

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Л. А. Жарикова

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины
для студентов бакалавриата по направлению подготовки
26.03.01 Управление водным транспортом
и гидрографическое обеспечение судоходства

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2025

УДК 519.6

Рецензент

кандидат педагогических наук, доцент кафедры прикладной математики
и информационных технологий ФГБОУ ВО

«Калининградский государственный технический университет»

И. Г. Булан

Жарикова, Л.А.

Высшая математика: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов бакалавриата по направлению подготовки 26.03.01 Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства / Л. А. Жарикова. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ». – 2025. – 62 с.

Учебно-методическое пособие является руководством по изучению дисциплины «Высшая математика» для студентов бакалавриата по направлению подготовки 26.03.01 Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства. Содержит характеристику дисциплины (цель и планируемые результаты изучения дисциплины, место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы, описание видов и процедур текущего контроля, промежуточной аттестации), тематические планы лекционных и практических занятий, методические рекомендации по подготовке к занятиям, вопросы для самоконтроля, методические указания по самостоятельной работе.

Табл. 3, список лит. – 13 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 18.09.2025 г., протокол № 6

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией ИЦТ ФГБОУ ВО «КГТУ» от 23.09.2025 г., протокол № 6

УДК 519.6

© Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Калининградский государственный
технический университет», 2025 г.
© Жарикова Л. А., 2025 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	7
2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	7
2.1. Раздел 1. Элементы линейной алгебры.....	122
2.2. Раздел 2. Векторная алгебра.....	13
2.3. Раздел 3. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	15
2.4. Раздел 4. Комплексные числа	16
2.5. Раздел 5. Введение в математический анализ	17
2.6. Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....	18
2.7. Раздел 7. Функции нескольких переменных	19
2.8. Раздел 8. Неопределенный интеграл. Методы вычисления.....	20
2.9. Раздел 9. Определенный интеграл.....	21
2.10. Раздел 10. Дифференциальные уравнения.....	22
2.11. Раздел 11. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ.....	233
2.12. Раздел 12. Ряды.....	25
2.13. Раздел 13. Теория вероятностей.....	28
2.14. Раздел 14. Математическая статистика.....	31
3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ	32
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ	38
5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ.....	40
И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ	40
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	59

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие представляет комплекс систематизированных материалов по дисциплине «Высшая математика» для самостоятельной работы студентов по направлению подготовки 26.03.01 Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства.

Целью изучения дисциплины является:

- формирование знаний об основных законах естественнонаучных дисциплин и их применении в профессиональной деятельности;
- развитие навыков математического моделирования, достижение которых позволяет сформировать математический аспект профессиональной компетентности выпускника;
- приобретение базовых знаний, способствующих успешному усвоению дисциплин экономического, естественнонаучного и профессионального циклов;
- приобретение навыков построения и применения математических моделей в инженерной практике.

Задачами преподавания дисциплины являются:

- развитие математического мышления с использованием современных образовательных и информационных технологий;
- формирование математической культуры через понимание математики как способа познания мира.
- развитие интеллектуальных и творческих способностей, познавательной активности; формирование элементов соответствующих компетенций и знания роли математики как части общечеловеческой культуры, как универсального языка науки.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, теории дифференциальных уравнений, а также теории скалярных и векторных полей, применяемых для решения прикладных и профессиональных задач;
- математические модели, применяемые в решении задач организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных систем;

уметь:

- оперировать понятийным аппаратом при решении профессиональных задач с использованием алгоритмов;

– применять математические методы при решении технических и технологических задач эксплуатации транспортных систем, строить простейшие их математические модели, выбирать оптимальный метод решения задачи, оценивать полученный результат;

владеть:

– математической символикой, основными способами представления математической информации;

– методами построения простейших математических моделей технических и технологических процессов эксплуатации транспортных систем;

– математическими методами решения простейших прикладных задач, а также методами интерпретации полученных результатов.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Высшая математика» относится к естественнонаучному и инженерному модулю основной профессиональной образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 26.03.01 Управление водным транспортом и гидрографическое обеспечение судоходства.

При изучении дисциплины используются знания, умения и навыки довузовской подготовки по математике.

Дисциплина является базой при изучении дисциплин естественнонаучного и инженерного модуля, а также общепрофессионального модуля.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц (з. е.), т. е. 432 академических часов контактной и самостоятельной учебной работы студента, и работы, связанной с текущей и промежуточной аттестацией по дисциплине.

Основными видами аудиторных учебных занятий по дисциплине являются лекции и практические занятия.

Формирование знаний, обучающихся обеспечивается проведением лекционных занятий.

В ходе изучения дисциплины предусматривается применение эффективных методик обучения, которые предполагают постановку вопросов проблемного характера с разрешением их как непосредственно в ходе занятий, так и в ходе самостоятельной работы.

Контроль знаний в ходе изучения дисциплины осуществляется в виде текущего контроля, а также промежуточной аттестации в форме экзаменов и зачета.

Текущий контроль (контроль выполнения заданий на самостоятельную работу) предназначен для проверки хода и качества усвоения студентами учебного материала и стимулирования их учебной работы. Он может осуществляться в ходе всех видов занятий в форме, избранной преподавателем или предусмотренной рабочей программой дисциплины.

Текущий контроль предполагает постоянный контроль преподавателем качества усвоения учебного материала, активизацию учебной деятельности студентов на занятиях, побуждение их к самостоятельной систематической работе. Он необходим обучающимся для самоконтроля на разных этапах обучения. Результаты контроля учитываются преподавателем, отражающим их в виде оценок по пятибалльной системе в журнале учета успеваемости и в ходе ежемесячной аттестации.

При текущем контроле успеваемости учитывается: выполнение обучающимся всех работ и заданий, предусмотренных рабочей программой дисциплины, а именно выполнение заданий на практических занятиях; самостоятельная работа обучающихся; посещаемость аудиторных занятий (занятий с применением ДОТ).

Далее в пособии представлены методические материалы по изучению дисциплины, включающие тематический план занятий с перечнем вопросов для изучения, рекомендуемой литературой, методическими указаниями. Изложены методические рекомендации по подготовке к лекциям и практическим занятиям. В разделе «Оценочные средства» приведены тесты открытого и закрытого видов, перечень тем и типовых заданий, по которым проводятся мероприятия текущего контроля, перечень вопросов, предлагаемых при промежуточной и итоговой аттестации по дисциплине.

Помимо данного пособия, студентам следует использовать материалы, размещенные в соответствующем данной дисциплине разделе ЭИОС, в которые более оперативно вносятся изменения для адаптации дисциплины под конкретную группу.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для усвоения учебного материала, излагаемого на лекциях, студенту необходимо:

1. Регулярно конспектировать лекционный материал, причем надо стараться, чтобы конспект был систематизированным, логически связанным и ясным, содержащим основные положения и ключевые идеи.

2. После лекционного занятия следует доработать конспект: проверить, насколько понятны логические построения, выделить главное, внести разъяснения и дополнить записи на основе прочтения рекомендованной литературы или изучения методических материалов. Желательно сделать это в день лекции, чтобы лучше запомнить материал.

3. Изучить дополнительные материалы; использование рекомендованной литературы и пособий поможет глубже понять изучаемую тему.

4. Накануне следующего лекционного занятия повторить ранее изученный материал.

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Тематический план лекционных занятий

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Время (ч)
І С Е М Е С Т Р		
Раздел 1. Элементы линейной алгебры		
1	Тема 1.1. Матрицы и определители 1. Виды матриц и действия над матрицами 2. Понятие определителя. Свойства определителей и их вычисление	2
2	Тема 1.2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений 1. Матричный метод решения систем линейных уравнений 2. Правило Крамера 3. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса	2
Раздел 2. Векторная алгебра		
3	Тема 2.1. Системы координат 1. Линейные операции над векторами 2. Базис. Декартова система координат. Координаты вектора. 3. Полярная система координат	2
4	Тема 2.2. Произведения векторов 1. Скалярное произведение двух векторов. 2. Векторное произведение двух векторов. 3. Смешанное произведение трех векторов	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Время (ч)
	Раздел 3. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	
5	Тема 3.1. Прямая на плоскости 1. Понятие об уравнении линии на плоскости. 2. Различные виды уравнений прямой на плоскости. 3. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой	2
6	Тема 3.2. Понятие об уравнении поверхности в R^3 1. Понятие об уравнении поверхности в R^3 . 2. Различные виды уравнений плоскости в R^3 . 3. Углы между плоскостями и прямыми, расстояние от точки до плоскости	2
7	Тема 3.3. Кривые второго порядка 1. Эллипс 2. Гипербола 3. Парабола	2
8	Тема 3.4. Поверхности второго порядка 1. Цилиндрические и конические поверхности. 2. Эллипсоид и сфера. 3. Параболоиды и гиперболоиды	2
	Раздел 4. Комплексные числа	
9	Тема 4.1. Действительные и комплексные числа 1. Множество действительных чисел. 2. Множество комплексных чисел. 3. Действия над комплексными числами	2
	Раздел 5. Введение в математический анализ	
10	Тема 5.1. Классификация функций 1. Понятие функции. Область определения. Способы задания. 2. Основные элементарные функции. Сложная и обратная функции. 3. Характеристики поведения функции	2
11.	Тема 5.2. Предел функции 1. Предел функции в точке и на бесконечности. 2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. 3. Замечательные пределы	2
12	Тема 5.3. Непрерывность функции 1. Определение и свойства функции, непрерывной в точке. 2. Классификация точек разрыва. 3. Свойства функций, непрерывных на отрезке	2
	Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	
13	Тема 6.1. Производная функции 1. Определение производной, ее геометрический и механический смысл. 2. Правила дифференцирования. 3. Производная сложной и обратной функции	2
14	Тема 6.2. Производная функции и её дифференциал 1. Производная неявной функции. Логарифмическое дифференцирование. 2. Производные основных элементарных функций.	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Время (ч)
	3. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков	
15	Тема 6.3. Основные теоремы дифференциального исчисления 1. Теорема Ролля 2. Теорема Коши 3. Теорема Лагранжа 4. Правило Лопиталья	2
16	Тема 6.4. Исследование функции 1. Экстремум функции. 2. Выпуклость и вогнутость кривой. 3. Асимптоты кривой	2
	П С Е М Е С Т Р	
	Раздел 7 Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	
17	Тема 7.1. Функции нескольких переменных 1. Основные понятия. 2. Предел и непрерывность функции двух переменных. 3. Частные производные	2
18	Тема 7.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных 1. Полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных. 2. Дифференцирование неявно заданной функции. 3. Дифференцирование сложной функции Частные производные и дифференциалы высших порядков	2
19	Тема 7.3 Экстремум функции нескольких переменных 1. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условия экстремума. 2. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. 3. Задача аппроксимации. Метод наименьших квадратов	2
	Раздел 8. Неопределенный интеграл. Методы вычисления	
20	Тема 8.1. Неопределённый интеграл и его свойства 1. Понятие и свойства неопределённого интеграла. 2. Замена переменной в неопределённом интеграле. 3. Интегрирование по частям	2
21	Тема 8.2. Интегрирование различных функций 1. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен. 2. Интегрирование рациональных дробей. 3. Интегрирование тригонометрических функций. 4. Интегрирование иррациональных функций.	2
	Раздел 9. Определенный интеграл	
22	Тема 9.1. Определенный и несобственный интегралы 1. Понятие, свойства и методы вычисления определенного интеграла. 2. Интегралы с бесконечными пределами. 3. Интегралы от разрывных функций	2
23	Тема 9.2. Применения определенного интеграла 1. Площадь плоской фигуры. 2. Объем тела. 3. Длина дуги	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Время (ч)
Раздел 10. Дифференциальные уравнения		
24	Тема 10.1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка 1. Основные понятия о дифференциальных уравнениях (ДУ). Задача Коши. 2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. 3. Однородные дифференциальные уравнения	2
25	Тема 10.2. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка и дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка 1. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли. 2. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	2
26	Тема 10.3. Решение линейных дифференциальных уравнений 1. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений. 2. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных	2
Раздел 11. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ		
27	Тема 11.1. Двойной интеграл 1. Понятие и свойства двойного интеграла. 2. Двойной интеграл в декартовых координатах. 3. Двойной интеграл в полярных координатах	2
28	Тема 11.2. Криволинейные интегралы 1. Криволинейный интеграл 1-го рода. 2. Криволинейный интеграл 2-го рода. 3. Формула Грина и её следствия. 4. Понятие о поверхностных интегралах	2
29	Тема 11.3. Скалярное поле и его характеристики 1. Основные понятия о полях. 2. Линии и поверхности уровня скалярного поля. 3. Производная скалярного поля по направлению. Градиент.	2
30	Тема 11.4. Векторное поле и его характеристики 1. Определение векторного поля. Векторные линии. 2. Поток векторного поля через поверхность. 3. Дивергенция векторного поля. Формула Остроградского-Гаусса	2
Раздел 12. Ряды		
31	Тема 12.1. Числовые ряды 1. Основные понятия. Свойства сходящихся рядов. 2. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. 3. Ряды с положительными членами. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда. 4. Знакопеременные ряды	2
32	Тема 12.2. Степенные и тригонометрические ряды 1. Степенные ряды. Теорема Абеля. 2. Свойства сходящихся степенных рядов. 3. Ряды Тейлора и Маклорена. 4. Ряды Фурье	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Время (ч)
	III СЕМЕСТР	
	Раздел 13. Теория вероятностей	
33	Тема 13.1. Случайные события 1. Алгебра событий. 2. Вероятность события. 3. Элементы комбинаторики	2
34	Тема 13.2. Основные теоремы теории вероятностей 1. Теорема сложения вероятностей. 2. Теорема умножения вероятностей	2
35	Тема 13.3. Основные формулы теории вероятностей 1. Формула полной вероятности. 2. Формула Бернулли и формула Пуассона	2
36	Тема 13.4. Случайные величины 1. Дискретные случайные величины. 2. Непрерывные случайные величины. 3. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения случайных величин	2
37	Тема 13.5. Основные законы распределения случайных величин 1. Нормальный закон распределения на прямой. 2. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. 3. Равномерное и показательное распределения	2
38	Тема 13.6. Предельные теоремы теории вероятностей 1. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. 2. Теорема Бернулли и теорема Пуассона. 3. Центральная предельная теорема	2
39	Тема 13.7. Системы и функции случайных величин 1. Функция случайной величины. 2. Система двух случайных величин. 3. Числовые характеристики системы двух случайных величин.	2
40	Тема 13.8. Случайные функции 1. Реализации и сечения случайной функции. 2. Математическое ожидание и дисперсия случайной функции. 3. Корреляционная функция случайной функции	2
41	Тема 13.9. Операции над случайными функциями 1. Линейные преобразования случайных функций. 2. Производная случайной функции. 3. Интеграл от случайной функции	2
42	Тема 13.10. Стационарные случайные функции 1. Определение стационарной случайной функции, свойства её характеристик. 2. Спектральное разложение стационарной случайной функции	2
43	Тема 13.11. Марковские случайные процессы 1. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. 2. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем	2
44	Тема 13.12. Поток событий. Системы массового обслуживания 1. Простейший поток событий и его свойства.	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Время (ч)
	2. Пуассоновский поток событий. 3. Задачи теории массового обслуживания. Формулы Эрланга	
	Раздел 14. Математическая статистика	
45	Тема 14.1. Основные понятия математической статистики 1. Генеральная и выборочная совокупности. 2. Эмпирическая и теоретическая функции распределения. 3. Точечные оценки параметров распределения	2
46	Тема 14.2. Статистические оценки параметров распределения 1. Метод наибольшего правдоподобия. 2. Доверительный интервал и доверительная вероятность. 3. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения	2
47	Тема 14.3. Сглаживание экспериментальных зависимостей 1. Постановка задачи сглаживания экспериментальной зависимости. Уравнение регрессии. 2. Основные задачи корреляционно-регрессионного анализа. 3. Метод наименьших квадратов для нахождения параметров уравнения регрессии	2
48	Тема 14.4. Статистическая проверка гипотез 1. Постановка задачи статистической проверки гипотез. 2. Критерий Колмогорова. 3. Критерий Пирсона	2

Далее представлено содержание разделов дисциплины, к каждому из которых даны методические указания, вопросы для самопроверки усвоения учебного материала, а также рекомендуемые источники – литература, в которой содержатся необходимые сведения по разделу.

Номера в скобках [] означают пособия из приведенного списка литературы и ссылки на фрагменты из этих пособий; например, если рекомендуемый источник представлен в виде [1, разд. 1, гл. 2, § 3, 4, 6], то это означает ссылку на учебник И. И. Баврина «Высшая математика», в котором необходимые сведения содержатся в гл. 2, § 3, 4, 6 из разд. 1.

**Содержание разделов,
методические указания к изучению учебного материала,
рекомендуемые источники, вопросы для самоконтроля**

2.1. Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Определители 2 и 3-го порядков, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n -го порядка. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Определители n -го порядка, их вычисление.

Матрицы, виды матриц. Транспонирование матриц. Операции над матрицами, свойства операций. Обратная матрица и ее нахождение.

Системы линейных уравнений. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Условие совместности системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений средствами матричного исчисления. Формулы Крамера. Исследование систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Методические указания

Умение вычислять определители пригодится для усвоения последующих тем. Важно хорошо усвоить свойства определителей, так как без их применения практически невозможно вычислять определители высших порядков (выше третьего).

Обратить внимание на матричную запись системы линейных уравнений и связь понятия матрицы с исследованием и решением систем линейных уравнений.

Рекомендуемые источники: [1, разд. 1, гл. 3, § 3.1–3.4.].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение матрицы, пояснить нумерацию элементов. Как определить размер или порядок матрицы?
2. Какие действия с матрицами называют линейными?
3. Сформулировать правило умножения матриц.
4. Дать определение минора M_{ij} элемента определителя и соответствующего алгебраического дополнения.
5. Перечислить основные свойства определителей.
6. Дать определение системы линейных алгебраических уравнений.
7. Для каких систем применимо правило Крамера?
8. Пояснить алгоритм решения систем методом обратной матрицы.
9. Дать определение ранга матрицы.
10. Сформулировать теорему Кронекера-Капелли.

2.2. Раздел 2. Векторная алгебра

Векторы. Основные определения. Линейные операции над векторами: Условие коллинеарности векторов. Проекция вектора на ось, теоремы о проекциях. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и линейно независимые векторы.

Разложение вектора по базису. Системы координат. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора

по координатному базису.

Координаты вектора. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Координаты вектора, заданного двумя точками. Расстояние между двумя точками. Направляющие косинусы вектора. Деление отрезка в данном отношении.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Методические указания

Для векторов в физике и других прикладных дисциплинах используется понятие линейных операций (сложения и умножения на число). Такие операции встречаются также в других разделах математики, например, в арифметике, теории матриц. В каждом конкретном случае они определяются по-своему, в соответствии со спецификой тех множеств, для которых они рассматриваются (числа, матрицы), но свойства этих операций одинаковы. Именно эта общность и сближает их.

При решении задач следует учесть особенности применяемой терминологии. Пояснение всех терминов, используемых в задачах можно найти в методических рекомендациях по изучению данной темы, в рекомендуемой литературе.

Рекомендуемые источники: [1, разд. 1, гл. 1, § 1.1, гл. 2, § 2.1, 2.2].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение вектора и модуля вектора.
2. Какие векторы называются коллинеарными, компланарными, равными?
3. Все векторы, имеющие один и тот же модуль, отложены от точки A . Где находятся концы этих векторов?
4. Какие операции над векторами называются линейными и каковы свойства этих операций?
5. Что называется базисом на прямой, на плоскости, в пространстве?
6. В каком случае векторы называются линейно зависимыми и в каком — линейно независимыми?
7. Как выражаются координаты вектора через координаты его начальной и конечной точек?
8. Что называется скалярным произведением векторов, каковы свойства скалярного произведения и как оно выражается через координаты перемножаемых векторов?
9. Выведите формулы для длины вектора, расстояния между двумя точками, угла между векторами.

10. Что называется векторным произведением векторов, каковы его свойства и как оно выражается через координаты перемножаемых векторов?

11. Что называется смешанным произведением векторов, каковы его свойства и как оно выражается через координаты перемножаемых векторов?

12. Приведите примеры геометрических приложений векторного и смешанного произведений векторов.

2.3. Раздел 3. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве

Уравнение линии на плоскости. Окружность. Параметрические уравнения линии на плоскости. Полярная система координат. Спираль Архимеда.

Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.

Канонические уравнения кривых второго порядка. Технические приложения геометрических свойств кривых.

Преобразование координат.

Плоскость и прямая в пространстве. Построение плоскостей, заданных уравнениями в декартовой системе координат, для решения практических задач. Угол между плоскостями, угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

Уравнение поверхности. Уравнения линейчатых поверхностей. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Рекомендуемые источники: [1, разд. 1, гл. 4–6].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение уравнения линии на плоскости.
2. Перечислить и записать виды уравнений прямой линии. Пояснить геометрический смысл коэффициентов каждого уравнения.
3. Записать каноническое уравнение эллипса и перечислить его характеристики.
4. Записать каноническое уравнение гиперболы и назвать ее характеристики.
5. Записать каноническое уравнение параболы.
6. Записать уравнения плоскости: общее, в отрезках на осях, плоскости, проходящей через три заданные точки.
7. Как найти угол между плоскостями?

8. Записать уравнения прямой в пространстве: как линии пересечения плоскостей; канонические и параметрические уравнения прямой, а также прямой, проходящей через две заданные точки.

9. Дайте определение кривых второго порядка. Изобразите в системе координат кривые второго порядка, заданные их каноническими уравнениями.

10. Какие поверхности второго порядка называются линейчатыми?

11. Покажите, как и для чего используется метод сечений (на примере эллипсоида).

2.4. Раздел 4. Комплексные числа

Комплексные числа, их изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Операции над комплексными числами. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.

Возведение в натуральную степень и извлечение корня из комплексного числа (формула Муавра-Лапласа).

Многочлены. Корни многочлена. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение рациональных дробей на простейшие.

Методические указания

Следует уделить комплексным числам особое внимание. В отличие вещественных чисел, комплексные числа образуют алгебраически замкнутое поле. Это означает, что любой многочлен произвольной степени n (n – любое натуральное число) с комплексными коэффициентами имеет ровно n комплексных корней (основная теорема алгебры).

Комплексные числа играют важную роль при рассмотрении представлений функций в виде рядов, использование комплексных чисел позволяет удобно и компактно сформулировать многие математические модели, применяемые в математической физике и в естественных науках. Поэтому комплексные числа имеют широкое применение как в самой математике, так и в приложениях: в электротехнике, гидродинамике, картографии, квантовой механике, теории колебаний и многих других.

Рекомендуемые источники: [1, разд. II, гл. 7, § 7.7].

Вопросы для самоконтроля

1. Какие числа называют комплексными?
2. Записать комплексное число в тригонометрической форме.

3. Как определяется показательная форма комплексного числа. Запишите формулу Эйлера.

4. Сформулируйте правила алгебраических действий с комплексными числами.

2.5. Раздел 5. Введение в математический анализ

Функция, область определения, способы задания. Сложные функции, обратные функции. Класс элементарных функций.

Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые, их использование при вычислении пределов и в приближенных вычислениях.

Непрерывность функции в точке и на промежутке. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства непрерывных функций в точке и на отрезке. Точки разрыва и их классификация.

Методические указания

Понятие функции – одно из наиболее важных в математике и ее приложениях. В самом общем понимании функция – это зависимость между двумя переменными. В курсе математического анализа изучают главным образом числовые функции. Наглядное представление о числовой функции дает ее график.

Задать функцию означает: указать область определения функции и описать правило, позволяющее по данному значению аргумента находить соответствующее значение функции. Наиболее употребительными являются три способа задания функции: табличный, аналитический, графический.

Следует обратить внимание на определение элементарных функций.

Важно усвоить понятия предела функции, понятия свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций и методы вычисления пределов. Изучив эту главу, студент будет готов к восприятию понятий производной и интеграла.

Рекомендуемые источники: [1, разд. II, гл. 7].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение предела функции в точке.
2. Дать определение предела функции в бесконечности.
3. Дать определение правостороннего (левостороннего) предела функции в точке.
4. Назвать виды неопределенностей.

5. Каким образом осуществляется раскрытие неопределенностей?
6. Какая функция называется непрерывной?
7. Назвать виды разрывов функций.
8. Какие функции называют бесконечно малыми, а какие называют бесконечно большими?
9. Записать первый и второй замечательные пределы.

2.6. Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная, ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной к кривой. Основные правила и основные формулы нахождения производных. Производная сложной и обратной функций. Функции, заданные параметрически, и их дифференцирование. Производные высших порядков.

Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал, его геометрический и физический смысл. Свойства дифференциала. Инвариантность формы дифференциала. Общее представление о методах линеаризации. Дифференциалы высших порядков.

Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, правило Лопиталя и их применение. Условия монотонности функции.

Экстремумы. Необходимое и достаточные условия экстремума функции. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика функции.

Общая схема исследования функции и построения графика функции.

Методические указания

Понятие производной – одно из основных понятий математического анализа. Всякий процесс или явление, протекающее во времени, характеризуются наряду с другими показателями такой важной характеристикой, как скорость. Можно говорить о задаче нахождения скорости неравномерного движения, химической реакции, нагревания и остывания нагретого тела, производительности труда и т. д. Все эти задачи приводят к однотипным вычислениям, результат которых называют производной.

Важно усвоить понятие производной, способы ее вычисления, а также научиться применять это понятие при решении прикладных задач.

Рекомендуемые источники по теме: [1, разд. II, гл. 8, § 8.1–8.8].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение производной функции.

2. Перечислить правила дифференцирования функций.
3. Как находят производные сложной и неявной функции?
4. В чем состоит геометрический смысл производной?
5. Сформулировать теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
6. В чем состоит основная идея правила Лопиталя?
7. Как находят производные высших порядков?
8. Дать определение дифференциала функции.
9. В чем состоит геометрический и механический смысл дифференциала функции?
10. Определение монотонности функции на отрезке. Условия монотонности функции.
11. Дать определение экстремума функции в точке. Необходимое и достаточные условия экстремума.
12. Исследование функции на экстремум с помощью первой и второй производных функции.
13. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Как можно их найти?
14. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба. Исследование кривой на выпуклость, вогнутость и наличие точек перегиба.
15. Дать определения асимптот графика функции и правила нахождения асимптот графика.
16. Какова общая схема исследования функции и построения её графика?

2.7. Раздел 7. Функции нескольких переменных

Функции двух переменных. Область определения. Линии уровня. Понятие о функциях трех и более переменных.

Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Их геометрический и механический смысл. Полный дифференциал, его приложения к приближенным вычислениям. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые условия. Понятие о достаточных условиях экстремума.

Методические указания

В данной теме рассматриваются переменные величины, зависящие от нескольких других переменных величин. Необходимость изучения такого вида зависимостей вызвана тем, что во многих процессах и явлениях, встречающихся в природе, технике, в практической деятельности человека, числовые значения одной величины определяются набором из двух, трех и большего количе-

ства независимых переменных. При изучении этих явлений используют понятие функции нескольких переменных.

Рекомендуемые источники по теме: [1, разд. II, гл. 8, § 8.7, 8.8].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение функции нескольких переменных.
2. Что называют областью определения функции нескольких переменных?
3. Как находят частные производные и дифференциалы первого и высших порядков от функции нескольких переменных.
4. Сформулировать теорему о смешанных частных производных.
5. Что называют градиентом функции?
6. Сформулировать необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
7. Как находят наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом отрезке?

2.8. Раздел 8. Неопределенный интеграл. Методы вычисления

Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям.

Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Правильные и неправильные рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование некоторых видов тригонометрических функций.

Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегралы вида: $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$ Интегрирование некоторых видов иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.

Методические указания

В данном разделе рассматривается второе основное понятие математического анализа – понятие интеграла. Интегрирование – действие, обратное нахождению производной. Важно усвоить основные формулы интегрирования и методы интегрирования, так как понятие интеграла является одним из основных не только в современной математике, но и в физике, химии и многих других общетехнических и специальных дисциплинах.

Рекомендуемые источники по теме: [1 разд. II, гл. 9, § 9.1–9.5].

Вопросы для самоконтроля

1. Какая функция называется первообразной?
2. Что представляет собой неопределенный интеграл?
3. Какими свойствами обладает неопределенный интеграл?
4. Какова идея метода замены переменной?
5. По какой формуле осуществляется интегрирование по частям?
6. Перечислить основные методы интегрирования элементарных дробей.
7. Какой метод применяют для нахождения интегралов от обратных тригонометрических функций?
8. С помощью какой универсальной подстановки находят интегралы, содержащие тригонометрические функции?
9. Для всякой ли иррациональной функции можно найти первообразную в виде элементарной функции?

2.9. Раздел 9. Определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла.

Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла. Интегрирование по частям и подстановкой.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объемов тел вращения. Физические приложения определенного интеграла.

Методические указания

К понятию определенного интеграла приводит задача вычисления площади криволинейной трапеции. Большое значение имеет формула Ньютона-Лейбница, которая устанавливает связь между двумя основными понятиями интегрального исчисления: неопределенным и определенным интегралами. Она позволяет вычислять определенные интегралы путем нахождения первообразных.

Геометрические приложения определенного интеграла многочисленны. Это вычисление площадей плоских фигур, объема тел вращения, длин дуг.

Многие задачи механики, например, вычисление давления жидкости на пластину; вычисление работы переменной силы на прямолинейном отрезке пу-

ти; вычисление работы по выкачиванию жидкости из резервуара можно решить, используя методы интегрирования.

Рекомендуемые источники по теме: [1, разд. II, гл. 9, § 9.6–9.11].

Вопросы для самоконтроля

1. Что собой представляет интегральная сумма?
2. Запишите формулу Ньютона-Лейбница. Сформулируйте правило её применения.
3. Какими свойствами обладает определенный интеграл?
4. В чем состоит особенность метода замены переменной при его использовании для вычисления определенного интеграла?
5. Перечислите геометрические приложения определенного интеграла.
6. Перечислите физические приложения определенного интеграла.
7. Дать определение несобственного интеграла с бесконечными пределами.
8. Дать определение несобственного интеграла с конечными пределами.
9. Какие несобственные интегралы называют сходящимися (расходящимися)?
10. Приведите примеры сходящегося и расходящегося интегралов с бесконечными пределами, объясните их геометрический смысл.

2.10. Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Приложения дифференциальных уравнений в различных областях науки. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные классы дифференциальных уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах: уравнения с разделяющимися переменными, однородные дифференциальные уравнения, линейные дифференциальные уравнения, уравнение Бернулли.

Дифференциальные уравнения высших порядков, основные понятия. Уравнения, допускающие понижение порядка. Примеры использования дифференциальных уравнений высших порядков в науке и технике.

Линейные дифференциальные уравнения, однородные и неоднородные. Структура общего решения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и специальным видом правой части.

Методические указания

В данной теме рассмотрены дифференциальные уравнения, которые называют *обыкновенными*, в отличие от уравнений, содержащих частные производные, называемых *уравнениями в частных производных*.

Многочисленные задачи естествознания, техники, механики, биологии, химии и других отраслей знаний сводятся к тому, что по заданным свойствам некоторого процесса или явления необходимо найти математическую модель самого процесса в виде формулы, связывающей переменные величины, то есть в виде функциональной зависимости. При формулировке и решении таких задач используют дифференциальные уравнения.

Рекомендуемые источники по теме: [1, гл. 13, § 13.1–13.4].

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулировать задачи, приводящие к составлению и решению дифференциальных уравнений.
2. Записать общий вид дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
3. Дать определение общего и частного решения дифференциального уравнения.
4. Какой вид имеют линейные дифференциальные уравнения первого порядка?
5. Что значит решить задачу Коши с геометрической точки зрения?
6. Какое решение дифференциального уравнения второго порядка называют общим, а какое – частным?
7. Записать в общем виде линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.
8. Какое уравнение называют характеристическим?
9. Записать алгоритм решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.
10. В каком виде находят решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью?

2.11. Раздел 11. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ

Задачи, приводящие к понятиям кратных интегралов. Двойной и тройной интегралы, их свойства. Вычисление кратных интегралов повторным интегрированием в декартовых и полярных координатах. Вычисление тройного интеграла.

Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл по длине дуги, его свойства и вычисление. Криволинейный интеграл по координатам, его свойства и вычисление. Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования. Условия независимости криволинейного интеграла по координатам от пути интегрирования.

Скалярное поле. Поверхности и линии уровня. Производная по направлению и градиент скалярного поля. Градиент скалярного поля.

Векторное поле. Векторные линии, их дифференциальные уравнения.

Дивергенция векторного поля, ее свойства и вычисление в декартовых координатах. Физический смысл дивергенции. Работа силового поля. Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля, его свойства и вычисление в декартовых координатах. Формула Стокса в векторной форме. Простейшие векторные поля, потенциальные и соленоидальные поля.

Методические указания

При изучении физики, механики и при решении разнообразных инженерных задач возникает необходимость наряду с интегралами от действительной функции одного переменного рассматривать интегралы от функций многих переменных. Эти интегралы приходится вычислять по двумерным, трехмерным областям, по кривым и поверхностям. Такие интегралы играют важную роль при исследовании скалярных и векторных полей, задаваемых в пространстве действительными и векторными функциями векторного аргумента, составляющими предмет изучения теории поля и векторного анализа.

Примерами векторных полей являются поле скоростей текущей жидкости, поле скоростей точек твердого тела, вращающегося с угловой скоростью или вокруг данной оси, поле электрической или магнитной напряженности и другие.

Рекомендуемые источники: [1, разд. II, гл. 12, § 12.1–12.4, гл. 13, § 13.1–13.4].

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулировать задачу интегрирования функции многих переменных.
2. Дать определение двойного интеграла.
3. Перечислить основные свойства двойного интеграла.
4. Дать определение двукратного интеграла от функции $f(x, y)$. Как вычисляется этот интеграл?
5. В чем состоит метод сведения двойного интеграла к двукратному?

6. В чем состоит геометрический смысл двойного интеграла?
7. Перечислить физические приложения двойного интеграла.
8. Тройной интеграл, его геометрический смысл и способы вычисления.
9. Дать определение криволинейного интеграла.
10. Какие задачи приводят к криволинейным интегралам первого и второго рода?
11. Как вычисляют криволинейные интегралы первого и второго рода?
12. Сформулировать условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
13. Записать формулу Грина.
14. Дать определение скалярного поля, поверхностей и линий уровня скалярного поля.
15. Дать определение производной по направлению скалярного поля, привести формулу для её вычисления.
16. Дать определение градиента скалярного поля, привести формулу для его вычисления. Каков физический смысл модуля и направления градиента скалярного поля?
17. Дать определение линейного интеграла и циркуляции векторного поля, привести примеры вычисления линейного интеграла и циркуляции.
18. Дать определение ротора векторного поля и привести формулу для вычисления ротора. Физический смысл ротора.
19. Дать определение дивергенции векторного поля и привести формулу для вычисления дивергенции. Физический смысл дивергенции.

2.12. Раздел 12. Ряды

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда.

Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Оценка остатка знакопередающегося ряда. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Основные понятия функциональных рядов. Область сходимости функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням x функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^m$. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях

Понятие тригонометрического ряда Фурье.

Методические указания

Решение многих задач математики и прикладных наук связано с суммированием бесконечного числа слагаемых. Уже в элементарной математике рассматривается задача о сумме всех членов бесконечной геометрической прогрессии:

$$a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} + \dots$$

Причем, понятие суммы в этой задаче вводится таким естественным путём: рассматривают сумму S_n — n членов прогрессии

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = \frac{a - aq^n}{1 - q}$$

и, если существует при $n \rightarrow \infty$ предел этой суммы, а это будет выполняться при $|q| < 1$, то говорят, что бесконечная геометрическая прогрессия сходится и её сумма S равна

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - aq^n}{1 - q} = \frac{a}{1 - q}.$$

При $|q| > 1$ рассматриваемый предел не существует, при этом говорят, что прогрессия расходится, и суммы не имеет.

Используя это определение, мы можем найти суммы бесконечного числа слагаемых вида

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^5} + \frac{1}{3^7} + \dots = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3}{8}.$$

Высший анализ идёт дальше и рассматривает не только суммы таких слагаемых, где каждое последующее получается из предыдущего умножением на одно и то же число, а ставит вопрос об определении и вычислении сумм бесконечного числа слагаемых, являющихся членами произвольной последовательности $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$

Например, $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ или

$1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} + \dots$ Понятие суммы вводится при этом точно

так же, как и для геометрической прогрессии. Такие суммы называются бесконечными рядами или просто рядами.

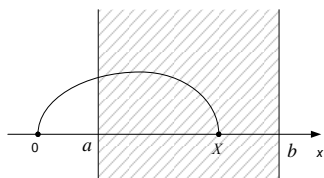
Наряду с производной и интегралом, бесконечные ряды являются одним из основных инструментов математического анализа.

Теория рядов находит широкое применение, как в математических дисциплинах, так и при решении различных прикладных задач физики и техники. Так, с помощью рядов:

1. Находят приближенные значения функций при составлении различных таблиц (таблицы Брадиса, баллистические таблицы в артиллерии, мореходные таблицы и др.).

2. Изучают функции, не являющиеся элементарными, но имеющих важные практические применения

3. Вычисляют «неберущиеся» интегралы, например, интеграл вероятностей $\int_a^b e^{-x^2} dx$, используемый в теории баллистики.



С его помощью находят вероятность попадания при стрельбе в цель в виде полосы.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx.$$

3. Решают дифференциальные уравнения. Например, находят частное решение линейного уравнения с переменными коэффициентами:

$$y'' + x y' + \sin x \cdot y = x^2 + 1, \text{ где } y(1) = 1, y'(1) = 0.$$

Ряды являются обобщением обычных сумм и многочленов на бесконечное число слагаемых, но следует заметить, что особенность бесконечных сумм требует критического и осторожного применения к ним многих правил школьной алгебры, кажущимися нам «незыблемыми», так как речь идет не об обычной сумме.

Рекомендуемые источники по теме: [1, разд. II, гл.10, § 10.1, 10.2, 10.4].

Вопросы для самоконтроля

1. Что называют числовым рядом?
2. Пояснить понятие суммы ряда.
3. Записать необходимое условие сходимости числовых рядов.
4. Сформулировать признаки сходимости рядов с положительными членами.
5. Какие ряды называют знакочередующимися?
6. Сформулировать признак Лейбница.
7. Дать определение абсолютно сходящегося ряда.
8. Дать определение степенного ряда.

9. Как найти радиус сходимости степенного ряда?
10. Что называют областью сходимости степенного ряда?
11. Сформулировать условия разложимости функции в ряд Тейлора.
12. Разложить в ряд Маклорена функцию $y=e^x$.
13. Вывести формулу Эйлера, исходя из разложения в степенной ряд функции $y=e^x$.
14. С помощью теоремы о дифференцировании степенных рядов найти производную функции $y = \sin x$.

2.13. Раздел 13. Теория вероятностей

Предмет теории вероятностей. Случайные события. Классификация событий. Пространство элементарных событий. Алгебра событий.

Относительная частота. Закон устойчивости относительных частот. Классическое и геометрическое определения вероятности для решения практических задач. Понятие об аксиоматическом построении теории вероятностей.

Методы вычисления вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формулы полной вероятности и формула Байеса. Последовательность независимых испытаний, схема Бернулли. Формула Пуассона.

Дискретные и непрерывные случайные величины, и законы их распределения. Ряд и многоугольник распределения. Функция распределения и ее свойства. Плотность распределения, ее связь с функцией распределения, свойства плотности.

Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин. Математическое ожидание случайной величины, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства, статистический смысл. Начальные и центральные моменты k -го порядка.

Простейшие распределения и их числовые характеристики: биномиальное, Пуассона, равномерное, экспоненциальное.

Нормальное распределение на прямой. Функция Лапласа и ее свойства. Функция распределения. Вероятность попадания на заданный интервал. Среднее отклонение и приведенная функция Лапласа. Правило «трех сигм» и «4E». Приближенный прием расчета вероятности попадания случайной величины, распределенной по нормальному закону, на заданный интервал.

Система случайных величин. Геометрическое изображение системы. Функция распределения системы, ее свойства. Плотность распределения системы двух непрерывных случайных величин и вероятность попадания в плоскую область. Частные распределения случайных величин. Условные распределения. Зависимые и независимые величины.

Числовые характеристики системы случайных величин. Корреляционный момент и коэффициент корреляции двух случайных величин. Понятие о корреляционной матрице. Теоремы о числовых характеристиках.

Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа. Центральная предельная теорема Ляпунова.

Понятие случайной функции. Случайная последовательность, случайный процесс. Характеристики случайных функций: математическое ожидание, дисперсия, корреляционная функция, ее свойства. Предел и непрерывность случайной функции. Дифференцирование и интегрирование. Стационарные случайные функции.

Поток событий. Простейший поток событий и его свойства. Пуассоновский поток событий. Задачи теории массового обслуживания. Формулы Эрланга.

Методические указания

Теория вероятностей – математическая наука, изучающая объективные закономерности массовых случайных событий. При этом изучаемые явления рассматриваются в абстрактной форме, независимо от их конкретной природы. Таким образом, теория вероятностей рассматривает не сами реальные явления, а их упрощенные схемы – математические модели. Предметом теории вероятностей является изучение математических моделей случайных явлений. Цель теории вероятностей – осуществление прогноза в области случайных событий, контроль этих событий. В настоящее время нет практически ни одной области науки, в которой не применялись бы вероятностные методы. Они являются теоретической базой для математической статистики, занимающейся разработкой методов сбора, описания и обработки результатов наблюдений.

Рекомендуемые источники: [5, гл. 1–14, 16–18].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение случайного события. Почему события представляются нам случайными?
2. Относительная частота события, ее свойства. Статистическое определение вероятности события.
3. Дать классическое определение вероятности.
4. Сформулировать теорему сложения и теорему умножения вероятностей событий.
5. Что следует понимать под условной вероятностью события?
6. Почему не всегда возможно применить формулу Бернулли?
7. В каких задачах используют формулу Пуассона?

8. Какие величины называют случайными?
9. Что определяет функция распределения?
10. Записать аналитически и изобразить графически нормальный, равномерный и показательный законы распределения.
11. Записать формулу для плотности распределения нормального закона, объяснить входящие в неё параметры. Как влияет на форму кривой изменение этих параметров?
12. В каких формулах теории вероятностей применяется функция Лапласа?
Каковы свойства этой функции?
13. Записать формулу для вероятности попадания нормально распределённой случайной величины на заданный интервал. Объяснить, как применяется эта формула.
14. Сформулировать правило «трёх сигм».
15. Как можно задать систему двух случайных величин?
16. Перечислить свойства функции распределения системы двух случайных величин.
17. Перечислить свойства плотности распределения системы двух случайных величин.
18. Перечислить характеристики системы двух случайных величин.
19. Дать определение корреляционного момента и коэффициента корреляции системы двух случайных величин.
20. Перечислить свойства коэффициента корреляции двух случайных величин.
21. Сформулировать определение случайного процесса, его реализаций и сечений.
22. Как преобразуются характеристики случайного процесса при его прохождении через линейную динамическую систему?
24. Что обосновывают предельные теоремы теории вероятностей?
23. Какими свойствами обладает стационарный случайный процесс и его характеристики?
24. В чем заключается эргодическое свойство стационарного случайного процесса?
25. Какой процесс называется марковским?
26. Сформулировать определение переходной вероятности и одношаговой матрицы перехода для марковской цепи.
27. Дать определение потока событий. Какой поток событий называется пуассоновским?

28. Какие задачи теории массового обслуживания позволяют решить формулы Эрланга.

2.14. Раздел 14. Математическая статистика

Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.

Числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение, размах, мода, медиана. Методы их вычисления. Оценки неизвестных параметров распределения. Точечные оценки, их свойства. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. «Исправленная дисперсия».

Интервальные оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность. Доверительный интервал для математического ожидания при известной генеральной дисперсии нормального распределения. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии нормального распределения.

Функциональная, статистическая, корреляционная зависимости. Задача сглаживания экспериментальных зависимостей. Метод наименьших квадратов.

Уравнение регрессии. Коэффициент регрессии. Линейная корреляция. Зависимые и независимые случайные величины. Формулы для выборочного коэффициента корреляции и коэффициентов регрессии.

Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Проверка гипотезы о нормальном распределении изучаемой случайной величины. Критерий Пирсона. Критерий Колмогорова.

Методические указания

Математическая статистика – раздел математики, изучающий методы сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений с целью выявления существующих закономерностей. Математическая статистика связана с теорией вероятностей. Связующим звеном между ними являются предельные теоремы теории вероятностей.

Предметом математической статистики является изучение случайных величин (событий, процессов) по результатам наблюдений. Эти результаты необходимо упорядочить, представить в удобном для изучения виде. Далее нужно оценить, хотя бы приближенно, интересующие нас характеристики изучаемой случайной величины. Например, дать оценку математического ожидания, дисперсии, оценку параметров распределения, вид которого неизвестен. Наконец,

важной задачей, решаемой в математической статистике, является проверка статистических гипотез, т. е. ответ на вопрос о согласовании полученных результатов с теоретическими данными.

Рекомендуемые источники: [5, гл. 9 – 13].

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение статистического ряда распределения выборки.
2. Дать определение гистограммы относительных частот.
3. Какой параметр применяют для оценки математического ожидания обследуемого признака генеральной совокупности?
4. Какой параметр применяют для оценки дисперсии генеральной совокупности?
5. Дать определение доверительного интервала и доверительной вероятности для неизвестного параметра генеральной совокупности.
6. Что называют надежностью оценки неизвестного параметра?
7. Что называют статистической гипотезой?
8. В чем суть критерия Пирсона и когда его применяют?
9. В чем преимущества и недостатки критерия Колмогорова?
10. Какую зависимость называют статистической? Какую зависимость называют корреляционной?
11. Сформулируйте задачи корреляционного и регрессионного анализа.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Практические занятия направлены на углубление знаний и закрепление основных понятий и методов, изучаемых в рамках дисциплины. Основная цель занятий – научиться применять теоретические знания для решения прикладных задач.

Рекомендации по подготовке к практическому занятию

Для эффективного усвоения учебного материала следует:

1. Подготовить теорию по теме предстоящего занятия, для чего
 - изучить содержание конспекта лекционного материала по теме;
 - используя основные учебники и методические пособия, рекомендованные преподавателем, проработать учебные вопросы предстоящего практического занятия;

– для более глубокого понимания теории можно обратиться к дополнительной литературе.

2. Разобраться в решении типовых задачи примеров по теме, предложенных в конспекте, учебных материалах и методических указаниях, что обеспечит лучшее понимание методов и подходов к решению задач на занятии.

3. Составить список вопросов по материалу, вызвавшему затруднения. Обсуждение этих вопросов на практическом занятии поможет устранить пробелы в знаниях.

4. Проверить себя с помощью вопросов для самоконтроля из методических указаний к лекционным занятиям. Это позволит оценить уровень своей подготовки.

Таблица 2 – Тематический план практический занятий

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Источники	Время
І С Е М Е С Т Р			
Раздел 1. Элементы линейной алгебры			
1	Тема 1.1. Вычисление определителей 1. Вычисление определителей с помощью свойств. 2. Вычисление определителей по правилу треугольника. 3. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера	[3], Приложение, § 1–4, 6	2
2	Тема 1.2. Действия над матрицами 1. Матричный метод решения систем линейных уравнений. 3. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса	[7], гл. 4, § 2, 4	2
3	Тема 1.3. Исследование систем линейных уравнений 1. Исследование систем линейных уравнений на совместность. 2. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.		
Раздел 2. Векторная алгебра			
4	Тема 2.1. Системы координат 1. Линейные операции над векторами 2. Базис. Декартова система координат. Координаты вектора. 3. Полярная система координат.	[3], гл. 7, § 30	2
5	Тема 2.2. Произведения векторов 1. Скалярное произведение двух векторов. 2. Векторное произведение двух векторов. 3. Смешанное произведение трех векторов.	[3], гл. 7, § 31–33]	2
Раздел 3. Элементы аналитической геометрии и на плоскости и в пространстве			
6	Тема 3.1. Прямая на плоскости 1. Нахождение уравнений прямых на плоскости, заданных различными способами.	[3], гл. 3 § 12–1]	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Источники	Время
	2. Взаимное расположение прямых на плоскости.		
7	Тема 3.2. Прямая и плоскость в пространстве 1. Нахождение уравнений прямой и плоскости в пространстве, заданных различными способами. 2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	[3], гл. 7, § 38–43	2
8	ТК 1. Прямая и плоскость 1. Нахождение уравнений прямых и плоскостей. 2. Решение задач на взаимное расположение прямых и плоскостей.	[7], гл. 3, § 1	2
	Раздел 4. Комплексные числа		
9	Тема 4.1. Комплексные числа 1. Геометрическое изображение комплексных чисел. Нахождение модуля и аргумента комплексного числа. 2. Запись комплексного числа в различных формах. 3. Линии и области на комплексной плоскости.	Раздаточный материал	2
	Раздел 5. Введение в математический анализ		
10	Тема 5.1. Вычисление пределов 1. Вычисление пределов с помощью свойств. 2. Раскрытие неопределенностей различного вида.	[2], гл. 2, § 4	2
11	Тема 5.2. Применение замечательных пределов к вычислению пределов функций 1. Применение первого замечательного предела к вычислению пределов. 2. Применение второго замечательного предела к вычислению пределов.	[2], гл. 2, § 4	2
12	ТК 2. Предел функции Нахождение пределов функций различными методами	[7], гл. 6, § 2–5	2
	Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции одной переменной		
13	Тема 6.1. Дифференцирование функций, заданных явно 1. Дифференцирование функции с помощью основных правил и таблицы производных. 2. Дифференцирование сложной и обратной функции.	[2], гл. 3, § 1, 2	2
14	Тема 6.2. Специальные приемы дифференцирования функций 1. Дифференцирование функций, заданных неявно. 2. Логарифмическое дифференцирование. 3. Дифференцирование функций, заданных параметрически. 4. Нахождение производных высших порядков. 5. Нахождение дифференциалов функций.	[2], гл. 3, § 1, 2	
15	ТК 3. Дифференцирование функций 1. Нахождение производных первого порядка. 2. Нахождение дифференциалов. 3. Повторное дифференцирование	[7], гл. 7, § 1	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Источники	Время
16	Тема 6.4. Исследование функций и построение их графиков 1. Нахождение точек экстремума. 2. Нахождение точек перегиба. 3. Полное исследование и построение графика функции.	[2], гл. 4, § 1, 2	2
П С Е М Е С Т Р			
	Раздел 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных		2
17	Тема 7.1. Дифференцирование функции нескольких переменных 1. Нахождение области определения функции двух переменных. 2. Вычисление частных производных. 3. Нахождение полного дифференциала. 4. Выдача индивидуальных домашних заданий.	[2], гл. 10, § 1–5	
	Раздел 8. Неопределенный интеграл. Методы вычисления		
18	Тема 8.1. Применение основных методов интегрирования функций 1. Применение метода непосредственного интегрирования функций. 2. Применение метода замены переменной.	[2], гл. 6, § 1, 2	2
19	Тема 8.2. Интегрирование различных функций 1. Интегрирование функций по частям. 2. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен. 3. Вычисление интегралов от рациональных дробей.	[2], гл. 6, § 1, 2	2
20	Тема 8.3. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений 1. Применение тригонометрических преобразований и подстановок. 2. Вычисление интегралов от иррациональных функций	[2], гл. 6, § 2, 3	2
21	ТК 1. Интегрирование функций различного вида.	[7], гл. 8, § 1–4	2
	Раздел 9. Определенный интеграл. Методы вычисления		
22	Тема 9.1. Вычисление определенных и несобственных интегралов 1. Вычисление определенных интегралов с применением различных методов интегрирования. 2. Вычисление несобственных интегралов с бесконечными пределами. 3. Вычисление несобственных интегралов от разрывных функций..	[2], гл. 7, § 1–3	2
23	Тема 9.2. Вычисление площадей, объемов длин дуг 1. Вычисление площадей плоских фигур. 2. Вычисление объемов тел вращения. 3. Вычисление длины дуги.	[2], гл. 8, § 1	2
	Раздел 10. Дифференциальные уравнения		
24	Тема 10.1. Решение дифференциальных уравнений первого порядка 1. Уравнения с разделяющимися переменными. 2. Решение однородных уравнений. 3. Решение линейных уравнений. 4. Решение уравнений Бернулли.	[2], гл. 14, § 1–2	2
25	Тема 10.2. Решение дифференциальных уравнений высших по-	[2], гл. 14,	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Источники	Время
	рядков, допускающих понижение порядка 1. Решение уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$. 2. Решение уравнения вида $y'' = f(x, y')$. 3. Решение уравнения вида $y'' = f(y, y')$.	§ 3	
26	Тема 10.3. Решение линейных дифференциальных уравнений 1. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений. 2. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.	[2], гл. 14, § 4	2
27	ТК 2. Решение дифференциальных уравнений 1. Выполнение и оценка задания № 1 «Решение дифференциальных уравнений первого порядка». 2. Выполнение и оценка задания № 2 «Решение дифференциальных уравнений высших порядков».	[8], гл. 4, § 1–3	2
	Раздел 11. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ		
28	Тема 11.1. Вычисление двойного и криволинейных интегралов 1. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. 2. Вычисление криволинейных интегралов. 3. Выдача индивидуальных домашних заданий.	[2], гл. 12, § 1, 2, [2], гл. 13, § 1, 2	2
29	Тема 11.1. Характеристики скалярного поля 1. Нахождение линий и поверхностей уровня. 2. Нахождение производной по направлению. 3. Нахождение градиента.	[2], гл. 16	2
30	Тема 11.2. Характеристики векторного поля 1. Циркуляция векторного поля. 2. Ротор. Теорема Стокса. 3. Специальные векторные поля.	[2], гл. 16	2
	Раздел 12. Ряды		
31	Тема 12.1. Числовые ряды с положительными членами 1. Основные понятия. Свойства сходящихся рядов. 2. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. 3. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда. 4. Знакопеременные ряды.	[2], гл. 9, § 1	2
32	Тема 12.2. Степенные ряды 1. Нахождение области сходимости степенного ряда. 2. Свойства сходящихся степенных рядов. 3. Разложение функций в ряд Маклорена.	[2], гл. 9, § 2, 3	2
	III СЕМЕСТР		
	Раздел 13. Теория вероятностей		
33	Тема 13.1. Вычисление вероятностей случайных событий 1. Элементы комбинаторики. 2. Классическая формула нахождения вероятности события. 3. Геометрическая и статистическая вероятности событий.	[6], гл. 1, § 1, 2	2
34	Тема 13.2. Использование основных теорем теории вероятностей для вычисления вероятностей случайных событий 1. Применение теоремы сложения и ее следствий к решению задач. 2. Применение теоремы умножения и ее следствий к решению задач.	[6], гл. 2, § 1, 2	2

№ п/п	Разделы, темы и учебные вопросы занятия	Источники	Время
	3. Вычисление вероятности появления хотя бы одного из событий.		
35	Тема 13.3. Вычисление полной вероятности события 1. Применение формулы полной вероятности. 2. Вычисление вероятностей гипотез после испытания по формуле Байеса. 3. Вычисление вероятности появления события по формуле Бернулли. 4. Вычисление вероятности появления события по формуле Пуассона.	[6], гл. 2, § 3, 4, гл. 3, § 1	2
36	Тема 13.4. Вычисление характеристик дискретных случайных величин 1. Нахождение ряда и функции распределения дискретной случайной величины. 2. Нахождение числовых характеристик дискретной случайной величины.	[6], гл. 4, § 1, 3, гл. 6, § 1	2
37	Тема 13.5. Вычисление характеристик непрерывных случайных величин 1. Нахождение плотности и функции распределения непрерывной случайной величины. 2. Нахождение числовых характеристик непрерывной случайной величины.	[6], гл. 6 § 1–3	2
38	Тема 13.6. Основные законы распределения случайных величин 1. Биномиальное распределение. 2. Распределение Пуассона. 3. Равномерное распределение. 4. Показательное распределение.	[6], гл. 6, § 4, 6	2
39	Тема 13.7. Нормальное распределение случайной величины на прямой 1. Функция Лапласа. 2. Вычисление вероятности попадания значений нормально распределенной случайной величины на заданный интервал. 3. Правило трех сигм.	[6], гл. 6, § 5	2
40	ТК 1. Случайные события и случайные величины 1. Вычисление вероятностей случайных событий. 2. Нахождение числовых характеристик случайных величин. 3. Закон нормального распределения случайной величины на прямой.	[8], гл. 5, § 1–6, 11	2
41	Тема 13.8. Предельные теоремы теории вероятностей 1. Оценка вероятности отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания. 2. Решение прикладных задач с использованием теоремы Чебышева. 3. Применение центральной предельной теоремы теории вероятностей для решения задач.	[6], гл. 4, § 1, 2, гл. 3, § 1, 2	2
42	Тема 13.9. Вычисление характеристик системы случайных величин 1. Числовые характеристики системы двух дискретных случайных величин. 2. Числовые характеристики системы двух непрерывных случайных величин.	[5], гл. § 1–14, § 16–18	2

43	Тема 13.10. Нахождение характеристик случайных функций 1. Построение реализаций и сечений случайных функций. 2. Нахождение математического ожидания случайной функции. 3. Нахождение корреляционной функции и дисперсии случайной функции. 4. Дифференцирование и интегрирование случайных функций.	[6], гл. 16, § 1, 2	4
Раздел 14. Математическая статистика и методы оптимизации			
44	Тема 14.1. Статистическая обработка данных 1. Построение вариационного ряда дискретной случайной величины. 2. Графическое изображение распределения дискретной и непрерывной случайных величин. 3. Нахождение статистических оценок числовых характеристик дискретной и непрерывной случайных величин.	[6], гл. 9, § 1,2, гл. 10, § 1	2
45	ТК 2 (ЛР). Статистическая обработка данных в программе Excel 1. Основные статистические функции Excel. 2. Гистограммы. Описательная статистика. 3. Нахождение матрицы парных коэффициентов корреляции и построение уравнения однофакторной регрессии.	Раздаточный материал	4
46	Тема 14.2. Решение задачи линейного программирования. Графический метод 1. Нахождение области допустимых решений задачи линейного программирования. 2. Решение задачи линейного программирования графическим методом.	[8], гл. 5 § 1	2
47	Тема 14.3. Решение транспортной задачи. 1. Построение допустимого решения. 2. Нахождение оптимального решения .	[8], гл. 5 § 2	2
Итого в третьем семестре			32
Всего по дисциплине			96

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

Внеаудиторная самостоятельная работа в рамках данной дисциплины включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебной дисциплины в соответствии с тематическим планом и указаниями преподавателя;
- подготовку к зачету/экзамену.

Подготовка к лекционным занятиям

При подготовке к лекции рекомендуется повторить ранее изученный материал, что дает возможность получить необходимые разъяснения преподавателя непосредственно в ходе занятия. Рекомендуется вести конспект, главное требование к которому быть систематическим, логически связанным, ясным и кратким. По окончании занятия обязательно в часы самостоятельной подготовки, по возможности в этот же день, повторить изучаемый материал и доработать конспект.

Подготовка к практическим занятиям

Подготовка к практическим занятиям предусматривает:

- выполнение домашнего задания, выданного преподавателем по теме предыдущего занятия;
- изучение теоретических положений, лежащих в основе будущих расчетов или методики расчетов;
- детальную проработку учебного материала, рекомендованной литературы и методической разработки на предстоящее занятие.

Самостоятельная работа над отдельными темами учебной дисциплины

Обучаемый организует самостоятельное изучение ряда тем лекционного курса в соответствии с указаниями, выданными преподавателем. Указания по изучению теоретического материала курса составляются дифференцированно по каждой теме и включают в себя следующие элементы:

- название темы;
- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристику основных понятий и определений, необходимых обучаемому для усвоения учебного материала;
- список рекомендуемой литературы;
- наиболее важные фрагменты текстов рекомендуемых источников, в том числе таблицы, рисунки, схемы и т. п.;
- краткие выводы, ориентирующие обучаемого на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить;
- контрольные вопросы, предназначенные для самопроверки знаний.

Подготовка к экзамену

При подготовке к экзамену большую роль играют правильно написанные заранее конспекты, разъяснения и комментарии к ним, которые рекомендуется вносить по мере проработки учебного материала в течение семестра. Если эта работа в семестре была проделана качественно, то остается лишь повторить и закрепить пройденный материал, учесть, что было пропущено, восполнить пробелы.

В ходе самостоятельной подготовки к экзамену при анализе имеющегося теоретического и практического материала курсанту (студенту) также рекомендуется проводить постановку различного рода задач по изучаемой теме, что поможет в дальнейшем выявлять критерии принятия тех или иных решений, причины совершения определенного рода ошибок. При ответе на вопросы, поставленные в ходе самостоятельной подготовки, обучающийся вырабатывает в себе способность логически мыслить, искать в анализе событий причинно-следственные связи.

5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточная аттестация в форме зачета, предусмотренного учебной программой после второго семестра, осуществляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости. В отдельных случаях (при не прохождении всех видов текущего контроля) зачет может быть проведен в виде тестирования, которое оценивается по пятибалльной системе. При получении за тест оценки удовлетворительно, хорошо или отлично курсанту ставится зачет по дисциплине.

При подготовке к тестированию рекомендуется изучить методические материалы и решать аналогичные задания.

Тестовые задания делятся на два типа:

Открытые задания требуют коротких ответов (числовых или текстовых).

Закрытые задания предусматривают выбор одного правильного ответа из нескольких предложенных вариантов.

Универсальная система оценивания результатов обучения включает в себя системы оценок:

- 1) «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»;
- 2) «зачтено», «не зачтено»;

3) 100-балльную/процентную систему и правило перевода оценок в пяти-балльную систему (таблица 3).

Таблица 3 – Система оценок и критерии выставления оценки

Система оценок	2	3	4	5
	0–40 %	41–60 %	61–80 %	81–100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«незачтено»	«зачтено»		
1. Критерий по качеству усвоения изучаемых объектов	Не может научно-корректно связывать между собой объекты (только некоторые может связывать между собой)	Имеет представление о связях между объектами, отсутствуют некоторые знания, необходимые для системного взгляда на изучаемый объект	Имеет представление о связях между объектами и умеет их анализировать, но допускает некоторые погрешности в рассуждениях и выводах	Имеет системный научно-корректный взгляд на изучаемые объекты
2. Работа с информацией	Не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи
3. Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта	Не может делать научно-корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно-корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи
4. Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, но допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

Результаты текущего контроля успеваемости оцениваются по пятибалльной шкале:

– оценка «отлично» (5) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 100 % и более (с опережением);

– оценка «хорошо» (4) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 75 % и более;

– оценка «удовлетворительно» (3) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся на 50 % и более;

– оценка «неудовлетворительно» (2) – график самостоятельной работы и все виды контрольных мероприятий за истекающий период выполнены обучающимся менее чем на 50 %.

Тестовые задания открытого типа оцениваются по системе «зачтено / не зачтено». Оценивается верность ответа по существу вопроса, при этом не учитывается порядок слов в словосочетании, верность окончаний, падежи.

Оценивание тестовых заданий закрытого типа осуществляется по системе «зачтено / не зачтено» («зачтено» – 41–100 % правильных ответов; «не зачтено» – менее 40 % правильных ответов) или пятибалльной системе (оценка «неудовлетворительно» – менее 40 % правильных ответов; оценка «удовлетворительно» – от 41 до 60 % правильных ответов; оценка «хорошо» – от 61 до 80 % правильных ответов; оценка «отлично» – от 81 до 100 % правильных ответов).

Тестовые задания открытого типа

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

В матрице $C = A \cdot B$ элемент c_{13} равен: _____

Ответ: -1

2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 7 & -11 \\ 0 & -4 & 5 \\ 0 & 3 & -5 \end{vmatrix}$ равен: _____

Ответ: 5

3. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

главный определитель Δ равен: _____

Ответ: -8

4. Для векторов $\vec{a} = \{2, 1, 3\}$ и $\vec{b} = \{-1, 5, 3\}$ модуль разности $|\vec{a} - \vec{b}|$ равен: _____

Ответ: 5

5. Уравнение эллипса с центром в начале координат имеет вид $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, тогда ее малая полуось равна: _____

Ответ: 3

6. Значение α , при котором прямые $l_1: \frac{x-1}{0} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-7}{6}$ и $l_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+5}{\alpha}$ ортогональны друг другу, равно: _____

Ответ: 2

7. Векторы $\vec{a} = 4\vec{i} + \lambda\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = \lambda\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$ взаимно перпендикулярны при значении λ : _____.

Ответ: 5

8. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 = 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен: _____

Ответ: 0

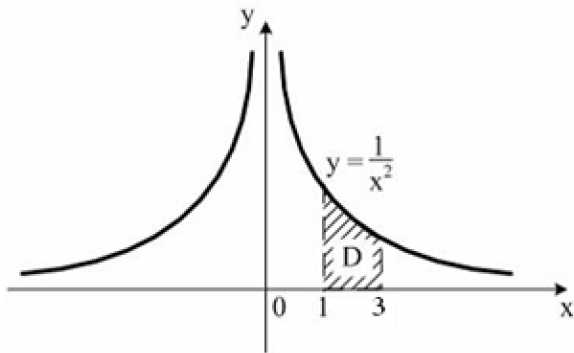
9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 3x}$ равен: _____

Ответ: 9

10. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(2) - F(1)$ равна: _____

Ответ: 8

11. Площадь криволинейной трапеции **D**



равна: _____

Введите ответ в виде обыкновенной дроби.

Ответ: 2/3

12. Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 1$, $y = -2x + 7$, равна _____.

Ответ: 36

13. Для ряда $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$ отношение седьмого члена ряда к восьмому члену ряда равно: _____

Ответ: 2

14. Минимальный корень характеристического уравнения для дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 5y = 0$ равен _____.

Ответ: 2

15. Вероятность невозможного события равна _____.

Ответ: 0

16. Вероятность события равна 0,8, тогда вероятность противоположного события равна _____.

Ответ: 0,2

17. Непрерывная случайная величина X , все значения которой принадлежат интервалу $[a, b]$, а ее математическое ожидание $M(X) = (a+b)/2$, имеет _____ распределение. Введите название распределения

Ответ: равномерное

18. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3x}{4} + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(0; \frac{1}{3})$,

равна: _____

Введите ответ в виде обыкновенной дроби.

Ответ: 1/4

19. Плотность распределения нормальной случайной величины задана $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-16)^2}{32}}$, тогда ее центральный момент второго порядка равен: _____

Ответ: 16

20. Для случайной величины X , заданной законом распределения $P(x) = \frac{3^m}{m!} e^{-3}$ разность центрального момента второго порядка и начального момента первого порядка равна: _____

Ответ: 0,21.

21. Центральный момент второго порядка для равномерно распределенной случайной величины X на интервале $[12;24]$ равен: _____

Ответ: 12

22. Задано статистическое распределение выборки объема $n = \sum_{i=1}^k n_i$:

x_i	1	2	3	4
n_i	1	2	3	4

Выборочное среднее \bar{x}_v значение равно: _____

Ответ: 3

23. Сумма доверительной вероятности и уровня значимости равна:

Ответ: 1

Тестовые задания закрытого типа

24. Для векторов $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$, $\vec{c}(c_x; c_y; c_z)$ векторно-скалярное (смешанное)

произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$ вычисляется по формуле:

$$1. \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} b_x & a_x & c_x \\ b_y & a_y & c_y \\ b_z & a_z & c_z \end{vmatrix}$$

$$3. \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$4. \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

25. Три точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$ и $M_3(x_3; y_3; z_3)$ принадлежат плоскости:

$$1. \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix} = 0$$

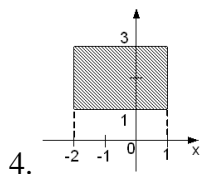
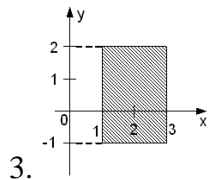
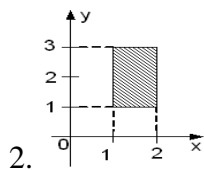
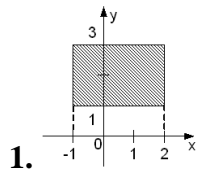
$$2. \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$$

$$3. \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ m & n & p \end{vmatrix} = 0$$

$$4. Ax + By + Cz = 0$$

26. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоуголь-

ник:



27. Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна:

1. $y'(x) = 2t$

2. $y'(x) = 2t + 6t^2$

3. $y'(x) = 2 + 6t$

4. $y'(x) = t$

28. Частным решением дифференциального уравнения

$xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:

1. $y = x(x + 2)$

2. $y = x(3x + 1)$

3. $y = x(2x + 1)$

4. $y = x(4x + 1)$

29. Формула полной вероятности имеет вид:

1. $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A/H_i)$

2. $P(A) = C_n^m p^m q^{n-m}$

3. $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$

4. $P(A) = P(A_i) \cdot P(H_i)$

30. Формула Бернулли имеет вид:

1. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(k), \quad q = 1 - p$

2. $P_n(k) = \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$

3. $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \quad q = 1 - p$

4. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right), \quad q = 1 - p$

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

В тематическом плане практических занятий для очной формы обучения предусмотрен текущий контроль (ТК) достигнутых знаний, умений и навыков в виде контрольных работ.

Далее приводятся контрольные задания для проведения текущего контроля.

В ПЕРВОМ СЕМЕСТРЕ предусмотрено проведение:

1. ТК 1. Прямая и плоскость

Нахождение уравнений прямых и плоскостей.

Решение задач на взаимное расположение прямых и плоскостей.

Перечень практических заданий для подготовки к текущему контролю № 1
«Прямая и плоскость»

1. Даны две вершины треугольника ABC : $A(-4; -1; 2)$ и $B(3; 5; -16)$. Найти третью вершину C , зная, что середина стороны AC лежит на оси Oy , а середина стороны BC – на плоскости Oxz .

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-3; 4)$ и параллельной прямой $x - 2y + 5 = 0$.

3. Площадь треугольника $S = 8$, две его вершины $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, а третья вершина C лежит на прямой $2x + y - 2 = 0$. Определить ее координаты.

4. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $A(3; 1)$ и наклоненных к прямой $2x + 3y - 1 = 0$ под углом 45 градусов.

5. Дана точка $A(1; 2; 3)$.

а) составить уравнения плоскостей, проходящих через точку A и параллельных координатным плоскостям;

б) составить уравнения прямых, проходящих через точку A и параллельных осям координат;

в) составить уравнения плоскостей, проходящих через точку A и через оси координат;

г) составить уравнение прямой, проходящей через точку A и начало координат.

д) составить уравнение плоскости, проходящей через точку A , начало координат и точку $B(3; 5; -16)$.

2. ТК 2. Предел функции

Нахождение области определения и пределов функций различными методами

Перечень практических заданий для подготовки к текущему контролю № 2
«Предел функции»

1. Найти область определения функций:

а) $y = \frac{\ln(1+x)}{x-2}$; б) $y = \arcsin\left(\frac{x}{3} - 1\right)$; в) $y = \sqrt{x} + \sqrt{4-x^2}$; г) $y = \frac{x\sqrt{x}}{3\ln(x-2)}$.

2. Вычислить пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 8x + 12}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} \sin x - 1}{x^2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x^2 + 5x - 6}{x^3 + 3x^2 + 7x - 1}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7x + 10}{5x^2 + x - 1}$; е) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 16x}{x^2 - 4x}$.

3. Сравнить бесконечно малые величины:

а) $\alpha(x) = \frac{x}{3}$, $\beta(x) = \sqrt{1+x} - 1$ при $x \rightarrow 0$;

б) $\alpha(x) = \frac{4-x}{4+x}$, $\beta(x) = 2 - \sqrt{x}$ при $x \rightarrow 4$;

в) $\alpha(x) = \ln(1 + \sqrt{x} \sin x)$, $\beta(x) = x$ при $x \rightarrow 0$;

г) $\alpha(x) = x^2 + \sin x$, $\beta(x) = x^2$ при $x \rightarrow 0$.

3. ТК 3. Дифференцирование функций

Нахождение производных первого порядка.

Повторное дифференцирование.

Нахождение дифференциалов функций.

Перечень практических заданий для подготовки к текущему контролю № 3
«Дифференцирование функций»

1. Найти $\frac{dy}{dx}$:

а) $y = \sqrt[3]{x^4 + 5x} - \sqrt[4]{(5x-1)^2}$; б) $y = \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$; в) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}$;

г) $y = x^{\frac{2}{x}}$; д) $\begin{cases} x = t + \ln \cos t, \\ y = t - \ln \sin t. \end{cases}$

2. Найти $\frac{d^2 y}{dx^2}$, если $y = \frac{x-1}{x+1} e^{-x}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{x+6}{x^2+13}$ на отрезке $[-5; 5]$.

4. Найти dy , если $y = x \arcsin \frac{1}{x} + \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$, $x > 0$.

5. Вычислить приближенно значение функции $y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ при $x = 1,58$.

6. Точка движется по прямой по закону $S = \frac{t^4}{4} - 4t^3 + 16t^2$. В какие моменты ее скорость равна нулю?

ВО ВТОРОМ СЕМЕСТРЕ предусмотрено проведение:

1. ТК 1. Интегрирование функций различного вида.

Типовой вариант для текущего контроля № 1
«Дифференцирование функций»

Вычислить интегралы: 1. $\int \frac{\cos x dx}{6 + \sin x}$; 2. $\int \frac{x^2 + 4}{x - 4} dx$; 3. $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$;
4. $\int \frac{x+3}{2+6x+x^2} dx$; 5. $\int \frac{8x^3 - 1}{x^3 + x} dx$; 6. $\int \operatorname{tg}^3 x dx$; 7. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 25}}$.

2. ТК 2. Решение дифференциальных уравнений.

Типовой вариант для текущего контроля № 2
«Дифференцирование функций»

Решить дифференциальные уравнения:

1. $y' + \frac{2y}{x} = x^3$;

2. $yy'' - (y')^2 = 0$;

3. $y'' + y' - 2y = 8 \cos 2x$;

$$4. y'' + y = \frac{1}{\cos x}.$$

В ТРЕТЬЕМ СЕМЕСТРЕ предусмотрено проведение:

1. ТК 1. Случайные события и случайные величины

Перечень практических заданий для подготовки к текущему контролю № 1
«Случайные события и случайные величины»
(по разделу «Теория вероятностей»)

№ 1. Числа от 1 до 15 написаны на карточках, по одному на каждой карточке. Выбирается наугад одна карточка. Чему равна вероятность того, что число, написанное на этой карточке:

а) делится на 5? б) четное? в) является точным квадратом?

№ 2. Две одинаковые монеты радиуса a расположены внутри круга радиуса R , в который наудачу ставится точка. Определить вероятность того, что эта точка попадет на одну из монет, если монеты не перекрываются.

№ 3. Из цифр 4, 5, 6, 7, 8 сначала выбирается одна, а затем из оставшихся четырех – вторая цифра. Предполагается, что все возможные исходы равновероятны. Найти вероятность того, что оба раза выбрана нечетная цифра.

№ 4. Найти вероятность того, что событие A появится в трех независимых испытаниях не менее одного раза, если в каждом испытании вероятность появления события A равна 0,3.

№ 5. Блок-схема составлена из двух последовательно соединенных элементов. Вероятности выхода из строя этих элементов соответственно равны 0,1 и 0,2. Найти вероятность выхода цепи из строя.

№ 6. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый дает 25 %, второй – 30 % и третий – 45 % деталей. Первый выпускает 1 % брака, второй – 2 %, третий – 3 %. Найти вероятность того, что бракованная деталь, поступившая на сборку, изготовлена 1-м автоматом.

№ 7. Радиолампа, поставленная в телевизор, может принадлежать к одной из трех партий с вероятностями $P_1 = 0,25$; $P_2 = 0,5$; $P_3 = 0,25$. Вероятность того, что лампа проработает определенное количество часов, для этих партий равна

соответственно 0,1; 0,2; 0,4. Определить вероятность того, что лампа проработает заданное число часов.

№ 8. В партии деталей 10 % нестандартных. Наудачу отобраны три детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа отобранных нестандартных деталей. Построить график функции распределения. Найти числовые характеристики случайной величины. Найти вероятность того, что случайная величина X находится в промежутке $(0; 2)$.

№ 9. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{100} & \text{при } 0 < x \leq 10, \\ 1 & \text{при } x > 10. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти дифференциальную функцию (плотность вероятности); 2) найти математическое ожидание и дисперсию X ; 3) построить графики интегральной и дифференциальной функции.

№ 10. Плотность распределения случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{19} & \text{при } 2 < x < 3, \\ 0 & \text{при } x \leq 2 \text{ и } x \geq 3. \end{cases}$$

Определить функцию $F(x)$ и найти $P(0,5 < X < 2)$.

№ 11. Недолёты и перелёты – единственно возможные события. Вероятность перелёта на выстрел равна 0,4. Произведён восьми оружейный залп. Найти математическое ожидание и дисперсию числа недолётов.

№ 12. Случайная величина X подчинена равномерному закону распределения. Найти и построить графики дифференциальной и интегральной функций распределения, если $m_x = -2$ и $D_x = 1/3$.

№ 13. Рост студентов является случайной величиной, распределённой по нормальному закону. Её математическое ожидание равно 172 см, а дисперсия -36 см^2 . Найти вероятность того, что хотя бы один из наудачу выбранных четырёх студентов имеет рост от 170 см до 174 см.

№ 14. СВ X – число рабочих циклов двигателя катера, а СВ Y – рабочие скорости катера, X и Y взаимосвязаны. Дана таблица распределения этих величин.

$x_j \backslash y_i$	x_1	x_2	x_3
y_1	0,217	0,173	0,152
y_2	0,116	0,160	0,182

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 P_{ij} = 1$$

Найти законы распределения случайных величин X и Y , заданных таблицей, а также условные вероятности распределения каждой случайной величины.

2. ТК 2. Статистическая обработка данных в программе Excel (лабораторная работа)

Цель работы и задание

Цель работы

1. Получение опыта статистической обработки экспериментальных данных с использованием инструментов программы Microsoft Excel.

2. Освоение процедуры построения парной модели регрессии с помощью программы Microsoft Excel и прогноза по ней на шаг вперед.

3. Систематизация теоретических знаний по обработке и визуализации данных случайной выборки.

4. Формирование четкого представления о достоинствах и недостатках статистических методов.

Типовой вариант выполнения задания доводится до сведения обучающихся

Задание 1. Дана таблица значений объёмов таможенных грузов за два месяца, полученная по данным случайной выборки (данные к заданию индивидуальные, например,

174, 202, 191, 209, 202, 199, 196, 213, 209, 207, 191, 211, 206, 200, 195, 178, 187, 197, 190, 190, 223, 199, 188, 170, 176, 197, 201, 202, 203, 203, 190, 204, 199, 196, 184, 203, 208, 209, 200, 195, 212, 206, 214, 201, 189, 199, 193, 217, 211, 192, 208, 210, 217, 229, 203, 197, 194, 195, 221, 180, 169, 182).

Найти:

1) основные числовые характеристики выборки с помощью встроенных статистических функций программы Microsoft Excel;

2) числовые характеристики выборки, которые можно получить с помощью инструмента *Описательная статистика* программы Microsoft Excel;

3) эмпирическую функцию распределения и построить гистограмму выборки с помощью инструмента *Гистограмма* пакета «Анализ данных» программы Excel, по виду гистограммы сделать предположение о возможном законе распределения генеральной совокупности;

4) интервальную оценку математического ожидания генеральной совокупности с надежностью 95 %.

З а д а н и е 2. Известны опытные данные, отражающие зависимость влияния факторов $X_1(t)$ и $X_2(t)$ на результирующий признак $Y(t)$. Данные к заданию индивидуальные, например,

$Y(t)$	29	33	32	36	38	41	44	42	46
$X_1(t)$	35	40	44	50	53	57	56	60	62
$X_2(t)$	72	74	76	75	79	78	82	85	89

Требуется:

1) непосредственно, используя вычислительную формулу, найти коэффициент корреляции результирующего признака $Y(t)$ с фактором $X_1(t)$;

2) с помощью инструмента *Корреляция* пакета «Анализ данных» построить матрицу парных коэффициентов корреляции признака $Y(t)$ с $X_1(t)$ и с $X_2(t)$ и выбрать фактор, наиболее тесно связанный с зависимой переменной $Y(t)$;

3) построить линейную однопараметрическую модель регрессии для $Y(t)$ с выбранным фактором двумя способами: с помощью вычислительных формул, получаемых на основе метода наименьших квадратов, и средствами инструмента *Регрессия* пакета «Анализ данных»;

4) сделать вывод об адекватности построенной модели, используя таблицу «Вывод итогов» инструмента *Регрессия* пакета анализа;

5) сделать прогноз на один шаг вперед, используя полученную модель;

6) отобразить на графиках данные выборки и результаты моделирования.

Рекомендации к самостоятельной работе по подготовке к промежуточной и итоговой аттестации

В учебной программе предусмотрена аттестация в форме экзамена в первом семестре (промежуточная) и в третьем семестре (итоговая).

П Е Р Е Ч Е Н Ь
вопросов, выносимых на экзамен по дисциплине
«Высшая математика» в I семестре

1. Определители второго, третьего и n -го порядков. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Свойства определителей
2. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.
3. Матрица и некоторые ее виды: квадратная, единичная, транспонированная, обратная. Теорема о нахождении обратной матрицы.
4. Действия над матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц.
5. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
6. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Решение систем линейных уравнений методом Крамера и матричным методом.
8. Векторы. Виды векторов. Линейные операции над векторами.
9. Скалярное произведение двух векторов, его свойства. Условие ортогональности векторов. Физический смысл скалярного произведения.
10. Векторное произведение векторов, его свойства. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов. Условие коллинеарности векторов. Площадь параллелограмма.
11. Смешанное произведение векторов. Выражение смешанного произведения через координаты перемножаемых векторов. Условие компланарности векторов. Объем параллелепипеда.
12. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
13. Расстояние от точки до прямой.
14. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку и имеющей данный нормальный вектор.
15. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
16. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
17. Параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
18. Взаимное расположение прямой и плоскости.
19. Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса. Характеристики эллипса.
20. Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы. Характеристики гиперболы.
21. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы. Характеристики параболы
22. Определение предела функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы.

23. Бесконечно малые функции и их свойства. Эквивалентность бесконечно малых.
24. Свойства пределов функций. Доказать теорему о пределе произведения двух функций.
25. Определение непрерывной функции (три модификации). Свойства функций, непрерывных в точке.
26. Определение функции, непрерывной на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
27. Классификация точек разрыва функции.
28. Определение производной. Физический и геометрический смысл производной.
29. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Доказательство теоремы.
30. Производная постоянной, суммы, произведения, частного двух функций. Доказательство для производной суммы.
31. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Доказательство. Производная функции, заданной параметрически.
32. Дифференциал функции, его геометрический и механический смысл.
33. Производные и дифференциалы высших порядков.
34. Теорема Ролля.
35. Теорема Коши. Теорема Лагранжа и её следствия.
36. Правило Лопиталя.
37. Условия возрастания и убывания функции
38. Необходимое и достаточное условия экстремума функции.
39. Необходимое и достаточное условия выпуклости и вогнутости кривой. Точка перегиба.
40. Асимптоты графика функции, их нахождение.

П Е Р Е Ч Е Н Ь

вопросов, выносимых на экзамен по дисциплине «Высшая математика» в III семестре

1. Случайные события. Виды событий. Примеры. Действия над событиями, их свойства и геометрическая интерпретация. Примеры.
2. Относительная частота события и ее свойства.
3. Вероятность события. Аксиомы теории вероятностей.
4. Классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности события. Примеры.
5. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей и ее следствия.
6. Теорема сложения вероятностей и её следствия.
7. Формула полной вероятности.
8. Формула Байеса.

9. Схема Бернулли повторения независимых опытов.

10. Дискретные и непрерывные случайные величины. Примеры. Закон распределения случайной величины. Ряд и многоугольник распределения дискретной случайной величины.

11. Функция распределения случайной величины, ее свойства. Особенности графиков функций распределения для дискретных и непрерывных случайных величин.

12. Плотность распределения непрерывной случайной величины, ее свойства. Связь функции распределения и плотности распределения вероятности случайной величины.

13. Вероятность попадания случайной величины на заданный промежуток.

14. Числовые характеристики положения случайных величин (математическое ожидание, мода, медиана).

15. Числовые характеристики рассеивания случайных величин (дисперсия, среднее квадратическое отклонение).

16. Математическое ожидание случайной величины, его свойства, вероятностный смысл.

17. Дисперсия случайной величины, ее свойства, вероятностный смысл.

18. Начальные и центральные моменты k -го порядка.

19. Биномиальное распределение случайной величины, задание закона и условия его применения. Числовые характеристики биномиального распределения случайной величины.

20. Распределение Пуассона, его числовые характеристики, связь с биномиальным распределением, применение.

21. Равномерное распределение случайной величины, его числовые характеристики, применение.

22. Экспоненциальный (показательный) закон распределения случайной величины и его числовые характеристики. Показательный закон надежности.

23. Нормальный закон распределения случайной величины на прямой, его параметры. Применение закона.

24. График нормального распределения случайной величины на прямой, исследование формы кривой нормального распределения. Влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой, их вероятностный смысл.

25. Вероятность попадания нормально распределенной случайной величины на заданный интервал. Функция Лапласа, ее свойства и применение.

26. Правило «3-х сигм».

27. Определение системы случайных величин. Геометрическое изображение системы 2 и 3-х случайных величин. Таблица распределения.

28. Функция распределения системы, ее свойства и геометрическая интерпретация.

29. Плотность распределения системы 2-х случайных величин, ее свойства. Связь функции распределения системы 2-х случайных величин с плотностью распределения системы.

30. Характеристики положения и рассеивания системы 2-х случайных величин.

31. Корреляционный момент двух случайных величин. Зависимые и независимые случайные величины. Коэффициент корреляции, его свойства и вероятностный смысл.

32. Неравенство П. Л.Чебышева.

33. Понятие о предельных теоремах теории вероятностей, их значении. Закон больших чисел. Теорема П. Л.Чебышева.

34. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.

35. Центральная предельная теорема, ее модификации. Теорема Лапласа-Муавра.

36. Понятие случайной функции. Случайный процесс. Реализации и сечения случайной функции.

37. Характеристики случайных функций: математическое ожидание и дисперсия. Корреляционная функция случайной функции, ее свойства.

38. Дифференцирование случайной функции, математическое ожидание и корреляционная функция производной случайной функции.

39. Интегрирование случайной функции, математическое ожидание и корреляционная функция интеграла от случайной функции.

40. Стационарные случайные функции, корреляционная функция стационарного процесса. Эргодическое свойство.

41. Марковский процесс с дискретными состояниями и дискретным временем. Матрица переходных вероятностей, ее смысл и применение при решении задач.

42. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Правило Колмогорова.

43. Простейший поток событий и его свойства. Пуассоновский поток событий.

44. Задачи теории массового обслуживания. Формулы Эрланга.

45. Задачи и объекты математической статистики. Дискретный и интервальный статистические ряды. Полигон частот.

46. Группировка опытных данных при непрерывной изменчивости обследуемого признака.

47. Эмпирическая функция распределения, кривая накопленных частот.

48. Эмпирическая плотность распределения. Гистограмма.

49. Точечные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности и требования, предъявляемые к ним.

50. Доверительный интервал и доверительная вероятность для неизвестного параметра генеральной совокупности. Уровень надежности и уровень значимости.

51. Нахождение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания нормальной генеральной совокупности при известном среднем квадратическом отклонении.

52. Нахождение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания нормальной генеральной совокупности при неизвестном среднем квадратическом отклонении.

53. Постановка задачи сглаживания экспериментальных зависимостей. Метод наименьших квадратов.

54. Корреляционный и регрессионный анализ, их задачи. Анализ линейной корреляции по данным случайной выборки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основные источники

1. Баврин, И. И. Высшая математика: учебник для студентов высших учебных заведений / И. И. Баврин, В. Л. Матросов. – Москва: Владос, 2003. – 400 с.

2. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализ / Г. Н. Берман. – 22 изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 492 с.

3. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие для втузов / Д. В. Клетеник; ред. Ефимов Н. В. – 17 изд., стер. – Санкт-Петербург, Москва, Краснодар: Лань, 2011. – 225 с.

4. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. В 2-х т.: учеб. пособие для студентов втузов / Н. С. Пискунов. – Изд. стер. – Москва: Интеграл-Пресс, 2002. – Т. 1. – 416 с.

5. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2013. – 480 с.

6. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятности математической статистике: учеб. пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2013. – 404 с.

Дополнительные источники

7. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч.: учеб. пособие для втузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 5-е изд., испр. – Москва: Высш. шк., 1999. – Ч. 1. – 304 с.

8. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч.: учеб. пособие для втузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 5-е изд., испр. – Москва: Высш. шк., 1999. – Ч. II. – 416 с.

9. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс: учеб. пособие / Д. Т. Письменный. – 13-е изд. – Москва: Айрис-Пресс, 2015. – 608 с.

Учебно-методические пособия

10. Бокарев, М. Ю. Математика. Элементы линейной и векторной алгебры. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Основы математического анализа: учеб. пособие / М. Ю. Бокарев, В. М. Усатова; Балтийская государственная академия рыбопромышленного флота. – Калининград: Издательство БГАРФ, 2021. – 172 с.

11. Авдеева, Н. Н. Высшая математика. Векторный анализ и элементы теории поля: учебное пособие / Н. Н. Авдеева, А. И. Руденко. – Калининград, Изд-во БГАРФ, 2020. – 83 с.

12. Авдеева, Н. Н. Математика. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.-метод. пособие для студентов заочной формы обучения / Н. Н. Авдеева, С. Н. Мухина. – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2013. – 93 с.

13. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – Москва: АСТ Астрель, 2005. – 991 с.

Локальный электронный методический материал

Лидия Александровна Жарикова

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Редактор С. Кондрашова

Корректор Т. Звада

Уч.-изд. л. 4,2. Печ. л. 3,8.

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет».
236022, Калининград, Советский проспект, 1