



Федеральное агентство по рыболовству  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник УРОПСИ

Фонд оценочных средств  
(приложение к рабочей программе модуля )  
**«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата  
по направлению подготовки

**15.03.04 АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И  
ПРОИЗВОДСТВ**

ИНСТИТУТ  
РАЗРАБОТЧИК

Цифровых технологий  
Кафедра прикладной математики и информационных  
технологий

## 1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторам и достижения компетенции
<p>ОПК-1: Применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;</p> <p>ОПК-13: Способен применять стандартные методы расчета при проектировании систем автоматизации технологических процессов и производств.</p>	<p>ОПК-1.3: Применяет методы математического анализа в профессиональной деятельности;</p> <p>ОПК-13.3: Использует методы математического анализа при решении профессиональных задач.</p>	<p>Математика (раздел «Математический анализ»)</p>	<p><u>Знать:</u> основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений;</p> <p>- простейшие приложения математического анализа в профессиональных дисциплинах.</p> <p><u>Уметь:</u> использовать методы математического анализа при решении типовых задач;</p> <p>- использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины;</p> <p>- переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей;</p> <p>- приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии.</p> <p><u>Владеть:</u> методами построения математических моделей типовых задач;</p> <p>- математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач.</p>

## **2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные домашние задания (типовые расчеты) и контрольные вопросы;
- вопросы к коллоквиуму.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и экзамена, относятся:

- задания по контрольным работам;
- экзаменационные вопросы и задания.

## **3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ**

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 70 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2. Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

### 3.3 Задания по темам практических занятий

Темы практических занятий по дисциплине «Математический анализ»

Тема 1 «Введение в математический анализ»: решение задач на вычисление предела последовательности по определению, применение свойств предела последовательности.

Тема 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»: решение задач на вычисление предела в случае неопределенности, использование эквивалентностей, свойств бесконечно малых и бесконечно больших, определение типов точек разрыва.

Тема 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»: решение задач на применение правил дифференцирования и таблицы производных основных элементарных функций, вычисление производных сложных функций, функций, заданных неявно, параметрически, применение логарифмического дифференцирования, применение правила Лопиталя, определение промежутков возрастания и убывания функции и точек экстремума, определение промежутков выпуклости и вогнутости и точек перегиба функции, нахождение асимптот, общее исследование и построение графика функции.

Тема 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»: вычисление частных производных и дифференциалов первого и второго порядков, вычисление производных сложных функций и функций, заданных неявно, вычисление градиента, производной по направлению, составление уравнений касательной плоскости и нормали к поверхности, исследование на экстремум функции нескольких переменных.

Тема 5 «Неопределенный интеграл»: интегрирование различных типов выражений с использованием соответствующих приемов и методов.

Тема 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»: задачи на технику вычисления определенного интеграла (свойства, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле), задачи на физические и геометрические приложения определенного интеграла, вычисление несобственных интегралов первого и второго рода.

Тема 7 «Дифференциальные уравнения»: решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка различных типов (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли), в том числе решение задачи Коши, решение дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка, а также линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами для различных типов правых частей.

Тема 8 «Числовые и функциональные ряды»: исследование сходимости числового ряда на основе необходимого и достаточных признаков сходимости, разложение функций в степенные ряды, определение области сходимости функционального ряда и, в том числе, степенного ряда.

Практические задачи по отдельным темам используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися практических заданий проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Типовые варианты практических заданий по отдельным темам приведены в Приложении №2.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке Контрольная работа предназначается для студентов очной и заочной формы обучения. за выполнение задания.

3.5 Целью выполнения индивидуальных домашних заданий является формирование умений и навыков по решению практических заданий по основным темам дисциплины. Индивидуальные домашние задания используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися во внеаудиторное время в рамках СРС.

В приложении № 3 приведены типовые варианты заданий и контрольные вопросы по индивидуальным домашним заданиям (типовые расчеты), предусмотренным рабочей программой дисциплины.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов).

Оценка результатов выполнения каждого индивидуального домашнего задания производится при представлении студентом полностью выполненных (без ошибок) практических заданий и на основании ответов студента на контрольные вопросы по тематике индивидуального домашнего задания («защита» индивидуального домашнего задания). Студент, правильно выполнивший индивидуальное домашнее задание и продемонстрировавший знание использованных им приемов и методов решения задач, получает по индивидуальному домашнему заданию оценку «зачтено».

3.7 Коллоквиум включает в себя развернутые ответы на два вопроса (в письменной или устной форме), краткие ответы на 3 – 5 дополнительных вопросов (устно) и выполнение практического задания по материалам практических занятий.

В приложении №4 приведены типовые вопросы для подготовки к коллоквиуму на знание формул и определений по первым четырем темам дисциплины.

3.8. Критерии и шкала оценивания коллоквиума.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающего его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми приемами их решения.

## **4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

4.1 Контрольные работы предназначаются для студентов очной и заочной формы обучения.

Контрольные работы используются для контроля освоения основного материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися контрольных работ проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях и практических занятиях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Студенты очной формы обучения выполняют контрольные работы по следующим темам:

- второй семестр:

Контрольная работа №1 по темам:

- «Предел и непрерывность функции одной переменной» включает 5 – 6 заданий, предусматривающих вычисление пределов функций при различных типах неопределенности;

- «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» включает вычисление производных сложных функций; функций, заданных неявно, параметрически; применение логарифмического дифференцирования; применение правила Лопиталя для вычисления пределов; применение дифференциала к приближенным вычислениям; составление уравнений касательной и нормали к графику функции в точке.

Контрольная работа №2 по темам:

- «Неопределенный интеграл» включает 4 –5 заданий, предусматривающих применение различных приемов и методов интегрирования: непосредственное (табличное) интегрирование, метод замены переменной, инвариантность формул интегрирования, интегрирование по частям, интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений;

- «Дифференциальные уравнения» включает 5 – 6 заданий, предусматривающих решение различных типов дифференциальных уравнений первого порядка, а также уравнений, допускающих понижение порядка и линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Типовые варианты заданий контрольных работ для студентов очной формы обучения по темам дисциплины приведены в Приложении №5.

Для студентов заочной формы обучения учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных работ.

Задания контрольных работ представлены в пособии:

Математический анализ: учебно-методическое пособие / Ж.И. Виницкая, Т.А. Кутузова, В.М.Смертин – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2019 г. Ч. 1. – 81 с.

Типовые варианты заданий контрольных работ для студентов заочной формы обучения приведены в Приложении №6.

#### 4.2 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий контрольной работы студентами очной формы обучения основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

Контрольные работы для студентов заочной формы обучения оцениваются положительно в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Оценка контрольной работы определяется в виде «зачтено» – «не зачтено».

4.3 Промежуточная аттестация в форме зачета (первый семестр) проходит по результатам прохождения текущего контроля успеваемости.

Положительная оценка («зачтено») выставляется студенту очной формы обучения, успешно выполнившему и защитившему:

- более 60% задач из каждого домашнего задания (по темам 1, 2, 3, 4) – (пункт 3.3 и 3.4);
- индивидуальный типовой расчет №1 (пп. 3.5 и 3.6);
- коллоквиум по темам 2, 3 и 4 (пп. 3.3 и 3.4)

Положительная оценка («зачтено») выставляется студенту заочной формы обучения, успешно выполнившему предложенные задания по темам практических занятий (пп. 3.3 и 3.4).

4.4 Промежуточная аттестация по дисциплине (второй семестр) проводится в форме экзамена.

Студенты очной формы обучения допускаются к экзамену при положительной аттестации по результатам текущего контроля, если:

- выполнили более 60% домашних заданий за второй семестр (по темам 5, 6, 7, 8) (пп.



3.3 и 3.4);

- выполнили контрольные работы №1 и №2 (пп. 4.1 и 4.2);
- защитили индивидуальные типовые расчеты: №2 и №3 (пп. 3.5 и 3.6),
- имеют зачет за первый семестр.

Студенты заочной формы обучения допускаются к экзамену при наличии зачета за первый семестр, положительной аттестации по результатам текущего контроля и контрольных работ.

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 7.

Представленные вопросы для проведения экзамена komponуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

#### 4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации

Шкала промежуточной аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает ответы на вопросы билета, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагает ответ на вопросы билета, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на

дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

## 5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол №6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И.Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры автоматизации производственных процессов 08.04.2022 г. (протокол № 8).

Заведующий кафедрой



А.Н.Румянцев

Приложение №1

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ  
по дисциплине «Математический анализ»

Вариант 1.

Вопрос №1. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$  равен...

1. 2
2. 2/5
3.  $+\infty$
4. 0

Вопрос №2. Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$  равен...

1.  $e^2$
2.  $\infty$
3.  $2e$
4.  $e^{-2}$

Вопрос №3. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^2}$  равен...

1. 1
2. 1/2
3. 2
4.  $\infty$

Вопрос №4. Для функции  $x^2 y^2 - x - y = a$  производная  $y'(x)$  равна ...

1.  $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2y}$
2.  $y'(x) = \frac{1 + 2x^2y^2}{1 - 2x^2y^2}$
3.  $y'(x) = \frac{1 - 2x^2y^2}{1 + 2x^2y^2}$
4.  $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции  $f(x) = e^{2x} \cdot (1 - 3x)$  производная  $f'(x)$  равна ...

1.  $f'(x) = -3e^{2x}$
2.  $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
3.  $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$
4.  $f'(x) = 2e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$

Вопрос №6. Для функции  $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$  производная  $y'(x)$  равна ...

1.  $y'(x) = 2t$
2.  $y'(x) = 2t + 6t^2$
3.  $y'(x) = 2 + 6t$
4.  $y'(x) = t$

Вопрос №7. Неопределенный интеграл  $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$  равен ...

1.  $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
2.  $\sin^3 x - \sin^5 x + C$
3.  $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
4.  $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C$

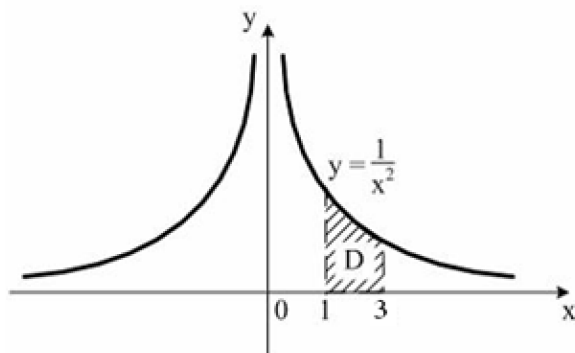
Вопрос №8. Неопределенный интеграл  $\int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$  равен ...

1.  $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$
2.  $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2\arcsin(x - 2) + C$
3.  $3\ln(x^2 - 4x + 5) - 2\operatorname{arctg}(x - 2) + C$
4.  $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + 4\operatorname{arctg}(x - 2) + C$

Вопрос №9.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$ , тогда разность  $F(2) - F(1)$  равна ...

1. 8
2. 9
3. 1
4. 0

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции **D** равна ...



1.  $\frac{2}{3}$
2.  $\frac{1}{3}$
3.  $\frac{1}{2}$
4. 1

Вопрос №11. Несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} e^{5x} dx$  равен...

1. 0
2.  $\infty$
3. 1/5
4. 5

Вопрос №12. Повторный интеграл  $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$  равен ...

- 1.
- $\frac{1}{2}$
- 1
- 0

Вопрос №13. Неопределенный интеграл  $\int x \cos 3x dx$  равен...

- $x \sin 3x + \cos 3x + C$
- $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{3} \cos 3x + C$
- $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$
- $\frac{x}{3} \sin 3x - \frac{1}{9} \cos 3x + C$

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является...

- $y' + 2xy = x^3 + 1$
- $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$
- $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$
- $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №15. Производная функции  $f(x) = 2^{\frac{\ln x}{x}}$  равна...

- $2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \ln 2$
- $2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1-\ln x)}{x^2}$
- $2^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1-\ln x)\ln 2}{x^2}$
- $\frac{\ln x}{x} \cdot 2^{\frac{\ln x}{x}-1}$

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения  $xy' + y = y^2 \ln x$  ...

- с разделяющимися переменными
- однородное
- уравнение Бернулли
- линейное

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения  $xy' = 2y - x$ , удовлетворяющим начальным условиям  $y(1) = 3$ , является функция...

- $y = x(x + 2)$
- $y = x(3x + 1)$
- $y = x(2x + 1)$
- $y = x(4x + 1)$

Вопрос №18. Решением уравнения  $y'' + 6y' + 13y = 0$  является ...

- $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
- $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

3.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$

4.  $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

Вопрос №19. Для дифференциального уравнения  $y'' - 7y' = 5xe^x$  формула нахождения частного решения имеет вид ...

1.  $y_{\text{ч}} = (Ax + B)e^x$

2.  $y_{\text{ч}} = x(Ax + B)e^x$

3.  $y_{\text{ч}} = Ae^x$

4.  $y_{\text{ч}} = Axe^x$

Вопрос №20. Для ряда  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$  формула  $n$ -го члена равна ...

1.  $u_n = \frac{3}{2^n}$

2.  $u_n = \frac{3}{2n}$

3.  $u_n = \frac{3}{n+2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$

4.  $u_n = \frac{3}{2n+2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №21. Ряд  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

1. знакочередующийся

2. степенной ряд

3. знакопеременный

4. знакоположительный

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется...

1. признак Коши

2. признак Даламбера

3. достаточный признак расходимости

4. признак Лейбница

Вопрос № 23. Числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n}$$

1. сходится

2. расходится

3. сходится условно

4. сходится абсолютно

Вопрос №24. Согласно признаку Даламбера, если для числового ряда с положительными членами выполняется условие  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$ , то этот ряд

1. сходится

2. расходится

3. может как сходиться, так и расходиться

4. сходится условно

Вопрос №25. Для скалярного поля  $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$  линии уровня – это ...

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. Для дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = 4\cos 5x$  формула нахождения частного решения имеет вид ...

1.  $y_{\text{ч}} = A \cos 5x$
2.  $y_{\text{ч}} = A \cos 5x + B \sin 5x$
3.  $y_{\text{ч}} = A x \cos 5x$
4.  $y_{\text{ч}} = e^x (A \cos 5x + B \sin 5x)$

Вопрос №27. Градиент скалярного поля  $u = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$  равен ...

1.  $(2x - 2yz)\vec{i} + (2y - 2xz)\vec{j} + (2z - 2xy)\vec{k}$
2.  $2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$
3.  $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$
4.  $x\vec{i} - 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$

Вопрос №28. Разложение дроби  $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)}$  на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами имеет вид ...

1.  $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+1}$
2.  $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$
3.  $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+1}$
4.  $\frac{x-4}{x^2(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

Вопрос №29. Частная производная по переменной  $x$  от функции  $z = \frac{2xy}{x-y}$  равна ...

1.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y^2}{(x-y)^2}$
2.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-2y^2}{(x-y)^2}$
3.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{(x-y)^2}$
4.  $\frac{\partial z}{\partial x} = -2$

Вопрос №30. Дифференциал функции двух переменных  $z = xy^2$  равен ...

1.  $dz = y^2 dx + 2xy dy$
2.  $dz = y^2 dx$
3.  $dz = 2xy dx + y^2 dy$
4.  $dz = (y^2 + 2xy) dx$



Вариант 2.

Вопрос №1. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 + 4x}$  равен ...

1. 2
2. 2/5
3.  $+\infty$
4. 0

Вопрос №2. Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$  равен ...

1.  $e^4$
2.  $\infty$
3.  $2e$
4.  $e^{-2}$

Вопрос №3. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{2x^2}$  равен ...

1. 1/4
2. 1/2
3. 2
4.  $\infty$

Вопрос №4. Для функции  $x^2 y^2 - x - y = 8$  производная  $y'(x)$  равна ...

1.  $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2y}$
2.  $y'(x) = \frac{1 + 2x^2y^2}{1 - 2x^2y^2}$
3.  $y'(x) = \frac{1 - 2x^2y^2}{1 + 2x^2y^2}$
4.  $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции  $f(x) = 4e^{2x} \cdot (1 - 3x)$  производная  $f'(x)$  равна ...

1.  $f'(x) = -3e^{2x}$
2.  $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
3.  $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$
4.  $f'(x) = 8e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 12e^{2x}$

Вопрос №6. Для функции  $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = 2t^2 + 4t^3. \end{cases}$  производная  $y'(x)$  равна ...

1.  $y'(x) = 2t$
2.  $y'(x) = 2t + 6t^2$
3.  $y'(x) = 2 + 6t$
4.  $y'(x) = 2t$

Вопрос №7. Неопределенный интеграл  $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$  равен ...

1.  $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
2.  $\sin^3 x - \sin^5 x + C$

3.  $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$

4.  $\frac{\sin^3 x}{3} + C$

Вопрос №8. Неопределенный интеграл  $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 5} dx$  равен ...

1.  $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$

2.  $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2\arcsin(x - 2) + C$

3.  $3\ln(x^2 - 4x + 5) - 2\operatorname{arctg}(x - 2) + C$

4.  $\operatorname{arctg}(x - 2) + C$

Вопрос №9.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$ , тогда разность  $F(3) - F(2)$  равна ...

1. 72

2. 9

3. 1

4. 0

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$  и осью  $Ox$ , равна ...

1.  $\frac{7}{3}$ ,

2. 3,

3.  $-\frac{7}{3}$ ,

4. 4.

Вопрос №11. Несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} e^{3x} dx$  равен

1. 0,

2.  $\infty$ ,

3. 1/3,

4. -1/3/

Вопрос №12. Повторный интеграл  $\int_0^2 dx \int_0^2 dy$  равен ...

1. 4

2.  $\frac{1}{2}$

3. -1

4. 0

Вопрос №13. Неопределенный интеграл  $\int x \sin 2x dx$  равен...

1.  $x \cos 2x + \sin 2x + C$

2.  $-\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

3.  $\frac{x}{2} \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

$$4. \frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является ...

1.  $y' + 7xy = x^2$
2.  $(y + e^x)dy + ye^x dx = 0$
3.  $y(e^{2x} - 1)dy + e^{2x} dx = 0$
4.  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №15. Производная  $y'$  функции  $y = 5^{\frac{\sin x}{x}}$  равна ...

1.  $5^{\frac{\sin x}{x}}$
2.  $5^{\frac{\sin x}{x}} \cdot \ln 5$
3.  $5^{\frac{\sin x}{x}} \cdot \ln 5 \cdot \cos x$
4.  $5^{\frac{\sin x}{x}} \cdot \ln 5 \cdot \left( \frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2} \right)$

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения  $3xy' + y = y^2 \ln x$  ...

1. с разделяющимися переменными
2. однородное
3. уравнение Бернулли
4. линейное

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения  $xy' - y = x^3$ , удовлетворяющим начальным условиям  $y(2) = 6$ , является функция ...

1.  $y = \frac{x^2}{2} + 1$
2.  $y = x \left( \frac{x^2}{2} + 2 \right)$
3.  $y = x \left( \frac{x^2}{2} + 1 \right)$
4.  $y = x (x^2 + 1)$

Вопрос №18. Решением уравнения  $y'' + 6y' + 18y = 0$  является ...

1.  $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2.  $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$
3.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
4.  $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

Вопрос №19. Для дифференциального уравнения  $y'' - 4y' = 6xe^x$  формула нахождения частного решения имеет вид ...

1.  $y_{\text{ч}} = (Ax + B)e^x$
2.  $y_{\text{ч}} = x(Ax + B)e^x$
3.  $y_{\text{ч}} = Ae^x$
4.  $y_{\text{ч}} = Axe^x$

Вопрос №20. Для ряда  $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \dots$  формула  $n$ -го члена имеет вид ...

1.  $u_n = \frac{8}{2^n}$
2.  $u_n = \frac{3}{2n}$
3.  $u_n = \frac{3}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

$$4. u_n = \frac{3}{2^{n+2}} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Вопрос №21. Ряд  $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

1. знакопеременный
2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакоположительный

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется ...

1. признак Коши
2. признак Даламбера
3. достаточный признак расходимости
4. признак Лейбница

Вопрос № 23. Числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n}$$

1. сходится
2. расходится
3. сходится условно
4. сходится абсолютно

Вопрос №24. Согласно признаку Даламбера, если для числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  с положительными членами выполняется условие  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ , то этот ряд ...

1. сходится
2. расходится
3. может как сходиться, так и расходиться
4. сходится условно

Вопрос №25. Для скалярного поля  $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-16}}$  линии уровня – это ...

1. параболы
2. окружности
3. гиперболы
4. эллипсы

Вопрос №26. Для дифференциального уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 8\sin 3x$  формула нахождения частного решения имеет вид ...

1.  $y_{\text{ч}} = A \cos 3x$
2.  $y_{\text{ч}} = A \cos 3x + B \sin 3x$
3.  $y_{\text{ч}} = A x \cos 3x$
4.  $y_{\text{ч}} = e^x (A \cos 3x + B \sin 3x)$

Вопрос №27. Градиент скалярного поля  $u = x^2 + y^2 + z^2$  равен ...

1.  $(2x - 2yz)\vec{i} + (2y - 2xz)\vec{j} + (2z - 2xy)\vec{k}$
2.  $2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$
3.  $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$
4.  $x\vec{i} - 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$

Вопрос №28. Разложение дроби  $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)}$  на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами имеет вид ...

1.  $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+9}$

2.  $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+9}$

3.  $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+9}$

4.  $\frac{x+5}{x^2(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+9}$

Вопрос №29. Частная производная по переменной  $x$  от функции  $z = \frac{5xy}{x-y}$  равна ...

1.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y^2}{(x-y)^2}$

2.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-5y^2}{(x-y)^2}$

3.  $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{(x-y)^2}$

4.  $\frac{\partial z}{\partial x} = -5$

Вопрос №30. Дифференциал функции двух переменных  $z = x^2y$  равен ...

1.  $dz = 2xydx + x^2dy$

2.  $dz = x^2dx$

3.  $dz = 2xydy$

4.  $dz = (x^2 + 2xy)dx$

Вариант 3.

Вопрос №1. Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 - 1}{x^6 + 5x^5 + 4x}$  равен ...

1. 2
2. 2/5
3.  $+\infty$
4. 0

Вопрос №2. Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x}$  равен ...

1.  $e^3$
2.  $\infty$
3.  $2e$
4.  $e^{-2}$

Вопрос №3. Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{2x^2}$  равен ...

1. 4
2. 1/2
3. 2
4.  $\infty$

Вопрос №4. Для функции  $x^2 y^2 - x - y = b$  производная  $y'(x)$  равна ...

1.  $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$
2.  $y'(x) = \frac{1 + 2x^2 y^2}{1 - 2x^2 y^2}$
3.  $y'(x) = \frac{1 - 2x^2 y^2}{1 + 2x^2 y^2}$
4.  $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$

Вопрос №5. Для функции  $f(x) = 3e^{2x} \cdot (1 - 3x)$  производная  $f'(x)$  равна ...

1.  $f'(x) = -3e^{2x}$
2.  $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
3.  $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$
4.  $f'(x) = 6e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 9e^{2x}$

Вопрос №6. Для функции  $\begin{cases} x = 4t + 6t^2, \\ y = 2t^2 + 4t^3. \end{cases}$  производная  $y'(x)$  равна ...

1.  $y'(x) = 2t$
2.  $y'(x) = 2t + 6t^2$
3.  $y'(x) = 2 + 6t$
4.  $y'(x) = t$

Вопрос №7. Неопределенный интеграл  $2 \int \sin^2 x \cdot \cos x dx$  равен ...

1.  $3 \sin^3 x - 5 \sin^5 x + C$
2.  $\sin^3 x - \sin^5 x + C$
3.  $-3 \sin^3 x - 5 \sin^5 x + C$

4.  $2\frac{\sin^3 x}{3} + C$

Вопрос №8. Неопределенный интеграл  $\int \frac{4}{x^2 - 4x + 5} dx$  равен ...

1.  $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$
2.  $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \arcsin(x - 2) + C$
3.  $3 \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$
4.  $4 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$

Вопрос №9.  $F(x)$  – первообразная для функции  $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$ , тогда разность  $F(1) - F(0)$  равна ...

1. 8/9
2. 9
3. 1
4. 0

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = x^3$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  и осью  $Ox$ , равна ...

1. 4
2. 8
3. -4
4. 3

Вопрос №11. Несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} e^{10x} dx$  равен

1. 0
2.  $\infty$
3. 0,1
4. 10

Вопрос №12. Повторный интеграл  $\int_0^3 dx \int_0^3 dy$  равен ...

1. 9
2.  $\frac{1}{2}$
3. -1
4. 0

Вопрос №13. Неопределенный интеграл  $\int x \cos 5x dx$  равен...

1.  $x \sin 5x + \cos 5x + C$
2.  $\frac{x}{5} \sin 5x + \frac{1}{3} \cos 5x + C$
3.  $\frac{x}{5} \sin 5x + \frac{1}{25} \cos 5x + C$
4.  $\frac{x}{5} \sin 5x - \frac{1}{25} \cos 5x + C$

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является ...

1.  $y' + y = x^3$
2.  $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$
3.  $y(e^{3x} + 1)dy + e^{3x}dx = 0$
4.  $(e^{3x} - y)dy - ye^{3x}dx = 0$

Вопрос №15. Производная функции  $f(x) = 8^{\frac{\ln x}{x}}$  равна ...

1.  $8^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \ln 8$
2.  $8^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1 - \ln x)}{x^2}$
3.  $8^{\frac{\ln x}{x}} \cdot \frac{(1 - \ln x) \ln 8}{x^2}$
4.  $\frac{\ln x}{x} \cdot 8^{\frac{\ln x}{x} - 1}$

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения  $xy' + 3y = y^2 \ln x$  ...

1. с разделяющимися переменными
2. однородное
3. уравнение Бернулли
4. линейное

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения  $xy' = y + x^2$ , удовлетворяющим начальным условиям  $y(1) = 5$ , является функция ...

1.  $y = x(x + 1)$
2.  $y = x(x + 5)$
3.  $y = x(x + 4)$
4.  $y = x(4x + 1)$

Вопрос №18. Решением уравнения  $y'' + 6y' + 10y = 0$  является ...

1.  $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2.  $y = e^{-3x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
3.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
4.  $y = e^{2x}(C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

Вопрос №19. Для дифференциального уравнения  $y'' + 3y' = xe^x$  формула нахождения частного решения имеет вид ...

1.  $y_{\text{ч}} = (Ax + B)e^x$
2.  $y_{\text{ч}} = x(Ax + B)e^x$
3.  $y_{\text{ч}} = Ae^x$
4.  $y_{\text{ч}} = Axe^x$

Вопрос №20. Для ряда  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$  формула  $n$ -го члена имеет вид ...

1.  $u_n = \frac{1}{2^n}$
2.  $u_n = \frac{3}{2^n}$
3.  $u_n = \frac{3}{n+2}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )
4.  $u_n = \frac{3}{2n+2}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )



Вопрос №21. Ряд  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

1. знакочередующийся
2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакоположительный

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется ...

1. признак Коши
2. признак Даламбера
3. достаточный признак расходимости
4. признак Лейбница

Вопрос № 23. Числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{n}$$

1. сходится
2. расходится
3. сходится условно
4. сходится абсолютно

Вопрос №24. Согласно признаку Даламбера, если для числового ряда с положительными членами выполняется условие  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ , то этот ряд

1. сходится
2. расходится
3. может как сходиться, так и расходиться
4. сходится условно

Вопрос №25. Для скалярного поля  $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-9}}$  линии уровня – это ...

1. параболы
2. окружности
3. гиперболы
4. эллипсы

Вопрос №26. Для дифференциального уравнения  $y'' - 5y' + 4y = 15\cos x$  формула нахождения частного решения имеет вид ...

1.  $y_q = A \cos x$
2.  $y_q = A \cos x + B \sin x$
3.  $y_q = A x \cos x$
4.  $y_q = e^x(A \cos x + B \sin x)$

Вопрос №27. Градиент скалярного поля  $u = x^2 + y^2 - z^2$  равен ...

1.  $(2x - 2yz)\vec{i} + (2y - 2xz)\vec{j} + (2z - 2xy)\vec{k}$
2.  $2x\vec{i} + 2y\vec{j} - 2z\vec{k}$
3.  $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$
4.  $x\vec{i} - 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$

Вопрос №28. Разложение дроби  $\frac{x}{x^2(x^2+2)}$  на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами имеет вид ...

$$1. \frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^2+2}$$

$$2. \frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+2}$$

$$3. \frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^2+2}$$

$$4. \frac{x}{x^2(x^2+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx+D}{x^2+2}$$

Вопрос №29. Частная производная по переменной  $x$  от функции  $z = \frac{xy}{x+y}$  равна ...

$$1. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y^2}{(x+y)^2}$$

$$2. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{(x+y)^2}$$

$$3. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y}{(x+y)^2}$$

$$4. \frac{\partial z}{\partial x} = 1$$

Вопрос №30. Дифференциал функции двух переменных  $z = (x + 1)y^3$  равен ...

$$1. dz = y^3 dx + 3(x + 1)y^2 dy$$

$$2. dz = y^3 dx$$

$$3. dz = 3(x + 1)y^2 dy$$

$$4. dz = (y^3 + 3y^2) dx$$

## Приложение №2

### Типовые варианты практических заданий по дисциплине «Математический анализ»

Практические задания формируются на основе номеров заданий сборника задач под редакцией Демидовича Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. (М., АСТ:Астрель, 2003 г) из списка основной учебной литературы, приведенного в рабочей программе по дисциплине.

Практические задачи по теме 1 «Введение в математический анализ»: №№ 168, 171, 172, 175, 177.

Практические задачи по теме 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»: №№ 181, 184, 192, 195, 198, 200, 213, 218, 231, 241, 249, 317, 320, 327.

Практические задачи по теме 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»: №№ 384, 388, 399, 413, 430, 445, 473, 575, 582, 601, 613, 671, 693, 723, 743, 780, 795, 926, 951.

Практические задания по теме 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»: №№ 1794 (а, б), 1797 (б, в), 1804, 1822, 1838, 1860, 1861, 1877, 1885, 1892, 1917, 1981, 2008, 2010, 2030.

Практические задания по теме 5 «Неопределенный интеграл»: №№ 1033, 1043, 1050, 1074, 1064, 1095, 1129, 1152, 1193, 1202, 1215, 1217, 1257, 1259, 1265, 1283, 1294, 1318, 1338, 1343, 1373.

Практические задания по теме 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»: №№ 1526, 1529, 1555, 1571, 1582, 1589, 1634, 1678, 1691, 1728, 1736.

Практические задания по теме 7 «Дифференциальные уравнения»: №№ 2742, 2743, 2769, 2785, 2790, 2792, 2876, 2911, 2914, 2936, 2995, 3001, 3012, 3032, 3037.

Практические задания по теме 8 «Числовые и функциональные ряды»: №№ 2436, 2443, 2455, 2471, 2477, 2514, 2527, 2530, 2552, 2594, 2614.

### Приложение №3

Типовые индивидуальные домашние задания ( типовые расчеты) и контрольные вопросы

#### Индивидуальное домашнее задание №1

по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Состоит 8 – 10 заданий, предусматривающих: вычисление производных (сложной функции; обратных, неявных и параметрически заданных функций); вычисление производных второго порядка; приближенные вычисления с использованием производной и дифференциала; вычисление пределов функций с использованием правила Лопиталья; составление уравнений касательной и нормали к кривой; нахождение асимптот графика функции, точек экстремума и перегиба; проведение полного исследования функции средствами дифференциального исчисления и построение графика по результатам исследования.

Примерные задания

1. Вычислить производную заданных функций.

$$а) y = \frac{2 \cdot (3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15 \cdot \sqrt{1+x}} .$$

$$б) y = x - \ln(1 + e^x) - 2 \cdot e^{\frac{x}{2}} \cdot \operatorname{arctg}(e^{\frac{x}{2}}) - \left( \operatorname{arctg}(e^{\frac{x}{2}}) \right)^2 .$$

$$в) y = (2x^2 + 6x + 5) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{x-1}\right) - x .$$

$$г) y = (\sin(x))^{5 \cdot e^x} .$$

$$д) y = 2 \cdot \frac{\cos(x)}{\sin^4(x)} + 3 \cdot \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} .$$

2. Вычислить вторую производную заданной функции.

$$y = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) .$$

3. Вычислить  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если функция  $y(x)$  задана параметрически.

$$\begin{cases} x = \cos(\ln t) ; \\ y = \sin^2(t) . \end{cases}$$

4. Вычислить  $y'$  и  $y''$  для функции  $y(x)$ , заданной неявно.

$$x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0.$$

5. Вычислить приближенное значение функции в заданной точке.

$$y = \sqrt[3]{x^2 + 7} \quad , \quad x = 0,97$$

6. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4x}{x - \sin(x)}$  ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1+0} \ln(x) \cdot \ln(x-1)$  ;

в)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{2 \cos(x)}$  ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\arctg(x)} - \frac{1}{x} \right)$ .

7. Найти асимптоты и построить график функции.

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}} .$$

8. Провести полное исследование заданной функции и построить ее график.

а)  $y = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4}$  ; б)  $y = x + \frac{\ln(x)}{x}$  .

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение производной. Каков ее геометрический и физический смысл?

2. Запишите правила дифференцирования.

3. Запишите формулы дифференцирования основных элементарных функций (таблица производных).

4. Может ли функция иметь производную в точке, в которой она имеет разрыв? Поясните ответ.

5. Функция в данной точке дифференцируема. Следует ли отсюда, что она непрерывна в этой точке?

6. Сформулируйте правило логарифмического дифференцирования. Приведите примеры.

7. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
8. Сформулируйте определение дифференциала функции.
9. Запишите формулу для вычисления дифференциала функции. В чем заключается свойство инвариантности формы дифференциала?
10. На чем основано применение дифференциала в приближенных вычислениях?  
Выведите основную формулу приближенных вычислений.
11. Сформулируйте определения производной и дифференциала высших порядков.
12. Каков механический смысл второй производной?
13. Как находятся первая и вторая производные функций, заданных параметрически?
14. Выведите формулу для производной  $n$ -го порядка от функции  $y = e^{\alpha \cdot x}$ ,  
 $y = \sin(x)$ ,  $y = \cos(k \cdot x)$ ,  $y = \ln(x)$ .
15. Сформулируйте правило Лопиталья раскрытия неопределенностей вида  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ ,  
 $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ . Перечислите различные типы неопределенностей, для раскрытия которых может быть использовано правило Лопиталья. Приведите примеры.
16. Сформулируйте определения возрастающей и убывающей на промежутке функции. Сформулируйте достаточное условие возрастания (убывания) функции. Покажите, что функции  $y = e^x$  и  $y = x + \cos(x)$  возрастают в любом промежутке.
17. Сформулируйте определение точки экстремума функции.
18. Сформулируйте необходимые и достаточные условия экстремумов функции.
19. Приведите пример, показывающий, что обращение в некоторой точке производной в нуль не является достаточным условием наличия в этой точке экстремума функции (т.е. в точке с нулевой производной может не быть экстремума функции).
20. Сформулируйте правила исследования функции на экстремум с помощью второй производной.
21. Приведите пример функции, имеющей экстремум в точке, где не существует производная.
22. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции, дифференцируемой на промежутке? Всегда ли они существуют?
23. Сформулируйте определения выпуклости и вогнутости линии, точки перегиба. Как находятся интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции,

заданной уравнением  $y = f(x)$ ? Приведите примеры.

24. Сформулируйте определение асимптоты графика функции. Как находятся вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, заданной уравнением  $y = f(x)$ ?

Приведите примеры.

25. Изложите схему общего исследования функции и построения ее графика.

### Индивидуальное домашнее задание №2

по теме «Определенный интеграл, несобственные интегралы»

Состоит из 6 – 8 заданий, предусматривающих: вычисление определенных интегралов (в том числе с использованием интегрирования по частям и замены переменной); вычисление площадей плоских фигур; вычисление длин дуг плоских кривых; вычисление объемов тел; вычисление (или исследование сходимости) несобственных интегралов.

#### Примерные задания

1. Вычислить определенные интегралы.

$$\text{а) } \int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{\sin^2(x) \cdot dx}{\cos^2(x) - 3 \cdot \sin^2(x)} \quad ; \quad \text{б) } \int_{\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x^4} \cdot dx \quad .$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых и полярных координатах.

$$\text{а) } y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3 \quad ;$$

$$\text{б) } \rho = 2 \sin(3\varphi) \quad .$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} x = \cos(t) ; \\ y = 3 + \sin(t) \end{cases} \quad .$$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = 4 - x^2$  между точками ее пересечения с осью  $Ox$  .

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной оси  $Ox$  координат фигуры, ограниченной заданными линиями

$$2y^2 = x^3, \quad x = 4$$

6. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их на сходимость.

$$\text{а) } \int_{-1}^1 \frac{3 \cdot x}{x^2 - 1} \cdot dx \quad ; \quad \text{б) } \int_1^{\infty} \frac{\cos(3x)}{x^3 + 2x - 1} \cdot dx \quad .$$

### Контрольные вопросы

1. Что называется интегральной суммой данной функции  $y = f(x)$  на данном отрезке  $[a; b]$ ?
2. Что называется определенным интегралом данной функции  $y = f(x)$  на данном отрезке  $[a; b]$ ? Каковы его основные свойства и геометрический смысл?
3. Выведите формулу Ньютона – Лейбница для вычисления определенного интеграла.
4. В чем состоит способ подстановки и интегрирования по частям для вычисления определенного интеграла?
5. Какие геометрические и физические величины можно вычислять с помощью определенного интеграла? Напишите основные формулы и приведите примеры.
6. Какие интегралы называются несобственными? Что называется несобственным интегралом 1-го рода (с бесконечным пределом (пределами) интегрирования)?
7. Что называется несобственным интегралом 2-го рода (от функций с бесконечными разрывами)?
8. Какие из приведенных интегралов являются несобственными:
9.  $\int_0^{+\infty} x \cdot \sin(x) \cdot dx$  ,  $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$  ,  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x+1}$  ,  $\int_0^1 \frac{dx}{x-1}$  ,  $\int_{-2}^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$  ?
10. Какие из этих несобственных интегралов сходятся?
11. Каков геометрический смысл несобственного интеграла?
12. Может ли при вращении бесконечно протяженной кривой вокруг какой – либо прямой образоваться тело конечного объема? рассмотрите пример кривой  $y = e^{-x}$  ( $0 \leq x < +\infty$ ).

### Индивидуальное домашнее задание №3

#### по теме «Дифференциальные уравнения»

Состоит 10 – 15 заданий, предусматривающих нахождение общего или частного решений основных типов дифференциальных уравнений первого и второго порядков.



Примерные задания

1. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y' \cdot y = -\frac{2 \cdot x}{\cos(y)}$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1)=1$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$(1 + x^2) \cdot y'' + 2xy' = 12x^3$$

4. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' \cdot y^2 + y \cdot y'' - (y')^2 = 0, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=2$$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^x$$

6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y' - 2y = 8 \cdot \sin(2x)$$

7. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y = 4x \cdot \cos(x)$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 2y' + 5y = e^x \cdot \cos(2x)$$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' = 2x^2 - x + 3$$

10. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y' = x^2 + 3x \cdot e^x$$

11. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y'' + y = \frac{1}{\cos(x)}, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=0$$

12. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}, \quad y(1) = e, \quad y'(1) = 3e$$

13. Тело брошено вертикально вверх с высоты  $h_0$  с начальной скоростью  $V_0$ . Определить закон движения тела (т.е. закон изменения его высоты  $h(t)$ ), предполагая, что оно движется только под влиянием силы тяжести.

### Контрольные вопросы

1. Какое уравнение называется дифференциальным? Что называется порядком дифференциального уравнения? Приведите примеры.
2. Что называется решением дифференциального уравнения? Приведите примеры.
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое — частным? Каков их геометрический смысл? Приведите примеры.
4. Сформулируйте задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка и укажите ее геометрический смысл.
5. Сформулируйте теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Найдите общее решение дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$  и укажите, где условия этой теоремы не выполняются.
6. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными и как оно интегрируется? Приведите примеры.
7. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным и как оно интегрируется? Приведите примеры.
8. Какие дифференциальные уравнения первого порядка являются сводящимися к однородным, и каковы способы их приведения к однородным? Приведите примеры.
9. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным и как оно интегрируется? Приведите примеры.
10. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением Бернулли и как оно интегрируется? Приведите примеры.
11. Каков геометрический смысл начальных условий для дифференциальных уравнений второго порядка?

12. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида  $y^{(n)} = f(x)$ .

Приведите пример.

13. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида  $F(x, y', y'') = 0$ .

Приведите пример.

14. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида  $F(y, y', y'') = 0$ .

Приведите пример.

15. Дайте определение линейного дифференциального уравнения второго порядка (однородного и неоднородного).

16. Что называется характеристическим уравнением для линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

17. Как составляется общее решение однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами?

18. Как составляется общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами? В чем заключается метод подбора?

19. Изложите метод вариации постоянных для нахождения общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка.

## Приложение №4

### Типовые вопросы для подготовки к коллоквиуму

по темам: «Предел и непрерывность функции действительной переменной», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Числовая последовательность. Понятие и свойства предела последовательности. Ограниченность последовательности.
2. Предел функции: определение, свойства.
3. Первый и второй замечательные пределы.
4. Вычисление пределов: понятие неопределенности и методы раскрытия основных неопределенностей.
5. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие величины: классификация, свойства, эквивалентности.
7. Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
8. Правила дифференцирования.
9. Производная сложной функции.
10. Таблица производных основных элементарных функций.
11. Связь дифференцируемости и непрерывности функции
12. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций.
13. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
14. Производные и дифференциалы высших порядков.
15. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Коши. Теорема Лагранжа.
16. Правило Лопиталю (Раскрытие неопределенности вида  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ ).
17. Правило Лопиталю (Раскрытие неопределенности вида  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$ ).
18. Монотонность функции на данном промежутке.
19. Экстремум функции.
20. Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций
21. Достаточное условие экстремума.
22. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.

23. Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
24. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
25. Асимптоты графика функции.
26. Общий план исследования функции и построения графика.
27. Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня.
28. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
29. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных.
30. Частные и полный дифференциалы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
31. Производные сложных функций двух переменных. Полная производная.
32. Производные функции, заданной неявно.
33. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
34. Градиент функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
35. Производная по направлению.
36. Экстремум функции двух переменных.
37. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.

## Приложение №5

Типовые варианты контрольных работ для студентов очной формы обучения

Контрольная работа №1 по темам:

Тема «Предел и непрерывность функции одной переменной»

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3},$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$$

Тема «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

1. Найти производные заданных функций.

$$a) y = \operatorname{ctg}^7 \frac{x+3}{5-2x^2}; \quad y', dy - ?$$

$$в) xy = \ln \sin(x+y);$$

$$з) y = (\sin x)^{\operatorname{tg} x}; \quad д) x = \sin^2 \frac{t}{3}, \quad y = \frac{1+t}{1-t}.$$

2. Вычислить приближенно  $f(1,05)$ , если  $f(x) = e^{0,1x(1-x)}$ .

3. Написать уравнение касательной и нормали к линии  $y = \ln x$  в точке  $x_0 = 1$ .

4. Решить, используя правило Лопиталья:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$ .

Контрольная работа №2 по темам:

Тема «Неопределенный интеграл»

1. Вычислить интегралы:

а)  $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$ , б)  $\int \frac{1 + \ln x}{x \ln x} dx$ , в)  $\int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

2. Вычислить интегралы:

а)  $\int (x-7) \sin x dx$ , б)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$ .

3. Вычислить интеграл:

$$\int \frac{x^2 - 3x - 12}{x(x-4)(x-3)} dx$$

4. Вычислить интегралы:

а)  $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$ , б)  $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$ .

Тема «Дифференциальные уравнения»

Решить уравнения:

1.  $(xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0$ .

2.  $2x^2y' - 4xy - y^2 = 0$ .

3.  $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$ .

4.  $\frac{y}{x} dx + (3y^2 + \ln x) dy = 0$ .

5.  $xy'' - y' = 0$ .

6.  $y'' - 8y' + 12y = -65 \cos 4x$ .

## Приложение №6

Типовые варианты контрольных работ для студентов заочной формы обучения

### Контрольная работа №1

1. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья раскрытия неопределенностей.

а).  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x}{-5x^2 + x - 1}$  б).  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{2}{x}\right]^x$

2. Найти производные заданных функций.

а)  $y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2\right)^5$ ; б)  $y = \frac{\operatorname{ctgx}^3 + \ln 4x}{\sqrt{6x+1}}$

в)  $y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}$ ; г)  $y = 2^{\operatorname{tg} x} + x \sin 2x$ .

д)  $\operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) = 5x$ .

3. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  для функций заданных параметрически

$$x = \cos\left(\frac{t}{2}\right), \quad y = t - \sin t.$$

4. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию  $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$  и, используя результаты исследования, построить график.

5. Найти полный дифференциал функции  $z = f(x; y)$ ,

где  $f(x; y) = xy^3 - 2x^3y + 2y^4$ .



## Контрольная работа 2

1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

а)  $\int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx$  ;      б)  $\int \frac{\arctg^2 2x}{1 + 4x^2} dx$  ;

в)  $\int x \cos 2x dx$  ;      г)  $\int \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx$ .

2. Вычислить по формуле Ньютона – Лейбница определенный интеграл  $\int_3^9 \frac{\ln x}{x} dx$  .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$y = -x^2 + 4x - 1$  и прямой  $y = -x - 1$ . Сделать чертеж.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения

$y' - 4xy = x$  и частное решение, удовлетворяющее начальному условию;  $y_0 = \frac{3}{4}$ ,

$x_0 = 0$ .

5. Найти общее решение дифференциального уравнения

$y'' + 4y' + 4y = 2e^x$  и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям;

$y_0 = -2$ ,  $y'_0 = -2$  при  $x = 0$ .

6. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену  $\frac{nx^n}{2^n}$ ; найти

интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

## Приложение №7

### Типовые экзаменационные вопросы по дисциплине «Математический анализ»

1. Натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа.
2. Комплексное число. Мнимая единица. Множество комплексных чисел и множество действительных чисел. Действительная часть и мнимая часть комплексного числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа.
3. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме (сложение, вычитание, умножение, деление). Как считать степени мнимой единицы? Как решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом на множестве комплексных чисел?
4. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической.
5. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня).
6. Показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в показательной форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня).
7. Переменная величина. Функция: основные понятия (аргумент, значение функции, область определения, множество значений, нули функции, возрастание, убывание, четность, нечетность, периодичность). Обратная функция. Способы задания функции.
8. Числовая последовательность. Понятие и свойства предела последовательности. Ограниченность последовательности.
9. Предел функции: определение, свойства.
10. Первый и второй замечательные пределы.
11. Вычисление пределов: виды неопределенностей и методы раскрытия основных неопределенностей.
12. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
13. Бесконечно малые и бесконечно большие величины: классификация, свойства, эквивалентности.
14. Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
15. Правила дифференцирования.
16. Производная сложной функции.
17. Таблица производных основных элементарных функций.
18. Связь дифференцируемости и непрерывности функции
19. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций.
20. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
21. Правило Лопиталя (раскрытие неопределенности вида  $0/0$ ).
22. Правило Лопиталя (раскрытие неопределенности вида  $\infty/\infty$ ).
23. Монотонность функции на данном промежутке.
24. Экстремум функции.
25. Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций

26. Достаточное условие экстремума.
27. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
28. Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
29. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
30. Асимптоты графика функции.
31. Общий план исследования функции и построения графика.
32. Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня.
33. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных.
34. Частные и полный дифференциалы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
35. Градиент функции.
36. Производная по направлению.
37. Экстремум функции двух переменных.
38. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.
39. Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства.
40. Таблица неопределенных интегралов
41. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
42. Замена переменной в неопределенном интеграле.
43. Интегрирование некоторых выражений, содержащих квадратный трехчлен.
44. Интегрирование дробно-рациональных функций.
45. Интегрирование простейших иррациональных выражений.
46. Интегрирование тригонометрических выражений.
47. Определенный интеграл: определение, геометрический смысл.
48. Свойства определенного интеграла.
49. Формула Ньютона-Лейбница.
50. Замена переменной в определенном интеграле.
51. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
52. Вычисление площадей плоских фигур.
53. Вычисление длин дуг плоских кривых.
54. Вычисление объемов тел.
55. Физические приложения определенного интеграла.
56. Несобственный интеграл 1-го рода: определение, признаки сходимости.
57. Несобственный интеграл 2-го рода: определение, признаки сходимости.
58. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: понятие, общее и частные решения, задача Коши.
59. Условия существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
60. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
61. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
62. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Бернулли.
63. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Лагранжа.
64. Дифференциальные уравнения Бернулли.
65. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.

66. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка: основные типы и методы интегрирования.
67. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения.
68. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
69. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.
70. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
71. Числовой ряд с положительными членами (определение, частичные суммы ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды).
72. Необходимый признак сходимости.
73. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признак сравнения, предельный признак сравнения.
74. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признак Даламбера, радикальный признак Коши.
75. Интегральный признак сходимости числовых рядов с положительными членами.
76. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды: определения; признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда; условная и абсолютная сходимость.
77. Степенные ряды: определение; радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля.
78. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора некоторых элементарных функций.
79. Применения степенных рядов в приближенных вычислениях значений функций.
80. Применения степенных рядов в приближенных вычислениях определенных интегралов.

Типовые экзаменационные задания по дисциплине  
«Математический анализ»

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$ .

2. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$ .

3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}$ .

4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 4}{x + 8} \right)^{-3x}$ .

5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$ .
6. Вычислить производную и дифференциал функции  $y = \operatorname{ctg}^7 \frac{x+3}{5-2x^2}$ ;  $y', dy - ?$
7. Вычислить производную функции  $xy = \ln \sin(x+y)$ .
8. Вычислить производную функции  $y = (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$ .
9. Вычислить производную функции  $x = \sin^2 \frac{t}{3}$ ,  $y = \frac{1+t}{1-t}$ .
10. Вычислить приближенно  $f(1,05)$ , если  $f(x) = e^{0,1x(1-x)}$ .
11. Написать уравнение касательной и нормали к линии  $y = \ln x$  в точке  $x_0 = 1$ .
12. Решить, используя правило Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$ .
13. Вычислить интеграл  $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$ .
14. Вычислить интеграл  $\int \frac{1 + \ln x}{x \ln x} dx$ .
15. Вычислить интеграл  $\int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .
16. Вычислить интеграл  $\int (x-7) \sin x dx$ .
17. Вычислить интеграл  $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$ .
18. Вычислить интеграл  $\int \frac{x^2 - 3x - 12}{x(x-4)(x-3)} dx$ .
19. Вычислить интеграл  $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$ .
20. Вычислить интеграл  $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$ .

21. Вычислить интеграл  $\int_0^{\pi} x \cos 3x dx$ .

22. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3$$

23. Вычислить несобственный интеграл  $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$ .

24. Решить уравнение  $(xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0$ .

25. Решить уравнение  $2x^2y' - 4xy - y^2 = 0$ .

26. Решить уравнение  $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$ .

27. Решить уравнение  $\frac{y}{x}dx + (3y^2 + \ln x)dy = 0$ .

28. Решить уравнение  $xy'' - y' = 0$ .

29. Решить уравнение  $y'' - 8y' + 12y = -65 \cos 4x$ .

30. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' \cdot y = -\frac{2 \cdot x}{\cos(y)}$$

31. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1) = 1$$

32. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$(1 + x^2) \cdot y'' + 2xy' = 12x^3$$

33. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию.

$$y' \cdot y^2 + y \cdot y'' - (y')^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

34. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^{-x}$$

35. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y' - 2y = 8 \cdot \sin(2x)$$

36. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y = 4x \cdot \cos(x)$$

37. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 2y' + 5y = e^x \cdot \cos(2x)$$

38. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' = 2x^2 - x + 3$$

39. Вычислить вторую производную функции

$$y = \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$$

40. Вычислить  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$ , если функция  $y(x)$  задана параметрически

$$x = \cos t, \quad y = \sin^2 t.$$

41. Вычислить  $y'$  и  $y''$  для функции  $y(x)$ , заданной неявно

$$x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0$$

42. . Найти частную производную функции  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$  по переменной  $x$ .

43. Найти частную производную второго порядка  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  функции  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ .

44. Найти градиент функции  $u = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$  в точке  $(1, 1, 1)$ .

45. Записать формулу  $n$ -го члена ряда  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$

46. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2n!}$ .

47. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ .

48. Исследовать ряд на сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{100n + 1}$ .

49. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$ .

50. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$ .