



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

**26.03.02 КОРАБЛЕСТРОЕНИЕ, ОКЕАНОТЕХНИКА И СИСТЕМОТЕХНИКА
ОБЪЕКТОВ МОРСКОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ**

Профиль программы
«КОРАБЛЕСТРОЕНИЕ»

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

морских технологий, энергетики и строительства
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенции | Дисциплина | Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции |
|---|---|--|--|
| ОПК-1 Способен использовать основные законы естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования | ОПК-1.1 Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной | Математика: (раздел «Алгебра и геометрия») | <p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – основные понятия и методы алгебры и геометрии; – простейшие приложения алгебры и геометрии в профессиональных дисциплинах; – геометрический и физический смысл основных понятий алгебры и геометрии; <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать методы алгебры и геометрии при решении типовых задач; – использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины; – переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; – приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии; <p><u>Владеть:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – методами построения математических моделей типовых задач; <p>математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач</p> |

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные практические задания (ИПЗ);
- задания по контрольной работе;

2.3 К оценочным средствам промежуточной аттестации в форме экзамена относятся:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении № 1.

Шкала оценивания тестовых заданий основана на пятибалльной системе:

- Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.
- Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.
- Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

3.2. Темы и примеры заданий по темам практических занятий приведены в приложении №2

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на пятибалльной системе.

- Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.
- Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

- Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

3.3. Типовые темы и типовые варианты ИПЗ приведены в приложении №3.

Шкала оценивания результатов выполнения ИПЗ основана на пятибалльной системе.

- Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

- Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

- Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

- Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

3.4. Типовые темы и варианты заданий контрольной работы приведены в приложении №4.

Шкала оценивания результатов выполнения контрольной работы основана на пятибалльной системе.

- Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

- Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

- Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

- Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена. Сдача экзамена осуществляется по билетам, состоящим из двух вопросов и трех практических заданий.

Перечень типовых экзаменационных вопросов и заданий приведен в приложении №5.

Оценивание экзамена проводится по пятибалльной системе в соответствии со следующими критериями:

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Алгебра и геометрия» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 26.03.02 Кораблестроение, океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры, профиль «Кораблестроение».

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры кораблестроения (протокол № 6а от 25.04.2022 г.)

Заведующий кафедрой



С.В. Дятченко

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант №1

Вопрос №1. Определитель $\begin{vmatrix} \alpha & 2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$ равен 0 при α , равном:

1. 3
2. 4
3. 0
4. -4

Вопрос №2. Матрица $A = \begin{pmatrix} 5 & -9 & -2 \\ 1 & 4 & 8 \\ 7 & 3 & -6 \end{pmatrix}$, тогда сумма $a_{11} + a_{12}$ равна:

1. -4
2. 4
3. 0
4. -2

Вопрос №3. Если $(x_0; y_0)$ – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ 2x - y = 13 \end{cases}$, тогда $x_0 + y_0$ равно:

1. 5,5
2. 9,5
3. -9,5
4. -5,5

Вопрос №4. Основная матрица системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_2 - x_1 = 0 \\ x_1 + x_2 = 2 \\ x_3 + 2x_1 = -5 \end{cases}$ имеет вид:

1. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4.
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Вопрос №5. Угол между векторами острый, если их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$:

1. больше нуля
2. меньше нуля
3. равно нулю
4. недостаточно данных

Вопрос №6. Векторы $\vec{a}(1; -1; 2)$, $\vec{b}(2; -2; 4)$:

1. образуют острый угол
2. ортогональные
3. коллинеарные
4. лежат в разных плоскостях

Вопрос №7. Даны точки $A = (3; -2)$ и $B = (-7; 4)$. Тогда *ордината* середины отрезка AB равна:

1. 2
2. 5
3. 1
4. -1

Вопрос №8. Среди точек $A(1; 2)$, $B(-1; 3)$, $C(0; 1)$ прямой $5x - 3y + 3 = 0$ принадлежит точка:

1. $A(1; 2)$
2. $B(-1; 3)$
3. $C(0; 1)$
4. ни одна из точек не принадлежит данной прямой.

Вопрос №9. Угловой коэффициент прямой $15x + 3y + 8 = 0$ равен:

1. 5
2. 3
3. -5
4. -15

Вопрос №10. Уравнением прямой, параллельной прямой $y = 5x + 2$, является:

1. $y = 5x - 3$
2. $y = -\frac{1}{2}x - 5$

3. $y = -\frac{1}{5}x - 2$

4. $y = -\frac{1}{5}x - 2$

Вопрос №11. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной прямой $y = -7x + 13$, равен:

1. 7
2. -7
3. $\frac{1}{7}$
4. $-\frac{1}{7}$

Вопрос №12. В полярной системе координат уравнение $\rho = 5$ задает:

1. прямую
2. окружность
3. эллипс
4. параболу

Вопрос №13. Окружность с центром в точке $C(2; 4)$ и с радиусом $R = 5$ имеет уравнение:

1. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$
2. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$
3. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 5$
4. $(x - 2)^2 - (y - 4)^2 = 25$

Вопрос №14. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями $a=5$ и $b=3$ и фокусами на оси Oy записывается формулой:

1. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{3} = 1$
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$
4. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

Вопрос №15. Направляющий вектор прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$ имеет координаты:

1. (1; -2; 6)
2. (1; -2; 2)
3. (-1; -2; -6)
4. (1; 2; 6)

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 4; 1)$ параллельно прямой

$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{7}$, имеет вид:

1. $\frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{7}$
2. $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{7}$
3. $\frac{x+2}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+1}{7}$
4. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-1}{2}$

Вопрос №17 Установите положение плоскости $2y + 5z - x = 0$ в пространстве:

1. параллельна оси Y
2. параллельна оси Z
3. проходит через ось X
4. проходит через начало координат

Вопрос №18. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 4; 1)$ перпендикулярно плоскости $2x + 3y + z - 4 = 0$, имеет вид:

1. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{1}$
2. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+1}{1}$
3. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{-1}$
4. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №19. Нормальный вектор плоскости $x+2y-2z-5=0$ имеет координаты:

1. (1; 2; -2)
2. (1; -2; 2)
3. (-1; -2; -2)
4. (-1; 2; 2)

Вопрос №20. Даны две точки $A(2, -1, 3)$ и $O(0, 0, 0)$. Через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{OA} проходит плоскость:

1. $2(x - 2) - (y + 1) + 3(z - 3) = 0$
2. $3(x - 4) - (y + 2) - 4(z + 1) = 0$
3. $2(x - 2) - (y + 1) - 4(z - 3) = 0$
4. $3(x - 4) + (y - 2) + 4(z + 1) = 0$

Вариант №2

Вопрос №1. Определитель $\begin{vmatrix} \alpha & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ равен 0 при α , равном:

1. 3
2. 4
3. 0
4. 6

Вопрос №2. Матрица $A = \begin{pmatrix} 5 & -9 & -2 \\ 1 & 4 & 8 \\ 7 & 3 & -6 \end{pmatrix}$, тогда сумма $a_{21} + a_{32}$ равна:

1. 4
2. 2
3. 0
4. -4

Вопрос №3 Если $(x_0; y_0)$ – решение системы линейных уравнений

$\begin{cases} 2x - 2y = 9 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$, тогда $x_0 + y_0$ равно:

1. 9,5
2. 5,5
3. -9,5
4. -5,5

Вопрос №4. Если $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, то матрица $C = -2A + B$ имеет вид:

1. $\begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -8 & 22 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -30 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -8 & 12 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & 22 \end{pmatrix}$

Вопрос №5. Угол между векторами тупой, если их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$:

1. меньше нуля
2. больше нуля
3. равно нулю
4. недостаточно данных

Вопрос №6. Векторы $\vec{a}(4; -2; 4)$, $\vec{b}(-2; 1; -2)$:

1. образуют тупой угол
2. ортогональные

3. коллинеарные
4. лежат в разных плоскостях

Вопрос №7 Даны точки $A(1, -1)$ и $B(1, 3)$. Тогда *ордината* середины отрезка AB равна:

1. 2
2. 5
3. -1
4. 1

Вопрос №8. Среди точек $A(-1; 2)$, $B(1; -3)$, $C(1; 0)$ прямой $7x - 3y + 13 = 0$ принадлежит точка:

1. $A(-1; 2)$
2. $B(1; -3)$
3. $C(1; 0)$
4. ни одна из точек не принадлежит данной прямой.

Вопрос №9. Угловой коэффициент прямой $y = 3x - 1$ равен:

1. -1
2. -3
3. 3
4. 1

Вопрос №10. Уравнением прямой, параллельной прямой $y = 3x + 11$, является:

1. $y = 3x - 4$
2. $y = \frac{1}{3}x - 1$
3. $y = -\frac{1}{3}x - 1$
4. $y = -3x - 1$

Вопрос №11. В полярной системе координат уравнение $\rho = 7$ задает:

1. прямую
2. эллипс
3. окружность
4. параболу

Вопрос №12. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной прямой $y = -5x + 11$ равен:

1. 5
2. -5
3. $\frac{1}{5}$
4. $-\frac{1}{5}$

Вопрос №13. Среди уравнений кривых уравнением окружности является:

1. $x^2 + y^2 = 4$
2. $-\frac{x^2}{16} + y = 4$
3. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
4. $x^2 - y^2 = 25$

Вопрос №14. Окружность с центром в точке $C(-1; 4)$ и с радиусом $R = 3$ имеет уравнение:

1. $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$
2. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$
3. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 3$
4. $(x + 1)^2 - (y - 4)^2 = 9$

Вопрос №15. Направляющий вектор прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ имеет координаты:

1. (1; 2; -3)
2. (1; -2; 2)
3. (-1; 1; 0)
4. (1; -2; 3)

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; 4; 2)$ параллельно прямой

$\frac{x-1}{-5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-5}{7}$, имеет вид:

1. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-5}{2}$
2. $\frac{x-3}{-5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{7}$
3. $\frac{x+3}{-5} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+2}{7}$
4. $\frac{x+3}{5} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z+2}{-7}$

Вопрос №17 Положение плоскости $y + 5z - x = 0$ в пространстве:

1. параллельна оси Y
2. параллельна оси Z
3. проходит через ось X
4. проходит через начало координат

Вопрос №18. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; 1; 3)$ перпендикулярно плоскости $2x - 3y + z - 4 = 0$, имеет вид:

1. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{1}$
2. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{1}$

3. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{1}$

4. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{-1}$

Вопрос №19. Нормальный вектор плоскости $x+y-2z-5=0$ имеет координаты:

1. (1; 1; -2)

2. (1; -1; 2)

3. (-1; -1; -2)

4. (-1; 1; 2)

Вопрос №20. Даны две точки $A(1, -1, 3)$ и $O(0, 0, 0)$. Через точку A перпендикулярно вектору \overrightarrow{OA} проходит плоскость:

1. $3(x - 4) + (y - 2) + 4(z + 1) = 0$

2. $3(x - 4) - (y + 2) - 4(z + 1) = 0$

3. $(x - 1) - (y + 1) - 4(z - 3) = 0$

4. $(x - 1) - (y + 1) + 3(z - 3) = 0$

Вариант №3

Вопрос №1. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

можно перемножить:

1. A и B , A и C
2. A и B , B и C
3. A и C , B и C
4. B и A , B и C

Вопрос №2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$. Элемент a_{32} равен:

1. -1
2. 3
3. 0
4. -4

Вопрос №3. Если (x_0, y_0) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} x - 3y = 9 \\ 3x + 3y = 15 \end{cases}$, тогда $x_0 + y_0$ равно:

1. 5
2. 1
3. -1
4. -5

Вопрос №4. Определитель $\begin{vmatrix} \alpha & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$ равен 0 при α , равном:

1. -4
2. 3
3. 6
4. -3

Вопрос №5. Для вектора $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$ сонаправленным вектором будет:

1. $\vec{b} = \{-1, -2, 3\}$
2. $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$
3. $\vec{d} = \{3, 6, 9\}$
4. $\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$ и $\vec{d} = \{2, 4, 6\}$

Вопрос №6. Векторы $\vec{a} (5; 7; k)$ и $\vec{b} (2; k; 3)$ перпендикулярны, если k равно:

1. 6
2. -9
3. -1

4. 6

Вопрос №7. Даны точки $A = (3; -2)$ и $B = (-7; 4)$. Тогда **абсцисса** середины отрезка AB равна:

1. 2
2. -4
3. -2
4. 4

Вопрос №8. Среди точек $A(1; 3)$, $B(1; -3)$, $C(1; 5)$ прямой $x - 5y + 21 = 0$ принадлежит точка:

1. $A(-1; 2)$
2. $B(1; -3)$
3. $C(1; 0)$
4. ни одна из точек не принадлежит данной прямой

Вопрос №9. Угловой коэффициент прямой $y = 2x - 1$ равен:

1. 2
2. 3
3. -2
4. 5

Вопрос №10. Уравнением прямой, параллельной прямой $y = 4x - 1$, является:

1. $y = -4x - 4$
2. $y = \frac{1}{4}x - 1$
3. $y = 4x + 2$
4. $y = -x - 1$

Вопрос №11. В полярной системе координат уравнение $\rho = 9$ задает:

1. прямую
2. эллипс
3. окружность
4. параболу

Вопрос №12. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной прямой $y = -6x + 17$ равен:

1. 6
2. -6
3. $\frac{1}{6}$
4. $-\frac{1}{6}$

Вопрос №13. Среди уравнений кривых уравнением окружности является:

1. $x^2 + y^2 = 9$

2. $-\frac{x^2}{16} + y = 4$

3. $x^2 - y^2 = 25$

4. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{144} = 1$

Вопрос №14. Окружность с центром в точке $C(-5; -1)$ и с радиусом $R = 4$ имеет уравнение:

1. $(x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 16$

2. $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 4$

3. $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 16$

4. $(x + 5)^2 - (y + 1)^2 = 16$

Вопрос №15. Направляющий вектор прямой $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ имеет координаты:

1. $(1; 2; -1)$

2. $(1; -2; 1)$

3. $(-1; 2; -1)$

4. $(5; 2; -1)$

Вопрос №16. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -1; 2)$ параллельно прямой

$\frac{x-1}{-6} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-5}{-7}$, имеет вид:

1. $\frac{x-1}{-6} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-7}$

2. $\frac{x+1}{-6} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-7}$

3. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{2}$

4. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-2}$

Вопрос №17. Положение плоскости $4x + 9z + 8y = 0$ в пространстве:

1. проходит через ось X

2. параллельна оси Z

3. параллельна оси Y

4. проходит через начало координат

Вопрос №18. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2; 1; 7)$ перпендикулярно плоскости $4x + y + 3z - 4 = 0$, имеет вид:

1. $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-7}{3}$

2. $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-7}{3}$

3. $\frac{x+2}{-4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+7}{-3}$

4. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{7}$

Вопрос №19. Нормальный вектор плоскости $6x - y + 4z - 4 = 0$ имеет координаты:

1. (6; -1; 4)

2. (6; 1; 4)

3. (6; 1; -4)

4. (6; -1; -4)

Вопрос №20. Даны две точки $O(0, 0, 0)$ и $B(4, 1, -1)$. Через точку B перпендикулярно вектору \overrightarrow{OB} проходит плоскость:

1. $2(x - 2) + (y + 1) + 4(z - 3) = 0$

2. $3(x - 4) - (y + 2) - 4(z + 1) = 0$

3. $4(x - 4) + (y - 1) - (z + 1) = 0$

4. $2(x - 2) + 2(y + 1) - 4(z - 3) = 0$

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМАМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практические задания по дисциплине формируются на основе номеров заданий из учебной литературы [1, 2] и предусматривают решение задач:

- по теме 1 «Элементы линейной алгебры»:

[1]: №№ 1205, 1207, 1208, 1211, 1215, 1217, 1219, 1223, 1227, 1231, 1236, 1238, 1239, 1241, 1244, 1245, 1246, 1247, 1250, 1251, 1252, 1254, 1256

[2]: №№ 1.1.9, 1.1.12, 1.2.7, 1.2.12, 1.3.6, 1.3.8, 1.4.5, 1.6.5, 1.7.5

- по теме 2 «Векторная алгебра»:

[1]: №№ 761, 762, 766, 769, 776, 777, 778, 781, 782, 787, 788, 793, 795, 796, 800, 803, 805, 812, 815, 817, 818, 819, 820, 823, 828, 834, 843, 851, 853, 858, 862, 874, 875, 876, 878

[2]: №№ 2.2.9, 2.2.10, 2.3.10, 2.3.14, 2.4.12, 2.4.15, 2.4.19, 2.5.12, 2.5.14, 2.5.16, 2.6.12, 2.6.13

- по теме 3 «Аналитическая геометрия на плоскости»:

[1]: №№ 214, 215, 216, 219, 223, 226, 227, 230, 253, 260, 264, 266, 271, 302, 304, 322, 323, 331, 385, 387, 389, 444, 445, 447, 449, 465, 515, 516, 518, 519, 532, 583, 585, 587, 589, 603.

[2]: №№ 3.1.10, 3.1.12, 3.1.13, 3.1.19, 3.1.20, 3.2.15, 3.2.21, 3.2.22, 3.2.24, 3.2.26, 3.3.10, 3.3.11, 3.3.13, 3.3.15, 3.3.18, 3.3.19

- по теме 4 «Аналитическая геометрия в пространстве»:

[1]: №№ 916, 919, 921, 926, 927, 928, 932, 940, 941, 942, 946, 947, 952, 960, 964 (1, 2, 3), 965, 971, 1009, 1012, 1015, 1019 (1, 2), 1023, 1025, 1032, 1035, 1040 (1, 2), 1042, 1043, 1052, 1063, 1075, 1083 (1).

[2]: №№ 4.1.18, 4.1.19, 4.1.20, 4.1.23, 4.1.26, 4.1.29, 4.1.32, 4.1.34, 4.1.38, 4.2.11, 4.2.12, 4.2.16, 4.2.19, 4.2.20.

Список используемой литературы:

1. Д.В. Клетеник. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие./ Д. Клетеник, Д.В.; ред.: Н. В. Ефимов. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с.
2. Вялова, А.В. УМП по практическим занятиям «Алгебра и геометрия» для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / А.В. Вялова, Н.А. Елисеева, Т.В. Ермакова. - Калининград, Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 189 с.

ТИПОВЫЕ ТЕМЫ И ПРИМЕРЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ (ИПЗ)

Все индивидуальные практические задания (30 вариантов для каждой задачи каждого ИПЗ) приведены в пособии:

Вялова, А.В. УМП по практическим занятиям «Алгебра и геометрия» для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / А.В. Вялова, Н.А. Елисеева, Т.В. Ермакова. - Калининград, Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 189 с.

ИПЗ №1

Тема 1. Элементы линейной алгебры

Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

Задача №1. Решить систему линейных уравнений тремя способами: 1) по формулам Крамера; 2) с помощью обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$$

Задача №2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\text{а). } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

ИПЗ №2

Тема 2. Векторная алгебра

Линейная зависимость векторов. Условие коллинеарности векторов. Понятие о базисе. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов, его свойства. Векторное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл. Смешанное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл. Условие компланарности векторов. Приложения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов к решению геометрических задач.

Задача №1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

$$x = \{-2, 4, 7\},$$

$$p = \{0, 1, 2\},$$

$$q = \{1, 0, 1\},$$

$$r = \{-1, 2, 4\}.$$

Задача №2. Коллинеарны ли векторы c_1 и c_2 , построенные по векторам a и b ?

$$a = \{1, -2, 3\}, b = \{3, 0, -1\}, c_1 = 2a + 4b, c_2 = 3b - a.$$

Задача №3. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

$$A(1, -2, 3),$$

$$B(0, -1, 2),$$

$$C(3, -4, 5).$$

Задача №4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b .

$$a = p + 2q, b = 3p - q;$$

$$|p| = 1, |q| = 2, (p \wedge q) = \pi / 6.$$

Задача №5. Компланарны ли векторы a, b и c .

$$a = \{2, 3, 1\}, b = \{-1, 0, -1\}, c = \{2, 2, 2\}.$$

Задача №6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

$$A_1(1, 3, 6),$$

$$A_2(2, 2, 1),$$

$$A_3(-1, 0, 1),$$

$$A_4(-4, 6, -3).$$

ИПЗ №3

Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости.

Различные виды уравнений прямой в R^2 . Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка в R^2 : окружность, эллипс, гипербола, парабола.

Задача №1. Напишите уравнения прямых, проходящих через точку M , одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна заданной прямой l .

$$M(-2, 1), l: 3x - 2y + 12 = 0.$$

Задача №2. В треугольнике ABC :

1) Составить уравнения: стороны BC ; высоты, проведенной из вершины A ; медианы, проведенной из вершины C ;

2) Найти площадь треугольника;

3) Найти угол A .

$$A(-3, 3), B(5, 1), C(6, -2).$$

Задача №3. Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постройте ее. Укажите координаты вершин и фокусов. Напишите уравнение директрис и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0.$$

ИПЗ №4

Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве

Плоскость в евклидовом пространстве R^3 . Различные виды уравнений плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в R^3 . Различные формы уравнений прямой. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.

Задача. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;
- 2) угол между гранями $A_1A_3A_4$ и $A_2A_3A_4$;
- 3) уравнения прямой A_1A_2 ;
- 4) уравнения прямой, проходящей через середину ребра A_2A_3 параллельно ребру A_1A_2 ;
- 5) уравнения медианы A_1M в $\Delta A_1A_2A_3$;
- 6) уравнения высоты A_1K грани $A_1A_2A_3$;
- 7) расстояние от вершины A_1 до ребра A_2A_3 ;
- 8) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
- 9) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$;
- 10) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 перпендикулярно грани $A_1A_2A_3$;
- 11) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;
- 12) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;
- 13) проекцию вершины A_1 на плоскость грани $A_2A_3A_4$;
- 14) сделать чертёж.

Координаты вершин пирамиды: $A_1(4, 5, 2)$, $A_2(0, 7, 2)$, $A_3(0, 2, 7)$, $A_4(1, 5, 0)$.

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
(ОЧНАЯ ФОРМА)

Тема 1. Элементы линейной алгебры
Контрольная работа №1

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & -4 \\ 1 & -3 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить произведение матриц

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 15 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -12 & 4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

Тема 1. Элементы линейной алгебры.

Тема 2. Векторная алгебра

Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости

Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве.

Контрольная работа №1

1. Даны векторы $a = \{a_1, a_2, a_3\}, b = \{b_1, b_2, b_3\}, c = \{c_1, c_2, c_3\}, d = \{d_1, d_2, d_3\}$ в некотором базисе. Показать, что векторы a, b, c образуют базис и найти разложение вектора d по базису a, b, c помощью формул Крамера.

$$d = \{-2, 4, 7\}, a = \{0, 1, 2\}, b = \{1, 0, 1\}, c = \{-1, 2, 4\}.$$

2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти: 1) длину ребра $A_1 A_2$; 2) угол между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$; 3) угол между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$; 4) пло-

щадь грани $A_1A_2A_3$; 5) объем пирамиды; 6) уравнения прямой A_1A_2 ; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

$A_1(4;2;5)$, $A_2(0;7;2)$, $A_3(0;2;7)$, $A_4(1;5;0)$.

3. Составить уравнение прямой проходящей через центр окружности перпендикулярно одной из асимптот гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9, \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1.$$

4. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Доказать ее совместность и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) записать систему в матричной форме и решить ее средствами матричного исчисления, при этом правильность вычисления обратной матрицы проверить, используя матричное умножение.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. . Определители, их свойства.
2. Матрицы. Виды матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Обратная матрица.
5. Ранг матрицы.
6. Системы линейных уравнений.
7. Метод обратной матрицы (матричный метод) решения систем линейных уравнений.
8. Формулы Крамера (с доказательством)
9. Метод Гаусса.
10. Совместность системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Вектор. Линейные операции над векторами, их свойства.
12. Проекция вектора на ось.
13. Базис на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по двум и трем векторам.
14. Скалярное произведение векторов (определение, свойства).
15. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами (в прямоугольном декартовом базисе).
16. Некоторые применения скалярного произведения векторов (геометрический смысл, физический смысл).
17. Векторное произведение векторов (определение, свойства).
18. Вычисление векторного произведения векторов, заданных своими координатами (в прямоугольном декартовом базисе).
19. Некоторые применения векторного произведения (геометрический смысл, физический смысл).
20. Смешанное произведение векторов (определение, свойства).
21. Вычисление смешанного произведения векторов, заданных своими координатами (в прямоугольном декартовом базисе).
22. Некоторые применения смешанного произведения векторов (геометрический смысл).
23. Уравнения прямой на плоскости: общее уравнение, по точке и направляющему вектору, параметрические уравнения.
24. Уравнения прямой на плоскости: по двум точкам, «в отрезках».
25. Уравнения прямой на плоскости: уравнения с угловым коэффициентом.
26. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
27. Расстояние от точки до прямой.
28. Кривые второго порядка. Окружность
29. Эллипс.
30. Гипербола.
31. Парабола.
32. Уравнения плоскости: общее уравнение.
33. Уравнения плоскости: по трем точкам, «в отрезках».

34. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
35. Расстояние от точки до плоскости.
36. Уравнения прямой в пространстве: канонические уравнения, параметрические уравнения.
37. Уравнения прямой в пространстве: по двум точкам.
38. Уравнения прямой в пространстве: общее уравнение (прямая как линия пересечения двух плоскостей).
39. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.
40. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
41. Точка пересечения прямой и плоскости.
42. Угол между прямой и плоскостью.
43. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
44. Поверхности второго порядка.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Элементы линейной алгебры

- 1.1. Решить систему уравнений матричным методом (методом обратной матрицы):

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$$

- 1.2. Решить систему уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y + z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$

- 1.3. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

2. Векторная алгебра

- 2.1. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4

$$A_1(7, 2, 4),$$

$$A_2(7, -1, -2),$$

$$A_3(3, 3, 1),$$

$$A_4(-4, 2, 1).$$

- 2.2. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

$$x = \{13, 2, 7\},$$

$$p = \{5, 1, 0\},$$

$$q = \{2, -1, 3\},$$

$$r\{1, 0, -1\}.$$

2.3. Коллинеарны ли векторы c_1 и c_2 , построенные по векторам a и b ?

$$a = \{1, 0, 1\}, b\{-2, 3, 5\}, c_1 = a + 2b, c_2 = 3a - b.$$

2.4. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC}

$$A(0, 0, 4),$$

$$B(-3, -6, 1),$$

$$C(-5, -10, -1).$$

3. *Аналитическая геометрия на плоскости*

3.1. В треугольнике ABC составить уравнения: стороны BC; высоты из вершины A; медианы из вершины C. $A(-3; 3)$, $B(5; 1)$, $C(6; -2)$.

3.2. В треугольнике ABC найти площадь треугольника, найти угол A.

$$A(-3; 3), B(5; 1), C(6; -2).$$

1.3 Напишите уравнения прямых, проходящих через точку M, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна заданной прямой l :

$$l: 3x - 2y + 12 = 0 \quad M(-2; 1)$$

1.4 Напишите уравнение прямой, которая проходит через точку M и точку пересечения прямых l_1 и l_2

$$M(1; -2) \quad l_1: 2x - y - 1 = 0, \quad l_2: x + 3y - 4 = 0.$$

1.5 Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если:

его большая ось равна 10, а расстояние между фокусами равно 8.

4. *Аналитическая геометрия в пространстве*

4.1. Составить канонические уравнения прямой:

$$x + 5y + 2z - 5 = 0, 2x - 5y - z + 5 = 0.$$

4.2. Найти угол между плоскостями:

$$6x + 2y - 4z + 17 = 0, 9x + 3y - 6z - 4 = 0.$$

4.3. Найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3

$$M_1(-3, -1, 1),$$

$$M_2(-9, 1, -2),$$

$$M_3(3, -5, 4),$$

$$M_0(-7, 0, -1).$$

4.4. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}, 3x + 7y - 5z - 11 = 0.$$