Федеральное агентство по рыболовству
БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»
Калининградский морской рыбопромышленный колледж

Утверждаю
Заместитель начальника колледжа
по учебно-методической работе
М.С. Агеева

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
53959AC4CF57B77809EEC6B4AF69048DD86AFB41
Владелец: Агеева Марина Сергеевна
Действителен: с 2024.09.02 до 2025.11.26
БГАРФ

Учебно-методическое пособие для выполнения практических занятий по дисциплине

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

по специальности

11.02.03. Эксплуатация оборудования радиосвязи и электрорадионавигации судов

МО-11 02 03-ЕН.01.ПЗ

РАЗРАБОТЧИК Н.А. Русакова

ЗАВЕДУЮЩИЙ ОТДЕЛЕНИЕМ Д.В. Холоденин

ГОД РАЗРАБОТКИ 2023

Содержание

Введение

Умение решать задачи – практическое искусство, подобное плаванию, или катанию на лыжах, или игре на фортепьяно: научиться этому можно, лишь подражая избранным образцам и постоянно тренируясь …

Д. Пойа

Методическое пособие составлено в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Математика», разработанной на основе Федерального государственного образовательного стандарта третьего поколения по специальности 11.02.03 «Эксплуатация оборудования радиосвязи и электрорадионавигации судов», содержит образцы решений типовых примеров и задач, выполнения практических работ, поясняющих теоретический материал, изложенный в лекциях.

Целью проведения занятий является закрепление теоретических знаний и приобретение необходимых навыков и умений по отдельным темам курса. Наряду с формированием умений и навыков в процессе практических занятий вырабатывается способность и умение использовать теоретические знания на практике, развиваются интеллектуальные умения.

Выполнение практических заданий направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях;

ОК 08. Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности;

ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

ПК 1.4. Пользоваться программным обеспечением микропроцессоров радиооборудования и методами устранения сбоев программного обеспечения.

Перед проведением практических занятий курсанты обязаны проработать соответствующие разделы теоретического курса, уяснить цель занятия, ознакомиться с содержанием и последовательностью его проведения, а преподаватель - проверить их знание и готовность к проведению к выполнению задания.

Текст заданий, решённых на практическом занятии, схемы, эскизы, таблицы должны быть выполнены в соответствие с требованиями, предъявляемыми к оформлению письменных работ.

После каждого практического занятия проводится зачёт, на котором курсант должен:

Пояснить, как проводится расчёт.

Уметь анализировать полученные результаты в соответствии с основными требованиями к знаниям и умениям по данной теме.

Ответить на вопросы для самопроверки.

Перечень практических занятий

№ п/п	Практическое занятие	Кол-во часов
Раздел 1 Математический анализ		
Тема 1.1 Последовательность, функция. Предел последовательности и функции		
1	Техника вычисления пределов. Первый и второй замечательные пределы.	2
Тема 1.2 Производная функции		
2	Нахождение производных. Нахождение частных производных функций нескольких переменных.	2
Тема 1.3 Приложение производной		
3	Применение производной к исследованию функции и построению графиков	2
Тема 1.4 Неопределённый интеграл.		
4	Интегрирование функций различными способами.	2
Тема 1.5 Определённый интеграл		
5	Вычисление определенных интегралов различными способами	2
Тема 1.6 Приложение интегралов		
6	Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения	2
Тема 1.7 Дифференциальные уравнения		
7	Решение дифференциальных уравнений 1- го порядка	2
8	Решения дифференциальных уравнений 2-го порядка	2
9	Решения дифференциальных уравнений 1-ого и 2-ого порядка	2
Тема 1.8. Ряды		
10	Сходимость рядов. Разложение функции в степенной ряд.	2
Раздел 2. Основы теории вероятности и математической статистики		
Тема 2.1 Элементы комбинаторики		
11	Основные определения и понятия комбинаторики: - размещение, перестановки и сочетания Решение комбинаторных задач и упражнений	2
Тема 2.2 Вероятность и элементы математической статистики		
12	Закон распределения случайной величины. Нахождение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения случайной дискретной величины заданной законом распределения	2
Раздел 3. Основные численные методы		
13	Численное дифференцирование и интегрирование	2
14	Численные методы при решении задач профессиональной направленности	2
ИТОГО		28

Раздел 1 Математический анализ
Тема 1.1 Последовательность, функция. Предел последовательности и функции
Практическое занятие №1 Техника вычисления пределов. Первый и второй замечательные пределы

Во всех областях научной и практической деятельности человечество сталкивается с самыми разнообразными величинами, например, теплоёмкостью, ускорением, скоростью, длинами, площадями, объёмами, весами и т.д. Все эти величины характеризуются числовыми значениями, которые являются переменными, причём изменения одних величин связано с изменением других.

Из разнообразных способов поведения переменных величин наиболее важен тот, при котором переменная величина стремится к некоторому пределу.

Цель занятия:

Научиться вычислять пределы функций. Применять первый и второй замечательный пределы.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить определение предела функции в точке, основные теоремы о пределах, правила раскрытия неопределённостей типа $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$, первый и второй замечательные пределы.

2. Внимательно изучить примеры вычисления пределов функций. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Вычислить пределы функций:

$$а)\ \lim_{x\to\infty}\frac{5x^2+6x-7}{10x^2+2x+1}\quad б)\ \lim_{x\to 1}(3^x+2x-5)\quad в)\ \lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x^2-4}\quad г)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$$

$$д)\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x}\right)^{2x}\quad е)\ \lim_{x\to\infty}\frac{1}{4x+7}\quad ж)\ \lim_{x\to 0}\frac{4}{2x-3}\quad з)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{3x},\quad к)\ \lim_{x\to 3}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x,\quad л)\ \lim_{x\to 1-0}5^{\frac{1}{x-1}}$$

Решение.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+6x-7}{10x^2+2x+1}$.	Разделить числитель и знаменатель функции на старшую степень неизвестного и найти предел полученного выражения: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+6x-7}{10x^2+2x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5+\frac{6}{x}-\frac{7}{x^2}}{10+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$
2. $\lim\limits_{x\to 1}(3^x+2x-5)$.	Выполнить непосредственную подстановку предельного значения аргумента: $\lim\limits_{x\to 1}(3^x+2x-5)=3^1+2\cdot3-5=4$
3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-10}{x^2-4}$.	Разложить числитель и знаменатель дроби на множители и сократить дробь: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-10}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+5}{x+2}=\dfrac{7}{4}$
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$.	Умножить числитель и знаменатель на сопряжённый числителю множитель, затем, сократив дробь, вычислить предел: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1+x}+1)}{x(\sqrt{1+x}+1)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+x-1}{x(\sqrt{1+x}+1)}=$ $=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{1+x}+1}=\dfrac{1}{2}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+1}{x})^{2x}$.	$\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x+1}{x})^{2x}=\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^{2x}=e^2$
6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{4x+7}$.	Знаменатель дроби при $x\to\infty$ становится бесконечно большой величиной, а числитель – величина постоянная. Предел такой дроби равен 0.
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4}{2x-3}$.	Знаменатель дроби при $x\to 0$ становится бесконечно малой величиной, а числитель – величина постоянная. Предел такой дроби равен ∞ .
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{3x}$.	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{3x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{2x}\cdot\dfrac{2x}{3x}=1\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{3}$
9. $\lim\limits_{x\to 3}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$	В данном случае $x\to 3$, поэтому нет необходимости использовать второй замечательный предел, поскольку нет никакой неопределённости, и предел может быть вычислен непосредственно.
10. $\lim\limits_{x\to 1-0}5^{\frac{1}{x-1}}$	если x стремится к единице слева, то $x-1$ будет принимать близкие к нулю отрицательные значения, и выражение $\dfrac{1}{x-1}$, очевидно, стремится к $-\infty$. Тогда: $\lim\limits_{x\to 1-0}5^{\frac{1}{x-1}}=5^{-\infty}=\dfrac{1}{5^{\infty}}=0$.

Задания для самостоятельной работы:

Вариант 1	Вариант 2
1. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2 - 4x - 2}{x^2 + 6x - 5}$	1. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2 + 4x - 2}{6x^2 + x - 5}$
2. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2 - 5x}{3x^3 - 5x + 1}$	2. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2 - 5x - 8}{3x^4 - 5x^2 + 7}$
3. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 6x - 7}$	3. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$
4. $\lim\limits_{x \to 6} \dfrac{x - 6}{\sqrt{x - 2} - 2}$	4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \sqrt{x + 1}}{x}$
5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{11x}{\sin 5x}$	5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x}{\sin 5x}$
6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^3 + 4x^2}{5x^3 - x^2}$	6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x^2 - 3x}{5x^2 + 2x}$
7. $\lim\limits_{x \to \infty} (1 + \dfrac{5}{x})^{4x}$	7. $\lim\limits_{x \to \infty} (1 + \dfrac{3}{x})^{4x}$
8. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x - 3}{x + 2}\right)^{x}$	8. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x - 3}{x + 3}\right)^{x}$
Вариант 3	Вариант 4
1. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - x - 2}{4x^2 + x - 5}$	1. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2 - 4x - 2}{9x^2 + x - 2}$
2. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^4 + 5x - 8}{3x^2 - 5x + 1}$	2. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^5 - 5x - 11}{3x^3 - 5x + 1}$
3. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 + x - 2}{x^2 + 6x - 7}$	3. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$
4. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x - 2}{\sqrt{x + 2} - 2}$	4. $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{5 - x}{3 - \sqrt{2x - 1}}$
5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 7x}{6x}$	5. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 8x}{5x}$
6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{2x^6 - 7x^5}{3x^6 + 4x^5}$	6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{6x^4 + x^2}{3x^4 - 7x^2}$
7. $\lim\limits_{x \to \infty} (1 - \dfrac{2}{x})^{3x}$	7. $\lim\limits_{x \to \infty} (1 - \dfrac{4}{x})^{5x}$

8. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x-1}{x+2} \right)^x$	8. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x-1}{x+1} \right)^x$

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется пределом функции в точке x_0?
2. Какие теоремы используются при вычислении пределов функции?
3. Каким образом можно раскрыть неопределённости типа $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$?
4. Какие величины называются бесконечно большими и бесконечно малыми величинами?
5. Как формулируются первый и второй замечательные пределы?

Тема 1.2 Производная функции
Практическое занятие №2 Нахождение производных. Нахождение частных производных функций нескольких переменных

Понятие производной находит широкое приложение в различных областях науки и техники. Производная применяется при поиске углового коэффициента касательной к графику кривой, заданной уравнением; при вычислении скорости и ускорения точки, закон движения которой известен; при определении плотности неоднородного стержня или тока, если известно количество электричества, протекающего через проводник.

Цель занятия:

Научиться находить производные функций. Решать задачи на геометрический и механический смысл. Находить частные производные.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить определение производной, её физический и геометрический смысл, правила и формулы дифференцирования, частные производные.

2. Внимательно изучить примеры определения производных функций. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы. Найти производные функций: а) $f(x) = x^2 + x - 7$; б) $f(x) = x^3 \cdot (x-1)$; в) $y = (3x^3 - 2x + 1) \cdot \sin x$; г) $y = tgx + \frac{e^x}{1+x}$ Решить задачу, используя дифференциальное исчисление.

Решение.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
1. Найти производную функции f(x) = x^2 + x – 7	f '(x) = (x^2 + x – 7)' = (x^2)' + x' – 7' = 2x + 1 – 0 = –2x + 1
2. Найти производную функции f(x) = x^3 (x - 1).	f '(x) = (x^3(x – 1))' = (x^3)'(x – 1) + x^3(x – 1)' = = 3x^2 (x – 1) + x^3 (1 – 0) = 3x^3 - 3x^2 + x^3 = 4x^3 – 3x^2.
3. Найти производную функции y=(3x^3-2x+1)$\cdot$sinx.	y'=(3x^3-2x+1)'$\cdot$sin x + (3x^3-2x+1)$\cdot$(sin x)' = (9x^2-2)sin x + (3x^3-2x+1)cosx.
4. Найти производную функции y = tg x + $\frac{e^x}{1+x}$.	$y'=\left(tgx + \frac{e^x}{1+x}\right)' = (tgx)' + \left(\frac{e^x}{1+x}\right)' = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{(e^x)'(1+x) - (1+x)'e^x}{(1+x)^2} =$ $= \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{(1+x)e^x - e^x}{(1+x)^2} = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{xe^x}{(1+x)^2}$.
5. Известно, что для любой точки С неоднородного стержня АВ длиной 20 см , отстоящей от точки А на расстоянии n см , масса куска стержня АС в граммах определяется по формуле m (n) = 3 n ^{2} + 5 n . Найдите линейную плотность стержня в середине отрезка АВ.	m(*n*) = 3n^2 + 5*n* (г), l_{AB} = 20 см, $\rho_{сер}$=? Решение: Т.к. ρ(*n*) = m′(*n*), то ρ(*n*) = 6*n*+ 5. *n* = 10 см, ρ(10) = 60 + 5 = 65 (г/см) Ответ: 65 г/см.
6. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2\sin x + 5$ в тточк $x_0 = \frac{\pi}{2}$	Итак, пусть дана функция *y* = *f* (*x*), которая имеет производную *y* = *f* ’(*x*) на отрезке [*a*; *b*]. Тогда в любой точке $x_0 \in (a; b)$ к графику этой функции можно провести касательную, которая задается уравнением: $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ Здесь *f* ’(x_0) — значение производной в точке x_0, а *f* (x_0) — значение самой функции. Имеем:

	$f(x_0) = f(\frac{\pi}{2}) = 2\sin(\frac{\pi}{2}) + 5 = 2 + 5$ $f'(x) = (2\sin x + 5)' = 2\cos x$ $f'(x_0) = f'(\frac{\pi}{2}) = 2\cos(\frac{\pi}{2}) = 0$ Уравнение касательной: $y = 0 \cdot (x - \frac{\pi}{2}) + 7 \Rightarrow y = 7$

Продолжение

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
7.Найти частные производные первого порядка функции $z = 2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7$	Решаем Когда мы находим частную производную по «игрек», то переменная”x” считается константой (постоянным числом). $z'_x = (2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7)'_x = 2y^3(x^2)' + 3(x^4)'_x + (5y)'_x - (7)'_x =$ $2y^3 \cdot 2x + 3 \cdot 4x^3 + 0 - 0 = 4xy^3 + 12x^3$ Когда мы находим частную производную по «игрек», то переменная”y” считается константой (постоянным числом). $z'_y = (2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7)'_y = 2x^2(y^3)'_y + (3x^4)'_y + (5y)'_y - (7)'_y =$ $2x^2 \cdot 3y^2 + 0 + 5 \cdot 1 - 0 = 6x^2y^2 + 5$

Вариант 1.

1. Найти производную функции:
   а) $h(x) = 5x^2 + 3x + 8$
   б) $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$
   в) $g(x) = 2\log_2 x + \ln x$
   г) $y = 2x + e^x - \sin x$
   д) $f(x) = 2x^4 - \frac{6}{x} - 3\sqrt{x}$;
   е) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3\ln x$;
   ж) $f(x) = 3x\,e^x$;
   з) $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$;
   и) $y = \frac{1-x^5}{1-x^3}$

2. Дана функция $f(x) = x^2 - 2\sqrt{x} + 8$. Напишите уравнение касательной к графику этой функции в точке с абсциссой $x_0=1$;

3.Координата материальной точки изменяется с течением времени по закону $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 7t + 6$. Найдите скорость точки в момент времени t = 6с.

4.Найти производную
$f(x, y) = 5x^2y^4 + 2xy$

Вариант 2.

1. Найти производную функции:
   а) $f(x) = 4x^2 - 3x - 1$
   б) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5$
   в) $y(x) = 2\sin x + \cos x - 3$
   г) $y = 2x + e^x - \operatorname{tg} x$
   д) $f(x) = x^4 - e^x - \cos x$;
   е) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \ln x$;
   ж) $f(x) = 4x \cdot e^x$
   з) $f(x) = \frac{2+3x}{5x-4}$;
   и) $y = 3(\frac{x^4}{2} - x^2)$

2. Дана функция $f(x) = 2\sqrt{x} - 4x + 5$. Напишите уравнение касательной к графику этой функции в точке с абсциссой $x_0=4$

3. При движении тела по прямой его скорость V (м/с) меняется по закону $V(t) = \frac{t^5}{5} - t^3 + t + l$, где t - время движения в секундах. Найдите ускорение (м/с ^{2}) через 2 секунды после начала движения.

4. Найти производную
$f(x, y) = 6x^3y^2 - 2x^3y$

Вариант 3.	1. Найти производную функции: а) $f(x) = 4x^2 + 7x+1$ б) $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 15$ в) $f(x) = \frac{x^2 - 7}{cosx}$ г) $y = 2x + e^x - \sin x$ д) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}} - 5\ln x$; е) $f(x)=x^3 + e^x - \cos x$; ж) $f(x)= 2x\, e^x$; з) $f(x)=\frac{2x+3}{5-4x}$; и) $y = 1 + \frac{4x+1}{x^2}$ 2.Дана функция $f(x)=\ln x + 4x + 3$. Напишите уравнение касательной к графику этой функции в точке с абсциссой $x_0=1$; 3.Координата материальной точки изменяется с течением времени по закону S(t) (t) = 2 t^3-t^2 +4. Найдите скорость точки в момент времени t = 2с. 4.Найти производную $f(x, y) = 8x^2 \sin y + 2\cos xy$	Вариант 4.	1. Найти производную функции: а) $f(x) = 5x^2 + 6x-1$ б) $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$ в) $g(x) = 2\ln x - 3\log_7 x + 5$ г) $f(x)=\frac{1}{x^2} + 2e^x + \cos x$; д) $f(x)=\sqrt{x} - 2\ln x$; е) $f(x)= x\, e^x$; ж) $f(x) = 3x^7 \cdot \log_3 x$ з) $f(x)=\frac{1}{3x-1}$; и) $y = \frac{1}{x^2(x-1)}$ 2.Дана функция $f(x)=e^x +4x+3$. Напишите уравнение касательной к графику этой функции в точке с абсциссой $x_0=0$; 3.При движении тела по прямой его скорость V (м/с) меняется по закону V (t)= $\sqrt{t} + t^2 + 4$ Найдите ускорение (м/с ^{2}) через 1 секунду после начала движения. 4.Найти производную $f(x, y) = 5\sqrt{x}\, y^3 + 2xy$

Задания для самостоятельной работы:

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется производной функции?

2. Как вычислить производную второго порядка? В чём состоит физический смысл второй производной?

3. Какая связь существует между непрерывностью функции и её производной?

4. Какие прикладные задачи решаются с помощью производной?

5.Что называется функцией двух переменных?

Тема 1.3 Приложение производной
Практическое занятие № 3 Применение производной к исследованию функций и построению графиков

Производная используется для исследования функций, т.е. для её изучения различных свойств. Результаты такого исследования удобно представлять в виде графика.

Цель занятия:

Научиться строить график функций, используя производную.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить алгоритм исследования функции с помощью производной и построения её графика.

2. Внимательно изучить пример исследования функции. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Исследовать функцию и построить её график: $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 2$.

Решение.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
1. Найти область определения и область значений функции.	Область определения $x \in R$(x – любое действительное число); область значений $y \in R$, так как $f(x)$ – многочлен нечётной степени;
2. Проверить функцию на чётность.	функция $f(x)$ не является ни чётной, ни нечётной
3. проверить	$f(x)$ – непериодическая функция

функцию на периодичность.	

Продолжение

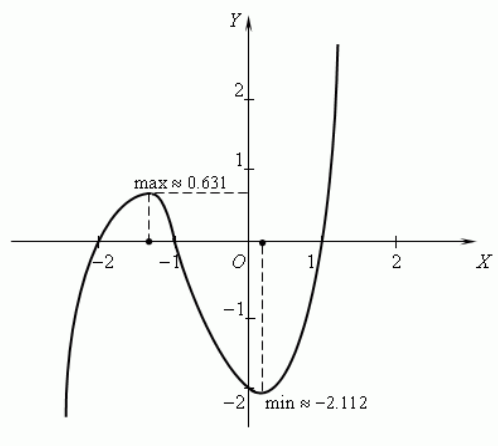
<table>
<tr><th>Алгоритм</th><th>Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму</th></tr>
<tr><td>4. Найти производную функции и критические точки функции.</td><td>$f'(x) = 3x^2 + 4x - 1$;   Найти корни уравнения $3x^2 + 4x - 1 = 0$.
Эти корни: $x_{1,2} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{28}}{6} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$. Функция имеет две критические точки и три интервала монотонности:
$\left(-\infty, \dfrac{-2-\sqrt{7}}{3}\right), \left(\dfrac{-2-\sqrt{7}}{3}, \dfrac{-2+\sqrt{7}}{3}\right)$ и $\left(\dfrac{-2+\sqrt{7}}{3}, +\infty\right)$.</td></tr>
<tr><td>5. Свести полученные данные в таблицу.</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$\left(-\infty, \dfrac{-2-\sqrt{7}}{3}\right)$</td><td>$\dfrac{-2-\sqrt{7}}{3}$</td><td>$\left(\dfrac{-2-\sqrt{7}}{3}, \dfrac{-2+\sqrt{7}}{3}\right)$</td><td>$\dfrac{-2+\sqrt{7}}{3}$</td><td>$\left(\dfrac{-2+\sqrt{7}}{3}, +\infty\right)$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>–</td><td>0</td><td>+</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>↗</td><td>~0.631</td><td>↘</td><td>~ −2.112</td><td>↗</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>max</td><td></td><td>min</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>6. Определить координаты точки пересечения графика с осью ОУ.</td><td>График функции пересекается с осью Y в точке (0, – 2), так как f (0) = −2</td></tr>
<tr><td>7. Найти нули функции.</td><td>Чтобы найти нули функции нужно решить уравнение: $x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0$, нулями функции являются: - 2, -1 и 1.</td></tr>
<tr><td>8. По полученным данным построить график функции.</td><td>

Рис. 7</td></tr>
</table>

Задания для самостоятельной работы:

Исследовать функцию и построить её график:

Вариант 1	**Вариант 2**
1. $y = -x^3 + 3x^2 – 2$ 2. $y = - 2x – 1/(2x)$ 3. $y = 1/(x^2 – 4)$	1. $y = -x^4 + 2x^2 +3$ 2. $y = 3x + 1/(3x)$ 3. $y = 1/(x^2 – 4)$
Вариант 3 1. $y = -x^3 - 3x^2 + 3$ 2. $y = x + 2/x$ 3. $y = 1/(x^2 – 4)$	**Вариант 4** 1. $y = x^4-8x^2 +8$ 2. $y = x + 4/x$ 3. $y = 1/(x^2 – 4)$

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Каким образом можно проверить функцию на чётность?
2. Каким образом можно проверить функцию на периодичность?
3. Как можно найти нули функции?
4. По какому алгоритму проводится исследование функции?

Тема 1.4 Неопределенный интеграл
Практическое занятие № 4 Интегрирование функций различными способами

Метод интегрирования, при котором интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции (или выражения) и применения свойств интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам, называется непосредственным интегрированием.

Цель занятия:

Научиться интегрировать функции различными способами.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить таблицу неопределённых интегралов, алгоритмы интегрирования способом подстановки и по частям.

2. Внимательно изучить примеры интегрирования простейших функций. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Непосредственное интегрирование.

Алгоритм:

1) преобразовать подынтегральное выражение так, чтобы получилась сумма выражений, похожих на подынтегральные выражения табличных интегралов;

2) из одного исходного интеграла получить сумму нескольких интегралов (используя 3-е и 4-е свойства неопределенного интеграла);

3) по таблице интегралов найти каждый из отдельных интегралов;

4) как только исчез последний знак интеграла, появляется постоянная интегрирования С;

5) при необходимости преобразовать полученный результат: привести подобные, сократить дроби, избавиться от иррациональности в знаменателе и т.п.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
1. $\int (5x^2 - 6x + \frac{8}{x\sqrt[4]{x}})dx$.	$\int (5x^2 - 6x + \frac{8}{x\sqrt[4]{x}})dx = 5\int x^2 dx - 6\int x dx + 8\int x^{-\frac{5}{4}} dx = \frac{5}{3}x^3 - \frac{6}{2}x^2 + \frac{8}{-0,25}x^{-0,25} + C =$ $= \frac{5}{3}x^3 - 3x^2 - \frac{32}{\sqrt[4]{x}} + C$
2. $\int (2-3^x)dx$	$\int (2-3^x)dx = \int (4 - 4\cdot 3^x + 3^{2x})dx = 4\int dx - 4\int 3^x dx + \int 9^x dx = 4x - 4\cdot\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{9^x}{\ln 9} + C$

Интегрирование способом подстановки.

Алгоритм интегрирования функций способом подстановки:

1) ввести вспомогательную переменную, связанную с исходной переменной некой

2) функциональной зависимостью;

3) выразить исходную переменную через вспомогательную;

4) выразить дифференциал исходной переменной через дифференциал вспомогательной;

5) подставить вспомогательную переменную и ее дифференциал в интеграл;

6) свести полученный интеграл к табличному и взять его;

7) вернуться к исходной переменной.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
1. $\int x\sqrt{x-3}dx$	Чтобы избавиться от квадратного корня, положим $\sqrt{x-3}=u$, тогда $x = u^2 + 3$ и, следовательно, $dx = 2u\,du$. Делая подстановку, имеем: $\int x\sqrt{x-3}dx = \int (u^2+3)u2udu = \int (2u^4+6u^2)du = \frac{2u^5}{5} + 2u^3 + C = \frac{2(x-3)^{\frac{5}{2}}}{5} + 2(x-3)^{\frac{3}{2}} + C$
2. $\int xe^{x^2}dx$.	$x^2 = t, 2xdx = dt, xdx = \frac{dt}{2},$ $\int xe^{x^2}dx = \int e^t\frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\int e^t dt = \frac{1}{2}e^t + C = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$
3. $\int x\sqrt{x-2}dx$.	$пусть\ \sqrt{x-2} = r,\ x = r^2+2,\ dx = 2rdr$ $\int x\sqrt{x-2}dx = \int (r^2+2)r\cdot 2rdr = \int (2r^4+4r)dr = 2\int r^4dr + 4\int r^2dr = \frac{2r^5}{5} + \frac{4r^3}{3}n + C =$ $= \frac{2\sqrt{(x-2)^5}}{5} + \frac{4\sqrt{(x-2)^3}}{3} + C$
4. $\int \frac{\cos x}{\sqrt{1+4\sin x}}dx$.	$\sqrt{1+4\sin x} = t, 1+4\sin x = t^2, 4\cos xdx = 2tdt, \cos xdx = \frac{1}{2}tdt$ $\int \frac{\cos x}{\sqrt{1+4\sin x}}dx = \int \frac{\frac{1}{2}tdt}{t} = \frac{1}{2}\int dt = \frac{1}{2}t + C = \frac{1}{2}\sqrt{1+4\sin x} + C$

Интегрирование по частям.

$$\int udv = uv - \int vdu$$

Эта формула называется формулой интегрирования по частям. В качестве *u* обычно выбирается функция, которая упрощается дифференцированием, в качестве *dv* - оставшаяся часть подынтегрального выражения, содержащая dx, из которой можно определить *v* путем интегрирования.

Алгоритм интегрирования функций по частям:

1) выбрать функцию u (от исходной переменной) такую, что дифференциал от нее du проще, чем u;

2) разделить подынтегральное выражение на u - получим dv (можно устно);

3) из dv найти интегрированием v (обычно ее находят устно и сразу вносят под знак дифференциала, но можно и отдельным интегрированием);

4) из u найти его дифференциал du;

5) подставить полученные величины u, v, du, dv в формулу интегрирования по частям;

6) попытаться взять интеграл от vdu. При этом возможны варианты:

а) если интеграл от vdu легкий, то взять его;

б) если интеграл от vdu все еще не легкий но проще исходного, применить интегрирование по частям уже для него;

в) если в правой части получился такой же интеграл, как и исходный, в этом уравнении можно привести подобные и результат получится сам собой;

г) если интеграл от vdu сложно взять, повторить шаги 1-6 для другого u;

Что же обозначить u, а что v? Точного ответа нет, но есть условие: одну из них берем произвольно, а другую - так, чтобы их произведение было равно подынтегральной функции. Есть и здравый смысл: вводя сложную функцию, мы вряд ли сделаем интеграл проще.

Вот некоторые рекомендации по применимости интегрирования по частям:

1. Для выражений вида x^n умноженное на подынтегральное выражение табличных и простых интегралов (например, xsinx, $x^2\cos 2x$, x^2e^x) выбирают $u=x^n$

2. Для выражений вида e^x умноженное на подынтегральное выражение табличных и простых интегралов (например, $e^x\sin x$, $e^x\cos 2x$) выбирают $u=e^x$.

3. Для выражений вида x^n умноженное выражение вида arcsin ax, arcos ax, arctg ax, ln|x| выбирают $x^n dx$ за dv, а остальные сомножители – за u.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
1. $\int x\sin x\,dx$.	$u = x;\quad dv = \sin x\,dx;\quad du = dx;\quad v = \int \sin x dx = -\cos x$ $\int x\sin x\,dx = x(-\cos x) - \int(-\cos x)dx = -x\cos x + \sin x + C$

2. $\int \ln xdx$.	$u = \ln x; \quad dv = dx; \quad du = \frac{dx}{x}; \quad v = x$ $\int \ln xdx = x\ln x - \int \frac{xdx}{x} = x\ln x - x + C$
3. $\int x\ln xdx$.	$u = \ln x; \quad du = \frac{dx}{x}; \quad dv = xdx; \quad v = \int xdx = \frac{x^2}{2}$ $\int x\ln xdx = \frac{x^2}{2}\ln x - \int \frac{x^2}{2}\frac{dx}{x} = \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{4} + C$
4. $\int e^x \sin xdx$	$u = e^x; \quad du = e^x dx; \quad dv = \sin xdx; \quad v = -\cos x$ $\int e^x \sin sdx = -e^x \cos x - \int(-\cos x)e^x dx = -e^x \cos x + \int e^x \cos xdx;$ *Чтобы найти* $\int e^x \cos xdx$ *применим формулу интегрирования по частям ещё раз* $\int e^x \cos xdx = e^x \sin x - \int e^x \sin xdx$ *получился исходный интеграл; запишем результат в виде уравнения и приведём подобные члены.* $\int e^x \sin sdx = -e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \sin xd$ $2\int e^x \sin sdx = -e^x \cos x + e^x \sin x; \quad \int e^x \sin sdx = \frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x) + C$

Задания для самостоятельной работы:

Вариант № 1	**Вариант № 2**	**Вариант № 3**	**Вариант № 4**
$1.\int\left(3x^2 - 5x^3 + x\right)dx$	$1.\int\left(2x^4 - 5x^3 + 3\right)dx$	$1.\int\left(x^3 + 2x^2 - 5x\right)dx$	$1.\int\left(7x^3 - 5x^4 + 2\right)dx$
$2.\int\left(\frac{3}{x} - \cos x\right)dx$	$2.\int\left(\frac{3}{x^2} + 5\cos x\right)dx$	$2.\int\left(\frac{5}{x^2} - 4\sin x\right)dx$	$2.\int\left(\frac{4}{x^2} - 6\cos x\right)dx$
$3.\int\left(\sqrt{x} + \frac{5}{x}\right)dx$	$3.\int(\sqrt[5]{x^2} - e^x)dx$	$3.\int\left(\sqrt{x} + \frac{5}{x}\right)dx$	$3.\int(\sqrt[3]{x} - 2^x)dx$
$4.\int \frac{3dx}{\sin^2 x}$	$4.\int \frac{\sin 2x}{\cos x}dx$	$4.\int \frac{dx}{1 - \sin^2 x}$	$4.\int \frac{dx}{\sin^2(2x - \frac{\pi}{4})}$
$5.\int \frac{x^2 - 1}{x + 1}dx$	$5.\int \frac{x^2 - 9}{x + 3}dx$	$5.\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1}dx$	$5.\int \frac{x^3 - 8}{x - 2}dx$
$6.\int(3 - 5x)^{10}dx$	$6.\int(3x + 1)^8 dx$	$6.\int(7x + 5)^8 dx$	$6.\int(5x - 1)^{12}dx$
7. $\int \frac{3x^2 dx}{\sin^2(x^3 - 2)}$	7. $\int \frac{\cos xdx}{2\sin x + 1}$	7. $\int \frac{\sin xdx}{2 + \cos x}$	7. $\int \frac{\cos xdx}{\sqrt{2\sin x + 1}}$
8 $\int xe^x dx$	8. $\int e^{2x}\cos xdx$	8. $\int x\cos xdx$	8. $\int e^{2x}\cos xdx$

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. В чём заключается геометрический смысл первообразных данной функции?
2. Как проверить, правильно ли найдена первообразная данной функции?
3. В чём заключается метод непосредственного интегрирования?

Тема 1.5 Определенный интеграл
Практическое занятие № 5 Вычисление определенных интегралов различными способами

Метод интегрирования, при котором интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции (или выражения) и применения свойств интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам, называется **непосредственным интегрированием**. При вычислении определённых интегралов применяется формула Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

где

F(x) – одна из первообразных функции *f*(x).

Цель занятия:

Научиться интегрировать простейшие функции.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить таблицу неопределённых интегралов, алгоритм выполнения непосредственного интегрирования.

2. Внимательно изучить примеры интегрирования простейших функций. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Решение.

Алгоритм	**Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму**
1. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\ xdx$.	$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\ xdx = \sin\ x \Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin\ \frac{\pi}{2} - \sin\ 0 = 1$
2. $\int\limits_0^2 (x^3 - x^2)dx$.	$\int\limits_0^2 (x^3 - x^2)dx = (\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3})\Big\vert_0^2 = (\frac{16}{4} - \frac{8}{3}) - 0 = \frac{4}{3}$
3. $\int\limits_0^1 (\sqrt[3]{t} - \sqrt{t})dt$.	$\int\limits_0^1 (\sqrt[3]{t} - \sqrt{t})dt = \int\limits_0^1 (t^{\frac{1}{3}} - t^{\frac{1}{2}})dt = (\frac{t^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1} - \frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1})\Big\vert_0^1 = (\frac{3t^{\frac{4}{3}}}{4} - \frac{2t^{\frac{3}{2}}}{3})\Big\vert_0^1 =$ $= (\frac{3}{4} - \frac{2}{3}) - 0 = \frac{1}{12}$
4. $\int\limits_1^{e^2} \frac{dx}{x}$.	$\int\limits_1^{e^2} \frac{dx}{x} = \ln\vert x\vert \Big\vert_1^{e^2} = \ln\ e^2 - \ln\ 1 = 2$
5. $\int\limits_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+1}$.	$\int\limits_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+1} = arctgx \Big\vert_{-1}^1 = arctg\ \ 1 - arctg\ \ (-1) = \frac{\pi}{4} - (-\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{2}$

Задания для самостоятельной работы:

Вариант № 1	**Вариант № 2**
1. $\int\limits_0^{\pi} \sin x dx$;	1. $\int\limits_{-2}^{-1} 3^x dx$;
2. $\int\limits_1^2 (x-1)dx$;	2. $\int\limits_1^2 (x^2+1)dx$;
3. $\int\limits_{-1}^1 (3x^2+2)dx$;	3. $\int\limits_{-1}^1 (5x^2+1)dx$;
4. $\int\limits_1^4 (x^2+x-5)dx$;	4. $\int\limits_{-1}^2 (x^2+2x+7)dx$;
5. $\int\limits_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$;	5. $\int\limits_0^{1/4} \frac{1}{\sqrt{1-16x^2}}dx$;
6. $\int\limits_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2-9}$;	6. $\int\limits_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{1+x^2}$;
7. $\int\limits_2^3 \frac{dx}{x^2-2x-8}$.	7. $\int\limits_3^8 \frac{dx}{x^2-6x+34}$.

Вариант № 3	**Вариант № 4**
1.. $\int_{1}^{3} 2^x dx$;	1. $\int_{0}^{\pi} \cos x dx$;
2. $\int_{0}^{1} (x+1) dx$;	2. $\int_{4}^{12} (x-3) dx$;
3. $\int_{-1}^{1} (3x^2 - 6x) dx$;	3. $\int_{-1}^{1} (4x^2 - 1) dx$;
4. $\int_{-1}^{2} (x^2 - 10x + 2) dx$;	4. $\int_{2}^{4} (2x^2 + 3x - 1) dx$;
5. $\int_{0}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-16x^2}} dx$;	5. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$;
6. $\int_{0}^{2} \frac{dx}{4+x^2}$;	6. $\int_{0}^{1} \frac{dx}{x^2-1}$;
7. $\int_{-2}^{1} \frac{dx}{x^2+4x+13}$.	7. $\int_{2}^{5} \frac{dx}{x^2+2x+10}$.

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Что называется определённым интегралом?
2. В чём заключается разница между неопределённым и определённым интегралом?
3. Можно ли применить формулу Ньютона-Лейбница к интегралу $\int_{0}^{5} \frac{dx}{(x-4)^4}$? Почему?

Тема 1.6 Приложение интегралов
Практическое занятие № 6 Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения

С геометрической точки зрения, определённый интеграл представляет собой площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[a, b]$ и сохраняющей на этом отрезке свой знак, отрезком $[a, b]$ и прямыми $x = a$ и $x = b$. С помощью определённого интеграла можно вычислить площади различных плоских фигур и объёмы тел.

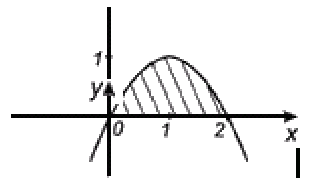
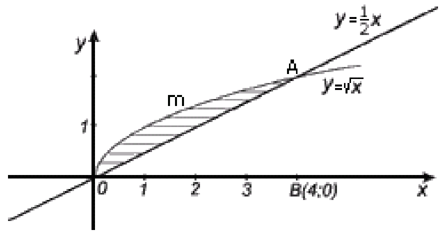
Цель занятия: Научиться вычислять площади плоских фигур и объёмы тел вращения.

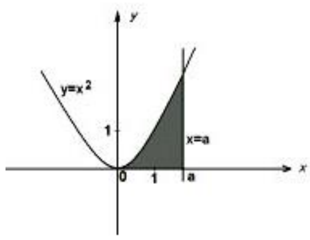
Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить геометрический смысл определённого интеграла, способы вычисления площадей плоских фигур и объёмов тел вращения, алгоритмы интегрирования.

2. Внимательно изучить примеры вычисления площадей плоских фигур и объёмов тел вращения. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Вычисление площадей плоских фигур.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
1.Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $f(x) = 2x - x^2$ и осью абсцисс	График функции $f(x) = 2x - x^2$ парабола. Вершина: (1; 1).  $S = \int_0^2 (2x - x^2)dx = (x^2 - \frac{x^3}{3}) \Big\vert_0^2 = (4 - \frac{8}{3}) - 0 = 1\frac{1}{3}$ (кв. ед.) **Ответ:** $1\frac{1}{3}$ кв. ед.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{1}{2}x$.	График функции $y = \frac{1}{2}x$ – прямая. Функция $y = \sqrt{x}$ является обратной функции $y = x^2$ на промежутке $[0; +\infty)$.  $S = S_{OmAB} - S_{\Delta OAB}$ Пределы интегрирования указаны в таблицах значений функций.

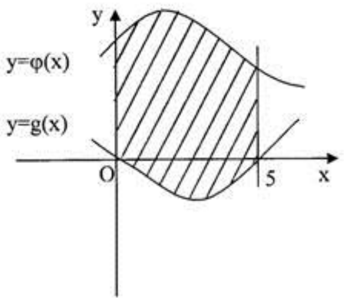
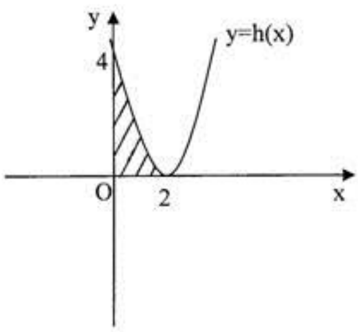
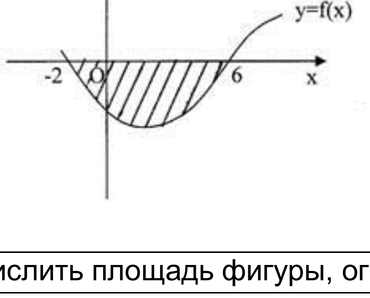
	$S_{OmAB} = \int_0^4 \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\Big\|_0^4 = \frac{2}{3}(4^{\frac{3}{2}} - 0) = 5\frac{1}{3}$(кв. ед.) $S_{\triangleright OAB} = \frac{1}{2}OB \cdot AB$, $OB = 4, AB = 2, S_{\triangleright OAB} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$ (кв. ед.) $S = 5\frac{1}{3} - 4 = 1\frac{1}{3}$(кв. ед.). **Ответ:** $1\frac{1}{3}$(кв . ед .).
3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6 \; u \; y = -x^2 + 5$	Найдем абсциссы точек пересечения графиков данных функций. Для этого решаем систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 - 6, \\ y = -x^2 = 5x - 6. \end{cases}$ Отсюда находим $x_1=0$, $x_2=2,5$. $S = \int_0^{2,5}(-x^2 + 5x - 6 - x^2 + 6)dx = \int_0^{2,5}(-2x^2 + 5x)dx = 5\frac{5}{24}$.
4.При каких значениях **а** площадь фигуры, ограниченной линиями **y = x²**, **y = 0**, **x = a,** равна **9**?	а) Выполним схематический чертеж  б) Вычислим площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$, осью ох и прямой x = a: $S = \int_0^a x^2dx = \frac{x^3}{3}\Big\|_0^a = \frac{a^3}{3}$. в) Так как площадь по условию равна 9, то $a^3/3=9$, $a^3= 27$, a = 3. Ответ: a = 3.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
1. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* линий $y = \sin x$ и y=0.	Воспользуемся формулой для вычисления объема тела вращения, получаем $V_x = \pi\int_0^{\pi}\sin^2 x dx$ далее вычисляется данный интеграл: $\pi\int_0^{\pi}\sin^2 xdx = \pi\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2x}{2}dx = \frac{\pi}{2}(\int_0^{\pi}dx - \int_0^{\pi}\cos 2xdx) = \frac{\pi}{2}(x - \frac{\sin 2x}{2})\Big\|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2}$ куб. ед.
2. Найти объём тела, полученного вращением вокруг оси ОХ линий $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$.	Искомый объем можно найти как разность объемов, полученных вращением вокруг оси *Ох* криволинейных трапеций, ограниченных линиями $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$.

	$V_x = \pi\int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx - \pi\int_0^1 (x^2)^2 dx = \pi\int_0^1 x dx - \pi\int_0^1 x^4 dx = \pi(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5})\Big\|_0^1 = \pi(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}) = \frac{3\pi}{10}$ *куб.ед.*

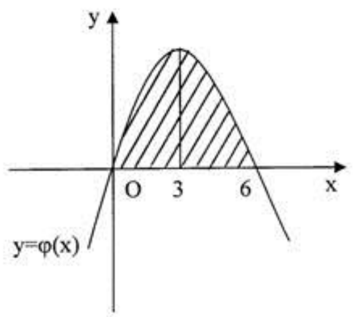
Вычисление объёмов тел вращения

Задания для самостоятельной работы:

<table>
<tr><td rowspan="2">I вариант</td><td>1.По рисунку записать формулу для вычисления площади фигуры через интеграл.
</td><td>2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
а) $y = (x+1)^2$ и $y = -1 - x$
б) $y = -x^2$ и $y = -2$
в) $y = x + 4$ и $y = 6x - x^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямой x = 0, графиком функции $y = -x^2 + 3$ и касательной к этому графику в точке с абсциссой $x_o = 1$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">II вариант</td><td>1.По рисунку записать формулу для вычисления площади фигуры через интеграл.
</td><td>2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
а) $y = x^3,\ y = 2x - x^2$ и $y = 0$
б) $y = x^2 + 3x$ и $y = 0$
в) $y = x - 2$ и $y = x^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 0{,}5x^2 + 2x + 2$ и графиком ее производной.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">III вариант</td><td>1.По рисунку записать формулу для вычисления площади фигуры через интеграл.
</td><td>2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
а) $y = x,\ x = 2$ и $y = \frac{1}{x}$
б) $y = x^2 - 4x - 3$ и $y = 0$
в) $y = x + 5$ и $y = (x-1)^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямой x = 0, графиком функции $y = x^2$ -</td></tr>
</table>

	4x + 5 и касательной к этому графику в точке с абсциссой $x_o = 2$.

Продолжение

IV вариант	1.По рисунку записать формулу для вычисления площади фигуры через интеграл. 	2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: а) $y = x,\ x = 2\ и\ y = \frac{1}{x}$ б) $y = x^2 - 4x - 3\ и\ y = 0$ в) $y = x + 5\ и\ y = (x-1)^2$
	3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямой x = 0, графиком функции y= -4x - x^2 и касательной к этому графику в точке с абсциссой x_o = -3.	

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Выводы и предложения
6. Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. В чём заключается геометрический смысл определённого интеграла?
2. Какая фигура называется криволинейной трапецией?
3. По какой формуле можно найти объём тела вращения?

Тема 1.7 Дифференциальные уравнения.
Практическое занятие №7 Решение дифференциальных уравнений 1- го порядка

Многие явления природы и техники описываются дифференциальными уравнениями, связывающими неизвестные величины и их производные.

Цель занятия:

Научиться решать некоторые виды дифференциальных уравнений первого порядка.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить определение дифференциального уравнения, понятие его общего и частного решения, способы решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными и линейных однородных уравнений 1-го порядка.

2. Внимательно изучить примеры решений дифференциальных уравнений. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Алгоритм	**Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму**
1. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $\frac{dy}{x^2} = \frac{dx}{3y^2}$.	Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными ищется с помощью: 1)разделить переменные $$3y^2dy = x^2dx$$ 2) проинтегрировать левую и правую части уравнения $$\int 3y^2dy = \int x^2\,dx$$ $$y^3 = \frac{x^3}{3} + C$$ - это общее решение исходного дифференциального уравнения.
2. Найти частное решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $\frac{dy}{x} = \frac{dx}{y}$ y=4 при x=-2.	$\frac{dy}{x} = \frac{dx}{y}$ 1) $ydy = xdx$ 2) $\int ydy = \int xdx$ $\frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + C$ $y^2 = x^2 + C$ -общее решение 3)Подставим начальные условия $4^2 = (-2)^2 + C;$ $16 = 4 + C \Rightarrow C = 12$ 4)Таким образом, частное решение имеет вид: $y^2 = x^2 + 12$
3. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка: $xy' - y = x^3$.	Запишем данное уравнение в виде $y' - \frac{y}{x} = x^2$ (1) Положим y=uv, откуда $y' = \frac{du}{dx}v + u\frac{dv}{dx}$ Подставим значения y и y' в уравнение (1) $v\frac{du}{dx} + u\frac{dv}{dx} - \frac{uv}{x} = x^2$ Сгруппируем члены, содержащие v ,и вынесем v за скобки: $u\frac{dv}{dx} + v\left(\frac{du}{dx} - \frac{u}{x}\right) = x^2\,(2)$

	Найдём функцию u такую, что $\frac{du}{dx} - \frac{u}{x} = 0 .(3)$ Тогда уравнение (2) примет вид $u\frac{dv}{dx} = x^2 (4)$ Решим уравнение (3) как уравнение с разделяющимися переменными $\frac{du}{dx} = \frac{u}{x}$, т.е $\frac{du}{u} = \frac{dx}{x}$ откуда, после интегрирования, получим $\ln\|u\| = \ln\|x\|$, т.е $u = x$, подставив значение функции u в уравнение (4), найдём $x\frac{dv}{dx} = x^2$ или $dv = xdx$ Отсюда $v = \frac{x^2}{2} + C$ Итак, общим решением данного уравнения является функция $y = x\left(\frac{x^2}{2} + C\right) = \frac{x^3}{2} + Cx$ (5)
4. Найти частное решение линейного дифференциального уравнения первого порядка: $xy' - y = x^3$ если y=1/2 при x=1	В общее решение уравнения (5) подставим начальные данные $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + C, т.е\ C = 0$ Следовательно частным решением является функция $y = \frac{1}{2}x^3$

Задания для самостоятельной работы:

Вариант №1	Вариант №3
1.Найти частное решение уравнения с разделяющимися переменными: $xdy = ydx$, если $y = 6$ при $x = 2$ 2. Найти частное решение линейного дифференциального уравнения первого порядка: $y' + 2y + 4 = 0,\ если\ \ y = 5\ при\ \ x = 0$ 3. Составить уравнение кривой, проходящей через точку *M(2;1)* и имеющей угловой коэффициент $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$.	1.Найти частное решение уравнения с разделяющимися переменными: $\frac{dy}{x^2} = \frac{dx}{y^2}$, если $y = 2$ при $x = 0$ 2.Найти частное решение линейного дифференциального уравнения первого порядка: $y' - y - 1 = 0,\ если\ \ y = 2\ при\ \ x = 0$ 3.Составить уравнение кривой, проходящей через точку *M(1;1)* и имеющей угловой коэффициент $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{8x}$.
Вариант №2	Вариант №4
1.Найти частное решение уравнения с разделяющимися переменными: $\frac{dy}{3x^2 - 2x} = dx$, если $y = 4$ при $x = 2$ 2.Найти частное решение линейного	1.Найти частное решение уравнения с разделяющимися переменными: $\frac{dy}{x^2} = -\frac{dx}{y}$, если $y = 1$ при $x = 0$ 2.Найти частное решение линейного

дифференциального уравнения первого порядка: $y' - 2y - 3 = 0$, *если* $y = 2$ *при* $x = 1$ 3. Составить уравнение кривой, проходящей через точку *M(1;2)* и имеющей угловой коэффициент $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x}$.	дифференциального уравнения первого порядка: $y' - y + 4 = 0$, *если* $y = 5$ *при* $x = 0$ 3. Составить уравнение кривой, проходящей через точку *M(2;2)* и имеющей угловой коэффициент $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4y}$.

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Как определить порядок дифференциального уравнения?
2. Какие уравнения называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными?
3. Какие уравнения называются линейными дифференциальными уравнениями первого порядка?
4. Можно ли проверить правильность решения дифференциального уравнения? Как это сделать?

Практическое занятие № 8 Решения дифференциальных уравнений 2-го порядка

Многие явления природы и техники описываются дифференциальными уравнениями, связывающими неизвестные величины и их производные.

Цель занятия:

Научиться решать некоторые виды дифференциальных уравнений 2-го порядка.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить определение дифференциального уравнения, понятие его общего и частного решения, способы решения дифференциальных уравнений 2-го порядка.

2. Внимательно изучить примеры решений дифференциальных уравнений. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
1. Найти общее решение неполного дифференциального уравнения второго порядка: $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin x$.	Общее решение неполного дифференциального уравнения второго порядка ищется с помощью подстановки: Пусть $\frac{dy}{dx} = z$, тогда $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dz}{dx}$ уравнение принимает вид : $\frac{dz}{dx} = \sin x$, откуда $dz = \sin x dx$. Интегрируя последнее равенство, получим $\int dz = \int \sin x dx$, т.е $z = -\cos x + C_1$ Следовательно, $\frac{dy}{dx} = -\cos x + C_1$, т.е. $dy = (-\cos x + C_1)dx$ Снова интегрируя, находим $\int dy = \int (-\cos x + C_1)dx$, или $y = -\sin x + C_1 x + C_2$ - общее решение
2.Найти частое решение неполного дифференциального уравнения второго порядка: $\frac{d^2y}{dx^2} = 2\frac{dy}{dx}$, если $y = \frac{3}{2}$ и $y' = 1$ при $x = 0$	Найдём общее решение Пусть $\frac{dy}{dx} = z$, тогда $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dz}{dx}$ уравнение принимает вид : $\frac{dz}{dx} = 2z$, откуда $\frac{dz}{z} = 2dx$. Интегрируя последнее равенство, получим $\int \frac{dz}{z} = \int 2dx$, т.е $\ln z = 2x + C_1$; $z = e^{2x+C_1}$ Следовательно, $\frac{dy}{dx} = e^{2x+C_1}$ (1), т.е. $dy = e^{2x+C_1}dx$ Снова интегрируя, находим $\int dy = \int e^{2x+C_1}dx$, или $y = \frac{1}{2}e^{2x+C_1} + C_2$ (2) - общее решение Для нахождения частного решения подставим начальные данные в (1)и(2) $\begin{cases} 1 = e^{2\bullet 0+C_1} \\ \frac{3}{2} = \frac{1}{2}e^{2\bullet 0+C_1} + C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = e^{C_1} \\ \frac{3}{2} = \frac{1}{2}e^{C_1} + C_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 1 \end{cases}$ Следовательно, частное решение имеет вид: $y = \frac{1}{2}e^{2x} + 1$

3. Решить уравнение $y'' - y' - 2y = 0.$	Характеристическое уравнение: $k^2 - k - 2 = 0;\quad k_1 = -1;\quad k_2 = 2;$ Общее решение: $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}.$
4. Решить уравнение $4y'' + 4y' + y = 0.$	Характеристическое уравнение: $4k^2 + 4k + 1 = 0;\quad k_1 = k_2 = \frac{1}{2};$ Общее решение: $y = e^{\frac{1}{2}x}\left(C_1 + xC_2\right).$
5. Решить уравнение $y'' + 2y' + 5y = 0.$	Характеристическое уравнение: $k^2 + 2k + 5 = 0;\quad D = -16;\quad k_1 = -1 + 2i;\quad k_2 = -1 - 2i.$ Общее решение: $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x).$

Продолжение

Алгоритм	**Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму**
6. Найти частное решение уравнения *y' -2y +3 = 0,* если *y =1* при *x = 0*	Решим его с помощью подстановки *y=uv, y' = u'v + uv'* 1. Подставляя *y* и *y'* в данное уравнение, получим $u'v + uv' - 2uv = -3$. Сгруппировав второе и третье слагаемое левой части уравнения, вынесем общий множитель *u* за скобки $u'v + (uv' - 2uv) = -3, \quad uv + u(v' - 2uv) = 0$ 2. Выражение в скобках приравниваем к нулю и, решив полученное уравнение, найдем функцию *v = v(x):* $v' - 2v = 0, \quad \frac{dv}{dx} - 2v, \quad dv = 2vdx \;, \quad \frac{dv}{v} = 2dx$ Получили уравнение с разделенными переменными. Проинтегрируем обе части этого уравнения: $\int \frac{dv}{v} = \int 2dx$ Найдем функцию *v*: $\ln\lvert v\rvert = 2x, \quad v = e^{2x}$ 3. Подставим полученное значение *v* в уравнение $u'v = -3$ Получим: $u'e^{2x} = -3, \quad \frac{du}{dx}e^{2x} = -3, \quad du = -3e^{-2x}dx$. Это уравнение с разделенными переменными. Проинтегрируем обе части уравнения: $\int du = -\int 3e^{-2x}dx$. Найдем функцию *u = u(x,c):* $u = -3 \cdot (-\frac{1}{2})e^{-2x} + C, \quad u = \frac{3}{2}e^{-2x} + C$ 4. Найдем общее решение: $y = e^{2x} \cdot (\frac{3}{2}e^{-2x} + C), \quad y = \frac{3}{2} + Ce^{2x}$ 5. Найдем частное решение уравнения, удовлетворяющее начальным условиям *y = 1* при *x = 0*: $1 = \frac{3}{2} + Ce^{0}, \quad 1 = \frac{3}{2} + C \cdot 1, \quad C = 1 - \frac{3}{2}, \quad C = -\frac{1}{2}$ $y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}e^{2x}, \quad y = \frac{3 - e^{2x}}{2}$ Ответ: $y = \frac{3 - e^{2x}}{2}$.
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' = \cos x$	Общее решение найдем двукратным интегрированием $y' = \int \cos xdx = \sin x + C_1$ $y(x) = \int (\sin x + C_1)dx = -\cos x + C_1x + C_2$ $таким\ образом, \; y(x) = -\cos x + C_1x + C_2$

Задания для самостоятельной работы:

Вариант №1	Вариант №2
Решить дифференци альные уравнения 1) $\frac{d^2y}{dx^2} = 8x - 2$, если $y = \frac{1}{3}, y' = 2, x = 1$; 2) $y'' - 3y' + 2y = 0$, если $y = 2, y' = 3, x = 0$ 3) $y'' - 2y' + 2y = 0$, если $y = 1, y' = 2, x = 0$	Решить дифференци альные уравнения 1) $\frac{d^2y}{dx^2} = 10x + 4$, если $y = 1, y' = 3, x = 1$; 2) $y'' - 8y' + 15y = 0$, если $y = 4, y' = 2, x = 0$ 3) $y'' - 4y' + 13y = 0$, если $y = 1, y' = 5, x = 0$
Вариант №3	**Вариант №4**
Решить дифференци альные уравнения 1) $\frac{d^2y}{dx^2} = 4x + 2$, если $y = 4, y' = 1, x = 0$; 2) $y'' - 6y' + 5y = 0$, если $y = 2, y' = 6, x = 0$ 3) $y'' - 4y' + 5y = 0$, если $y = 1, y' = -1, x = 0$	Решить дифференци альные уравнения 1) $\frac{d^2y}{dx^2} = 8x + 6$, если $y = 1, y' = 1, x = 1$; 2) $y'' - 2y' - 8y = 0$, если $y = 4, y' = 10, x = 0$ 3) $y'' - 2y' + 5y = 0$, если $y = 1, y' = 3, x = 0$

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Как определить порядок дифференциального уравнения?
2. Какие уравнения называются неполными дифференциальными уравнениями второго порядка?
3. Какие уравнения называются линейными однородными дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами?

4. Можно ли проверить правильность решения дифференциального уравнения? Как это сделать?

Практическое занятие №9 Решения дифференциальных уравнений 1-ого и 2-ого порядка

Многие явления природы и техники описываются дифференциальными уравнениями, связывающими неизвестные величины и их производные.

Цель занятия: Научиться решать некоторые виды дифференциальных уравнений 1-ого и 2-ого порядка.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить определение дифференциального уравнения, понятие его общего и частного решения, способы решения дифференциальных уравнений I и II порядка.

2. Внимательно изучить примеры решений дифференциальных уравнений. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными	1. Производную функции переписать через её дифференциалы $y' = \frac{dy}{dx}$ 2. Разделить переменные. 3. Проинтегрировать обе части равенства, найти общее решение. 4. Если заданы начальные условия, найти частное решение.
Алгоритм решения линейного дифференциального уравнения первого порядка	$y' = f(x)y + g(x)$ 1. Ввести подстановку *y=uv*. 2. Продифференцировать это равенство *y' = u'v + uv'* 3. Подставить *y* и *y'* в данное уравнение: *u'v + uv' = f(x)uv + g(x)* или *u'v + uv' + f(x)uv = g(x)*. 4. Сгруппировать члены уравнения так, чтобы *u* вынести за скобки: $u'v + uv' + f(x)uv = g(x)$; $u'v + u(v' + f(x)v) = g(x)$ 5. Из скобки, приравняв ее к нулю, найти функцию $v = v(x): v' + f(x)v = 0$ Это уравнение с разделяющимися переменными: $\frac{dv}{dx} + f(x) = 0, \frac{dv}{dx} = -f(x)$ Разделим переменные и получим: $\frac{dv}{v} = -f(x)dx$ Откуда $\int \frac{dv}{v} = -\int f(x)dx; \ln\left\|v\right\| = -\int f(x)dx \Rightarrow v = e^{-\int f(x)dx}$ 6. Подставить полученное значение *v* в уравнение $u'v = g(x)$ (из п.4): $u'e^{-\int f(x)dx} = g(x)$ и найти функцию $u = u(x, C)$. Это уравнение с разделяющимися переменными:

	$\frac{du}{dx} e^{-\int f(x)dx} = g(x); \; du = e^{\int f(x)dx} g(x)dx$ $u = \int e^{f(x)dx} g(x)dx$ 7. Записать общее решение в виде: $y = v(x) \cdot u(x, C)$, т.е. $y = e^{-\int f(x)dx} \cdot \int e^{\int f(x)dx} g(x)dx + C$.

Продолжение

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.
Алгоритм решения однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами	1. Записать дифференциальное уравнение в виде: $y'' + py' + qy = 0$. 2. Составить его характеристическое уравнение, обозначив y'' через r^2, y' через r, y через 1: $r^2 + pr + q = 0$ 3.Вычислить дискриминант $D = p^2 - 4q$ и найти корни характеристического уравнения; при этом если: а) $D > 0$; следовательно, характеристическое уравнение имеет два различных действительных корня $r_1 \neq r_2$. Общее решение дифференциального уравнения выражается в виде $y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$, где C_1 и C_2 - произвольные постоянные. б) $D = 0$; следовательно, характеристическое уравнение имеет равные действительные корни $r_1 = r_2 = r$. Общее решение дифференциального уравнения выражается в виде $y = (C_1 + C_2 x)e^{rx}$ или $y = C_1 e^{rx} + C_2 e^{rx}$ в) $D < 0$; следовательно, характеристическое уравнение имеет комплексные корни, $r_1 = \alpha + \beta \cdot i; r_2 = \alpha - \beta \cdot i$ Общее решение дифференциального уравнения выражается, в виде $y = e^{\alpha \cdot x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$
Алгоритм решения неполного дифференциального уравнения второго порядка.	Общее решение найдем путём подстановки $\frac{dy}{dx} = z$, *тогда* $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{dz}{dx}$ и двукратным интегрированием.

Задания для самостоятельной работы:

Вариант № 1	Вариант № 2
Определить тип дифференциального уравнения и найти его частное решение: $1. y' + 2y = 3e^x; y = 1, x = 0$ $2. y' = \sin 5x; y = 1; x = \frac{\pi}{2}$ $3. y'' + 4y' + 5y = 0; y' = 0, y = -3, x = 0$ $4. y'' = x + 6x^2, y' = 1, y = 0, x = 0$	Определить тип дифференциального уравнения и найти его частное решение: $1. xy' - 2y = x^3 e^x, y = 0, x = 1$ $2. y' \sin x - y \cos x = 0, y = 1, x = \frac{\pi}{2}$ $3. y'' - 7y' + 10y = 0, y' = 1, y = 0, x = 0$ $4. y'' = 8x + 4, y' = 2, y = 6, x = 1$
Вариант № 3	**Вариант № 4**
Определить тип дифференциального уравнения и найти его частное решение: $1. y' \sin x - y \cos x = 1; y = 1; x = \frac{\pi}{2}$ $2. y' = e^{-3x}, y = \frac{2}{3}, x = 0$ $3. y'' - 4y' + 3y = 0; y' = 10, y = 6, x = 0$ $4. y'' = e^x + \sin x, y' = 4, y = 8, x = 0$	Определить тип дифференциального уравнения и найти его частное решение: $1. xy' - 3y = x^4 e^x; y = e, x = 1$ $2. 2\sqrt{y}dx - dy = 0, y = 1, x = 0$ $3. y'' + y' - 2y = 0; y' = 1, y = 5, x = 0$ $4. y'' = 6x^2 - 10, y' = 2, y = 0, x = 0$

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Как определить порядок дифференциального уравнения?

2. Какие уравнения называются линейными однородными дифференциальными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами?

3. Можно ли проверить правильность решения дифференциального уравнения? Как это сделать?

Тема 1.8 Ряды

Практическое занятие № 10 Сходимость рядов. Разложение функций в степенные ряды

Понятие числового ряда широко применяется в таких дисциплинах, как электроника, радиотехника и других дисциплинах.

Для приложений важно уметь данную функцию f(x) разлагать в степенной ряд, т.е. функцию f(x) представлять в виде суммы степенного ряда.

Цель занятия:

Научиться определять сходимость ряда и раскладывать функции в степенные ряды.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить понятие числового, степенного и функционального ряда, признаки сходимости, способы определения интервала сходимости.

2. Внимательно изучить примеры решений. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Алгоритм	**Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.**
1. Исследовать сходимость числовых рядов $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\sqrt[3]{n}}{n!}$	Воспользуемся признаком Даламбера: $\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}\sqrt[3]{n+1}\cdot n!}{(n+1)!\cdot 3^n\sqrt[3]{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{3\cdot\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}}{(n+1)}=0$ - ряд сходится
2. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^{2n}}{5^n}$	Для определения радиуса сходимости применим признак Даламбера: $\lim_{n\to\infty}\left\|\frac{(x+2)^{2n+2}5^n}{5^{n+1}(x+2)^{2n}}\right\|=\lim_{n\to\infty}\left\|\frac{(x+2)^2}{5}\right\|<1$ $x^2+4x-1<0$ $D=16+4=20$ $x_{1,2}=\frac{-4\pm 2\sqrt{5}}{2}=-2\pm\sqrt{5}$ Таким образом, интервал сходимости $(-2-\sqrt{5}\ ;\ -2+\sqrt{5})$
Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x)=3^x$.	Так как $f(x)=3^x=e^{\ln 3^x}=e^{x\ln 3}$, то, заменяя x на $x\ln 3$ в разложении $f(x)=e^x$, получим: $f(x)=3^x=1+\frac{\ln 3}{1!}x+\frac{\ln^2 3}{2!}x^2+\frac{\ln^3 3}{3!}x^3+\ldots+\frac{\ln^n 3}{n!}x^n+\ldots$

Задания для самостоятельной работы:

I вариант	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^2}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n n\cdot 0{,}9^n$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию $\cos(\frac{x}{2})$.
II вариант	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\frac{1}{n\cdot 3^n}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{4n-1}\right)^n$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию sin7x.
III вариант	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\frac{n!}{3^n}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{n+1}\right)^2$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию cos5x.

вариант IV	1. Исследовать ряды на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n^3}$, б) $\sum_{n=}^{\infty}(-1)^n n^2\cdot 0{,}7^n$, в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n}$. 2. Разложить в ряд Тейлора – Маклорена функцию $e^{\frac{x}{2}}$.

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Какие ряды называются сходящимися?
2. Какие ряды называются расходящимися?
3. В чём состоит признак Даламбера?
4. Всякую ли функцию можно разложить в ряд Маклорена?

Раздел 2 Основы теории вероятностей и математической статистики
Тема 2.1 Элементы комбинаторики
Практическое занятие № 11 Основные определения и понятия комбинаторики: - размещение, перестановки и сочетание. Решение комбинаторных задач и упражнений

Комбинаторика - это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов. Основы комбинаторики очень важны для оценки вероятностей случайных событий, т.к. именно они позволяют подсчитать принципиально возможное количество различных вариантов развития событий.

Цель занятия: Научиться решать комбинаторные задачи и упражнения.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить основные понятия и формулы комбинаторики, правило суммы и произведения.

2. Внимательно изучить предложенные примеры решения комбинаторных задач. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
1. Сколько трехзначных четных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры могут повторяться?	n_1=6 (т.к. в качестве первой цифры можно взять любую цифру из 1, 2, 3, 4, 5, 6), n_2=7 (т.к. в качестве второй цифры можно взять любую цифру из 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6), n3=4 (т.к. в качестве третьей цифры можно взять любую цифру из 0, 2, 4, 6). Итак, $N=n_1*n_2*n_3=6*7*4=168$.
2. Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра единиц различные и нечетные?	Т.к. нечетных цифр пять, а именно 1, 3, 5, 7, 9, то эта задача сводится к выбору и размещению на две разные позиции двух из пяти различных цифр, т.е. указанных чисел будет: $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}{1\cdot 2\cdot 3} = 4\cdot 5 = 20$
3. Сколькими способами читатель может выбрать две книжки из шести имеющихся?	Число способов равно числу сочетаний из шести книжек по две, т.е. равно: $C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = \frac{5\cdot 6}{1\cdot 2} = 15$
4. Сколькими способами семь книг разных авторов можно расставить на полке в один ряд?	Эта задача о числе перестановок семи разных книг. Имеется $P_7 = 7! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7 = 5040$ способов осуществить расстановку книг.
5. На родительском собрании группы присутствует 20 человек. Сколько существует различных вариантов состава родительского комитета, если в него должны войти 5 человек?	В этом примере нас не интересует порядок фамилий в списке комитета. Если в результате в его составе окажутся одни и те же люди, то по смыслу для нас это один и тот же вариант. Поэтому мы можем воспользоваться формулой для подсчета числа **сочетаний** из 20 элементов по 5. Иначе будут обстоять дела, если каждый член комитета изначально отвечает за определенное направление работы. Тогда при одном и том же списочном составе комитета, внутри него возможно 5! вариантов **перестановок**, которые имеют значение. Количество разных (и по составу, и по сфере ответственности) вариантов определяется в этом случае числом **размещений** из 20 элементов по 5.
6. Войсковое подразделение состоит из 5 офицеров, 8 сержантов и 70 рядовых. Сколькими способами можно выделить отряд из 2 офицеров, 4 сержантов и 15 рядовых?	Из 5 офицеров выбрать 2 можно с помощью числа сочетаний $C_5^2 = 10$ способами, из 8 сержантов 4 - $C_8^4 = 70$, из 70 рядовых 15 - C_{70}^{15} . По правилу умножения находим число выбора отряда: 10х70х C_{70}^{15} = 700х C_{70}^{15}

Задания для самостоятельной работы:

1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1. Сколько двухзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 6 и 9 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?	1. Сколькими способами могут разместиться 5 человек вокруг круглого стола?	1. Из 10 кандидатов нужно выбрать 3 человека на конференцию. Сколькими различными способами это можно сделать?	1. Бригадир должен отправить на работу бригаду из 3 человек. Сколько таких бригад можно составить из 8 человек?
2. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг?	2. В группе десять предметов и пять уроков в день. Сколькими способами можно составить расписание на один день?	2. На выборах победили 9 человек. Из них нужно выбрать председателя, заместителя и профорга. Сколькими способами это можно сделать?	2. В районе построили новую школу. Из пришедших 25 человек нужно выбрать директора школы, завуча начальной школы, завуча среднего звена и завуча по воспитательной работе. Сколькими способами это можно сделать?
3. Из 6 открыток надо выбрать 3. Сколькими способами это можно сделать?	3. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг из полос разной ширины, если имеются материи из 8 тканей?	3. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 3, 5 и 7 так, чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?	3. На собрании должны выступить 5 человек (А, Б, В, Г и Д). Сколькими способами их можно разместить в списке выступающих, если А должен выступать первым?
4. Решить уравнение $A_x^3 = \frac{1}{20} A_x^4$	4. Решить уравнение $30x = A_x^3$	4. Решить уравнение $30 A_{x-2}^4 = A_x^5$	4. Решить уравнение $20 A_{x-2}^3 = A_x^5$
5. Из трех математиков и десяти экономистов надо составить комиссию, состоящую из двух математиков и шести экономистов. Сколькими способами это можно сделать?			

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Сформулируйте основное свойство сочетаний.
2. Сформулируйте правила суммы и произведения.
3. Вычислить: P_6, A_{12}^{4}, C_{18}^{15}.

Тема 2.2 Вероятность и элементы математической статистики
Практическое занятие №12 Закон распределения случайной величины. Нахождение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения случайной дискретной величины заданной законом распределения

Теория вероятностей возникла и развивалась в процессе решения ряда отдельных задач игрового и прикладного характера.

Первые дошедшие до нас сведения относятся к XVI–XVII векам и связаны с решением задач, возникающих в азартных играх. Первые работы принадлежали Д. Кардано, Б. Паскалю, П. Ферма, Х. Гюйгенсу, и др., и представляли попытки создания теории азартных игр с целью дать рекомендации игрокам.

Затем стали возникать и развиваться прикладные задачи – в первую очередь вопросы страховки от несчастных случаев и стихийных бедствий. Постепенно выделился круг задач со специфической – вероятностной– постановкой вопроса и методикой их решения, оформились первые определения и теоремы.

Цель занятия: Научиться находить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить основные понятия и формулы комбинаторики, правило суммы и произведения.

2. Внимательно изучить предложенные примеры решения комбинаторных задач. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

Алгоритм — **Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму.**

1. Найти математическое ожидание случайной величины X, имеющей закон распределения, представленный в таблице.

Закон распределения случайной величины X.

Xi	– 2	– 1	1	2	3
Pi	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3

$M(x) = -2 \cdot 0{,}3 + (-1) \cdot 0{,}1 + 1 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0{,}3 = -0{,}6 - 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}9 = 0{,}6$

2. Найти дисперсию случайной величины X

Случайная величина (X – M(X)) имеет распределение, представленное в таблице

Xi – M(x)	– 2,6	– 1,6	0,4	1,4	2,4
Pi	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3

Тогда:
$D(X) = M(x - M(x))^2 = (-2{,}6)^2 \cdot 0{,}3 + (-1{,}6)^2 \cdot 0{,}1 + 0{,}4^2 \cdot 0{,}2 + 1{,}4^2 \cdot 0{,}1 + 2{,}4^2 \cdot 0{,}3 = 2{,}028 + 0{,}256 + 0{,}032 + 0{,}196 + 1{,}728 = 4{,}24$
Второй способ:

случайная величина x^2 имеет распределение, представленное в таблице

Xi	1	4	9
Pi	0,3	0,4	0,3

Тогда $M(x^2) = 1 \cdot 0{,}3 + 4 \cdot 0{,}4 + 9 \cdot 0{,}3 = 0.3 + 1{,}6 + 2{,}7 = 4{,}6$
$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2 = 4{,}6 - 0{,}6^2 = 4{,}6 - 0{,}36 = 4{,}24$

3. Найти среднее квадратичное ожидание случайной величины X

$\delta(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{4{,}24} \approx 2{,}059$

4. Найти значение параметра *a* для закона распределения.

Так как

x_i	0	3	5	8
p_i	$40a^2 - 11a$	$25a^2 - 2$	$10a^2 - 2a$	$25a^2 - 7a$

$\sum_{i=1}^{n} P_i = 1,\ mo\ 40a^2 - 11a + 25a^2 - 2 + 10a^2 - 2a + 25a^2 - 7a = 1$
$100a^2 - 20a - 3 = 0$
$a_1 = -0{,}1$
$a_2 = 0{,}3$
$a_1 = -0{,}1$ – посторонний корень, так как $0 \le P(x_i) \le 1$. Подставив значение 0,3 вместо *a*, получим закон распределения

x_i	0	3	5	8
p_i	0.3	0.25	0.3	0.15

Задания для самостоятельной работы:

При составлении законов распределений помните, что:

- значения случайной величины, записанные в первой строке таблицы, должны быть в порядке возрастания;
- сумма соответствующих им вероятностей должна равняться 1;

значение вероятности должно находиться в пределах $0 \le P(x_i) \le 1$.

1. Составить закон распределения случайной величины Х. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины, если n – порядковый номер фамилии курсанта в списке группы:

x_i	п – 10	п – 6	п – 2	п	п + 1	п + 3	п + 5	п + 8
p_i	0,17	0,03	0,16	0,07	0,12	0,4	0,04	0,01

2. Найти числовые характеристики величины Х.

1	x_i	-3	4	5	7
	P_i	$10a^2$-3a	$15a^2$-5a	$8a^2$-3a	$17a^2$-4a-1
2	x_i	-2	3	5	9
	P_i	$5a^2$-3?5a	$5a^2$-2a-1,5	$15a^2$-9a-2	1,5a^2-3,5a
3	x_i	2	3	8	11
	P_i	$41a^2$-20a	$23a^2$-16a	$30a^2$-12a-6	$6a^2$-32a+20
4	x_i	5	7	11	18
	P_i	$10a^2$-4a-1	$6a^2$-2	$5a^2$-a-1	$4a^2$-1

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Дать определение дискретной случайной величины.
2. Что называется математическим ожиданием?
3. Что такое дисперсия?
4. Что такое среднее квадратичное отклонение?
5. Дать определение закона распределения дискретной случайной величины.

Раздел 3 Основные численные методы
Практическое занятие №13 Численное дифференцирование и интегрирование

Решение многих технических задач сводится к вычислению определённых интегралов, точное выражение которых сложно, требует длительных вычислений и не всегда оправдано практически. Здесь бывает вполне достаточно их приближённого значения. Пусть, например, необходимо вычислить площадь, ограниченную линией, уравнение которой неизвестно. В этом случае можно заменить данную линию более простой, уравнение которой известно. Площадь полученной таким образом криволинейной трапеции принимается за приближённое значение искомого интеграла.

Простейшим приближённым методом является метод прямоугольников. Метод трапеций обычно даёт более точное значение интеграла, чем метод прямоугольников.

Цель занятия: Научиться работать с функциональными и степенными рядами.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Повторить основные формулы интегрирования, сущность изученных методов интегрирования, геометрический смысл определённого интеграла.

2. Внимательно изучить предложенные примеры приближённого вычисления интеграла. Заполнить таблицу, подобрав к каждому алгоритму конкретное соответствие действий из заданий для самостоятельной работы.

<table>
<tr><th>Алгоритм</th><th>Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму</th></tr>
<tr><td>1. Вычислить по формуле прямоугольников $\int_2^5 x^2dx$.
Найти абсолютную и относительную погрешности вычислений.</td><td>Разобьём отрезок [a, b] на несколько (например, на 6) равных частей. Тогда
$a = 0,\ b = 3$, $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{5-2}{6} = \frac{1}{2}$
$x_k = a + k \cdot \Delta x$
<table>
<tr><td>$x_0 = 2 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 2$</td><td>$f(x_0) = 2^2 = 4$</td></tr>
<tr><td>$x_1 = 2 + 1 \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5$</td><td>$f(x_1) = 2{,}5^2 = 6{,}25$</td></tr>
<tr><td>$x_2 = 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 3$</td><td>$f(x_2) = 3^2 = 9$</td></tr>
<tr><td>$x_3 = 2 + 3 \cdot \frac{1}{2} = 3$</td><td>$f(x_3) = 3{,}5^2 = 12{,}25$</td></tr>
<tr><td>$x_4 = 2 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 4$</td><td>$f(x_4) = 4^2 = 16$</td></tr>
<tr><td>$x_5 = 2 + 5 \cdot \frac{1}{2} = 4{,}5$</td><td>$f(x_5) = 4{,}5^2 = 20{,}25$</td></tr>
<tr><td>$x_6 = 2 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 5$</td><td>$f(x_6) = 5^2 = 25$</td></tr>
</table>
$\int_2^3 x^2 dx \approx \frac{1}{2} \cdot (4 + 6{,}25 + 9 + 12{,}25 + 16 + 20{,}25) = \frac{1}{2} \cdot 67{,}75 = 33{,}875$
(Значение интеграла вычислено с недостатком)
$\int_2^3 x^2 dx \approx \frac{1}{2} \cdot (6{,}25 + 9 + 12{,}25 + 16 + 20{,}25 + 25) = \frac{1}{2} \cdot 88{,}75 = 44{,}375$
(Значение интеграла вычислено с избытком)
$\frac{33{,}875 + 44{,}375}{2} = 39{,}125$
Для того, чтобы вычислить относительную погрешность вычислений, надо найти точное значение интеграла:
$\int_2^5 x^2dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_2^5 = \frac{5^3}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{125}{3} - \frac{8}{3} = 39$
$\Delta = \left|39 - 39{,}125\right| = 0{,}125$
$\delta = \frac{0{,}125}{39} \cdot 100\ \% \approx 0{,}32\ \%$</td></tr>
<tr><td>2. Вычислить по формуле трапеций $\int_2^5 x^2dx$.</td><td>Используя таблицу задания 1, имеем:
$\int_2^3 x^2 dx \approx \frac{1}{2} \cdot (\frac{4}{2} + 6{,}25 + 9 + 12{,}25 + 16 + 20{,}25 + \frac{25}{2}) = \frac{1}{2} \cdot 78{,}25 = 39{,}125$</td></tr>
</table>

Задания для самостоятельной работы:

Вычислить интеграл методом прямоугольников и трапеций, приняв n=10.

Вариант 1	Вариант 2
$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}, n = 10$	$\int_1^2 \frac{dx}{2+x}, n = 10$
Вариант 3	Вариант 4
$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}, n = 10$	$\int_3^4 \frac{dx}{x^2-4}, n = 10$
Вариант 5	Вариант 6
$\int_2^3 \frac{dx}{x^2-1}, n = 10$	$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{1+x}}, n = 10$

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя

Вопросы для самопроверки:

1. Всегда ли можно вычислить точное значение интеграла?
2. В каких случаях применяются приближённые методы интегрирования?
3. Какой метод даёт более точный результат?

Практическое занятие №14 Численные методы при решении задач профессиональной направленности

Предметом исследования данной практической работы является формирование профессиональной компетентности посредством построения и анализа математических моделей прикладных задач профессиональной деятельности.

Цель занятия: Научиться решать прикладные задачи профессиональной направленности посредством построения, анализа и использования математических моделей для формирования профессиональной компетентности будущих специалистов среднего звена.

В теоретической радиотехнике часто используются математические модели и численные методы для описания разрывных, в частности, импульсных сигналов. Часто это можно сделать из очевидных соображений, не прибегая к общей методике динамического представления.

Содержание и порядок выполнения работы:

1.Рассмотреть пример решения задачи по радиотехнике с использованием математических формул

2.Повторить основные формулы и определения.

3.Решить задачи используя алгоритм решения.

Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
Импульсный сигнал в прямоугольный форме имеет длительность 5мкс и амплитуду 15В. Начало отсчёта времени совпадает с фронтом импульса. Записать аналитическое выражение этого сигнала.	Решение: Эффект скачка уровня при t = 0 описывается функцией V=15ст(t) Для того чтобы импульс при $t_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ С, необходимо вычесть такой же импульс включения, запаздывающий на этот отрезок времени. Окончательно $V(t) = 15\text{ст}(t) - 15(t - 5 \cdot 10^{-6} B$
На промышленном предприятии установлены асинхронные двигатели суммарной мощностью 12000 кВт. Определить необходимую мощность трансформаторов для случаев работы двигателей с cosφ$_1$ =0,9 и с cosφ$_2$ =0,75.	Определяем полную мощность трансформаторов для обоих случаев $S_1 = \frac{P}{\cos\varphi_1} = \frac{1200}{0{,}9} = 13333$ кВА $S_2 = \frac{P}{\cos\varphi_2} = \frac{1200}{0{,}75} = 16000$ кВА Разница в 2667 кВА должна быть покрыта за счет установки более мощных трансформаторов, в то время как полезная мощность остается постоянной (12000 кВт).
Определить потери электрической энергии в линии сопротивлением R = 4 Ом по данным задачи 1 при напряжении 35 кВ и убытки при работе с заниженным cosφ.	Определяем полный ток для обоих случаев: $I_1 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos\varphi_1} = \frac{12000}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 0{,}9} = 221\text{А}$ $I_2 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos\varphi_2} = \frac{12000}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 0{,}75} = 266\text{А}$ Определяем потери мощности для первого и второго случаев: $\Delta P_1 = \sqrt{3} I_1^2 R = \sqrt{3} \cdot 221^2 \cdot 4 = 338\text{кВт}$ $P_2 = \sqrt{3} I_2^2 R = \sqrt{3} \cdot 266^2 \cdot 4 = 490\text{кВт}$ Разность потерь мощности составит $\Delta P = \Delta P_2 - \Delta P_1 = 490 - 338 = 152\text{кВт}$ Соответственно разность потерь энергии за год составит $\Delta W = (\Delta P_2 - \Delta P_1)T = (490 - 338) \cdot 8760 = 1331520\text{кВт} \cdot \text{ч}$, где T - число часов работы линии в году, ч.

	Убытки за счет низкого cosφ за один год составят (при стоимости электрической энергии С=2,83руб. кВт·ч). $\Delta C = \Delta W \cdot C = 1331520 \cdot 2{,}83 = 3768201{,}6 = 3{,}769$ млн. руб.

Задания для самостоятельной работы:

1.Определить активную мощность трансформатора мощность 360 кВА при $\cos\varphi_1$=0,8 и $\cos\varphi_2$=0,6.

2.Определить расстояние от Земли до Луны, если при её радиолокации отражённый радиоимпульс возвратиться на Землю через 2,5 с.

3.Определить длительность испускаемого импульса, если минимальное расстояние, на котором может работать данная радиолокационная станция.

4.Источник ЭДС, линейно изменяющейся во времени по закону

$$\mathrm{e}(t) = 3 \cdot 10^6 t\ B$$

подключается к внешним цепям идеальным коммутатором, который срабатывает в момент времени $t_0 = 2\text{мкс}$. Записать математическую модель напряжения. На выходе такого устройства.

Содержание отчета:

1. Наименование практического занятия
2. Цель занятия
3. Вариант задания
4. Отчет о выполнении на каждый этап раздела «Содержание и порядок выполнения задания»
5. Список используемых источников
6. Выводы и предложения
7. Дата и подпись курсанта и преподавателя.

Вопросы для самопроверки:

1. Что такое пересчетный коэффициент?
2. Определение коэффициента мощности.
3. Где применяются численные методы

Список использованных источников

Виды источников	Наименование рекомендуемых учебных изданий
Основные	Богомолов Н.В., Салойленко П.И. Математика: учебник для СПО /-М.: Юрайт, 2019. – 401с
Дополнительные, в т.ч. курс лекций по *учебной дисциплине, методические пособия и рекомендации для выполнения практических занятий и самостоятельных работ*	Методические рекомендации для выполнения практических занятий, методические рекомендации для выполнения самостоятельных работ. Григорьев В.П.,Сабурова Т.Н. Математика 2014 ОИЦ Академия; Пехлецкий И.Д. Математика 2014 ОИЦ Академия;
Интернет-источники	http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/ma/theme10/theory.asp http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/ http://www.pavlov-iv.ru/statya_13/index.html http://www.reshebnik.ru/tasks/ http://energy.bmstu.ru/gormath/entermath.htm http://www.bymath.net/studyguide/ana/ana_topics.html#Primitive http://bankzadach.ru/matematicheskiy-analiz/vyichislenie-neopredelennogo-integrala-000274.html http://cadzone.ru/content/view/757/42/ http://sesia5.ru/vmat/gl2/r26.htm http://www.alleng.ru/d/math/math24.htm http://abc.vvsu.ru/Books/u_vyssh_m1/page0042.asp.
Электронные образовательные ресурсы	1. ЭБС «Book.ru», https://www.book.ru 2. ЭБС « ЮРАЙТ»https://www.biblio-online.ru 3. ЭБС «Академия», https://www.academia-moscow.ru 4. Издательство «Лань», https://e.lanbook.com 5.Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн»,https://www.biblioclub.ru