



Федеральное агентство по рыболовству  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)  
Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота

УТВЕРЖДАЮ  
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств  
(приложение к рабочей программе модуля)

**«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»**

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата  
по направлению подготовки

**20.03.01 «ТЕХНОСФЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ»**

Профиль подготовки

**«ЗАЩИТА В ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЯХ»**

ИНСТИТУТ  
РАЗРАБОТЧИК

Морской  
Кафедра прикладной математики и информационных технологий

## 1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ПК-1: Способен использовать законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач	ПК-1.1: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач	Алгебра и геометрия	<p><u>Знать</u>: основы линейной алгебры; основы и методы аналитической геометрии; -понятие определителя, матрицы и ее ранга; основные понятия и методы векторной алгебры и анализа (понятие вектора, коллинеарности и компланарности векторов, их скалярного, векторного и смешанного произведений, понятие о градиенте, потоке, дивергенции, циркуляции и роторе векторного поля)</p> <p><u>Уметь</u>: построить математические модели прямых на плоскости и в пространстве, плоскости, кривых и поверхностей и исследовать их расположение в системах координат; линейной и векторной алгебры (применять методы решения и исследования линейных систем уравнений, средства векторной алгебры в решении задач физического и технического характера)</p> <p><u>Владеть</u>: навыками пользования библиотеками прикладных программ для решения прикладных математических задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-методами решения основных алгебраических задач;</li> <li>- навыками использования методов векторной алгебры в смежных дисциплинах;</li> <li>-навыками работы с учебной и научной литературой;</li> <li>-навыками работы с компьютерными</li> </ul>

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			математическими прикладными пакетами; -алгебро-геометрическими методами при решении профессиональных задач и содержательной интерпретацией полученных результатов

## **2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по проверочным работам.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена, относятся:

- задания по контрольным работам;
- экзаменационные вопросы и задания.

## **3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ**

### **3.1 Тестовые задания**

Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных курсантами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

#### **3.1.1. Содержание оценочных средств**

Время выполнения итогового теста 45 мин.

Варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

#### **3.1.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств**

Шкала оценивания основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60%

заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

### 3.2. Задания по темам практических занятий

#### 3.2.1. Общее описание оценочных средств

Задания предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины и представляют собой подборки практических задач.

#### 3.2.2. Содержание оценочных средств

Темы практических занятий и типовые задания по темам практических занятий представлены в Приложении № 2.

3.2.3. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Результаты выполнения заданий оцениваются по четырехбалльной шкале:

- оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

- оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

- оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

### 3.3 Проверочные работы.

#### 3.3.1. Общее описание оценочных средств

Проверочная работа является элементом системы самостоятельной работы студентов, представляет собой индивидуальное задание для самостоятельного выполнения во внеаудиторное время с целью освоения и закрепления навыков применения теоретического материала к решению практических задач, в том числе прикладных.

Содержание проверочных работ актуализируется и корректируется преподавателем.

#### 3.3.1. Содержание оценочных средств

Образцы заданий проверочных работ по дисциплине приведены в Приложении № 3

3.3.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Шкала оценивания основана на двухбалльной системе.

Оценка «зачтено» выставляется, если проверочная работа выполнена с соблюдением правил оформления, расчёты и рисунки полностью отражают цель работы, даются обоснованные выводы по работе; при защите, выполненной проверочной работы обучающийся демонстрирует понимание цели и хода выполнения работы, может дать пояснения по всему содержанию работы.

Оценка «незачтено» выставляется если расчёты произведены неправильно, графическая часть выполнена небрежно и не отражает выполнение задания на проверочную работу.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 70% заданий.

#### **4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля:

- положительно аттестованные по тестовым заданиям;
- положительно аттестованные по практическим занятиям;
- положительно аттестованные по контрольной работе (очная и заочная форма обучения).

4.2. Задания по контрольной работе

Типовые задания по контрольной работе представлены в Приложении № 4.

4.2.1. Содержание оценочных средств

Контрольная работа по дисциплине «Алгебра и геометрия». Содержательная часть задач соответствует изучаемому в рамках дисциплины разделу «Аналитическая геометрия» и разделу «Предел и производная функции».

4.2.2. Методические материалы, определяющие процедуры использования оценочных средств.

Шкала оценивания основана на двухбалльной системе.

Оценка «зачтено» выставляется при правильном выполнении не менее 70% заданий.

Оценка «не зачтено» выставляется при правильном выполнении менее 70% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 70% заданий.

4.3 Типовые вопросы и образцы заданий к экзамену приведены в Приложении № 5.

Представленные экзаменационные вопросы для проведения экзамена компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам разделов дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и инженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

### **5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ**

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Алгебра и геометрия» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность (профиль «Защита в чрезвычайных ситуациях»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022 (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании секции «Защита в чрезвычайных ситуациях» 22.04.2022 (протокол № 8).

Заведующая секцией



В.А. Даниленкова

Итоговые тесты по дисциплине «Алгебра и геометрия»

Вариант №1

Вопрос №1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

Матрица  $C = B^T - A$  равна ...

1.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$
2.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$
3.  $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
4.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

можно перемножить...

1.  $A$  и  $B$ ,  $A$  и  $C$
2.  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$
3.  $A$  и  $C$ ,  $B$  и  $C$
4.  $B$  и  $A$ ,  $B$  и  $C$

Вопрос №3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

Алгебраическое дополнение  $A_{32}$  для элемента  $a_{32}$  равно ...

1. -16
2. 16
3. 1
4. -1

Вопрос №4. : Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

главный определитель  $\Delta$  равен ...

1. 16
2. 14
3. -8
4. -12

Вопрос №5. При решении системы уравнений 
$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 4x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

методом Крамера значение переменной  $x$ ...

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №6. Для вектора  $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$  сонаправленным вектором будет ...

1.  $\vec{b} = \{-1, -2, 3\}$
2.  $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$
3.  $\vec{d} = \{2, 4, 6\}$
4.  $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$  и  $\vec{d} = \{2, 4, 6\}$

Вопрос №7. Косинус угла между векторами  $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  и  $\vec{b} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$  равен

...

1.  $-\frac{4}{9}$
2.  $\frac{4}{9}$
3.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4.  $\frac{1}{2}$

Вопрос №8. Угол между векторами острый, если их скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  ...

1. больше нуля
2. меньше нуля
3. равно нулю
4. недостаточно данных

Вопрос №9. Векторное произведение  $\vec{i} \times \vec{j}$  базисных векторов  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  равно ...

1.  $\vec{k}$
2.  $-\vec{k}$
3.  $\vec{j}$
4.  $\vec{i}$

Вопрос №10. Для векторов  $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ ,  $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ ,  $\vec{c}(c_x; c_y; c_z)$  векторно-скалярное (смешанное) произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$  вычисляется по формуле...

1.  $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$
2.  $\begin{vmatrix} b_x & a_x & c_x \\ b_y & a_y & c_y \\ b_z & a_z & c_z \end{vmatrix}$
3.  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$



$$4. \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Вопрос №11. Объём треугольной пирамиды с вершинами  $A(-2;-2;0)$ ,  $B(0;4;-1)$ ,  $C(1;2;1)$ ,  $D(-13;8;11)$  вычисляется определителем...

$$1. \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2. \pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -13 & 8 & 11 \end{vmatrix}$$

$$4. \pm \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

Вопрос №12. Вершинами эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{144} = 1$  будут точки с координатами...

$$1. A_1(5; 0), A_2(-5; 0), B_1(0; 12), B_2(0; -12)$$

$$2. A_1(5; 12), A_2(-5; -12), B_1(0; 12), B_2(0; -12)$$

$$3. A_1(25; 0), A_2(-25; 0), B_1(0; 144), B_2(0; -144)$$

$$4. A_1(5; 0), A_2(-5; 0)$$

Вопрос №13. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями  $a=5$  и  $b=3$  и фокусами на оси  $Oy$  записывается формулой...

$$1. \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$2. \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$3. \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$$

$$4. \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$$

Вопрос №14. Гипербола не имеет...

1. фокусов

2. асимптот

3. директрисы

4. вершин

Вопрос №15. Плоскость  $2x - 7y - 2z + 15 = 0$  перпендикулярна плоскости...

$$1. 2x - 7y - 2z + 1 = 0$$

$$2. 2y - 7z + 14 = 0$$

$$3. -7x + 2y - 1 = 0$$

$$4. -y - 7z + 14 = 0$$

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(0,0,1)$  и  $M_2(-1,0,0)$  записывается формулой...

$$1. \frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$$

2.  $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3.  $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$
4.  $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №17. Координаты направляющего вектора  $\vec{p}$  прямой, проходящей через две точки  $M_1(1,2,3)$  и  $M_2(-1,0,1)$ , равны:...

1. {1, 2, 3}
2. {2, 2, 2}
3. {2, 2, 4}
4. {2, -2, -2}

Вопрос №18. Произведение двух комплексных чисел  $z_1 \cdot z_2$ , где  $z_1 = 2 + 2i$  и  $z_2 = 2 - 2i$ , равно...

1. 8
2.  $4 - 4i$
3.  $3.8i$
4. 4.0

Вопрос №19. Уравнением параболы с директрисой  $x = 3$  является ...

1.  $x^2 = 4y$
2.  $-4x^2 = y$
3.  $y^2 = -12x$
4.  $x = 6y^2$

Вопрос №20. Произведение координат центра окружности  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  равно ...

1. 2
2. -2
3. 8
4. 2,25

Вариант №2

Вопрос №1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

Матрица  $C = B^T - A$  равна ...

1.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$
2.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$
3.  $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
4.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

можно перемножить...

1.  $A$  и  $B$ ,  $A$  и  $C$
2.  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$
3.  $A$  и  $C$ ,  $B$  и  $C$
4.  $B$  и  $A$ ,  $B$  и  $C$

Вопрос №3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

Алгебраическое дополнение  $A_{32}$  для элемента  $a_{32}$  равно ...

1. -11
2. 16
3. 1
4. -1

Вопрос №4. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - 2x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

главный определитель  $\Delta$  равен ...

1. 16
2. 14
3. -13
4. -12

Вопрос №5. При решении системы уравнений 
$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 8x - 4y + 6z = 16 \end{cases}$$

методом Крамера значение переменной  $x$ ...

- 1
- 2
- 1
- не определено

Вопрос №6. Для вектора  $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$  сонаправленным вектором будет ...

- $\vec{b} = \{-1, -2, 3\}$
- $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$
- $\vec{d} = \{4, 8, 12\}$
- $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$  и  $\vec{d} = \{2, 4, 6\}$

Вопрос №7. Косинус угла между векторами  $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$  и  $\vec{b} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$  равен ...

- $-\frac{4}{9}$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{1}{2}$

Вопрос №8. Угол между векторами острый, если их скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  ...

- больше нуля
- меньше нуля
- равно нулю
- недостаточно данных

Вопрос №9. Векторное произведение  $\vec{j} \times \vec{k}$  базисных векторов  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  равно ...

- $\vec{k}$
- $-\vec{k}$
- $\vec{j}$
- $\vec{i}$

Вопрос №10. Для векторов  $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ ,  $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ ,  $\vec{c}(c_x; c_y; c_z)$  (смешанное) вычисляется по формуле...

- $$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$$
- $$\begin{vmatrix} b_x & a_x & c_x \\ b_y & a_y & c_y \\ b_z & a_z & c_z \end{vmatrix}$$
- $$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$
- $$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Вопрос №11. Объем треугольной пирамиды с вершинами  $A(-2;-2;2)$ ,  $B(0;4;-1)$ ,  $C(1;2;1)$ ,  $D(-13;8;11)$  вычисляется определителем...

1.  $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
2.  $\pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -3 \end{vmatrix}$
3.  $\begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -13 & 8 & 11 \end{vmatrix}$
4.  $\pm \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$

Вопрос №12. Вершинами эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$  будут точки с координатами...

1.  $A_1(5; 0)$ ,  $A_2(-5; 0)$ ,  $B_1(0; 16)$ ,  $B_2(0; -6)$
2.  $A_1(5; 16)$ ,  $A_2(-5; -16)$ ,  $B_1(0; 16)$ ,  $B_2(0; -16)$
3.  $A_1(25; 0)$ ,  $A_2(-25; 0)$ ,  $B_1(0; 36)$ ,  $B_2(0; -36)$
4.  $A_1(5; 0)$ ,  $A_2(-5; 0)$

Вопрос №13. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями  $a=5$  и  $b=3$  и фокусами на оси  $Ox$  записывается формулой...

1.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
2.  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3.  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$
4.  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$

Вопрос №14. Гипербола не имеет...

1. фокусов
2. асимптот
3. директрисы
4. вершин

Вопрос №15. Плоскость  $2x + 7y - 2z + 15 = 0$  перпендикулярна плоскости...

1.  $2x - 7y - 2z + 1 = 0$
2.  $2y - 7z + 14 = 0$
3.  $-7x + 2y - 1 = 0$
4.  $-y - 7z + 14 = 0$

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(1,0,1)$  и  $M_2(-1,0,0)$  записывается формулой...

1.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
2.  $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3.  $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$

4.  $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №17. Координаты направляющего вектора  $\vec{p}$  прямой, проходящей через две точки  $M_1(3,2,3)$  и  $M_2(1,0,1)$ , равны...

1. {1, 2, 3}
2. {2, 2, 2}
3. {2, 2, 4}
4. {2, -2, -2}

Вопрос №18. Произведение двух комплексных чисел  $z_1 \cdot z_2$ , где  $z_1 = 2 + 2i$  и  $z_2 = 2 - 2i$ , равно...

1. 8
2.  $4 - 4i$
3.  $8i$
4. 0

Вопрос №19. Уравнением параболы с директрисой  $x = 4$  является ...

1.  $x^2 = 4y$
2.  $-4x^2 = y$
3.  $y^2 = -16x$
4.  $x = 6y^2$

Вопрос №20. Ордината центра окружности  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  равно ...

1. 2
2. -2
3. 8
4. 2,25

Вариант №3

Вопрос №1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

Матрица  $C = B^T - A$  равна ...

1.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$

2.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$

3.  $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

4.  $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

можно перемножить...

1.  $A$  и  $B$ ,  $A$  и  $C$

2.  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$

3.  $A$  и  $C$ ,  $B$  и  $C$

4.  $B$  и  $A$ ,  $B$  и  $C$

Вопрос №3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

Алгебраическое дополнение  $A_{32}$  для элемента  $a_{32}$  равно ...

1. -6

2. 16

3. 1

4. -1

Вопрос №4. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - 3x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

главный определитель  $\Delta$  равен ...

1. 16

2. 14

3. -18

4. -12

Вопрос №5. При решении системы уравнений 
$$\begin{cases} 4x + 2y - 2z = 2 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 4x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

методом Крамера значение переменной  $x$ ...

- 1
- 2
- 1
- не определено

Вопрос №6. Для вектора  $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$  сонаправленным вектором будет ...

- $\vec{b} = \{-1, -2, 3\}$
- $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$
- $\vec{d} = \{3, 6, 9\}$
- $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$  и  $\vec{d} = \{2, 4, 6\}$

Вопрос №7. Косинус угла между векторами  $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{k}$  и  $\vec{b} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$  равен ...

- $-\frac{4}{9}$
- $\frac{2}{3\sqrt{5}}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{1}{2}$

Вопрос №8. Угол между векторами тупой, если их скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  ...

- больше нуля
- меньше нуля
- равно нулю
- недостаточно данных

Вопрос №9. Векторное произведение  $\vec{i} \times \vec{k}$  базисных векторов  $\vec{i}$  и  $\vec{k}$  равно ...

- $\vec{k}$
- $-\vec{k}$
- $-\vec{j}$
- $\vec{i}$

Вопрос №10. Для векторов  $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ ,  $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ ,  $\vec{c}(c_x; c_y; c_z)$  векторное произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  вычисляется по формуле...

- $$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$$
- $$\begin{vmatrix} b_x & a_x & c_x \\ b_y & a_y & c_y \\ b_z & a_z & c_z \end{vmatrix}$$
- $$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$4. \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Вопрос №11. Объём треугольной пирамиды с вершинами  $A(-2;-2;1)$ ,  $B(0;4;-1)$ ,  $C(1;2;1)$ ,  $D(-13;8;11)$  вычисляется определителем...

$$1. \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2. \pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -2 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -13 & 8 & 11 \end{vmatrix}$$

$$4. \pm \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -11 & 10 & 11 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$$

Вопрос №12. Вершинами эллипса  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{144} = 1$  будут точки с координатами...

1.:  $A_1(4; 0)$ ,  $A_2(-4; 0)$ ,  $B_1(0; 12)$ ,  $B_2(0; -12)$

2.  $A_1(4; 12)$ ,  $A_2(-4; -12)$ ,  $B_1(0; 12)$ ,  $B_2(0; -12)$

3.  $A_1(16; 0)$ ,  $A_2(-16; 0)$ ,  $B_1(0; 144)$ ,  $B_2(0; -144)$

4.  $A_1(4; 0)$ ,  $A_2(-4; 0)$

Вопрос №13. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями  $a=5$  и  $b=2$  и фокусами на оси  $Oy$  записывается формулой...

$$1. \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$2. \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$3. \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = -1$$

$$4. \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$$

Вопрос №14. Гипербола не имеет...

1. фокусов

2. асимптот

3. директрисы

4. вершин

Вопрос №15. Плоскость  $2x - 7y - 2z + 15 = 0$  параллельна плоскости...

1.  $4x - 14y - 4z + 1 = 0$

2.  $2y - 7z + 14 = 0$

3.  $-7x + 2y - 1 = 0$

4.  $-y - 7z + 14 = 0$

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(0,1,1)$  и  $M_2(-1,0,0)$  записывается формулой...

1.  $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$
2.  $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3.  $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$
4.  $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №17. Координаты направляющего вектора  $\vec{p}$  прямой, проходящей через две точки  $M_1(1,4,3)$  и  $M_2(-1,2,1)$ , равны...

1.  $\{1, 2, 3\}$
2.  $\{2, 2, 2\}$
3.  $\{2, 2, 4\}$
4.  $\{2, -2, -2\}$

Вопрос №18. Произведение двух комплексных чисел  $z_1 \cdot z_2$ , где  $z_1 = 2 + 2i$  и  $z_2 = 2 - 2i$ , равно...

1. 8
2.  $4 - 4i$
3.  $3.8i$
4. 4.0

Вопрос №19. Уравнением параболы с директрисой  $x = 2$  является ...

1.  $x^2 = 4y$
2.  $-4x^2 = y$
3.  $y^2 = -8x$
4.  $x = 6y^2$

Вопрос №20. Произведение координат центра окружности  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 1 = 0$  равно ...

1. 4
2. -2
3. 8
4. 2,25

Приложение №2

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. Матрицы и действия над ними. Определители. Их свойства и вычисление.

Тема 2. Обратная матрица. Элементарные преобразования матрицы. Системы линейных уравнений

Тема 3. Векторы. Основные определения. Линейные операции. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Линейные операции над векторами в координатной форме

Тема 4. Скалярное произведение векторов. Свойства. Приложения

Тема 5. Векторное и смешанное произведения векторов. Свойства.

Приложения.

Тема 6. Уравнение линии на плоскости. Различные способы задания прямой.

Тема 7. Кривые второго порядка, их характеристики и свойства.

Тема 8. Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1.

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 7 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix} - 2 \cdot A = -2 \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix},$$

$$A \cdot B = (3 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}$$

Тема 2.

Решить систему уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + 2y + z = 23 \\ y + 2z = 13 \end{cases}$$

Тема 3.

Вектор  $\vec{a}$ , длина которого равна 6, образует с осью  $Ox$  угол  $60^\circ$ , с осью  $Oy$  – угол  $135^\circ$ , с осью  $Oz$  – угол  $90^\circ$ . Найти проекции вектора  $\vec{a}$  на данные оси.

Тема 4.

Найти угол между двумя векторами  $\vec{a} = i - \vec{j} + 4\vec{k}$  и  $b = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = \{6, 3, -2\}$ .

#### Тема 5

Вычислить площадь треугольника с вершинами в точках  $A(2;3;-1)$ ,  $B(5;6;3)$ ,  $C(7;1;0)$ .

Показать, что векторы  $\vec{a} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k}$  и  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  компланарны.

$$\vec{a} = (2; 3; 1), \vec{b} = (1; -2; 3), \vec{c} = (-1; 1; 2)$$

Найти объем пирамиды, построенной на векторах

#### Тема 6.

Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2; -3)$  и  $B(5; 1)$ .

Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-2; 5)$  параллельно прямой  $7x - 3y + 1 = 0$ .

Найти расстояние от точки  $M(-3; 4)$  до прямой  $6x - 8y + 1 = 0$ .

#### Тема 7.

Дан эллипс  $9x^2 + 5y^2 = 45$ . Найти: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

Эксцентриситет гиперболы  $\epsilon = 2$ , центр ее лежит в начале координат, один из фокусов  $F(12; 0)$ .

Вычислить расстояние от точки  $M_1$  гиперболы с абсциссой, равной 13, до директрисы, соответствующей заданному фокусу.

#### Тема 8.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1; 2; 0)$ ,  $M_2(1; -1; 2)$ ,  $M_3(0; 1; -1)$ .

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $P(2; 1; -3)$  параллельно плоскости  $2x - y + 3z + 1 = 0$ .

Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{1}$  и плоскости  $x + 2y - z + 3 = 0$ .

Образцы заданий на проверочные работы

Задача 1. Решить данную систему следующими методами:

а) методом Крамера, б) матричным методом

$$1.1. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_3 - x_2 = 2 \\ x_1 - x_3 = -1 \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 2x + y + 3z = -9 \\ 8x + 3y + 5z = -13 \\ 2x + 5y - z = -3 \end{cases}$$

Задача 2. Исследовать и решить систему линейных уравнений

$$2.1 \quad \begin{cases} 2x + y + z + 6 = 0, \\ 2x - y - 3z + 6 = 0. \end{cases}$$

$$2.2 \quad \begin{cases} 3x + y - z - 6 = 0, \\ 3x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

Задача 3. Выполнить действия над матрицами

$$3.1 \quad 2(A + B)(2B - A), \quad \text{где} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Коллинеарны ли векторы  $\bar{c}_1$  и  $\bar{c}_2$ , построенные по векторам  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ ?

$$4.1 \quad \bar{a} = \{2, -1, 3\}, \quad \bar{b} = \{2, 1, 3\}, \quad \bar{c}_1 = 3\bar{a} - 2\bar{b}, \quad \bar{c}_2 = 2\bar{a} + 3\bar{b}.$$

$$4.2 \quad \bar{a} = \{1, 0, 1\}, \quad \bar{b} = \{-2, 3, 5\}, \quad \bar{c}_1 = \bar{a} + 2\bar{b}, \quad \bar{c}_2 = 3\bar{a} - \bar{b}.$$

Задача 5. По координатам вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$  найти:

1. Длины ребер  $A_1A_2$  и  $A_1A_3$
2. Угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_3$
3. Площадь грани  $A_1A_2A_3$
4. Объем пирамиды
5. Уравнения прямых  $A_1A_2$  и  $A_1A_3$
6. Уравнения плоскостей  $A_1A_2A_3$  и  $A_1A_2A_4$
7. Угол между плоскостями  $A_1A_2A_3$  и  $A_1A_2A_4$

$$5.1. \quad A_1(-1; 2; 1) \quad A_2(-2; 2; 5), \\ A_3(-3; 3; 1) \quad A_4(-1; 4; 3)$$

$$5.2. \quad A_1(-2; 1; -1) \quad A_2(-3; 1; 3) \\ A_3(-4; 2; -1) \quad A_4(-2; 3; 1)$$

Задача 6. Вычислить площадь  $\Delta A_1 A_2 A_3$ , высоту, медиану, опущенных из вершины  $A_2$ .

6.1  $A_1 (1,3,6), A_2 (2,2,1), A_3 (-1,0,1)$ .

6.2  $A_1 (-4,2,6), A_2 (2,-3,0), A_3 (-10,5,8)$ .

Задача 7. Найти угол между прямой и плоскостью

7.1.  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}; x+2y+3z-14=0$ .

7.2.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}; x+2y-5z+20=0$ .

Задача 8. Найти канонические уравнения прямой

8.1 
$$\begin{cases} 2x + y + z + 6 = 0, \\ 2x - y - 3z + 6 = 0. \end{cases} \quad 8.2 \quad \begin{cases} 3x + y - z - 6 = 0, \\ 3x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

Задача 9. Найти расстояние от точки В по прямой

9.1 В (0,-3,-2),  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .

9.2 В (2,-1,1),  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{1}$ .

Задача 10. Найти собственные значения и собственные векторы

10.1  $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$  10.2  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  10.3  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  10.4  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

Задача 11. Привести квадратичную форму к каноническому виду

11.1.  $4(x_2)^2 - 3(x_3)^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3$ .

11.2.  $4(x_1)^2 + 4(x_2)^2 + (x_3)^2 - 2x_1x_2 + 2\sqrt{3}x_2x_3$ .

Задача 12. Упростить кривую и построить

12.1 А)  $2x^2+3y^2-10x+6y-2=0$   
 Б)  $3x^2-4y^2-5x+8y=0$   
 В)  $x^2-2y+3x=0$

12.2 А)  $x^2+2y^2-4x+7y-3=0$   
 Б)  $2x^2-3y^2-5x+6y-2=0$   
 В)  $y^2-y+2x=0$

Задача 13. Упростить уравнение кривой, назвать, построить её:

13.1.  $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 120x + 90y = 0$

13.2.  $9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0$

Задача 14. Упростить уравнение поверхности

14.1.  $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 20zx + 4yz + 2x + 4y - 10z - 1 = 0$ .

14.2.  $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 6zx - 2x + 6y + 2z = 0$ .

Приложение № 4

Образцы типовых вариантов контрольных работ  
по дисциплине «Алгебра и геометрия»  
Раздел «Аналитическая геометрия»

1. Даны вершины треугольника А (2,-1), В(4,5), С(-3,2). Составить уравнение высоты ВД и медианы АМ.
2. Составить уравнение эллипса, для которого сумма полуосей равна 8, а расстояние между фокусами тоже равно 8.
3. Найти расстояние между центром окружности  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 2 = 0$  и правым фокусом гиперболы  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ .
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки А (5,-4,3) и В(-2,1,8) параллельно оси ОХ.
5. Составить канонические уравнения прямой  $\begin{cases} 5x + 3y - 4z + 2 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$

Раздел «Предел и производная функции».

1. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{4 - x}}$$
$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x} \quad 4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 4}{x + 8} \right)^{-3x} \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья: а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5}$ ;

$$б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

3. Вычислить производные функций:

$$а) y = \ln \frac{\sqrt{x^4 + 1} - x^2}{\sqrt{x^4 + 1} + x^2};$$

$$б) y = \frac{2^x (x + 1)^3}{(x - 1)^2 \sqrt{2x + 1}};$$

$$в) \begin{cases} x = e^{-t} \sin t, \\ y = e^t \cos t \end{cases}$$



## Приложение № 5

### Примерные вопросы и задачи для подготовки к экзамену

1. Определитель 3-го порядка и его свойства.
2. Исследование системы 3 линейных уравнений с 3 неизвестными и ее решение.
3. Исследование и решение однородных систем линейных уравнений и геометрическое истолкование их решений в случае 2 и 3 неизвестных.
4. Матрицы. Основные операции над ними. Свойства.
5. Ранг матрицы, его отыскание. Исследование систем линейных уравнений с помощью ранга.
6. Обратная матрица. Способы ее нахождения. Решение систем линейных уравнений матричным способом.
7. Векторы. Линейные операции над ними, их свойства.
8. Разложение вектора по базису. Координаты вектора в данном базисе.
9. Декартов базис. Декартовы координаты, действия над векторами, заданными своими координатами.
10. Простейшие задачи на векторы (расстояние между точками, деление отрезка в данном отношении, определение координат центра тяжести системы материальных точек).
11. Простейшие задачи на декартовы координаты вектора (координаты вектора по заданному началу и концу его, длина вектора. Направляющие косинусы вектора, условие коллинеарности векторов).
12. Скалярное произведение векторов, определение и основные свойства.
13. Приложения скалярного произведения. Выражение его через координаты перемноженных векторов.
14. Понятие ориентации тройки векторов в пространстве, ее свойства. Векторное произведение 2 векторов, определение и свойства.
15. Физические и геометрические приложения векторного произведения. Выражение его в координатной форме.
16. Смешанное произведение трех векторов и его основные свойства.
17. Приложения смешанного произведения и выражение его в координатной форме.
18. Векторное и нормальное уравнение прямой на плоскости и плоскости в пространстве.
19. Угловые соотношения между 2 плоскостями и 2 прямыми на плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
20. Различные виды уравнений плоскости, прямой на плоскости, уравнение плоскости (прямой) «в отрезках», уравнение плоскости, проходящей через 3 данные точки (прямой - через 2).
21. Общие и векторные уравнения прямой линии в пространстве и на плоскости, их взаимосвязь.
22. Угловые соотношения 2 прямых в пространстве и на плоскости. Расстояние от точки до прямой, между - параллельными и скрещивающимися прямыми в пространстве.
23. Различные виды уравнений прямой в пространстве и на плоскости.
24. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве (пересечение прямой и плоскости; принадлежность прямой к плоскости, параллельность).
25. Угловые соотношения между прямой и плоскостью. Компланарность 2 прямых в пространстве (получите условие).

26. Исследование формы эллипса по уравнению. Связь эллипса с окружностью. Основные характеристики эллипса (центр, эксцентриситет, директрисы).
27. Исследование формы гиперболы по уравнению. Основные характеристики гиперболы (асимптоты, эксцентриситет, директрисы, центр).
28. Исследование формы параболы и расположения кривой по ее уравнению. Основные характеристики параболы.
29. Эллипсоид, исследование его формы по уравнению. Эллипсоид вращения. Сфера.
30. Однополостный и двуполостный гиперболоиды и исследование их форм по уравнению.
31. Эллиптический и гиперболический параболоиды и исследование их формы по уравнению.
32. Цилиндры и конусы 2 порядка.
33. Поверхности вращения и их уравнения.
34. Определение функциональной зависимости, способы ее задания. Область определения функции. Явное, неявное, параметрическое задание функции.
35. Виды функций и основные их свойства (сложные функции, свойства монотонности, ограниченности, четности, периодичности), основные элементарные функции.
36. Гиперболические функции и их свойства.
37. Предел бесконечной числовой последовательности (определение). Примеры.
38. Определение предела функции и его геометрическое истолкование. Связь предела с бесконечно малой величиной.
39. Бесконечно - малые и бесконечно - большие величины и их свойства. Связь бесконечно - малых и бесконечно - больших величин.
40. Основные теоремы о пределах.
41. Предел отношения многочленов при  $x \rightarrow \infty$ . Первый замечательный предел.
42. Второй замечательный предел и его следствия. Сравнение бесконечно - малых и бесконечно - больших величин.
43. Определение непрерывной функции в точке. Действия над непрерывными функциями.
44. Определение точек разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке (сформулировать теоремы без доказательства).
45. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Связь непрерывности с дифференцируемостью функции.
46. Основные правила дифференцирования (вывод правил).
47. Дифференциал, свойство его инвариантности, геометрический смысл дифференциала. Линеаризация функции.
48. Производные показательной, логарифмической, степенной и гиперболической функции (вывести).
49. Производные тригонометрических и обратных тригонометрических функции (вывести).
50. Дифференцирование неявной функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
51. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные высших порядков от функций, заданных неявно и параметрически.
52. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их геометрическая интерпретация.
53. Правило Лопиталя.
54. Монотонность функции.
55. Экстремум функции, необходимые и достаточные условия.

56. Выпуклость вверх и вниз, точки перегиба графика функции.
57. Асимптоты графика функции.
58. Функции нескольких переменных, область определения, способы задания. Линии уровня.
59. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Точки и линии разрыва.
60. Частные производные и частные дифференциалы и их геометрический смысл для функции 2-х переменных.
61. Полный дифференциал. Инвариантность его формы и геометрический смысл.
62. Производные сложных функций. Полная производная.
63. Дифференцирование неявных функций.
64. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.
65. Касательная и нормаль к поверхности и линии в пространстве.
66. Безусловный экстремум функции нескольких переменных (необходимые и достаточные условия).
67. Производная функции по направлению и ее свойства.
68. Градиент функции и его свойства.

Даны вершины треугольника  $A(0,1)$   $B(1,2)$   $C(3,2)$ . Найти уравнения сторон этого треугольника.

Найти вектор  $\vec{x}$ , коллинеарный вектору  $\vec{a} = (1, 2, -3)$  и удовлетворяющий условию  $\vec{x} \cdot \vec{a} = 28$

Найти канонические и параметрические уравнения прямой 
$$\begin{cases} x-2y+3z-2=0 \\ 2x-y+z+4=0 \end{cases}$$

Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x} \right)^{1-5x}$

Привести уравнение кривой к каноническому виду и построить ее:

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 14 = 0.$$

Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x-a) - \ln x)$

Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,5)$   $B(1,2,1)$   $C(-2,-3,6)$   $D(3,-6,-6)$ . Вычислить объем пирамиды.

Найти производную  $y = (x+2)^{\frac{1}{\ln x}}$

Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью  $2x - 3y + 6z - 12 = 0$  и координатными плоскостями.

Найти производную первого порядка для функции, заданной неявно  $tg(xy) = \frac{\ln y}{x}$

Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ ,  $x + 2y + 3z - 29 = 0$

Найти производную первого порядка для функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{t+1} \\ \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{(t-1)^2}$$

Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{k} \text{ и } \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{k}$$

Составить уравнение касательной к кривой  $x^2 + 2x + 2y^2 = 4$  в точке  $\left(1, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Вычислить работу силы  $\vec{F} = \{5, -3, 9\}$  по перемещению из  $A(3, 4, -6)$  в  $B(2, 6, 5)$ .

Найти значения производной второго порядка функции  $y = \arctg(2x+1)$  при  $x = -1$ .

Вычислить величину момента силы  $\vec{F} = \{-3, 1, -9\}$  приложенной в  $A(6, -3, 5)$  относительно  $B(9, -5, -7)$ .

В какой точке кривой  $y^2 = 4x^3$  касательная перпендикулярна к прямой  $x + 3y - 1 = 0$  ?

Будут ли компланарны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  ?

$xu - y/x = 2$ , найти  $dy$ .

Найти вектор  $\vec{x}$ , коллинеарный вектору  $\vec{a} = \{1, 2, -3\}$  и удовлетворяющий условию  $\vec{x} \cdot \vec{a} = 28$

Исследовать на экстремум функцию  $y = \operatorname{tg} x - x$  в ее области определения .

Образуют ли векторы  $\vec{a} = \{1, 3\}$  и  $\vec{b} = \{2, -1\}$  базис? Если да, то разложить по нему вектор  $\vec{c} = \{4, -1\}$

Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+4}{3x-1} \right)^x$

Привести к каноническому виду уравнение кривой  $6x^2 - 18x - 4y^2 - 24y = 14$  и построить ее.

Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{2x}$

Определить тип и основные характеристики поверхности по ее уравнению  $-8x - 6y - 4z = 11$

$$2x^2 + 3y^2$$

Какого рода разрывы у функции  $y = \frac{\sin x}{x}$  и  $y = \frac{\cos x}{x}$

Показать, что  $A \cdot B \neq B \cdot A$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

При каком выборе  $a$  функция  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1 \\ 3-ax^2, & x > 1 \end{cases}$  будет непрерывной?

Построить график.

Найти высоту параллелепипеда, две грани оснований которого лежат на плоскостях  $2x - 2y + z - 1 = 0$  и  $2x - 2y + z + 5 = 0$

Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{5x}}{\sin x}$

Найти величину и направляющие cos момента силы  $\vec{F} = \{3, 4, -2\}$ , приложенной в  $A(2, -1, -2)$ , относительно начала координат.

Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 y}{\sin^2 xy}$

Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2; -1; 3)$  и отсекающей на осях координат равные отрезки.

Угол поворота  $\varphi$  шкива задан функцией  $\varphi(t) = t^2 + 3t - 5$ . Найти угловую скорость  $\omega$  шкива в конце пятой секунды.

Какая поверхность 2-го порядка задана уравнением  $2x^2 + 2y^2 - 5z^2 + 2x - 15 = 0$ ?

Исследовать и построить график функции  $y = \frac{1}{x^2} + x^2$ .

Найти расстояние от точки  $P(3, -4, -6)$  до плоскости, проходящей через  $M_1(-6, 1, 0)$ ,  $M_2(7, -2, -1)$ ,  $M_3(10, -7, 0)$ ,

Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{x^3 - 1}{x^2}$

Привести уравнения прямой  $\begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0 \\ x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$  к каноническому виду.

При каких значениях  $\alpha$  существует матрица, обратная  $A = \begin{pmatrix} \alpha & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \\ 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ ?

Написать уравнение прямой, перпендикулярной плоскости  $2x - 2y + z - 5 = 0$  и проходящей через  $A(4, 3, -1)$ . Найти расстояние от  $A$  до этой плоскости.

Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^5}{x^5+3}$ .

При каком значении  $C$  прямая  $\begin{cases} 3x - 2y + z + 3 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 1 = 0 \end{cases}$  параллельна плоскости  $2x + y + Cz - 2 = 0$ ?

Найти кинетическую энергию тела, движущегося по закону  $S(t) = t^2 - 4t^4$  в момент времени  $t = 3$ .

Найти высоту тетраэдра с вершинами в точках:  
 $O(0, 0, 0)$ ,  $A(5, 2, 0)$ ,  $B(2, 5, 0)$ ,  $C(1, -2, 4)$ , опущенную из  $C$ .

Определить порядок малости относительно  $x$  при  $x \rightarrow 0$  бесконечно малой

$$\alpha(x) = \sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 - x)$$

Решить матричное уравнение  $x \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$ . Результат проверить.

Исследуйте на экстремум функцию  $y = x \ln x$ .