Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
0174a99400e2af6fb74dca3b394e65efc4
Владелец: Мельникова Виктория Александровна
Действителен: с 12.04.2023 по 12.04.2024

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)

«МАТЕМАТИКА»
(раздел «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»)

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

20.03.02 ПРИРОДООБУСТРОЙСТВО И ВОДОПОЛЬЗОВАНИЕ

Профиль программы

«КОМПЛЕКСНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ И ОХРАНА ВОДНЫХ РЕСУРСОВ»

ИНСТИТУТ рыболовства и аквакультуры
РАЗРАБОТЧИК кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-2: Способен принимать участие в научно-исследовательской деятельности на основе использования естественнонаучных и технических наук, учета требований экологической и производственной безопасности.	ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.	Математика *(раздел «Алгебра и геометрия»)*	**Знать:** термины и определения по дисциплине; основные положения векторной и линейной алгебры; основные положения аналитической геометрии на плоскости и в пространстве. **Уметь:** сформулировать поставленную геометрическую задачу в виде уравнения или системы уравнений; получить решение алгебраической задачи оптимальным способом; применять математический аппарат для решения инженерных задач профессиональной деятельности. **Владеть:** методами решения основных задач теории систем линейных уравнении, векторной алгебры, аналитической геометрии.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольной работе.

2.3 Оценочные средства для промежуточной аттестации включают в себя:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 50 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2 Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

В приложении № 2 приведены темы практических занятий и вопросы, рассматриваемые на них. Задания для подготовки к практическим занятиям и материал, необходимый для подготовки к ним, в том числе показатели, критерии и шкалы оценивания результатов, представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

3.4 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

Учебным планом предусмотрено выполнение одной контрольной работы, тематика которой представлена в Приложении № 3. Задания для выполнения контрольной работы представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля.

Типовые вопросы и образцы заданий к экзамену приведены в Приложении № 4.

Представленные экзаменационные вопросы для проведения экзамена компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам и индикаторам двух разделов дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.2 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине Математика (раздел «Алгебра и геометрия») представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 20.03.02 Природообустройство и водопользование (профиль «Комплексное использование и охрана водных ресурсов»)

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой А.И.Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры техносферной безопасности и природообустройства (протокол № 8 от 21.04.2022 г.).

Заведующий кафедрой В.М. Минько

Приложение №1

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант 1

Индикатор достижения компетенции ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.

1. Однородная система линейных уравнений

$\begin{cases} 2x+3y-4z=0 \\ -x+5y+z=0 \\ 3x+11y-7z=0 \end{cases}$ имеет решений:

1. одно
2. ни одного
3. бесконечное множество
4. два

2. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Матрица $C=B^T-A$ равна:

1. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

3. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ равен:

1. 0
2. 2
3. 4
4. 16

4. Для определителя $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 5 \end{vmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{32} равно:

1. 5
2. −12
3. 12

4. 3

5. Даны векторы:
$\vec{a} = \{3, -1,\ 1\}$, $\vec{b} = \{2,\ 1,\ 0\}$,
$\vec{c} = \{1, -2,\ 3\}$, $\vec{d} = \{-2,\ 4, -6\}$,
$\vec{f} = \{0,\ 2,\ 4\}$, $\vec{t} = \{0, -1,\ 2\}$.
Коллинеарными являются:
1. $\vec{a}$ и $\vec{b}$
2. $\vec{c}$ и $\vec{d}$
3. $\vec{f}$ и $\vec{t}$
4. $\vec{c}$ и $\vec{d}$, $\vec{f}$ и $\vec{t}$

6. Даны координаты точек $A(-1,\ 4,\ 1)$, $B(3,\ 4, -2)$ и $C(5,\ 2, -1)$. Косинус угла ABC равен:
1. $-\frac{1}{3}$
2. $\frac{1}{3}$
3. $-\frac{7}{3}$
4. -1

7. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \{2,\ 3,\ 4\}$ и $\vec{b} = \{6,\ 2,\ 2\}$, равна:
1. $-2\vec{i} + 20\vec{j} - 14\vec{k}$
2. $10\sqrt{6}$
3. $5\sqrt{6}$
4. 4

8. Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(0,0,1)$ и $M_2(-1,0,0)$ записывается формулой:
1. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
2. $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$
4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

9. Через точку $M(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{N}(A, B, C)$ проходит плоскость:
1. $\frac{x_0}{A} + \frac{y_0}{B} + \frac{z_0}{C} = 0$
2. $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$
3. $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$
4. $\frac{A}{x_0} + \frac{B}{y_0} + \frac{C}{z_0} = 0$

10. Через точку $A(3, -1,\ 5)$ параллельно плоскости $9x - 2y + z - 5 = 0$ проходит плоскость:

1. $3x - y + z - 15 = 0$
2. $3x + 2y + z - 12 = 0$
3. $3x - y + z - 34 = 0$
4. $9x - 2y + z - 34 = 0$

11. Уравнение эллипса с центром в начале координат, полуосями a = 5 и b= 3 имеет вид:
1. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$
4. $x^2 + y^2 = 15$

12. У гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = -1$ асимптот:
1. одна
2. две
3. нет
4. три

13. Кривая второго порядка $7x^2 - 28x + y = 26$ определяет:
1. эллипс
2. гиперболу
3. параболу
4. окружность

14. Произведение координат центра окружности $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ равно:
1. 2
2. −2
3. 8
4. 2,25

15. Модуль смешанного произведения векторов $\left|\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}\right|$ равен:
1. объему пирамиды, построенной на этих векторах
2. объему параллелепипеда, построенного на этих векторах
3. площади треугольника
4. площади многоугольника

16. В пересечении двух плоскостей образуется:
1. точка
2. прямая
3. луч
4. три общих точки

17. Координаты направляющего вектора $\vec{p}$ прямой, проходящей через две точки M_1(1,2,3) и M_2(-1,0,1), равны:

1. $\{1, 2, 3\}$
2. $\{2, 2, 2\}$
3. $\{2, 2, 4\}$
4. $\{2, -2, -2\}$

18. Векторное произведение $\vec{\imath} \times \vec{\jmath}$ базисных векторов $\vec{\imath}$ и $\vec{\jmath}$ равно:
1. $\vec{k}$
2. $-\vec{k}$
3. $\vec{\jmath}$
4. $\vec{\imath}$

Вариант 2

Индикатор достижения компетенции ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.

1. При решении системы уравнений $\begin{cases} x-2y-z=5 \\ -2x+y=-6 \\ 3x+4y-2z=13 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной x:

1. 0
2. -2
3. 3
4. не определено

2. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix}$.

Матрица $C=2A^T+B$ равна:

1. $\begin{pmatrix} -3 \\ 13 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$
3. не существует
4. $\begin{pmatrix} -3 & 13 \end{pmatrix}$

3. Определитель матрицы $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ равен:

1. 0
2. –2
3. 1
4. нельзя вычислить

4. Для определителя $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 5 \end{vmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{21} равно:

1. −9
2. 9
3. −18
4. 13

5. Для вектора $\vec{a}=\{1,\ 2, 3\}$ сонаправленным вектором будет:

1. $\vec{b}=\{-1,-2,\ 3\}$
2. $\vec{c}=\{-1,-2,-3\}$

3. $\vec{d} = \{2,\ 4,\ 6\}$
4. $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$ и $\vec{d} = \{2,\ 4,\ 6\}$

6. Угол между векторами острый, если их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$:
1. больше нуля
2. меньше нуля
3. равно нулю
4. недостаточно данных

7. Векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$ векторов $\vec{a} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 3\vec{k}$ равно:
1. $6\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 15\vec{k}$
2. $-\vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$
3. $(1,\ -1, -1)$
4. $(-1,\ 1,\ 1)$

8. Координаты направляющего вектора $\vec{p}$ прямой, проходящей через две точки M_1(1,2,3) и M_2(-1,0,1), равны:
1. $\{1, 2, 3\}$
2. $\{2, 2, 2\}$
3. $\{2, 2, 4\}$
4. $\{2, -2, -2\}$

9. Прямая $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ и плоскость $Ax + By + Cz + D = 0$ перпендикулярны при условии:
1. $Al + Bm + Cn = 0$
2. $\frac{A}{l} = \frac{B}{n} = \frac{C}{n}$
3. $\frac{x-l}{A} = \frac{y-n}{B} = \frac{z-n}{C}$
4. $\frac{l+Bn+Cn}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}} = 1$

10. Угол между плоскостями $x + 2y - 2z + 1 = 0$ и $x + y - 4 = 0$ равен:
1. 30°
2. 90°
3. 45°
4. 75°

11. Фокусы эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ расположены на:
1. оси Ох
2. оси Оу
3. осях Ох и Оу
4. прямой, параллельной оси Ох

12. У гиперболы $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=-1$ вершин:
1. одна
2. две
3. четыре
4. три

13. Парабола – это геометрическое место точек:
1. равноудаленных от фокусов
2. равноудаленных от данной точки, называемой центром
3. равноудаленных от фокуса и директрисы
4. суммы расстояний, от которых до фокусов равны

14. Директрису не имеет:
1. эллипс
2. гипербола
3. парабола
4. окружность

15. Смешанное произведение векторов $\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}$ - это:
1. число
2. вектор
3. вектор, перпендикулярный всем трем векторам
4. площадь треугольника

16. Из матриц:

$$A=\begin{pmatrix}7 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & 7 & -3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 5 & 4 & -2\\ 7 & 1 & 5\end{pmatrix}$$

можно перемножить:
1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

17. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases}3y-x=2\\ x+5y=4\end{cases}$$

главный определитель Δ равен:
1. 16
2. 14
3. -8
4. -12

18. Через точку $A(1,-5,\ 2)$ параллельно плоскости $3x-10y+z-2=0$ проходит плоскость:

1. $x - 5y + z - 28 = 0$
2. $3x + 2y + z + 5 = 0$
3. $x - 5y + z - 55 = 0$
4. $3x - 10y + z - 55 = 0$

Вариант 3

Индикатор достижения компетенции ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.

1. При решении системы уравнений $\begin{cases} 2x + 2y - z = 3 \\ 2x + y + z = 4 \\ x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной y:

1. 1
2. 2
3. 3
4. не определено

2. Из матриц:

$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B^T, B^T и C
3. A и C, B и C
4. A и C, C и A

3. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ равен:

1. 0
2. 6
3. 12
4. нельзя вычислить

4. Для определителя $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & 2 \\ 3 & -3 & 7 \end{vmatrix}$ алгебраическое дополнение A_{23} равно:

1. 15
2. −15
3. −30
4. 30

5. Для вектора $\vec{a} = \{6, 3, z\}$ известно, что $|\vec{a}| = 7$. Значение z равно:

1. 2
2. −2
3. ± 2
4. 7

6. Векторы $\vec{a} = m\vec{i} - 3\vec{j} + m\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ взаимно перпендикулярны при значении m:

1. 5
2. –5
3. –30
4. 1

7. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, равна:

1. $-2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$
2. 3
3. $-2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$
4. $\frac{3}{2}$

8. Каноническое уравнение прямой по направляющему вектору $\vec{p} = \{1,2,-2\}$ и точке M(3,-3,-4) записывается формулой:

1. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+2}{-4}$
2. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{-2}$
3. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{2}$
4. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+4}{-2}$

9. Заданы уравнения плоскостей:

1 $4x - 6y + 3z + 5 = 0$
2 $2x - 3y + z - 5 = 0$
3 $6x + 8y - 4z - 6 = 0$
4 $3x - 6y + 3z - 6 = 0$
5 $3x + 4y - 2z + 3 = 0$

Параллельными являются:

1. 1 и 2
2. 2 и 4
3. 3 и 4
4. 3 и 5

10. Содержит точку $M(x_0, y_0, z_0)$ и имеет нормальный вектор $\vec{N}(A, B, C)$ плоскость:

1. $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0$
2. $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$
3. $\begin{vmatrix} x + x_1 & y + y_1 & z + z_1 \\ x_2 + x_1 & y_2 + y_1 & z_2 + z_1 \\ A & B & C \end{vmatrix} = 0$
4. $\frac{x}{A} + \frac{y}{B} + \frac{z}{C} = 0$

11. Оси эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ равны:
1. 25 и 9
2. 5 и 3
3. 10 и 6
4. 34 и 1

12. Фокусы гиперболы $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ расположены:
1. на оси Ох
2. на оси Оу
3. на осях Ох и Оу
4. в начале координат

13. Параболу определяет кривая второго порядка:
1. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$
2. $\frac{a^2}{x^2}-\frac{b^2}{y^2}=1$
3. $y=2px$
4. $y^2=2px$

14. Уравнение $x^2+(y-1)^2=25$ на плоскости задает:
1. параболу
2. гиперболу
3. эллипс
4. окружность

15. Если $\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}>0$, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$:

1. образуют левую тройку
2. образуют правую тройку
3. попарно коллинеарные
4. лежат в одной плоскости

16. Известно, что $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$ и угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $\frac{\pi}{2}$. Значение $|\vec{b}\times\vec{a}|$ равно:
1. 2
2. 1
3. 0
4. –2

17. Для вектора $\vec{a}=\{6,3,z\}$ известно, что $|\vec{a}|=7$. Значение z равно:
1. 2
2. -2
3. ± 2

4. 7

18. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

Результат вычисления выражения $|A| + |A^T|$ равен:

1. 10
2. 20
3. −4
4. –8

Приложение №2

ТЕМЫ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тема 1. Матрицы и действия над ними. Определители. Их свойства и вычисление.

Тема 2. Обратная матрица. Элементарные преобразования матрицы. Системы линейных уравнений

Тема 3. Векторы. Основные определения. Линейные операции. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Линейные операции над векторами в координатной форме

Тема 4. Скалярное произведение векторов. Свойства. Приложения

Тема 5. Векторное и смешанное произведения векторов. Свойства. Приложения.

Тема 6. Уравнение линии на плоскости. Различные способы задания прямой.

Тема 7. Кривые второго порядка, их характеристики и свойства.

Тема 8. Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1.

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2 & 7 & 0\\ 1 & -3 & 5\end{pmatrix},\quad -2\cdot A=-2\begin{pmatrix}4 & -3 & 0\\ -1 & 5 & 3\end{pmatrix},\quad A\cdot B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -3 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}2 & -7\\ 3 & -5\end{vmatrix}\qquad \begin{vmatrix}3 & 1 & -2\\ 5 & -3 & 2\\ 4 & -2 & -3\end{vmatrix}$$

Вычислить определитель:

Тема 2.

Решить систему уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, матричным методом

$$\begin{cases}x+2y=10\\ 3x+2y+z=23\\ y+2z=13\end{cases}$$

Тема 3.

Вектор $\bar{a}$, длина которого равна 6, образует с осью OX угол 60^0, с осью OY – угол 135^0, с осью OZ – угол 90^0. Найти проекции вектора $\bar{a}$ на данные оси.

Тема 4.

Найти угол между двумя векторами $\bar{a}=i-\bar{j}+4\bar{k}$ и $b=\bar{i}+2\bar{j}-2\bar{k}$.

Вычислить модуль вектора $\bar{a}=\{6,3,-2\}$.

Тема 5.

Вычислить площадь треугольника с вершинами в точках $A(2;3;-1)$, $B(5;6;3), C(7;1;0)$.

Показать, что векторы $\bar{a}=7i-3\bar{j}+2\bar{k}$, $\bar{b}=3i-7\bar{j}+8k$ и $\bar{c}=\bar{i}-\bar{j}+\bar{k}$ компланарны.

Найти объем пирамиды, построенной на векторах $\bar{a}=(2;3;1), \bar{b}(1;-2;3), \bar{c}=(-1;1;2)$

Тема 6.

Составить уравнение прямой, проходящей через точки A(2;—3) и B(5;1).
Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(-2;5) параллельно прямой 7x-3y+1 = 0.
Найти расстояние от точки M(-3;4) до прямой 6x-8y+1 = 0.

Тема 7.

Дан эллипс $9x^2+5y^2=45$. Найти: 1)его полуоси; 2)фокусы; 3)эксцентриситет; 4)уравнения директрис.

Эксцентриситет гиперболы ε=2, центр ее лежит в начале координат, один из фокусов F(12;0). Вычислить расстояние от точки M_1 гиперболы с абсциссой, равной 13, до директрисы, соответствующей заданному фокусу.

Тема 8.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки M_1 (1; 2; 0), M_2 (1;—1; 2), M_3 (0; 1;-1).
Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P($2;1;-3) параллельно плоскости 2x-y+3z+l = 0.
Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{1}$ и плоскости $x+2y-z+3=0$.

Приложение №3

ТЕМАТИКА КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Системы линейных уравнений.
2. Векторная алгебра.
3. Аналитическая геометрия

Приложение №4

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их свойства.
2. Понятие определителя n-го порядка: разложение по строке (столбцу). Привести пример.
3. Матрица. Общие определения.
4. Линейные операции над матрицами; их свойства.
5. Произведение матриц, его свойства.
6. Обратная матрица и ее отыскание.
7. Система линейных уравнений. Запись и решение в матричном виде.
8. Система линейных уравнений. Формулы Крамера.
9. Система линейных уравнений. Метод Гаусса.
10. Преобразование координат и уравнений при повороте осей координат.
11. Понятие геометрического вектора. Общие определения: модуль вектора, единичный, нулевой векторы, равенство, коллинеарность, компланарность.
12. Линейные операции над векторами. Сложение векторов, его свойства.
13. Уравнение 1-ой степени на плоскости. Общее уравнение прямой, частные случаи.
14. Линейные операции над векторами. Умножение вектора на число, его свойства, условие коллинеарности векторов.
15. Угол между прямыми на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности.
16. Уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой через одну и две точки.
17. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
18. Линейное уравнение в пространстве. Общее уравнение плоскости; частные случаи.
19. Базис плоскости. Разложение произвольного вектора по базису. Координаты вектора в данном базисе.
20. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности.
21. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве.
22. Система двух линейных уравнений в пространстве. Общие уравнения прямой, приведение к каноническому виду. (Пример).
23. Определение угла между прямыми на плоскости.
24. Выражение модуля вектора и его направления через координаты. Направляющие косинусы.
25. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и перпендикулярности.
26. Деление отрезка в данном отношении. Координаты середины отрезка.
27. Пересечение прямой с плоскостью. Условие принадлежности прямой плоскости.
28. Скалярное произведение двух векторов, его свойства.
29. Уравнение 2-ой степени на плоскости. Окружность.
30. Скалярное произведение двух векторов. Выражение через координаты сомножителей.
31. Эллипс. Определение, вывод канонического уравнения.

32. Определение угла между векторами. Условие параллельности и перпендикулярности векторов.
33. Эллипс. Исследование канонического уравнения и построение кривой. Эксцентриситет.
34. Векторное произведение двух векторов. Определение и вывод формулы выражения через координаты сомножителей.
35. Гипербола. Определение, вывод канонического уравнения.
36. Векторное произведение двух векторов. Выражение через координаты сомножителей.
37. Гипербола. Исследование канонического уравнения и построение кривой. Асимптоты гиперболы. Эксцентриситет.
38. Векторно-скалярное произведение трех векторов, его геометрический смысл.
39. Парабола. Определение, вывод канонического уравнения, построение кривой.
40. Векторно-скалярное произведение трех векторов; выражение через координаты сомножителей. Условие компланарности трех векторов.
41. Преобразование координат и уравнений при параллельном переносе осей координат.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

Докажите, что векторы $\bar{a}=(1{,}2)$ и $\bar{b}=(1{,}-3)$ можно принять в качестве векторов базиса на плоскости. Найдите координаты вектора $\bar{c}=(2{,}5)$ относительно этого базиса. Запишите соответствующее преобразование координат.

2. Докажите, что векторы $\bar{a}=(1{,}2{,}-1)$, $\bar{b}=(1{,}-3{,}2)$, $\bar{c}=(1{,}1{,}2)$ можно принять в качестве векторов базиса в пространстве. Найдите координаты вектора $\bar{d}=(2{,}5{,}-3)$ относительно этого базиса. Запишите соответствующее преобразование координат.

3. Даны три точки $A(2{,}-2{,}4)$, $B(10{,}-12{,}4)$, $C(2{,}6{,}-2)$. Найдите длину проведённой из вершины B высоты треугольника ABC.

4. Найдите проекцию вектора $\bar{a}=4\mathbf{i}-3\mathbf{j}-8\mathbf{k}$ на ось, определяемую вектором $\bar{b}=2\mathbf{i}+2\mathbf{j}+\mathbf{k}$.

5. Пусть $a=2p-3q$, $a=3p+5q$. Найдите (a,b) и $|[a,b]|$, если $|p|=2$, $|q|=2\sqrt{2}$ и угол между векторами p и q равен $\pi/4$.

6. Докажите, что векторы $\bar{a}=(1{,}2{,}4)$, $\bar{b}=(2{,}3{,}-5)$, $\bar{c}=(8{,}13{,}-7)$ компланарны (лежат в одной плоскости).

7.Найдите косинус угла между векторами $\bar{a}=(3{,}3{,}1)$, $\bar{b}=(3{,}1{,}-3)$.

8.Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+5\mathbf{k}$ и $\bar{b}=7\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$

9. Запишите уравнение прямой проходящей через точку $M_0(4{,}3)$ перпендикулярно вектору $\overline{N}(2{,}5)$.

10. Запишите уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1{,}2{,}1)$, $M_2(3{,}5{,}2)$, $M_3(1{,}0{,}1)$

11. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1,5,3)$ параллельно прямой $\frac{x-2}{4}=\frac{y-5}{6}=\frac{z+3}{1}$.

12. Запишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(-1,-4,3)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{3}=\frac{y-4}{6}=\frac{z+3}{1}$.

13. Постройте кривую $9x^2+24xy+16y^2-40x+30y=0$ в исходной системе координат, приведя предварительно её уравнение к главным осям.