



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

13.03.02 ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

морских технологий, энергетики и строительства
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
<p>ОПК-3: Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач</p>	<p>ОПК-3.2: Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений</p>	<p>Высшая математика (раздел «Математический анализ»)</p>	<p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений; - простейшие приложения математического анализа в профессиональных дисциплинах; - численные методы решения математических задач; <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать методы математического анализа при решении типовых задач; - использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины; - переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; - приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии; - применять численные методы при решении профессиональных задач; <p><u>Владеть:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - методами построения математических моделей типовых задач; - математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным, социальным, научным и этическим проблемам; - обладать математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры; - инструментарием для решения математических задач в своей предметной области.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам поэтапного формирования результатов освоения дисциплины относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные домашние задания (типовые расчеты) и контрольные вопросы;
- вопросы к коллоквиуму.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и экзамена, относятся:

- задания по контрольным работам;
- промежуточная аттестация в форме зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости;
- экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля. Время выполнения теста 90 мин.

Тестовые задания приведены в Приложении № 1.

3.2 Шкала оценивания основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60%

заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Тематика практических заданий приведена в приложении №2.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.5 Индивидуальные домашние задания (типовые расчеты)

Типовые задания и контрольные вопросы по индивидуальным домашним заданиям (типовые расчеты), по темам, предусмотренным рабочей программой дисциплины, приведены в приложении №3. Целью выполнения индивидуальных домашних заданий является формирование умений и навыков по решению практических заданий по основным темам дисциплины. Индивидуальные домашние задания используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися во внеаудиторное время в рамках СРС.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов).

Оценка результатов выполнения каждого индивидуального домашнего задания производится при представлении студентом полностью выполненных (без ошибок) практических заданий и на основании ответов студента на контрольные вопросы по тематике индивидуального домашнего задания («защита» индивидуального домашнего задания). Студент, правильно выполнивший индивидуальное домашнее задание и продемонстрировавший знание

использованных им приемов и методов решения задач, получает по индивидуальному домашнему заданию оценку «зачтено».

3.7 Типовые вопросы для подготовки к коллоквиуму на знание формул и определений по первым четырем темам дисциплины приведены в приложении №4.

3.8 Критерии и шкала оценивания результатов коллоквиума.

Коллоквиум включает в себя развернутые ответы на два вопроса (в письменной или устной форме), краткие ответы на 3 – 5 дополнительных вопросов (устно) и выполнение практического задания по материалам практических занятий. Оценка «зачтено» выставляется студенту, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающего его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми приемами их решения.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Контрольные работы используются для контроля освоения основного материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися контрольных работ проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях и практических занятиях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Образцы заданий контрольных работ (очная форма) приведены в Приложении №5.

Типовые варианты заданий контрольных работ (заочная форма) приведены в Приложении №6.

4.2. Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий контрольной работы (очная форма) основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной

оценке за выполнение задания.

Контрольная работа (заочная форма) оценивается положительно в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Оценка контрольной работы определяется в виде «зачтено» – «не зачтено». Студент, получивший за контрольную работу «зачтено», допускается до экзамена, на котором преподаватель может задать вопросы по выполнению этой контрольной работы.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине (первый семестр) проводится в форме зачета, который выставляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

В текущий контроль входит:

- получение положительной оценки по контрольным работам №1 (тема «Предел и непрерывность функции действительной переменной») и №2 (тема «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»);
- защита индивидуальных типовых расчетов №1 (тема «Исследование функции и построение графика») и №2 (тема «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»);
- успешная сдача коллоквиума по темам: «Предел и непрерывность функции действительной переменной», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

Промежуточная аттестация по дисциплине (второй семестр) проводится в форме экзамена.

Для получения допуска к экзамену студент должен:

- получить зачет за первый семестр;
- получить положительные оценки по контрольным работам №3 (тема «Неопределенный и определенный интеграл») и №4 (тема «Дифференциальные уравнения»);
- защитить индивидуальные типовые расчеты №3 (тема «Определенные и несобственные интегралы») и №4 (тема «Числовые и функциональные ряды»);
- успешно пройти итоговое тестирование (правильное выполнение не менее 60% заданий).

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 7.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации по дисциплине в форме экзамена.

Экзаменационная оценка («отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно») является экспертной и зависит от уровня освоения студентом тем дисциплины (наличия и сущности ошибок, допущенных студентом при ответе на экзаменационный вопрос, выполнении им экзаменационного задания).

Оценка «*отлично*» ставится в случае, если студент проявил полное понимание сущности теоретических вопросов, последовательно изложил ответы на вопросы (постановка задачи, ход решения, выводы); ответы были обоснованы с опорой на знания из элементарной математики; из ответов следует, что он знаком с рекомендованной литературой по дисциплине, не только в пределах основного учебника. Студент дал правильные ответы на дополнительные вопросы. В случае правильного выбора способа решения, доведения решения всех задач до конечного результата, допустимы недочеты вычислительного характера.

Оценка «*хорошо*» ставится в случае, когда студент проявил понимание сущности теоретических вопросов, последовательно изложил ответы на вопросы; ответы были не достаточно обоснованы без опоры на знания из элементарной математики; из ответов следует, что он знаком с рекомендованной литературой по дисциплине только в пределах основного учебника. Студент допускал ошибки в ответах на дополнительные вопросы, но в целом продемонстрировал понимание и знание программы курса. Сделана попытка решения всех задач, везде избран верный математический аппарат и больше половины задач решены полностью, возможны недочеты в вычислениях.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, когда студент проявил понимание сущности поставленных вопросов, но раскрыл их не последовательно, не аргументировано, без использования доказательств (дал только постановку задачи и обсудил конечный результат); из ответов следует, что он знаком с рекомендованной литературой по дисциплине только в пределах конспекта или основного учебника. Студент давал на дополнительные вопросы ответы, демонстрируя в целом понимание изучаемой дисциплины. Для большинства задач (более 50%) верно избран способ их решения, однако, в процессе решения допущены ошибки в вычислениях или в записях необходимых формул.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится в случае, когда студент не смог продемонстрировать понимания сущности поставленных вопросов, для него не ясна сама постановка вопросов, хотя при этом на бумаге вопросы могут быть изложены в полном объеме, но он не может объяснить смысла написанного им же текста и т.д.; отвечая на дополнительные вопросы, показал непонимание и незнание основных понятий и определений по изучаемой дисциплине. Когда все задачи студентом либо не решались, либо им был избран неверный метод

решения, либо большинство задач отнесено к другому разделу математики, теоретические положения которого не позволяют эти задачи решить. Либо, студент отказался от ответа на экзамене.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022г. (протокол № 6).

И.о.заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры энергетики (протокол № 4 от 29.03.2022 г.)

Заведующий кафедрой



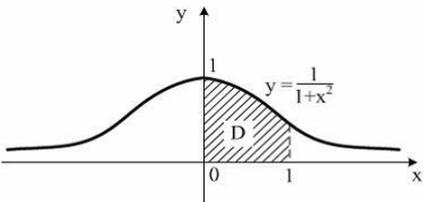
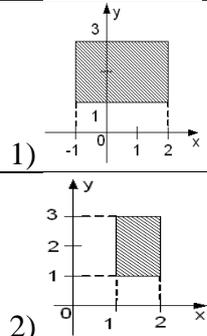
В.Ф. Белей

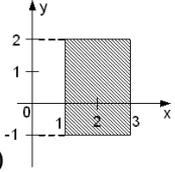
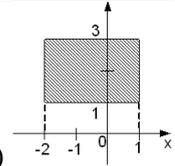
ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Вариант 1.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 + 4x - 9}{x^3 - 1}$ равен:	1) 0
		2) 7
		3) 9
		4) $\frac{14}{3}$
2	Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 3x^2 - 1} \right)^{x+1}$ равен:	1) ∞
		2) 0
		3) e
		4) $\frac{1}{e}$
3	Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 1}{3n + 5} \right)^n$ равен:	1) e
		2) e^{-2}
		3) e^2
		4) 1
4	Производная y'_x функции $\begin{cases} x = 2^{3-t^2}, \\ y = 1 + e^{-2t} \end{cases}$ равна:	1) $y'_x = -2e^{-2t}$
		2) $y'_x = \frac{2^{t^2-3}}{te^{2t} \ln 2}$
		3) $y'_x = \frac{te^{2t} \ln 2}{2^{t^2-3}}$
		4) $y'_x = \frac{-2e^{-2t}}{(3-t^2)2^{2-t^2}}$
5	Производная функции $y = \sqrt{\sin 2x}$ равна:	1) $y' = \frac{\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$
		2) $y' = \frac{-\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$
		3) $y' = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$
		4) $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin 2x}}$
6	Производная функции $y = \sqrt[x]{x}$ равна:	1) $y' = \frac{1}{x} x^{\frac{1}{x}-1}$
		2) $y' = \sqrt[x]{x} \ln x$
		3) $y' = 1$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		4) $y' = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2}$
7	Угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \frac{\ln x^2}{x}$ в точке $x_0 = 1$ равен:	1) 1 2) 2 3) 0 4) -1
8	Экстремумы функции $y = \frac{1}{x^2 + 1}$:	1) точек экстремума нет 2) (0, 1) – точка максимума, (0; -1) – точка минимума 3) (0, 1) – точка максимума 4) (0; 1) – точка минимума
9	Предел функции $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 y)}{y}$ равен:	1) 4 2) 1 3) 2 4) 0
10	Частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \lg(x^2 - \ln y)$ равны:	1) $z'_x = \frac{1}{x^2 - \ln y}$ $z'_y = \frac{1}{y(x^2 - \ln y)}$ 2) $z'_x = \frac{y}{(x^2 - \ln y) \ln 10}$; $z'_y = \frac{1}{(x + \ln y)}$ 3) $z'_x = \lg(2x)$; $z'_y = \lg(-\frac{1}{y})$ 4) $z'_x = \frac{2x}{(x^2 - \ln y) \ln 10}$; $z'_y = \frac{-1}{y(x^2 - \ln y) \ln 10}$.
11	Для функции $z = \arctg \frac{x}{y}$ частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ равна...	1) $\frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$ 2) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$ 3) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)}$ 4) $\frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$
12	Интеграл $\int (3 - 2x)^7 dx$ равен	1) $-\frac{1}{8}(3 - 2x)^8 + C$ 2) $(3 - 2x)^8 + C$

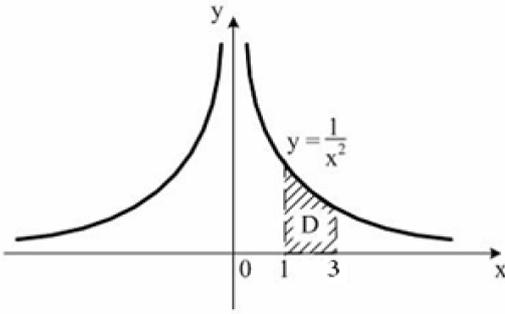
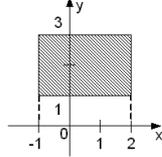
№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		3) $-\frac{1}{16}(3-2x)^8$ 4) $-\frac{1}{16}(3-2x)^8 + C$
13	Интеграл $\int \frac{5x-3}{x^2-2x-3} dx$ равен:	1) $-3\ln x-3 + 2\ln x+1 + C$ 2) $\ln x-3 - 2\ln x+1 + C$ 3) $3\ln x-3 + 2\ln x+1 + C$ 4) $\ln(x-3)(x+1) + C$
14	Интеграл $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ равен:	1) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$ 2) $\frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$ 3) $\ln \frac{2}{3}$ 4) $\ln \frac{4}{9}$
15	Площадь криволинейной трапеции D  равна:	1) 1 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{2}$ 4) $\frac{\pi}{8}$
16	Интеграл $\int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$ равен:	1) $e + 2$ 2) $e - 1$ 3) e 4) $2e - 1$
17	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник:	 1) 2)

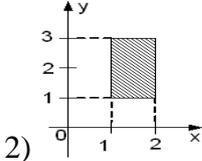
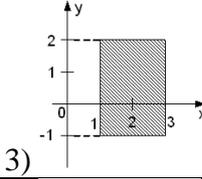
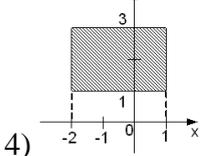
№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		1.  2. 
18	Повторный интеграл $\int_0^2 dx \int_0^2 dy$ равен:	1) 4 2) $\frac{1}{2}$ 3) -1 4) 0
19	Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $3 \int_L (x + y) dx$ по контуру $L=OA$ равен:	1) 2 2) 0 3) 8 4) 12
20	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{\cos^2 y} = 2^{-x} dx$ имеет вид:	1) $tgy + \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$ 2) $ctgy - \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$ 3) $tgy - \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$ 4) $tgy - 2^{-x} = C$
21	Общий интеграл дифференциального уравнения $y = x(y' - \sqrt{x} e^y)$ имеет вид:	1) $e^x = \ln Cxy$ 2) $e^x - \ln Cx = 0$ 3) $e^{-x} + \ln Cx = 0$ 4) $y = x \ln Cxy$
22	Уравнением в полных дифференциалах является:	1) $\sin(x + y)dx + x \cos(x + y)(dx + dy) = 0$ 2) $\sin(x + y)dx + x \cos(x + y)dy = 0$ 3) $\sin(x + y)dx + \cos(x + y)(dx - dy) = 0$ 4) $\sin(x - y)dx - \cos(x + y)(dx - dy) = 0$
23	Частное решение уравнения $y'' - 6y' = 9x$ имеет вид:	1) $y_{\text{чн}} = Ax + B$ 2) $y_{\text{чн}} = Ax^2 + Bx$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		3) $y_{\text{чн}} = Ax^2 + Bx + C$
		4) $y_{\text{чн}} = Ax$
24	Общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2 = 0$ имеет вид:	1) $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
		2) $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
		3) $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
		4) $y = e^x(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
25	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(2)$ равно:	1) 1
		2) 0
		3) 5
		4) 8
26	Для ряда $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \dots$ формула n -го члена равна:	1) $u_n = \frac{8}{2^n}$
		2) $u_n = \frac{16}{2n}$
		3) $u_n = \frac{8}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
		4) $u_n = \frac{8}{2n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
27	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ применяется:	1) признак Коши
		2) необходимый признак сходимости
		3) признак Даламбера
		4) интегральный признак Коши
28	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$ применяется:	1) признак Коши
		2) необходимый признак сходимости
		3) признак Даламбера
		4) интегральный признак Коши
29	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 2^{nx}$:	1) $(-\infty, 0]$
		2) $(0, 1)$
		3) $(-\infty, 0)$
		4) $[1, \infty)$
30	В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{\pi nx}{e} + b_n \sin \frac{\pi nx}{e})$ коэффициент a_n вычисляется по формуле:	1) $\frac{1}{\pi} \int_{-e}^e f(x) \cos \frac{\pi nx}{e} dx$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)
		2) $\frac{1}{e} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \frac{\pi nx}{e} dx$
		3) $\frac{1}{e} \int_{-e}^e f(x) \cos \frac{\pi nx}{e} dx$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)
		4) $\frac{1}{\pi} \int_{-e}^e f(x) dx$

Вариант 2.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен:	1) 2
		2) $2/5$
		3) $+\infty$
		4) 0
2	Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$ равен:	1) e^2
		2) ∞
		3) $2e$
		4) e^{-2}
3	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^2}$ равен:	1) 1
		2) $1/2$
		3) 2
		4) ∞
4	Для функции $x^2y^2 - x - y = a$ производная $y'(x)$ равна:	1) $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2y}$
		2) $y'(x) = \frac{1 + 2x^2y^2}{1 - 2x^2y^2}$
		3) $y'(x) = \frac{1 - 2x^2y^2}{1 + 2x^2y^2}$
		4) $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2y}$
5	Для функции $f(x) = e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна:	1) $f'(x) = -3e^{2x}$
		2) $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
		3) $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$
		4) $f'(x) = 2e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
6	Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$ производная y'_x равна:	1) $y'_x = 2t$,
		2) $y'_x = 2t + 6t^2$
		3) $y'_x = 2 + 6t$
		4) $y'_x = t$
7	График функции $y = x^3 + 3x^2$ имеет точки перегиба:	1) (0, 0)
		2) (0, 0), (-2, 4)
		3) (-1, 2)
		4) (0, 0), (-3, 0)
8	Смешанная частная производная второго порядка для функции двух переменных $z = \frac{x}{y}$ равна:	1) $z''_{xy} = 1$
		2) $z''_{xy} = -1$
		3) $z''_{xy} = -\frac{1}{y^2}$
		4) $z''_{xy} = \frac{1}{y^2}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
9	Дана функция $z = 2xy - 2x - 4y$. Значение $\overline{\text{grad}z}$ в точке $A(2,3)$ равно:	1) $\overline{\text{grad}z} = 4\bar{i} - 3\bar{j}$ 2) $\overline{\text{grad}z} = 2\bar{i} - \bar{j}$ 3) $\overline{\text{grad}z} = 4\bar{i}$ 4) $\overline{\text{grad}z} = -\bar{j}$
10	Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ равен:	1) $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$, 2) $\sin^3 x - \sin^5 x + C$ 3) $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$ 4) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C$
11	Неопределенный интеграл $\int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$ равен:	1) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$ 2) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \arcsin(x - 2) + C$ 3) $3 \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$ 4) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + 4 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$
12	$F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(2) - F(1)$ равна:	1) 8 2) 9 3) 1 4) 0
13	Площадь криволинейной трапеции D равна: 	1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) 1
14	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_1^3 dx \int_{-1}^2 f(x, y) dy$ является прямоугольник: 	1)

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		 <p>2)</p>  <p>3)</p>  <p>4)</p>
15	Повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$ равен:	<p>1) 1</p> <p>2) $\frac{1}{2}$</p> <p>3) -1</p> <p>4) 0</p>
16	Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $3 \int_L (x + y) dx$ по контуру $L=OA$ равен:	<p>1) 2</p> <p>2) 0</p> <p>3) 8</p> <p>4) 12</p>
17	Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:	<p>1) $y' + 2xy = x^3 + 1$</p> <p>2) $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$</p> <p>3) $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$</p> <p>4) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$</p>
18	Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = y^2 \ln x$:	<p>1) с разделяющимися переменными</p> <p>2) однородное</p> <p>3) уравнение Бернулли,</p> <p>4) линейное</p>
19	Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:	<p>1) $y = x(x + 2)$</p> <p>2) $y = x(3x + 1)$</p> <p>3) $y = x(2x + 1)$</p> <p>4) $y = x(4x + 1)$</p>
20	Общий интеграл дифференциального уравнения $y = x(y' - \sqrt[3]{e^y})$ имеет вид:	<p>1) $e^{\frac{y}{x}} = \ln Cxy$</p> <p>2) $e^{\frac{y}{x}} - \ln Cx = 0$</p> <p>3) $e^{-\frac{y}{x}} + \ln Cx = 0$</p> <p>4) $y = x \ln Cxy$</p>

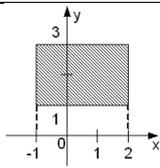
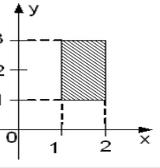
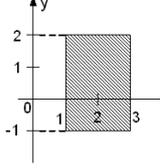
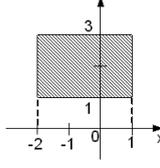
№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
21	Понизить порядок уравнения $yy'' - (y')^2 = y^3$ можно:	1) последовательно интегрируя его
		2) заменой $y' = p, y'' = p'$
		3) заменой $y' = p, y'' = pp'$
		4) заменой $y' = p, y'' = p^2 p'$
22	Решением уравнения $y'' + 6y' + 18y = 0$ является:	1) $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
		2) $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$
		3) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
		4) $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
23	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12, y'(0) = -12$. Значение $y(3)$ равно:	1) 1
		2) 0
		3) 5
		4) 21
24	Сумма ряда $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$ равна:	1) 1
		2) 2
		3) n
		4) 0
25	Ряд $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots$:	1) знакочередующийся
		2) степенной ряд
		3) знакопеременный
		4) знакоположительный
26	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n!}$ (без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:	1) признак Коши
		2) признак Даламбера
		3) достаточный признак расходимости
		4) признак Лейбница
27	Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n}$ (*):	1) $u_n = \sin \frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n} (n \rightarrow \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения
		2) $u_n = \sin \frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n (n \rightarrow \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} = 0$ <p>3) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} = 0$, \Rightarrow (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда</p> $u_n = \sin \frac{\pi}{n}, \quad v_n = \frac{\pi}{n}$ <p>4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \pi/n}{\pi/n} = 1$, \Rightarrow вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.</p>
28	Радиус сходимости степенного ряда с общим членом $u_n = (-1)^n \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot n}$. равен:	<p>1) 2,5</p> <p>2) 1,65</p> <p>3) -2</p> <p>4) 2</p>
29	В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ коэффициент a_n вычисляется по формуле:	<p>1) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$</p> <p>2) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$</p> <p>3) $a_n = \frac{1}{l} \int_{l-l}^l f(x) \cos nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$</p> <p>4) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx (n = 0, 1, 2, \dots)$</p>
30	Общий член ряда Маклорена для функции $y = \sin x$ имеет вид:	<p>1) $(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$</p> <p>2) $\frac{x^{2n}}{(2n+1)!}$</p> <p>3) $\frac{x^{2n+1}}{2n!}$</p> <p>4) $\frac{x^{n+1}}{3n}$</p>

Вариант 3

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Значение $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$ равно:	1) ∞ 2) 0 3) 3 4) 1
2	Значение $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{arctg} 4x}$ равно:	1) 0,5 2) 0 3) 0,25 4) ∞
3	Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3n}\right)^{n+1}$ равен:	1) e 2) $e^{\frac{2}{3}}$ 3) $e^{-\frac{2}{3}}$ 4) 1
4	Производная неявно заданной функции $x^2 + y^2 + 3xy = a^2$ равна:	1) $y' = -\frac{2x}{5}$ 2) $y' = -\frac{2y + x^2}{3}$ 3) $y' = \frac{2y + 3x}{3y + 2x}$ 4) $y' = -\frac{2x + 3y}{3x + 2y}$
5	Для $y = \operatorname{arctg} 3x$ значение x'_y равно:	1) $x'_y = \frac{9x^2 + 1}{3}$ 2) $x'_y = \frac{3}{9x^2 + 1}$ 3) $x'_y = 3\operatorname{tg} x$ 4) $x'_y = 3\operatorname{tg} 3x$
6	Дифференциал функции $y = \operatorname{ctg} \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$ равен:	1) $dy = \frac{dx}{\frac{1}{3} \cos^2 \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$ 2) $dy = -\frac{dx}{\sin^2 \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$ 3) $dy = \frac{3d\varphi}{\sin^2 \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		4) $dy = -\frac{d\varphi}{3 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$
7	График функции $y = x^3 - x^2$ имеет точки перегиба:	1) (0, 0) 2) (0, 0), (-2, -12) 3) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{27}\right)$ 4) (0, 0), (1, 0)
8	Предел функции $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (2x + 5y) \cdot \sin \frac{3}{x}$ равен:	1) 0 2) 1 3) нет предела 4) ∞
9	Для $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ значение $grad z$ в точке (5;3) равно:	1) $grad z = \frac{5}{4} \bar{i} + \frac{3}{4} \bar{j}$ 2) $grad z = -\frac{5}{4} \bar{i} + \frac{3}{4} \bar{j}$ 3) $grad z = \frac{5}{4} \bar{i} - \bar{j}$ 4) $grad z = \frac{5}{4} \bar{i} - \frac{3}{4} \bar{j}$
10	Полные дифференциалы функции $u = \sin^2 x \cdot \cos^2 y$ равны:	1) $du = \sin 2x \cdot \cos^2 y dx - \sin 2y \cdot \sin^2 x dy$ 2) $du = 2 \sin x \cdot \cos^2 y dx - 2 \sin y \cdot \sin^2 x dy$ 3) $du = 2 \sin x \cdot (\cos^2 y dx + \sin^2 x dy)$ 4) $du = 2 \cos x \cdot \cos^2 y dx - 2 \sin y \cdot \sin^2 x dy$
11	Для функции $z = \ln(x^2 + y^2)$ значение $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ равно:	1) 1 2) -1 3) $x^2 + y^2$ 4) 0
12	Интеграл $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$ равен:	1) $0,5 \arctg \frac{x}{2} + C$ 2) $\ln(x^2 + 4) + C$ 3) $2 \arctg \frac{x}{2} + C$ 4) $0,5 \ln(x^2 + 4) + C$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
13	Интеграл $\int_1^e \ln x dx$ равен:	1) e
		2) $e-1$
		3) $e+C$
		4) 1
14	Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость $\int_0^{\infty} \cos x dx$	1) 1
		2) расходится
		3) 0
		4) 2
15	Объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ вокруг оси Ox , равен:	1) 2π
		2) π
		3) $0,3\pi$
		4) 1
16	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-2}^1 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник:	1) 
		2) 
		3) 
		4) 
17	Повторный интеграл $\int_0^3 dx \int_0^3 dy$ равен:	1) 9
		2) $\frac{1}{2}$
		3) -1
		4) 0
18	Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $4 \int_L (x + y) dx$ по контуру $L=OA$ равен:	1) 2
		2) 0
		3) 8
		4) 16
19	Частное решение уравнения $xy' + y = 3$, удовлетворяющее условию $y(1) = 4$, равно:	1) $y = 3 - \frac{1}{x}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
		2) $y = 3 + \frac{1}{x}$ 3) $y = 2 + \frac{2}{x}$ 4) $y = 3 + e^{x-1}$
20	Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = \ln x$:	1) с разделяющимися переменными 2) однородное 3) уравнение Бернулли 4) линейное
21	Однородным дифференциальным уравнением 1го порядка является:	1) $y' + 3y = \sin 2x$ 2) $y' = \frac{3x^2}{x^2 + y - 3}$ 3) $y' = \frac{x}{x + y}$ 4) $y' = \frac{x}{y + ux}$
22	Понизить порядок уравнения $(y')^2 - yy'' = y^2 y'$ можно:	1) последовательно интегрируя его 2) заменой $y' = p, y'' = p'$ 3) заменой $y' = p, y'' = pp'$ 4) заменой $y' = p, y'' = p^2 p'$
23	Частное решение уравнения $y'' + 2y' + 1 = e^{-x}$ имеет вид:	1) $y_{\text{чн}} = Ae^{-x}$ 2) $y_{\text{чн}} = Ax^2 e^{-x}$ 3) $y_{\text{чн}} = (Ax + B)e^{-x}$ 4) $y_{\text{чн}} = Axe^{-x}$
24	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(1)$ равно:	1) 1 2) 0 3) 5 4) 2
25	Для ряда $1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \dots$ формула n -го члена равна:	1) $u_n = \frac{1}{(2n-1)(-3)^n}$ 2) $u_n = -\frac{1}{(2n+1)(-3)^n}$ 3) $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)3^n}$ 4) $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)3^{n-1}}$

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
26	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$ (без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:	1) признак Коши
		2) признак Даламбера
		3) достаточный признак расходимости
		4) признак Лейбница
27	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(x+2)^n} :$	1) $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$
		2) $(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$
		3) $(-\infty; -3] \cup (-1; +\infty)$
		4) $(-3; -1)$
28	Ряд $\frac{\sin \alpha}{\ln 10} + \frac{\sin 2\alpha}{(\ln 10)^2} + \dots + \frac{\sin n\alpha}{(\ln 10)^n} + \dots$:	1) знакочередующийся
		2) степенной ряд
		3) знакопеременный
		4) знакоположительный
29	Общий член ряда Маклорена для функции $y = 3\sin x$ имеет вид:	1) $3(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
		2) $\frac{3x^{2n}}{(2n+1)!}$
		3) $\frac{x^{2n+1}}{2n}$
		4) $\frac{x^{n+1}}{3n}$
30	В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{\pi nx}{l} + b_n \sin \frac{\pi nx}{l})$ коэффициент b_n вычисляется по формуле:	1) $b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi nx}{l} dx$
		2) $b_n = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi nx}{l} dx$
		3) $b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi nx}{l} dx$
		4) $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi nx}{l} dx$

ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ».

Тема 1. Введение в математический анализ: множества и операции ними; понятие функции, основные свойства функции.

Тема 2. Предел числовой последовательности и функции: неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $[\infty - \infty]$, $\left[\frac{0}{0}\right]$, $[0 \cdot \infty]$.

Тема 3. Предел числовой последовательности и функции: первый и второй замечательные пределы, и их следствия.

Тема 4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых функций.

Тема 5. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.

Тема 6. Производная функции. Механический и геометрический смысл. Основные правила дифференцирования. Таблица производных.

Тема 7. Вычисление производных сложных функций, параметрически заданных и неявных функций. Прием логарифмирования.

Тема 8. Дифференциал. Свойства. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 9. Теоремы Ферма, Лагранжа, Ролля о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталья.

Тема 8. Приложение производной к исследованию функций и построению их графиков.

Тема 9. Функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные. Градиент, производная по направлению.

Тема 10. Экстремум функции нескольких переменных.

Тема 11. Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства. Таблица. Основные методы интегрирования.

Тема 12. Интегрирование рациональных дробей.

Тема 13. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

Тема 18. Определенный интеграл, основные свойства, геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенного интеграла.

Тема 19. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.

Тема 20. Приложение определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Тема 21. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Интегрирование уравнений с разделяющимися переменными и уравнений, сводящихся к ним.

Тема 22. Интегрирование однородных дифференциальных уравнений 1-го порядка и уравнений, приводящихся к однородным.

Тема 23. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений методом Лагранжа и методом Бернулли.

Тема 24. Интегрирование уравнений Бернулли.

Тема 25. Интегрирование дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.

Тема 26. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Тема 27. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 28. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 29. Интегрирование систем дифференциальных уравнений.

Тема 30. Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Признаки сходимости.

Тема 31. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.

Тема 32. Функциональные и степенные ряды, интервал сходимости. Свойства степенных рядов. Ряды Фурье.

Образцы типовых заданий приведены в Приложении № 2 и предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины.

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Практические задания формируются на основе номеров заданий сборника задач под редакцией Демидовича Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. (М., АСТ:Астрель, 2003 г) из списка основной учебной литературы, приведенного в рабочей программе по дисциплине.

Практические задачи по теме 1 «Введение в математический анализ»: № 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 26, 39, 43.

Практические задачи по теме 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»: №167, 171, 175, 181, 184, 192, 195, 198, 200, 203, 213, 216, 218, 231, 241, 245, 249, 317, 320, 327.

Практические задачи по теме 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»: №371, 373, 376, 377, 384, 388, 399, 413, 430, 445, 473, 575, 562, 582, 601, 613, 621, 623, 625, 628, 633, 643, 657, 671, 693, 723, 737, 743, 780, 784, 789, 791, 795, 805, 808, 926, 951.

Практические задания по теме 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»: № 1784, 1792, 1794 (а, б), 1797 (б, в), 1804, 1811, 1822, 1838, 1860, 1861, 1877, 1885, 1892, 1917, 1981, 2008, 2010, 2030.

Практические задания по теме 5 «Неопределенный интеграл»: № 1033, 1043, 1050, 1074, 1064, 1095, 1129, 1152, 1193, 1202, 1215, 1217, 1257, 1259, 1265, 1283, 1294, 1318, 1338, 1343, 1373.

Практические задания по теме 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»: № 1526, 1529, 1555, 1571, 1582, 1589, 1634, 1678, 1691, 1728, 1736.

Практические задания по теме 7 «Дифференциальные уравнения»: № 2742, 2743, 2769, 2785, 2790, 2792, 2876, 2911, 2914, 2936, 2995, 3001, 3012, 3032, 3037.

Практические задания по теме 8 «Числовые и функциональные ряды»: № 2436, 2443, 2455, 2471, 2477, 2514, 2527, 2530, 2552, 2594, 2614.

Приложение №3

**ТИПОВЫЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ (ТИПОВЫЕ
РАСЧЕТЫ) И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

Индивидуальное домашнее задание №1

по теме «Исследование функций и построение их графиков»

Состоит из 2х заданий, предусматривающих проведение полного исследования функции средствами дифференциального исчисления и построение графика по результатам исследования.

Примерные задания

Провести полное исследование заданной функции и построить ее график.

$$\text{а) } y = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4} \quad ; \quad \text{б) } y = x + \frac{\ln(x)}{x} .$$

Контрольные вопросы

1. Определение возрастающей и убывающей на промежутке функции. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
2. Определение экстремума функции.
3. Необходимое и достаточное условия экстремумов функции.
4. Исследования функции на экстремум с помощью второй производной.
5. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
6. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
7. Сформулируйте определение асимптоты графика функции. Как находятся вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, заданной уравнением $y = f(x)$?

Индивидуальное домашнее задание №2

по теме «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Дана функция $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$. Найти частные производные 1 и 2 порядка.
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области D .
 $x^2 + y^2 - 9xy + 27$, $D: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$.
3. Дана функция $z = 2xy - 2x - 4y$, точка $A(2,3)$ и вектор $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}$. Найти: 1) $grad z$ в точке A ;
2) производную в точке A в направлении вектора \vec{a} .

Контрольные вопросы

1. Понятие функции нескольких переменных, поверхности и линии уровня.
2. Предел и непрерывность функции двух переменных.
3. Понятие частных производных функции нескольких переменных.
4. Производная по направлению, градиент f . н. п.
5. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
7. Экстремум функции нескольких переменных.
8. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Индивидуальное домашнее задание №3

по теме «Определенный интеграл, несобственные интегралы»

Состоит из 6 – 8 заданий, предусматривающих: вычисление определенных интегралов (в том числе с использованием интегрирования по частям и замены переменной); вычисление площадей плоских фигур; вычисление длин дуг плоских кривых; вычисление объемов тел; вычисление (или исследование сходимости) несобственных интегралов.

Примерные задания

1. Вычислить определенные интегралы.

а) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{\sin^2(x) \cdot dx}{\cos^2(x) - 3 \cdot \sin^2(x)}$; б) $\int_{\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x^4} \cdot dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3 ;$$

3. Вычислить длину дуги кривой $y = 4 - x^2$ между точками ее пересечения с осью Ox .

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной оси Ox координат фигуры, ограниченной заданными линиями

$$2y^2 = x^3, \quad x = 4$$

5. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их на сходимость.

а) $\int_{-1}^1 \frac{3 \cdot x}{x^2 - 1} \cdot dx$; б) $\int_1^{\infty} \frac{\cos(3x)}{x^3 + 2x - 1} \cdot dx$.

Контрольные вопросы

1. Понятие определенного интеграла.
2. свойства определенного интеграла.
3. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
4. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Основные методы вычисления определенного интеграла.
4. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.
5. Приложения определенного интеграла: вычисление площади плоской фигуры, длины дуги плоской кривой, нахождение объема тела вращения.

Индивидуальное домашнее задание №4 по теме «Числовые и функциональные ряды»

1. Исследовать на сходимость числовую последовательность с общим членом:

а) $a_n = \frac{3n^2 + 6n + 1}{5n^2 + 3}$;

б) $a_n = \frac{2^n}{n^2}$;

в) $a_n = \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$;

г) $a_n = \frac{1+n}{n^2+9}$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3}$$

3. Найти радиус сходимости и область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$$

Контрольные вопросы

1. Числовые ряды: основные понятия, необходимый признак сходимости.
2. Достаточные признаки сходимости числовых рядов.
3. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
4. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
5. Функциональные ряды: основные понятия.
6. Сходимость степенных рядов: интервал и радиус сходимости степенного ряда.
7. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
8. Некоторые приложения степенных рядов.
9. Тригонометрический ряд Фурье.

Приложение №4

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К КОЛЛОКВИУМУ

по темам: «Введение в математический анализ», «Предел и непрерывность функции действительной переменной», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

1. Множества: основные понятия, операции над множествами.
2. Понятие функции, ее области определения и множества значений, способы задания функций.
3. Основные свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
4. Числовая последовательность.
5. Предел числовой последовательности, геометрический смысл.
6. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Предел функции, его свойства.
8. Виды неопределенностей и методы их раскрытия.
9. Первый замечательный предел и его следствия.
10. Второй замечательный предел и его следствия.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Теоремы о бесконечно малых.
12. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение для вычисления пределов.
13. Односторонние пределы.
14. Непрерывность функции.
15. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва функции.
16. Понятие производной, ее механический и физический смысл.
17. Уравнения касательной и нормали к кривой.
18. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
19. Правила дифференцирования функции, таблица производных основных элементарных функций.
20. Сложная функция, обратная функция: понятие, вычисление производной.
21. Дифференцирование параметрически заданных функций.
22. Дифференцирование неявно заданных функций.
23. Логарифмическое дифференцирование.

24. Производные высших порядков явно заданной, неявно и параметрически заданных функций.
25. Дифференциал функции: понятие, свойства, геометрический смысл.
26. Применение дифференциала для приближенного вычисления значений функции.
27. Дифференциалы высших порядков.
28. Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа, Коши).
29. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.
30. Условия монотонности функции.
31. Понятие экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
32. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
33. Направление выпуклости графика функции.
34. Точки перегиба графика функции.
35. Асимптоты графика функции.
36. Понятие функции нескольких переменных, поверхности и линии уровня.
37. Предел и непрерывность функции двух переменных.
38. Понятие частных производных функции нескольких переменных.
39. Производная по направлению, градиент функции нескольких переменных.
40. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
41. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
42. Экстремум функции нескольких переменных.
43. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Приложение №5

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ (ОЧНАЯ ФОРМА)

Контрольная работа №1 по теме «Предел и непрерывность функции одной переменной» включает 6 заданий, предусматривающих вычисление пределов функций при различных типах неопределенности.

Вычислить пределы:

1. Найти пределы функций.

1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}$ при а) $x_0 = 2$, б) $x_0 = 3$, в) $x_0 = \infty$;

2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}}{x-4}$; 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n+1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 2x}{x \sin 4x}$.

Контрольная работа №2 по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» включает 6-7 заданий: вычисление производных сложных функций, неявно и параметрически заданных функций; прием логарифмирования; нахождение производных высших порядков; применение дифференциала к приближенным вычислениям; задачи на геометрический смысл производной; применение правила Лопиталья для вычисления пределов.

1. Найти производные заданных функций.

а) $y = \operatorname{ctg}^7 \frac{x+3}{5-2x^2}$;

б) $xy = \ln \sin(x+y)$;

в) $y = (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$;

г) $x = \sin^2 \frac{t}{3}, y = \frac{1+t}{1-t}$.

2. Вычислить приближенно $f(1,05)$, если $f(x) = e^{0,1x(1-x)}$.

3. Написать уравнение касательной и нормали к линии $y = \ln x$ в точке $x_0 = 1$.

4. Решить, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$.

Контрольная работа №3 «Неопределенный интеграл» включает 6 заданий, предусматривающих применение различных приемов и методов интегрирования: непосредственное (табличное) интегрирование, метод замены переменной, инвариантность формул интегрирования, интегрирование по частям, интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений; вычисление определенных интегралов.

1. Вычислить интегралы:

$$1. \int_0^{1/3} e^{3x} \cdot (x-1) dx;$$

$$4. \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx;$$

$$2. \int \frac{x^2-2}{x^3+x} dx;$$

$$5. \int \sin^3 x \cos^4 x dx.$$

$$3. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x - \cos x};$$

$$6. \int (e^x + e^{-x})^2 dx.$$

Контрольная работа №4 «Дифференциальные уравнения» включает 6 заданий, предусматривающих решение различных типов дифференциальных уравнений первого порядка, а также уравнений, допускающих понижение порядка и линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами методами неопределенных коэффициентов и методом вариации произвольных постоянных.

Решить уравнения:

$$1. (xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0.$$

$$2. 2x^2y' - 4xy - y^2 = 0.$$

$$3. xy' - 4y = x^2\sqrt{y}.$$

$$4. \frac{y}{x} dx + (3y^2 + \ln x) dy = 0.$$

$$5. xy'' - y' = 0.$$

$$6. y'' - 8y' + 12y = -65 \cos 4x.$$

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1. Вычислить пределы функций, не пользуясь средствами дифференцирования

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}; \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-3}{2n+5} \right)^{3n+2}.$$

2. Найти производные заданных функций.

$$\text{а) } y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^5; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt[5]{\left(\frac{1-5x}{1+5x} \right)^3};$$

$$\text{в) } y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}; \quad \text{г) } y = 2^{\lg x} + x \sin 2x;$$

$$\text{д) } \operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right) = 5x.$$

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных параметрически функций: $x = \cos \left(\frac{t}{2} \right)$; $y = t - \sin t$.

1. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить график

$$y = \frac{3x}{x^2 - 4}.$$

5. Найти полный дифференциал функции $z = f(x, y)$, если $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\operatorname{arctg}^2 2x}{1 + 4x^2} dx;$$

$$\text{в) } \int x \cos 2x dx; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx.$$

2. Вычислить по формуле Ньютона – Лейбница определенный интеграл $\int_3^9 \frac{\ln x}{x} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 + 4x - 1$ и прямой $y = -x - 1$. Сделать чертеж.

3. С помощью двойного интеграла найти объем тела, ограниченного указанными поверхностями

$$z = 0, \quad z = (y - 1)^2, \quad y = x^2.$$

Построить чертёж области интегрирования.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - 4xy = x$.

6. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену $a_n = \frac{nx^n}{2^n}$;

найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

7. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям.

$$y''x \ln x = y'; \quad y(e) = e - 1, \quad y'(e) = 1.$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям. $y'' + 6y' + 13y = 8e^{-x}$; $y(0) = \frac{2}{3}$, $y'(0) = 2$.

Приложение №7

**ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН) ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

1. Множества: основные понятия, операции над множествами.
2. Понятие функции, ее области определения и множества значений, способы задания функций.
3. Основные свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
4. Числовая последовательность.
5. Предел числовой последовательности, геометрический смысл.
6. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Предел функции, его свойства.
8. Виды неопределенностей и методы их раскрытия.
9. Первый замечательный предел и его следствия.
10. Второй замечательный предел и его следствия.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Теоремы о бесконечно малых.
12. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение для вычисления пределов.
13. Односторонние пределы.
14. Непрерывность функции.
15. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва функции.
16. Понятие производной, ее механический и физический смысл.
17. Уравнения касательной и нормали к кривой.
18. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
19. Правила дифференцирования функции, таблица производных основных элементарных функций.
20. Сложная функция, обратная функция: понятие, вычисление производной.
21. Дифференцирование параметрически заданных функций.
22. Дифференцирование неявно заданных функций.
23. Логарифмическое дифференцирование.
24. Производные высших порядков явно заданной, неявно и параметрически заданных функций.
25. Дифференциал функции: понятие, свойства, геометрический смысл.

26. Применение дифференциала для приближенного вычисления значений функции.
27. Дифференциалы высших порядков.
28. Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа, Коши).
29. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
30. Условия монотонности функции.
31. Понятие экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
32. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
33. Направление выпуклости графика функции.
34. Точки перегиба графика функции.
35. Асимптоты графика функции.
36. Понятие функции нескольких переменных, поверхности и линии уровня.
37. Предел и непрерывность функции двух переменных.
38. Понятие частных производных функции нескольких переменных.
39. Производная по направлению, градиент функции нескольких переменных.
40. Полное приращение и полный дифференциал функции двух переменных.
41. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
42. Экстремум функции нескольких переменных.
43. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
44. Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов.
45. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подстановки, метод интегрирования по частям.
46. Интегрирование рациональных функций.
47. Интегрирование тригонометрических функций.
48. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
49. Неберущиеся интегралы.
50. Понятие определенного интеграла, геометрический и физический смысл определенного интеграла и его свойства.
51. Основные методы вычисления определенного интеграла.
52. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.
53. Приложения определенного интеграла: вычисление площади плоской фигуры, длины дуги плоской кривой, объема пространственного тела.

54. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши, общее и частное решения.
55. Интегрирование дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными и уравнений. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
56. Интегрирование однородных дифференциальных уравнений 1-го порядка и уравнений, приводящихся к однородным.
57. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Лагранжа (вариации произвольной постоянной).
58. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод Бернулли решения линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка.
59. Интегрирование уравнений Бернулли.
60. Интегрирование дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.
61. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши, общее и частное решения.
62. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
63. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
64. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
65. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
66. Числовые ряды: основные понятия, необходимый признак сходимости.
67. Достаточные признаки сходимости числовых рядов.
68. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
69. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
70. Функциональные ряды: основные понятия. Сходимость степенных рядов: интервал и радиус сходимости степенного ряда.
71. Ряды Тейлора и Маклорена.
72. Ряды Фурье.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Предел числовой последовательности, геометрический смысл. Свойства сходящихся последовательностей.
2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
3. Исследовать ряд с заданным общим членом $a_n = \frac{3n^2 + 6n + 1}{5n^2 + 3}$ на сходимость.
4. Решить задачу Коши: $y'' - 4y' = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.