $k$  значений, то сколько нужно фиктивных (булевских) переменных включить в регрессию?

## ЧАСТЬ 2 (темы 5-8)

### Тема 5. Некоторые методы регрессионного анализа

#### Решение задач

**Задача 1.** Для критерия Чоу по трём выборкам строятся три регрессионные модели. Выборки нельзя объединять с уровнем значимости  $\alpha$ , если выполняется неравенство - критерий Чоу:

$$F = \frac{(\sum e_i^2 - \sum' e_i^2 - \sum'' e_i^2)(n - 2p - 2)}{(\sum' e_i^2 + \sum'' e_i^2)(p + 1)} > F_{\alpha, p+1, n-2p-2}$$

где  $\Sigma$  - оператор суммирования по  $i$  от 1 до  $n$  (по отклонениям объединенной регрессии),

$\Sigma'$  - оператор суммирования по  $i$  от 1 до  $n_1$ ,

$\Sigma''$  - оператор суммирования по  $i$  от  $n_1+1$  до  $n$ .

Задание: а) присвоить всем переменных в формуле произвольные правдоподобные значения, б) значение СВ  $F$  вычислить, в) значение  $F$ -критерия Фишера взять из таблицы (использовать МНК не нужно), г) экономическое содержание, например, такое: выборка по мужчинам и по женщинам, зарплата зависит от стажа.

Требуется определить: можно ли выборки по мужчинам и по женщинам объединить в одну.

**Задача 2.** Для модели магазина - линейной парной регрессии  $\hat{y}=0,43+1,54x$  - построить функцию эластичности, исследовать её, определить значение коэффициента эластичности для  $x=\bar{x} = 3,43$  (млн.руб.), сформулировать его экономический смысл.

**Задача 3.** Дано парное уравнение регрессии со степенной функцией:  $\hat{y}=5 \cdot x^{1/2}$ . Найти функцию и средний коэффициент эластичности. Выполнить анализ решения задачи.

Решение. По определению и путём преобразований функция эластичности примет вид:

$$E_x(\hat{y}) = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x} \cdot \frac{x}{\hat{y}} = 5 \frac{1}{2} x^{-1/2} \frac{x}{5x^{1/2}} = 0,5.$$

Ответ: функция эластичности для степенной функции есть константа.

**Задача 4.** Дано:  $b_2=3,6$ ;  $s_{x2}=2$ ;  $s_y=2,2$ ; формула  $b_2' = b_2 s_{x2} / s_y$ . Определить стандартизованное значение коэффициента регрессии.

**Задача 5.** Проанализировать решение. Дано: формула для частного коэффициента корреляции и пример корреляционной матрицы:

$$R_{i,j,1,2,\dots,p} = -\frac{q_{ij}}{\sqrt{(q_{ii}q_{jj})}}, \quad i \neq j, \quad q_{p=3} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,7 & 1 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

Записать формулу для частного коэффициента корреляции  $r_{1-2,3}$  - случай трех факторных переменных ( $p=3$ ) - и вычислить его значение на основе корреляционной матрицы. Выполнить анализ решения задачи:

Решение. Построим алгебраические дополнения на основе матрицы, а затем и саму формулу ( $i=1, j=2, k=3$ ):

$$q_{11} = +(1 - r_{23}^2) = 0,75$$

$$q_{22} = +(1 - r_{13}^2) = 0,64$$

$$q_{12} = -(r_{12} - r_{13} r_{23}) = -0,40$$

$$r_{1-2,3} = \frac{-(- (r_{12} - r_{13} r_{23}))}{\sqrt{[(1 - r_{23}^2)(1 - r_{13}^2)]}} = \frac{0,40}{\sqrt{(0,75 \cdot 0,64)}} = 0,58.$$

Ответ: частный коэффициент корреляция между  $x_1$  и  $x_2$  при исключении влияния  $x_3$ :  $r_{1-2,3}=0,58$ , его значение достаточно высоко.

**Задача 6.** Для условий задачи 5 и значений:  $r_{12}=0,6$ ;  $r_{13}=r_{23}=0,8$  вычислить частный коэффициент корреляции  $r_{1-2,3}$ .



Ответ:  $r_{1-2,3} = -0,11$ .

### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 5

- 1) Как называется случайная величина  $F$ , значение которой рассчитывается в критерии Чоу?
- 2) Можно ли сказать, что алгебраическое выражение в критерии Чоу есть отношение дисперсий?
- 3) Почему для функции  $E(X)$  взято название «функция эластичности», что в ней «эластичного»?
- 4) Как выглядят функции  $E(X)$  с низкой эластичностью и с высокой? Нарисуйте их.
- 5) Как будет выглядеть функция эластичности для такого товара, как соль?
- 6) Формула для стандартизированного коэффициента регрессии  $b_j' = b_{jx_j}/s_y$ . Какова его размерность (на примере модели магазина), что он показывает?
- 7) Чем является выражение  $q_{ij}$  в правой части формулы для частного коэффициента корреляции  $r_{i-j,1,2,\dots,p} = -\frac{q_{ij}}{\sqrt{(q_{ii} q_{jj})}}$  ?

$$r_{i-j,1,2,\dots,p} = -\frac{q_{ij}}{\sqrt{(q_{ii} q_{jj})}}$$

- 8) Что означают переменная и индексы в левой части формулы для частного коэффициента корреляции:  $r_{i-j,1,2,\dots,p}$ , см вопрос 7.
- 9) Почему коэффициент  $r_{i-j,1,2,\dots,p}$  называется частным, какой коэффициент можно ему противопоставить? См вопросы 7 и 8.

### Тема 6. Обобщённая линейная модель множественной регрессии

#### Решение задач

**Задача 1.** Коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $\rho_{xe}$ . Дано:  $n=4$ ; разности  $d_i = x_i - e_i$  между рангами значений  $x_i$  и  $e_i$   $i$ -го объекта  $(-2, 1, 1, 2)$ . Рассчитать значение  $\rho_{xe}$ .

**Задача 2.** Тест Спирмена на наличие гетероскедастичности. Дано:  $n=4$ ; коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $\rho_{xe}=0,9$ ; уровень значимости  $\alpha=0,20$ ;  $t$ -критерий Стьюдента  $t_{1-0,2,4-2} = 1,89$ . Проверить справедливость гипотезы  $H_1$  о наличии гетероскедастичности.

**Задача 3.** Рассчитать коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $\rho_{xe}$ . Исходные данные берём из [с.40, Настин Ю.Я. Эконометрика: УМП по освоению, 2019];  $n=7$ ; вектор  $X=(1, 1, 2, 3, 4, 5, 8)$ ; вектор  $|e|=(0,0/ 1,03/ 0,47/ 0,0/ 1,59/ 1,13/ 1,25)$ .

**Задача 4.** Тест Спирмена на наличие гетероскедастичности. Дано:  $n=7$ ; коэффициент ранговой корреляции Спирмена  $\rho_{xe}=0,9$ ; (2-й вариант задачи – взять значение  $\rho_{xe}$  из задачи 3); уровень значимости  $\alpha=0,20$ ;  $t$ -критерий Стьюдента  $t_{1-0,2,4-2} = 1,89$ . Проверить справедливость гипотезы  $H_1$  о наличии гетероскедастичности.

**Задача 5.** Тест Голдфелда-Квандта на наличие гетероскедастичности. Исходные данные берём из [с.40, Настин Ю.Я. Эконометрика: УМП по освоению, 2019];  $n=7$ ; в порядке возрастания  $X$  вектор  $e^2=(0,0/ 1,06/ 0,22/ 0,0/ 2,53/ 1,28/ 1,56)$ . Принять  $m=3$  (выбираем 3 первых значения и 3 последних), уровень значимости  $\alpha=0,05$ ; число переменных  $p=1$ ,  $F_{0,05,2,2} = 19$ .

### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 6

- 1) В чём состоит коренное отличие *обобщенной* линейной модели множественной регрессии от классической?

- 2) Как выглядит ковариационная матрица вектора отклонений  $\epsilon$  у классической регрессионной модели?
- 3) Какова связь между терминами обобщённая модель и гетероскедастичность?
- 4) Какова главная идея теста ранговой корреляции Спирмена для проверки на наличие гетероскедастичности?
- 5) Какую проблему решает теорема Айткена (применительно к обобщённому МНК)?
- 6) Какая проблема встаёт при попытке использовать теорему Айткена - применить обобщённый МНК?
- 7) Какими качествами будет обладать вектор-оценка  $b$ , если мы в случае гетероскедастичности применили обычный МНК?
- 8) Какова главная идея теста ранговой корреляции Спирмена для проверки регрессионной модели на наличие гетероскедастичности?
- 9) Какова главная идея теста Голдфелда-Квандта для проверки регрессионной модели на наличие гетероскедастичности?
- 10) В чём особенность и назначение взвешенного МНК?

## Тема 7. Регрессионные модели временных рядов и прогнозирование

### Решение задач

**Задача 1.** Для моментов времени  $t=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  дан временной ряд  $y=\{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$ . Выполнить сглаживание методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания  $m=3$  (здесь  $k=1$ ). Продолжить вычисления для  $z_4$  и  $z_5$ . Нарисовать графики.

*Решение.* а) Обозначим сглаженный ряд через  $z$ .

б) Вычислим все значения сглаженного ряда - тренда:

- значения  $z_1$  и  $z_6$  не существуют,
- $z_2=(5+7+11)/3=7,7$ ;
- $z_3=(7+11+12)/3=10,0$ ;
- $z_4=$ \_\_\_\_\_;
- $z_5=$ \_\_\_\_\_.

**Задача 2.** Пусть дан ряд:  $t\in 1:6$ ,  $y=\{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$  и ширина окна сглаживания  $m=4$  (здесь  $k=2$ ). Вычислить значения тренда. Нарисовать графики.

1) Вычислим значения тренда для промежуточных значений времени 2,5; 3,5; ... и т.д. до конца.

2) Вычислим значения тренда:

- для  $t=3$  как среднее между 2,5 и 3,5,
- для  $t=4$  как среднее между 3,5 и 4,5 и т.д. до конца.

**Задача 3.** Пусть дан ряд:  $t\in 1:6$ ,  $y=\{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$  и ширина окна сглаживания  $m=3$ . Рассчитать средневзвешенные значения тренда.

1) Брокер на основе своего опыта задаёт по возрастанию веса курсов акций  $\{0,2; 0,3; 0,5\}$ , их сумма, конечно, равна 1,0.

2) Рассчитываем средневзвешенные значения тренда как суммы произведения весов на значения ряда  $y$ :

- для  $t=2$ :  $z_2=(0,2\cdot 5+0,3\cdot 7+0,5\cdot 11)=8,6$ ;

- для  $t=3$ :  $z_3=(0,2 \cdot 7+0,3 \cdot 11+0,5 \cdot 12)=10,7$ ; и т.д.

**Задача 4.** Метод скользящих средних на основе экспоненциального сглаживания (метод Брауна). Пусть дан ряд:  $t \in 1:6$ ,  $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$ .

1) Запишем выражение  $z_t = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j y_{t-j} + (1-\alpha)^t y_0$  (6.9), например, для  $t=4$  при  $\alpha=0,4$  и  $m=3$ .

2) Вычислим  $y_0$ , используя формулу простого скользящего среднего:  $y_0 = z_2 = (t_1 + y_2 + t_3) / 3$ .

3) Искомое выражение для  $t=4$ :  $z_{t=4} = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j y_{t-j} + (1-\alpha)^t y_0 = 0,4 \cdot \sum_{j=0}^3 0,6^j \cdot y_{4-j} + 0,6^4 y_0 = 0,4(1 \cdot y_4 + 0,6^1 \cdot y_3 + 0,6^2 y_2 + 0,6^3 y_1) + 0,6^4 y_0$ .

3) И т.д.

**Задача 5.** Даны динамический ряд  $t \in 1:7$ ,  $y = \{6, 4, 8, 4, 6, 3, 9\}$  и окно шириной  $m=3$ . По формуле  $z_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot z_{t-1}$  рассчитать экспоненциальные средние тренда  $z_t$ , сделать прогноз на 2 шага.

№п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y_t$	6	4	8	4	6	3	9	7,77	7,77
$z_t$	-	6,00	6,80	5,68	5,81	4,69	6,41	7,77	7,77

1) Поскольку длина интервала  $m=3$  нечётна, то усреднённое значение тренда будем связывать с серединой интервала.

2) Примем значение параметра сглаживания  $\alpha=0,4$ .

3) В качестве первоначального значения экспоненциального скользящего среднего используем простое скользящее среднее  $z_2 = (6+4+8)/3=6$ .

4) Для  $t=3$   $z_3 = 0,4 \cdot 8 + 0,6 \cdot 6 = 6,8$ ;

5) Для  $t=4$   $z_4 = 0,4 \cdot 4 + 0,6 \cdot 6,8 = 5,68$ ;

6) Для  $t=5$   $z_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

7) Для  $t=6$   $z_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

8) Для  $t=7$   $z_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

9) Прогноз для  $t=8$   $z_{7+1} = 6,41 + 0,4(9-6,41) = 7,77$

10) Прогноз для  $t=9$   $z_{7+2} = 7,77 + 0,4(7,77-7,77) = 7,77$ .

### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 7

- 1) Что такое временной (динамический) ряд?
- 2) Раскройте структуру временного ряда.
- 3) По каким признакам временные ряды делятся на стационарные и нестационарные?
- 4) Какова природа корреляционной функции, что она отражает?
- 5) Какой вид имеет корреляционная функция процесса  $y(t)=C$ ?
- 6) Какими характеристиками обладает «нормальный белый шум»?
- 7) Какой признак образует два вида метода скользящей простой арифметической?
- 8) Дан временной ряд  $y_t$  для  $t \in 1:6$ . Почему при сглаживании методом скользящей простой средней арифметической и ширине окна  $m=3$  значения  $z_1$  и  $z_6$  сглаженного ряда не существуют?
- 9) Дайте определение прогноза.
- 10) Что такое точность прогноза?
- 11) Что является содержанием этапа прогнозной ретроспекции?
- 12) Приведите несколько методов верификации прогнозов.

- 13) Каковы последствия нарушения условия  $\rho_{\varepsilon_i, \varepsilon_j} = M(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$  при расчёте обычным МНК-методом оценок параметров регрессии?
- 14) Что положено в основу расчёта статистики Дарбина-Уотсона  $d$ ?
- 15) Что положено в основу теста Бреуша-Годфри?
- 16) Классифицируйте регрессионную модель  $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2}$ .
- 17) Классифицируйте регрессионную модель  $y_t = \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}$ .
- 18) Классифицируйте регрессионную модель  $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ .

## Тема 8. Регрессионные динамические модели

### Решение задач

**Задача 1.** Заполнить пропуски. Если факторы  $X_t$  и ошибки регрессии  $\varepsilon_t$  не коррелируют, то генеральная ковариация  $Cov(x_s, \varepsilon_t) = \_\_\_$  для всех  $s, t \in 1:n$ , а вектор-оценка  $b$  является  $\_\_\_$  и  $\_\_\_$ .

**Задача 2.** Заполнить пропуски. Если факторы  $X_t$  не коррелируют с ошибками  $\varepsilon_t$  в данный момент  $t$ , но коррелируют в более ранние моменты времени  $t-1, t-2 \dots$  то оценка  $b$  перестаёт быть  $\_\_\_$ , но остаётся  $\_\_\_$ .

**Задача 3.** Заполнить пропуски. Если факторы  $X_t$  коррелированы с ошибками  $\varepsilon_t$ , в том числе в одинаковые моменты времени, то оценка  $b$  в этом случае будет  $\_\_\_$  и  $\_\_\_$ .

### Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 8

- 1) Каковы причины стохастичности регрессоров (факторов), ведь в классическом анализе они считаются детерминированными?
- 2) Что приводит к значительно более неприятным последствиям: а) коррелированность факторов и ошибок, б) гетероскедастичность или автокорреляция?
- 3) Какая причина, по вашему мнению, сильнее способствуют коррелированности факторов и отклонений: а) на отклонение  $\varepsilon$  воздействуют те же факторы, что и на сами факторы (через воздействие на результирующую переменную); б) случайные ошибки при измерении (регистрации)  $X$ ?
- 4) Почему, по вашему мнению, в регрессионных моделях на основе пространственных выборок обычно выполняется условие независимости отклонений и коэффициент корреляции между отклонениями  $r(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  для  $i \neq j$ ?
- 5) Какие модели называются моделями с наличием автокорреляций?
- 6) В чём суть теста на наличие автокорреляций Дарбина-Уотсона?
- 7) В чём суть теста на наличие автокорреляций Бреуша-Годфри?
- 8) В чём суть авторегрессионной модели  $p$ -го порядка  $AR(p)$ :  $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + \varepsilon_t$ ;  $t \in 1:n$ ?
- 9) В чём суть модели скользящей средней  $q$ -го порядка  $MA(q)$ :  $y_t = \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \gamma_q \varepsilon_{t-q}$ ;  $t \in 1:n$ ?
- 10) В чём суть авторегрессионной модели скользящей средней, на примере  $ARMA(p=2, q=2)$ :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}; t \in 1:n$$

Приложение № 3

**ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ №1 И №2  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ**

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1**

Описание контрольной работы №1. Работа состоит из ответов на 2 теоретических вопроса и решения 3-х задач. Задачи 1 и 2 решаются вручную – это принципиально важно. Они объёмны, одинаковы с точки зрения содержания и алгоритмов, но каждый студент получает индивидуальные исходные данные. Задача 3 состоит из 3-х подзадач, все они решаются в Excel (в том числе решаются задачи 1 и 2).

**ВАРИАНТ 1**

Теоретический вопрос 1. Эконометрическая модель домохозяйства в виде зависимостей потребления от дохода (4 алгебраических выражения - модель Торнквиста).

Теоретический вопрос 2. Классификация нелинейных регрессионных моделей; пример линеаризации модели нелинейной по переменным, но линейной по параметрам.

**Задача 1**

Торговая компания располагает семью магазинами типа «Морепродукты». Компания планирует построить восьмой магазин с торговой площадью  $1100 \text{ м}^2$ , для этого она разрабатывает бизнес-план и в том числе - эконометрическую модель магазина в виде уравнения парной линейной регрессии. На этой модели специалисты хотят исследовать зависимость среднегодовой суточной выручки  $Y$  от площади магазина  $X$  и спрогнозировать среднесуточную выручку магазин-8. Выполнить построение и поэтапное исследование модели магазина.

- 1) В координатах  $XOY$  построить корреляционное поле зависимости выручки от площади магазинов -  $y(x)$ .
- 2) Построить график линии регрессии - с помощью Excel.
- 3) Найти методом наименьших квадратов параметры  $b_0$  и  $b_1$  регрессии.
- 4) Проверить аналитически и графически: линия регрессии проходит через средние  $(\bar{x}, \bar{y})$ ?
- 5) Сформулировать экономический смысл параметров регрессии.
- 6) Вычислить коэффициент корреляции между переменными  $X$  и  $Y$ .
- 7) Определить графически и аналитически точечный прогноз выручки магазина-8.
- 8) Определить интервальный регрессионный прогноз выручки магазина-8 на основе 95%-го доверительного интервала.
- 9) Найти с надежностью 0,95 интервальную оценку коэффициента регрессии  $\beta_1$ .
- 10) Найти с надежностью 0,95 интервальную оценку дисперсии отклонений  $\sigma^2$ .
- 11) Оценить на уровне  $\alpha=0,05$  значимость уравнения регрессии  $Y$  по  $X$ .

**Задача 2 (продолжение задачи 1)**

После исследования модели магазина в виде уравнения парной линейной регрессии специалисты пришли к выводу: усложнить модель за счёт введения 2-й факторной перемен-

ной – площади паркинга магазина. Построить модель в виде тройной линейной регрессии и провести её исследование:

Примечание. Исследование состоит из 12 этапов, выполняется вручную с помощью матричной алгебры. Каждый студент имеет индивидуальные исходные данные. В качестве примера приведём, например, этап 2:

**Этап 2. Составим** матрицу  $X$  значений объясняющих переменных (матрица плана, исходные данные), см. ниже среднюю матрицу. Запишем слева от неё транспонированную матрицу плана  $X'$  (здесь штрих – оператор транспонирования). Найдём произведение матриц:

$$X'X = \begin{pmatrix} 11 & 11 & 11 & 11 & 11 & 11 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 11 & 2 \\ 12 & 2 \\ 13 & 3 \\ 14 & 3 \\ 15 & 4 \\ 18 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 24 & 21 \\ 24 & 120 & 96 \\ 21 & 96 & 79 \end{pmatrix}.$$

### Задача 3

Здесь решаются 3 подзадачи (исходные данные индивидуальные)

3.1 Решение с помощью Excel задачи-1. Сравнить результаты с ручным решением.

3.2 Решение с помощью Excel задачи-2. Сравнить результаты с ручным решением.

3.3 Решение с помощью Excel задачи с моделью магазина в виде нелинейной регрессии.

### ВАРИАНТ 2

Теоретический вопрос 1. Регрессионная 5–ти факторная модель Альтмана для прогнозирования банкротства предприятия.

Теоретический вопрос 2. Производственная функция Кобба-Дугласа, её смысл и линеаризация; числовой пример для 3-х предприятий.

Задача-1, Задача-2, Задача-3 по содержанию и алгоритмам решения такие же, как в варианте 1, но каждый студент выполняет их на основе индивидуальных исходных данных, с индивидуальными выводами.

### ВАРИАНТ 3

Теоретический вопрос 1. Модель Торнквиста для анализа и прогнозирования зависимости потребления от дохода в домохозяйствах.

Теоретический вопрос 2. Коэффициент детерминации  $R^2$  как критерий оценки значимости уравнения регрессии.

Задача-1, Задача-2, Задача-3 по содержанию и алгоритмам решения такие же, как в вариантах 1 и 2, но каждый студент выполняет их на основе индивидуальных исходных данных, с индивидуальными выводами.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Описание контрольной работы №2. Работа состоит из ответов на 2 теоретических вопроса и решения 3-х задач. Все задачи содержат по несколько этапов и решаются в Excel. По содержанию и алгоритмам они одинаковые, но каждый студент решает их на основе индивидуальных исходных данных, получает индивидуальные результаты. Для примера в варианте 1 расписаны этапы решения задачи-1.

### ВАРИАНТ 1

Теоретический вопрос 1. Этапы эконометрического моделирования.

Теоретический вопрос 2. Критерий Чоу для объединения двух выборок.

**Задача 1.** Выделение тренда временного ряда методами скользящей средней. Этапы решения:

- 1) Ввод временного ряда, построение его графика, анализ структуры ряда по его графику.
- 2) Выделение тренда временного ряда методом простой скользящей средней с **чётной** длиной окна скольжения, равной 4.
- 3) Построение скользящей средней с **нечётной** длиной окна скольжения, равной пяти.
- 4) Построение графиков скользящих средних и исходного ряда.
- 5) Выделение тенденции ряда методом взвешенной скользящей средней для длины окна сглаживания равной 5 с аппроксимирующим полиномом второй степени.

**Задача 2.** Выделение тренда временного ряда методом экспоненциального сглаживания (для двух значений параметра сглаживания  $\alpha$ : 0,1 и 0,3).

**Задача 3.** Прогнозирование на основе авторегрессий 1-го и 2-го порядков.

### ВАРИАНТ 2

Теоретический вопрос 1. Признаки обобщенной линейной регрессионной модели.

Теоретический вопрос 2. Сущность и последствия гетероскедастичности.

**Задача 1.** Выделение тренда временного ряда методами скользящей средней.

**Задача 2.** Выделение тренда временного ряда методом экспоненциального сглаживания (для двух значений параметра сглаживания  $\alpha$ : 0,1 и 0,3).

**Задача 3.** Прогнозирование на основе авторегрессий 1-го и 2-го порядков.

### ВАРИАНТ 3

Теоретический вопрос 1. Структура и классификация временных рядов.

Теоретический вопрос 2. Автокорреляционная функция временного ряда.

**Задача 1.** Выделение тренда временного ряда методами скользящей средней.

**Задача 2.** Выделение тренда временного ряда методом экспоненциального сглаживания (для двух значений параметра сглаживания  $\alpha$ : 0,1 и 0,3).

**Задача 3.** Прогнозирование на основе авторегрессий 1-го и 2-го порядков.

Приложение № 4

**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, КОТОРЫЕ МОГУТ БЫТЬ  
ИСПОЛЬЗОВАНЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

**ЧАСТЬ 1 – зачёт**

**Тема 1**

- 1) Определение эконометрики как науки, кратко – история её возникновения.
- 2) Предмет и метод эконометрики.
- 3) Строгое определение регрессии, её формульное выражение, графический образ.
- 4) Сходство и отличие уравнения регрессии и регрессионной модели.
- 5) Постановка задачи о регрессионной модели магазина – с несколькими факторами – 5-6.
- 6) Модель Альтмана – уравнение регрессии, природа результирующей переменной  $Z$ , схема определения её значения при создании модели.
- 7) Характеристика всех пяти факторов модели Альтмана.
- 8) Типы асимптот функций Торнквиста  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ .
- 9) Трудности построения больших однородных выборок в эконометрике.
- 10) Определения и примеры пространственных и временных выборок.
- 11) Определения и сущность модели, математической модели, моделирования.
- 12) Расширенный анализ принципа моделирования – принципа чёрного ящика.

**Тема 2**

- 13) Суть методов наименьших квадратов, наименьших модулей.
- 14) Общее и различное у показателей, обозначаемых в эконометрике греческими и латинскими буквами, например,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  и  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $\sigma$  и  $s$ ,  $\varepsilon$  и  $e$ .
- 15) Общее и различное коэффициента корреляции  $r_{xy}$  и ковариации  $Cov(X, Y)$ .
- 16) Свойства парного коэффициента корреляции, связь с коэффициентом регрессии, графические образы.
- 17) Пять предпосылок, которым должна отвечать классическая линейная нормальная регрессионная модель, графические образы.
- 18) Определения и характеристики типов оценок: несмещенная, состоятельная, эффективная, графические образы.
- 19) Теорема Гаусса-Маркова - о свойствах оценок параметров регрессии.
- 20) Определение понятий: доверительная вероятность, доверительный интервал, их графические образы.
- 21) Раскрыть смысл понятия: доверительный интервал для линии регрессии  $\hat{y}(x)$ , его графический образ.
- 22) Обосновать на основе формулы высказывание: чем больше уровень значимости  $\alpha$ , тем больше доверительный интервал для линейной регрессии  $M(Y|X)$ .
- 23) Доверительный интервал для коэффициента регрессии, его графический образ.
- 24) Схематически показать истинность равенства  $Q = Q_R + Q_e$  для выборок  $X=(2, 4, 6, 9)$  и  $Y=(1, 5, 6, 12)$ .
- 25) Схема использования нулевой гипотезы ( $H_0: \beta_1=0$ ) и её отрицания в эконометрике.
- 26) Коэффициент детерминации  $R^2$ , характеризующий значимость регрессии.



27) Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

### Тема 3

28) Сложение, вычитание и умножение матриц, на примерах.

29) Предпосылки для классической ЛММР.

30) Создать числовой пример для матричного выражения  $Y = X\beta + \varepsilon$ .

31) Для парного уравнения регрессии расписать (наметить схему) систему линейных уравнений  $\nabla_b S = 0_n$ .

32) Наметить схему поиска неизвестного в матричном уравнении  $X'X \cdot b = X'Y$ .

33) Охарактеризовать выражение  $N_n(0, \sigma^2 E_n)$ , создать графический образ.

34) Охарактеризовать ковариационную матрицу векторной СВ  $(b_1, b_2)$ .

35) Создать произвольный числовой пример ковариационной матрицы  $\Sigma_b = \sigma^2(X'X)^{-1}$ .

36) Сущность нулевой гипотезы  $H_0$  при оценке значимости уравнения тройной регрессии.

37) Сравнительный анализ коэффициентов детерминации: скорректированного  $\widehat{R}^2$  и обычного  $R^2$ .

### Тема 4

38) Мультиколлинеарность векторов в регрессионном анализе, графические образы.

39) Алгебраические и содержательные неприятности, которые влечет высокая мультиколлинеарность.

40) Отбор значимых факторов и уменьшение мультиколлинеарности по матрице парных коэффициентов корреляции.

41) Отбор значимых факторов и уменьшение мультиколлинеарности методом «вращения» факторов.

42) Бинарное дерево классификации нелинейных регрессий.

43) Привести функцию регрессия  $y = \beta_0 + \beta_1/x + \varepsilon$  к линейному виду, к какому классу нелинейности она относится.

44) Привести степенную функцию  $y = \beta_0 \cdot x^{\beta_1} + \varepsilon$  к линейному виду, к какому классу нелинейности она относится.

45) Характеристика переменных и параметров функции Кобба-Дугласа:  $\hat{Y} = AK^\alpha L^\beta$ .

46) Привести регрессионную модель Кобба-Дугласа  $\hat{Y} = AK^\alpha L^\beta + \varepsilon$  к линейному виду, к какому классу нелинейности она относится.

## ЧАСТЬ 2 – зачёт с оценкой

### Тема 5

1) Характеристика критерия Чоу на условном примере.

2) Как выглядят функции  $E(X)$  с низкой эластичностью и с высокой, их графические образы. Примеры соответствующих товаров.

3) Анализ функции эластичности  $E = \beta_1 x / (\beta_0 + \beta_1 x)$ , от какой функции она образована?

4) Анализ стандартизированного коэффициента регрессии  $b_j' = b_j s_{xj} / s_y$ , его размерность (на примере модели магазина), его смысл.

5) Характеристика частного коэффициента корреляции  $r_{i-j, 1, 2, \dots, p} = -\frac{q_{ij}}{\sqrt{(q_{ii} q_{jj})}}$ , пример

для него (см вопрос №6).

- 6) Матрица парных коэффициентов корреляции, на основе которой вычисляются частные коэффициенты корреляции, дать ей характеристику, вычислить алгебраическое дополнение  $q_{12}$ :

$$q_{p=3} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,7 & 1 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}.$$

### Тема 6

- 7) Коренное отличие *обобщенной* линейной модели множественной регрессии от классической.
- 8) Ковариационная матрица вектора отклонений  $\varepsilon$  у классической регрессионной модели, привести числовой пример для  $n=3$ .
- 9) Создать числовой пример ковариационной матрицы вектора отклонений  $\varepsilon$  (самого общего вида  $\Sigma_{\varepsilon}=\Omega$ ) обобщенной регрессионной модели,  $n=3$ .
- 10) Три характеристики вектора  $b$ , полученного обычным МНК-методом (по формуле  $b=(X'X)^{-1}X'Y$ ) в случае обобщенной ЛММР.
- 11) Характеристика связи между обобщенной моделью и гетероскедастичностью.
- 12) Применение теста ранговой корреляции Спирмена для проверки на наличие гетероскедастичности.
- 13) Теорема Айткена (применительно к обобщенному МНК-методу), проблема её использования.
- 14) Качества вектора-оценки  $b$  в случае применения обычного МНК-метода при наличии гетероскедастичности.
- 15) Для чего применяется и в чём суть теста Уайта.
- 16) В чём особенность и назначение взвешенного МНК-метода.

### Тема 7

- 17) Временной (динамический) ряд. Его структура, деление на стационарные и нестационарные виды.
- 18) Характеристика корреляционной функции, её вид для «случайного» процесса  $y(t)=C$ .
- 19) Характеристика «нормального белого шума».
- 20) Обосновать высказывание: при сглаживании временного ряда  $y_t$  для  $t \in 1:6$  методом скользящей простой средней арифметической и ширине окна  $m=3$  значения  $z_1$  и  $z_6$  сглаженного ряда не существуют.
- 21) Дать определение понятиям: прогноз, период упреждения прогноза, прогнозный горизонт, точность прогноза.
- 22) Охарактеризовать понятия: этап прогнозной ретроспекции, этап верификации прогноза. Привести несколько методов верификации.

### Тема 8

- 23) Анализ причин стохастичности регрессоров (факторов).
- 24) Обосновать высказывание: для анализа временного ряда одним из важнейших показателей является степень корреляции между факторами  $X$  и отклонениями  $\varepsilon$ .
- 25) При какой форме корреляции между факторами  $X_t$  и отклонениями  $\varepsilon_t$  вектор-оценка  $b$  является *несмещенной и состоятельной*?

- 26) При какой форме корреляции между факторами  $X_t$  и отклонениями  $\varepsilon_t$  вектор-оценка  $b$  является *смещенной но остается состоятельной?*
- 27) При какой форме корреляции между факторами  $X_t$  и отклонениями  $\varepsilon_t$  вектор-оценка  $b$  является *и смещенной, и несостоятельной??*
- 28) Что положено в основу расчёта статистики  $d$  Дарбина-Уотсона?
- 29) Классификация регрессионной модели  $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2}$ ?
- 30) Классификация регрессионной модели  $y_t = \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}$ ?
- 31) Классификация регрессионной модели  $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ ?