Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
01ff058c007bae2c8149e7712c28ce8469
Владелец: Мельникова Виктория Александровна
Действителен: с 18.04.2022 по 18.04.2023

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

основной профессиональной образовательной программы
специалитета по специальности

10.05.03 - ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Специализация
«БЕЗОПАСНОСТЬ ОТКРЫТЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ»

ИНСТИТУТ Цифровых технологий

РАЗРАБОТЧИК Кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-3: Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-3.1: Знает основные понятия теории пределов и непрерывности функций одной и нескольких действительных переменных, методы исследования числовых и функциональных рядов, методы дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных, типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения, типовые модели и методы математического анализа для решения стандартных прикладных задач.	Математический анализ	*<u>Знать:</u>* основные элементарные функции, их свойства, графики; основные положения теории пределов функций; основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; знать стандартные алгоритмы нахождения решения типовых дифференциальных уравнений; основные положения теории рядов, основные понятия курса высшей математики технического вуза; предел последовательности и функции; производная и частные производные, дифференциал функции одной и нескольких переменных; аппроксимация функций методом наименьших квадратов; интеграл Римана от функции одной переменной, несобственные интегралы и кратные интегралы; обыкновенные дифференциальные уравнения; числовой ряд, степенной ряд, ряд Фурье; понятие векторной функции, ее производной и дифференциала. *<u>Уметь:</u>* определять возможности применения методов математического анализа; решать основные задачи теории пределов функций, дифференцирования, интегрирования и разложения функций в ряды; использовать аппарат дифференциальных уравнений для решения физических и геометрических задач- строить графики функций в декартовой и полярной системах координат, вычислять пределы последовательностей и функций, сравнивать бес-

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			конечно малые и бесконечно большие функции; дифференцировать функции одной и нескольких переменных, заданные явно, параметрически и неявно; проводить полное исследование функций с использованием методов дифференциального исчисления; вычислять неопределенные и определенные интегралы (в том числе несобственные) с помощью основных методов интегрирования и таблиц, определять сходимость несобственных интегралов, оценивать интегралы, вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы; решать основные задачи на разложение функций в ряды; определять возможности применения теоретических положений и методов математических дисциплин для постановки и решения конкретных прикладных задач. *Владеть*: навыками использования стандартных методов и моделей математического анализа и их применения к решению прикладных задач; навыками работы с учебной и научной литературой; навыками работы с компьютерными математическими прикладными пакетами (Mathcad); использовать интегральное исчисление при решении задач геометрии и физики; находить общие решения и решения задач Коши и некоторых краевых задач для основных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков, решать простейшие системы обыкновенных дифференциальных уравнений; определять сходимость числовых и функциональных рядов, представлять

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			функции рядами Тейлора, проводить гармонический анализ заданных функций; переводить информацию с языка конкретной задачи на язык математических символов и строить математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;

- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2. К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;

- задания по темам практических занятий.

2.3. К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме:

- дифференцированного зачета (зачета с оценкой) за первый семестр относятся вопросы и задания итоговой самостоятельной работы;

- экзамена за второй семестр относятся экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных, лабораторных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 70 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении 1.

3.2 Шкала оценивания основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично»	Оценка «хорошо»	Оценка «удовлетворитель-но»	Оценка «неудовлетворитель-но»
при правильном выполнении не менее 90% заданий	при правильном выполнении не менее 80% заданий	при правильном выполнении не менее 60% заданий	при правильном выполнении менее 60% заданий

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Задания по темам практических занятий

Темы практических занятий по дисциплине «Математический анализ»

Тема 1. Вычисление пределов функций. Раскрытие неопределённостей. Замечательные пределы.

Тема 2. Применение бесконечно малых к вычислению пределов.

Тема 3. Исследование функций на непрерывность Классификация точек разрыва.

Тема 4. Техника дифференцирования.

Тема 5. Дифференцирование функций. Вычисление производных сложных функций, параметрически заданных и неявных функций. Логарифмическая производная.

Тема 6. Дифференциал функции. Применение к приближенным вычислениям.

Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 8. Теоремы Ферма, Лагранжа, Ролля о дифференцируемых функциях.

Тема 9. Правило Лопиталя при вычислении пределов функции.

Тема 10. Приложение производной к исследованию функций и построению их графиков.

Тема 11. Решение текстовых задач на наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Тема 12. Функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные.

Тема 13. Экстремум функции нескольких переменных.

Тема 14. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Тема 15. Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.

Тема 16. Интегрирование рациональных дробей.

Тема 17. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.

Тема 18. Определенный интеграл, основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 19. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.

Тема 20. Приложение определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Тема 21. Решение ДУ 1-го порядка.

Тема 22. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Тема 23. Линейные дифференциальные уравнения. Однородные уравнения.

Тема 24. Линейные неоднородные д.у. с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Тема 25. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление.

Тема 26. Дифференциал функции двух переменных. Приложение к приближенному вычислению.

Тема 27. Криволинейные интегралы первого и второго рода.

Тема 28. Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Признаки сходимости.

Тема 29. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.

Тема 30. Степенные ряды. Область сходимости.

Тема 31. Применение рядов к приближенному вычислению.

Тема 32. Производная по направлению. Градиент функции.

Тема 33. Числовые характеристики векторного и скалярного поля.

Список используемых источников:

1 Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч.2: Учебное пособие для втузов / Под общ. ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2001. – 432 с.

2 Сборник задач по математике для втузов. В 4 частях. Ч.3: Учебное пособие для втузов / Под общ. ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2002. – 576 с.

Задания предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины и представляют собой подборки практических задач.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Результаты выполнения заданий оцениваются по четырехбалльной шкале:

Оценка «отлично»	Оценка «хорошо»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно»
задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок	задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками	задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок	если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация обучающихся за первый семестр проводится в форме зачета с оценкой по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости и выполнения итоговой самостоятельной работы.

Типовые вопросы к зачету и варианты заданий итоговой самостоятельной работы представлены в Приложении 2.

Промежуточная аттестация обучающихся за второй семестр проводится в форме экзамена. К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля.

Экзаменационные вопросы, задания и образец экзаменационного билета представлены в Приложении 3.

Представленные экзаменационные материалы для проведения экзамена компонуются в билеты (два вопроса и три практических задания), относящиеся к различным темам не менее чем двух разделов дисциплины.

На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.2 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Зачет с оценкой. Оценка «отлично» выставляется в случае, если для задания приведено полное теоретическое обоснование, расчеты выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок, выводы приведены полностью и по существу, студент понимает и может пояснить ход решения и привести экспликацию любой формулы, а также может дать развернутый и полный ответ на любой из контрольных вопросов, отчет оформлен в соответствии с установленными требованиями.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если теоретическое обоснование приведено с пробелами, расчеты выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками, отчет оформлен с некоторыми нарушениями требований, однако выводы приведены полностью и по существу, а студент понимает и может пояснить ход решения и привести экспликацию любой формулы, а также может дать ответ на любой из контрольных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если теоретическое обоснование приведено формально и излишне кратко, расчеты выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством арифметических ошибок, отчет оформлен с нарушениями требований, выводы приведены не полностью, ответы на контрольные вопросы вызывают затруднения и (или) излишне лаконичны, однако студент понимает и может пояснить ход решения и привести экспликацию любой формулы, а также может дать ответ на любой из контрольных вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если теоретическое обоснование приведено формально и излишне кратко, или не приведено вовсе, расчеты выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул, отчет оформлен с нарушениями требований, выводы приведены не полностью или не приведены вовсе, студент плохо понимает (или не понимает вовсе) и не может пояснить ход решения, а также не может ответить на контрольные вопросы.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

Экзамен

Критерии оценивания:

(цит. по Научно-методические основы и практика организации учебного процесса в вузе: Учеб. пособие/Новаков И.А., Попов Ю.П., Подлеснов В.Н. и др. Волгоград, 2003,316 с.)

«Отлично» – за полном и прочное знание материала в установленном объеме;

«Хорошо» – за прочное знание при малозначительных неточностях;

«Удовлетворительно» – за знание предмета с заметными пробелами, не препятствующие последующему обучению;

«Неудовлетворительно» – за незнание предмета, большое количество ошибок.

Шкала оценок уровня освоения дисциплины по экзамену

Оценка			
Неудовлетворительный	Пороговый	Углублённый	Продвинутый
«2» (неудовлетворительно)	«3» (удовлетворительно)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
незнание предмета, большое количество принципиальных ошибок, допущенных при выполнении, предусмотренных программой заданий; студент не может продолжить обучение без дополнительных занятий по дисциплине.	за знание предмета с заметными пробелами, не препятствующие последующему обучению; студент имеет погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя	за прочное знание при малозначительных неточностях; студент имеет систематический характер знаний по дисциплине, способен к их самостоятельному наполнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы	за полное и прочное знание материала в установленном объеме; имеет систематические и глубокие знания учебного материала; свободно выполняет задания; понимает значение полученных знаний для приобретаемой профессии

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем (специализация «Безопасность открытых информационных систем»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой А.И.Руденко

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры информационной безопасности 20.04.2022 г. (протокол № 7).

Заведующая кафедрой Н.Я.Великите

Приложение 1

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Вариант 1.

Вопрос №1. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+4x^4+3x^2+1}{x^6+5x^5-4x}$ равен:

1. 2,
2. 2/5,
3. $+\infty$,
4. 0.

Вопрос №2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x}$ равен:

1. e^2
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(2x)}{2x^2}$ равен:

1. 1
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос№ 4. Для функции $x^2y^2-x-y=a$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=\dfrac{1+2xy^2}{1-2x^2y}$
2. $y'(x)=\dfrac{1+2x^2y^2}{1-2x^2y^2}$
3. $y'(x)=\dfrac{1-2x^2y^2}{1+2x^2y^2}$
4. $y'(x)=-\dfrac{1-2xy^2}{1-2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x)=e^{2x}\cdot(1-3x)$ производная $f'(x)$ равна …

1. $f'(x)=-3e^{2x}$,
2. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$,
3. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)+3e^{2x}$,
4. $f'(x)=2e^{2x}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$.

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x=2t+3t^2, \\ y=t^2+2t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=2t$,

2. $y'(x) = 2t + 6t^2$,
3. $y'(x) = 2 + 6t$,
4. $y'(x) = t$.

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ равен …

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$,
3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
4. $\dfrac{\sin^3 x}{3} - \dfrac{\sin^5 x}{5} + C$.

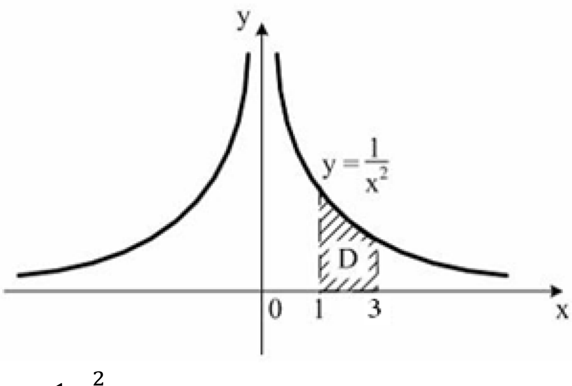
Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \dfrac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$ равен …

1. $\dfrac{3}{2}\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) + \arcsin(x-2) + C$,
2. $\dfrac{3}{2}\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) - 2\arcsin(x-2) + C$,
3. $3\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) - 2arctg(x-2) + C$,
4. $\dfrac{3}{2}\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) + 4arctg(x-2) + C$.

Вопрос №9. F(x) – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1}\ln 9$, тогда разность F(2)−F(1) равна …

1. 8,
2. 9,
3. 1,
4. 0.

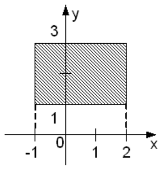
Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции **D** равна …

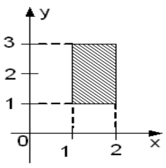


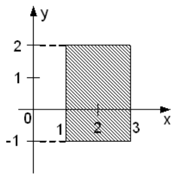
1. $\frac{2}{3}$,
2. $\frac{1}{3}$,
3. $\frac{1}{2}$,

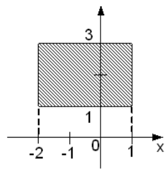
4. 1.

Вопрос №11. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^{2} dx \int_{1}^{3} f(x,y)dy$ является прямоугольник …

1. 

2. 

3. 

4. 

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} dy$ равен …

1. 1,
2. $\frac{1}{2}$,
3. −1,
4. 0.

Вопрос №13. Даны точки ***O***(0;0) и ***A***(2;2). Интеграл $\int_L (x+y)dx$ по ***контуру L=OA*** равен …

1. 2,
2. 0,
3. 8,
4. 4.

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1. $y' + 2xy = x^3 + 1$,
2. $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$,
3. $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$,
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вопрос №15. Интеграл $\int_L y^2dx + 2xydy$ не зависит от контура интегрирования. Значение интеграла по контуру окружности радиуса $\boldsymbol{R}$ с центром в начале координат равно …

1. $2\pi R$,
2. 0 ,
3. πR^2 ,
4. R .

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$:
1. с разделяющимися переменными,
2. однородное,
3. уравнение Бернулли,
4. линейное.

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:

1. $y = x\,(x+2)$,
2. $y = x\,(3x+1)$,
3. $y = x\,(2x+1)$,
4. $y = x\,(4x+1)$.

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$ является …

1. $y = Ce^{-3x}\cos 2x$,
2. $y = e^{-3x}\left(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x\right)$,
3. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}$,
4. $y = e^{2x}\left(C_1\cos 3x - C_2\sin 3x\right)$.

Вопрос №19. Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(3)$ равно …

1. 1,
2. 0,
3. 5,
4. 21.

Вопрос №20. Для ряда $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \ldots$ формула n-го члена равна …

1. $u_n = \frac{3}{2^n}$,
2. $u_n = \frac{3}{2n}$,
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$,
4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$.

Вопрос №21. Ряд $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$:

1. знакочередующийся,
2. степенной ряд,
3. знакопеременный,
4. знакоположительный.

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:

1. признак Коши,
2. признак Даламбера,
3. достаточный признак расходимости,
4. признак Лейбница.

Вопрос № 23. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n}$ (*):

1.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n}\ (n \to \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

2.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n\ (n \to \infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения.

3.

$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty}\sin\frac{\pi}{n} = 0$, $\Rightarrow$ (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.

4.

$u_n = \sin\frac{\pi}{n}$, $v_n = \frac{\pi}{n}$. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_n}{v_n} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin\pi/n}{\pi/n} = 1$, $\Rightarrow$ вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.

Вопрос №24. Общий член ряда Маклорена для функции $y = \sin x$ имеет вид:

1. $(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$,
2. $\frac{x^{2n}}{2n+1}$,
3. $\frac{x^{2n+1}}{2n}$,
4. $\frac{x^{n+1}}{3n}$.

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$ линии уровня – это …

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos\frac{\pi n x}{e} + b_n\sin\frac{\pi n x}{e})$ коэффициент $\boldsymbol{a_n}$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
2. $\frac{1}{e}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
3. $\frac{1}{e}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
4. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)dx$.

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $\mathrm{u} = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2 - 2\mathrm{xyz}$ равен …

1. $(2x - 2yz)\vec{\imath} + (2y - 2xz)\vec{\jmath} + (2z - 2xy)\vec{k}$,
2. $2x\vec{\imath} + 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$,
3. $x\vec{\imath} - y\vec{\jmath} + z\vec{k}$,

4. $x\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$.

Вопрос №28. :Векторное поле $\vec{\boldsymbol{a}}$ будет потенциальным, когда …

1. $\operatorname{div}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
2. $\operatorname{rot}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
3. $\operatorname{grad}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
4. $\frac{\partial\vec{\boldsymbol{a}}}{\partial\boldsymbol{e}} = 0$.

Вопрос №29. Формула $\begin{vmatrix} \vec{\mathrm{i}} & \vec{\mathrm{j}} & \vec{\mathrm{k}} \\ \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}} & \frac{\partial}{\partial \mathrm{y}} & \frac{\partial}{\partial \mathrm{z}} \\ \mathrm{P} & \mathrm{Q} & \mathrm{R} \end{vmatrix}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вопрос №30. Формула $\frac{\partial u}{\partial x}\vec{\boldsymbol{\imath}} + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{\boldsymbol{\jmath}} + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{\boldsymbol{k}}$ представляет …

1.градиент,
2. ротор,
3. дивергенцию,
4. произведение по направлению.

Вариант 2.

Вопрос №1. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+4x^4+3x^2+1}{x^6+5x^5+4x}$ равен:

1. 2,
2. 2/5,
3. $+\infty$,
4. 0.

Вопрос №2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{4x}$ равен:

1. e^4
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cos(x)}{2x^2}$ равен:

1. 1/4
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос№ 4. Для функции $x^2y^2-x-y=8$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=\dfrac{1+2xy^2}{1-2x^2y}$

2. $y'(x)=\dfrac{1+2x^2y^2}{1-2x^2y^2}$

3. $y'(x)=\dfrac{1-2x^2y^2}{1+2x^2y^2}$

4. $y'(x)=-\dfrac{1-2xy^2}{1-2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x)=4e^{2x}\cdot(1-3x)$ производная $f'(x)$ равна …

1. $f'(x)=-3e^{2x}$,
2. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$,
3. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)+3e^{2x}$,
4. $f'(x)=8e^{2x}\cdot(1-3x)-12e^{2x}$.

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x=2t+3t^2, \\ y=2t^2+4t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=2t$,
2. $y'(x)=2t+6t^2$,
3. $y'(x)=2+6t$,
4. $y'(x)=2t$.

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$ равен …

1. $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
2. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$,
3. $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$,
4. $\frac{\sin^3 x}{3} + C$.

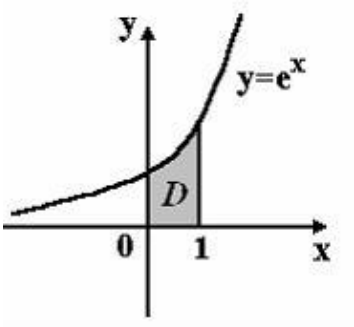
Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 5} dx$ равен …

1. $\frac{3}{2}\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) + \arcsin(x-2) + C$
2. $\frac{3}{2}\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) - 2\arcsin(x-2) + C$
3. $3\ln\left(x^2 - 4x + 5\right) - 2arctg(x-2) + C$
4. $arctg(x-2) + C$

Вопрос №9. F(x) – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1}\ln 9$, тогда разность F(3)−F(2) равна …

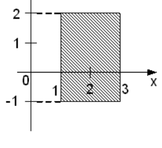
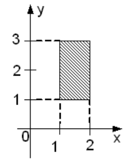
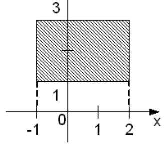
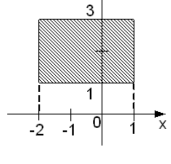
1. 72
2. 9
3. 1
4. 0

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции **D** равна …



1. $e - 1$
2. e
3. 2
4. $e + 1$

Вопрос №11. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_1^3 dx \int_{-1}^2 f(x,y)dy$ является прямоугольник …

1. 
2. 
3. 
4. 

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^2 dy$ равен …

1. 4
2. $\dfrac{1}{2}$
3. -1
4. 0

Вопрос №13. Даны точки $\boldsymbol{O}(0;0)$ и $\boldsymbol{A}(2;2)$. Интеграл $3\int_L (x+y)dx$ по ***контуру*** **L=OA** равен …

1. 2
2. 0
3. 8
4. 12

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1. $y' + y = x^3 + 1$,
2. $(y^2 - x)dx + (y + x^2)dy = 0$,
3. $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x}dx = 0$,
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вопрос №15. Интеграл $3\int_L y^2dx + 2xydy$ не зависит от контура интегрирования. Значение интеграла по контуру окружности радиуса $\boldsymbol{R}$ с центром в начале координат равно …

1. $2\pi R$
2. 0
3. πR^2
4. R

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = y^2 \ln x$:

1. с разделяющимися переменными,
2. однородное,
3. уравнение Бернулли,
4. линейное.

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$, удовлетворяющим начальным условиям $y(0) = 0$, является функция:

1. $\sqrt[3]{y} = x$
2. $y = -x^3$
3. $y = x^3$,
4. $y = -x$.

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 18y = 0$ является …

1. $y = Ce^{-3x}\cos 2x$,

2. $y = e^{-3x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$,
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$,
4. $y = e^{2x}\left(C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x\right)$.

Вопрос №19. Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(2)$ равно …

1. 1,
2. 0,
3. 5,
4. 2.

Вопрос №20. Для ряда $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \ldots$ формула n-го члена равна …

1. $u_n = \frac{8}{2^n}$,
2. $u_n = \frac{3}{2n}$,
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$,
4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$.

Вопрос №21. Ряд $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$:

1. знакочередующийся,
2. степенной ряд,
3. знакопеременный,
4. знакоположительный.

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:

1. признак Коши,
2. признак Даламбера,
3. достаточный признак расходимости,
4. признак Лейбница.

Вопрос № 23. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ (*):

1. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x} = \ln \ln x \Big|_2^{\infty} = \infty$, $\Rightarrow$ (*) расходится по интегральному признаку Коши.
2. $u_n = \frac{1}{n \ln n} < \frac{1}{n \cdot n} = \frac{1}{n^2} = v_n$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится, $\Rightarrow$ (*) сходится по признаку сравнения.
3. $\lim_{n \to \infty} u_n = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n \ln n} = 0$, $\Rightarrow$ (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.
4. $u_n = \frac{1}{n \ln n} > \frac{1}{n \cdot n} = \frac{1}{n^2} = v_n$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится, $\Rightarrow$ (*) сходится по признаку сравнения.

Вопрос №24. Общий член ряда Маклорена для функции $y = 2\sin x$ имеет вид:

2. $2(-1)^{\mathrm{n}}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$,

2. $\frac{x^{2n}}{2n+1}$,

3. $\frac{x^{2n+1}}{2n}$,

4. $\frac{x^{n+1}}{3n}$.

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-16}}$ линии уровня – это …

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos\frac{\pi nx}{e} + b_n\sin\frac{\pi nx}{e})$ коэффициент $\boldsymbol{a_n}$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi nx}{e}dx$,
2. $\frac{1}{e}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\frac{\pi nx}{e}dx$,
3. $\frac{1}{e}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi nx}{e}dx$,
4. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)dx$.

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $\mathrm{u} = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2$ равен …

1. $(2x - 2yz)\vec{\imath} + (2y - 2xz)\vec{\jmath} + (2z - 2xy)\vec{k}$,
2. $2x\vec{\imath} + 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$,
3. $x\vec{\imath} - y\vec{\jmath} + z\vec{k}$,
4. $x\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$.

Вопрос №28. Производная функции $u = x\mathrm{e}^y + ye^z - x^2$ в точке $A(1;\ 0;\ 0)$ по направлению к точке $B(2;\ 1;\ 0)$ равна …

1. $\frac{1}{\sqrt{3}}$,
2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$,
3. e,
4. $\frac{e}{\sqrt{2}}$.

Вопрос №29. Формула $\boldsymbol{\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}}$ представляет …

1. дивергенцию,
2. градиент,
3. ротор,
4. произведение по направлению.

Вопрос №30. Поле $\vec{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{6xy}\vec{\boldsymbol{\imath}} + (\boldsymbol{3x^2} - \boldsymbol{2y})\vec{\boldsymbol{\jmath}}$ является …

1. скалярным,
2. потенциальным,
3. соленоидальным,
4. векторным.

Вариант 3.

Вопрос №1. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5+4x^4+3x^2-1}{x^6+5x^5+4x}$ равен:

1. 2,
2. 2/5,
3. $+\infty$,
4. 0.

Вопрос №2. Предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{3x}$ равен:

1. e^3
2. ∞
3. $2e$
4. e^{-2}

Вопрос №3. Предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos(4x)}{2x^2}$ равен:

1. 4
2. 1/2
3. 2
4. ∞

Вопрос№ 4. Для функции $x^2y^2-x-y=b$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=\dfrac{1+2xy^2}{1-2x^2y}$

2. $y'(x)=\dfrac{1+2x^2y^2}{1-2x^2y^2}$

3. $y'(x)=\dfrac{1-2x^2y^2}{1+2x^2y^2}$

4. $y'(x)=-\dfrac{1-2xy^2}{1-2x^2y}$

Вопрос №5. Для функции $f(x)=3e^{2x}\cdot(1-3x)$ производная $f'(x)$ равна …

1. $f'(x)=-3e^{2x}$,
2. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)-3e^{2x}$,
3. $f'(x)=2e^{2x-1}\cdot(1-3x)+3e^{2x}$,
4. $f'(x)=6e^{2x}\cdot(1-3x)-9e^{2x}$.

Вопрос №6. Для функции $\begin{cases} x=4t+6t^2, \\ y=2t^2+4t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна …

1. $y'(x)=2t$,
2. $y'(x)=2t+6t^2$,
3. $y'(x)=2+6t$,

4. $y'(x)=\frac{t}{2}$.

Вопрос №7. Неопределенный интеграл $2\int \sin^2 x\cdot \cos x dx$ равен …

1. $3\sin^3 x-5\sin^5 x+C$,
2. $\sin^3 x-\sin^5 x+C$,
3. $-3\sin^3 x-5\sin^5 x+C$,
4. $2\frac{\sin^3 x}{3}+C$.

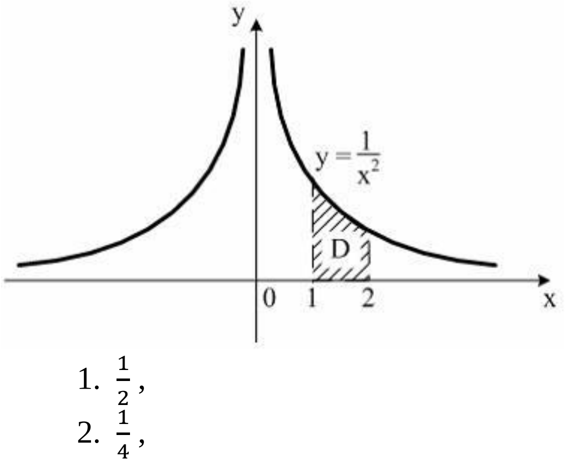
Вопрос №8. Неопределенный интеграл $\int \frac{4}{x^2-4x+5}dx$ равен …

1. $\frac{3}{2}\ln\left(x^2-4x+5\right)+\arcsin(x-2)+C$,
2. $\frac{3}{2}\ln\left(x^2-4x+5\right)-2\arcsin(x-2)+C$,
3. $3\ln\left(x^2-4x+5\right)-2arctg(x-2)+C$,
4. $4arctg(x-2)+C$.

Вопрос №9. F(x) – первообразная для функции $f(x)=9^{x-1}\ln 9$, тогда разность F(1)−F(0) равна …

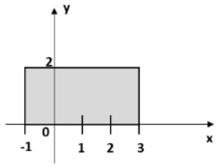
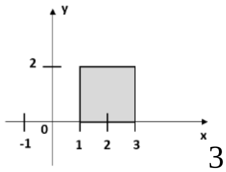
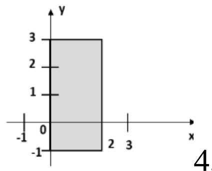
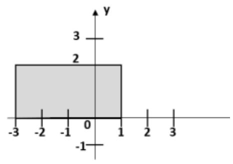
1. 8/9,
2. 9,
3. 1,
4. 0.

Вопрос №10. Площадь криволинейной трапеции D равна …



1. $\frac{1}{2}$,
2. $\frac{1}{4}$,
3. $\frac{1}{8}$,
4. 1.

Вопрос №11. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^{3}dx\int_{0}^{2}f(x,y)dy$ является прямоугольник …

1. 
2. 
3. 
4. 

Вопрос №12. Повторный интеграл $\int_0^3 dx \int_0^3 dy$ равен …

1. 9,
2. $\frac{1}{2}$,
3. -1,
4. 0.

Вопрос №13. Даны точки ***O***(0;0) и ***A***(2;2). Интеграл $4\int_L (x+y)dx$ по ***контуру L=OA*** равен …

1. 2,
2. 0,
3. 8,
4. 16.

Вопрос №14. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1. $y'(y+e^x)+2xy=0$,
2. $xy'=\sqrt{x^2+y^2}$,
3. $(e^{2x}+1)dy+ye^{2x}dx=0$,
4. $y'(y^2+x)=2xy$.

Вопрос №15. Интеграл $2\int_L y^2dx+2xydy$ не зависит от контура интегрирования. Значение интеграла по контуру окружности радиуса $\boldsymbol{R}$ с центром в начале координат равно …

1. $2\pi R$
2. 0
3. πR^2
4. R

Вопрос № 16. Вид дифференциального уравнения $xy'+3y=y^2\ln x$:

1. с разделяющимися переменными
2. однородное
3. уравнение Бернулли
4. линейное

Вопрос №17. Частным решением дифференциального уравнения $(x^2-1)y'+2xy^2=0$, удовлетворяющим начальным условиям $y(0)=1$, является функция

1. $\frac{1}{y}=ln(x^2+1)+2$
2. $\frac{1}{y}=ln(x^2+1)+5$,

3. $-\frac{1}{y} = ln(x^2+1) - 1,$
4. $\frac{1}{y} = ln(x^2+1) + 1.$

Вопрос №18. Решением уравнения $y'' + 6y' + 10y = 0$ является …

1. $y = Ce^{-3x}\cos 2x$,
2. $y = e^{-3x}(C_1\cos x + C_2\sin x)$,
3. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x}$,
4. $y = e^{2x}\left(C_1\cos 3x - C_2\sin 3x\right)$.

Вопрос №19. Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(1)$ равно …

1. 1,
2. 0,
3. 5,
4. 2.

Вопрос №20. Для ряда $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots$ формула n-го члена равна …

1. $u_n = \frac{1}{2^n}$,
2. $u_n = \frac{3}{2n}$,
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$,
4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ $(n = 0,1,2,\ldots)$.

Вопрос №21. Ряд $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots$:

1. знакочередующийся,
2. степенной ряд,
3. знакопеременный,
4. знакоположительный.

Вопрос № 22. Для исследования сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n!}$$

(без использования асимптотической формулы Стирлинга) применяется:

2. признак Коши,
2. признак Даламбера,
3. достаточный признак расходимости,
4.признак Лейбница.

Вопрос № 23. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\, tg\frac{1}{\sqrt{n}}$ (*):

1. $u_n = \frac{1}{n} tg\frac{1}{\sqrt{n}} \sim \frac{1}{n\sqrt{n}}$ $(n\to\infty)$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ сходится, $\Rightarrow$ (*) сходится по признаку сравнения.

2. $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}\cdot\ tg\frac{1}{\sqrt{n}}\right) = 0$, $\Rightarrow$ (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.

3. $u_n = \frac{1}{n}\cdot\ tg\frac{1}{\sqrt{n}}$, $v_n = \frac{1}{n}$, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_n}{v_n} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{1/n\cdot tg 1/\sqrt{n}}{1/n} = \lim\limits_{n\to\infty} tg 1/\sqrt{n} = 0$. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ расходится, $\Rightarrow$ (*) расходится по признаку сравнения

4. $u_n = \frac{1}{n} tg\frac{1}{\sqrt{n}} < \frac{1}{n\sqrt{n}} = v_n$. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}$ сходится, $\Rightarrow$ (*) сходится по признаку сравнения.

Вопрос №24. Общий член ряда Маклорена для функции $y = 3\sin x$ имеет вид:

3. $3(-1)^{\text{n}}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$,

2. $\frac{x^{2n}}{2n+1}$,

3. $\frac{x^{2n+1}}{2n}$,

4. $\frac{x^{n+1}}{3n}$.

Вопрос №25. Для скалярного поля $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-9}}$ линии уровня – это …

1. параболы,
2. окружности,
3. гиперболы,
4. эллипсы.

Вопрос №26. В выражении $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos\frac{\pi n x}{e} + b_n\sin\frac{\pi n x}{e})$ коэффициент $\boldsymbol{a_n}$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
2. $\frac{1}{e}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
3. $\frac{1}{e}\int_{-e}^{e} f(x)\cos\frac{\pi n x}{e}dx$,
4. $\frac{1}{\pi}\int_{-e}^{e} f(x)dx$.

Вопрос №27. Градиент скалярного поля $\mathrm{u} = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$ равен …

1. $(2x - 2yz)\vec{\imath} + (2y - 2xz)\vec{\jmath} + (2z - 2xy)\vec{k}$,
2. $2x\vec{\imath} + 2y\vec{\jmath} - 2z\vec{k}$,
3. $x\vec{\imath} - y\vec{\jmath} + z\vec{k}$,
4. $x\vec{\imath} - 2y\vec{\jmath} + 2z\vec{k}$.

Вопрос №28. Ротор векторного поля $\vec{F} = (xyz)\vec{\imath} + (4x - y + z)\vec{\jmath} + (y^2 + z)\vec{k}$ равен ...

1. $(yz;\ -1;\ 2z)$,
2. $(2y-1;\ -xy;\ 4-xz)$,
3. $(yz-1+2z)$,
4. $(xy;\ 2y;\ 3)$.

Вопрос №29. Векторное поле $\vec{\boldsymbol{a}} = (\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z})\vec{\boldsymbol{\imath}} + (\mathbf{x}+\mathbf{z})\vec{\boldsymbol{\jmath}} + (\mathbf{x}+\mathbf{y})\vec{\boldsymbol{k}}$ будет потенциальным, когда …

1. $\operatorname{rot}\vec{\boldsymbol{a}} = 0$,
2. $\operatorname{rot}\vec{\boldsymbol{a}} = x\vec{\boldsymbol{\imath}}$,
3. $\operatorname{rot}\vec{\boldsymbol{a}} = 2y\vec{\boldsymbol{\jmath}}$,
4. $\operatorname{rot}\vec{\boldsymbol{a}} = 3\vec{\boldsymbol{k}}$.

Вопрос №30. Производная функции $u = x^2 + y^2 - z^2$ в точке $A(1;\ 1;\ 1)$ по направлению к точке $B(-1;\ 0;\ 1)$ равна …

1. $\frac{2}{\sqrt{5}}$,
2. $-\frac{6}{\sqrt{5}}$,
3. $\frac{\sqrt{5}}{3}$,
4. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Приложение 2

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ С ОЦЕНКОЙ (ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР)

1. Понятие функции. Основные свойства функций.
2. Основные элементарные функции их графики и свойства.
3. Понятие числовой последовательности, свойства. Предел бесконечной числовой последовательности (определение и его геометрический смысл). Теорема Вейерштрасса. Число е.
4. Определение предела функции и его геометрическое истолкование. Связь функции с ее пределом с бесконечно малой величиной. Арифметические операции над пределами. Понятие неопределенности. Способы раскрытия неопределенностей.
5. Первый замечательный предел, его следствия.
6. Второй замечательный предел, его следствия.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Связь бесконечно малых и бесконечно больших функций.
8. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые, их использование при нахождении пределов.
9. Понятие непрерывной функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях.
10. Определение точек разрыва функции и их классификация.

Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Уравнения касательной и нормали.

11. Основные правила дифференцирования (производная суммы, произведения, частного; производная сложной и обратной функций). Таблица производных.
12. Логарифмическая производная, производная функций, заданных неявно и параметрически.
13. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
14. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора, ее смысл.
15. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их геометрическая интерпретация.
16. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей $0\cdot\infty$, $\infty-\infty$, 1^{∞}, ∞^{0}, 0^{∞} с помощью правила Лопиталя.
17. Возрастание и убывание функции, необходимое и достаточное условия монотонности.
18. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума. Критические точки. Достаточное условие экстремума.
19. Направление выпуклости, точки перегиба.
20. Асимптоты графика функции: вертикальные, горизонтальные, наклонные.
21. Общая схема исследования функции.
22. Неопределенный интеграл: определение, свойства, таблица основных интегралов.
23. Основные методы интегрирования: замена переменной, внесение под знак дифференциала, интегрирование по частям.
24. Интегрирование простейших дробей. Общее правило интегрирования рациональных функций.
25. Специальные методы интегрирования тригонометрических функций.
26. Специальные методы интегрирования иррациональных функций.
27. Определенный интеграл: определение, свойства.
28. Связь неопределенного интеграла с определенным. Формула Ньютона-Лейбница.
29. Основные методы вычисления определенного интеграла.
30. Геометрические приложения определенного интеграла.
31. Несобственный интеграл 1 рода, признаки сходимости.
32. Несобственный интеграл 2 рода, признаки сходимости.
33. Функция нескольких переменных: определение и графическое изображение, область определения, линии уровня, предел, непрерывность

34. Частные производные первого и второго порядков: определение, правила нахождения.
35. Экстремум функции двух переменных. Исследование на экстремум функции двух переменных.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ИТОГОВОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ (ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР)

Задание 1. Найти пределы: $\lim_{x\to\infty}\frac{7x^4+2x^3-1}{3x^4-2x^2-2}$; $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2+x-2}$.

Задание 2. Исследовать на непрерывность функцию $y=\begin{cases}3x, & x<0\\ sinx, & 0\le x<1\\ 3cosx, & x\ge 1\end{cases}$

Задание 3. Число 36 разложить на два таких множителя, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

Задание 4. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{x^2+1}{(x^3+3x+1)^2}\,dx$;

б) $\int_0^2 \ln(x^2+4)\,dx$;

в) $\int_0^3 \frac{4x}{\sqrt[3]{(3x-8)^2}-2\sqrt[3]{3x-8}+4}\,dx$.

Задание 5. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной заданными линиями, вокруг оси Ox.

$y=\sin x,\ \ y=0,\ \ 0\le x\le\pi$

Задание 6. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_0^\infty x\cdot e^{-x^2}\,dx$;

б) $\int_e^\infty \frac{dx}{x\cdot\sqrt[3]{\ln^2 x}}$;

в) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$

Задание 7. Найти область определения функции двух переменных (сделать чертеж): $z=\sqrt{y-x^2+3}$

Задание 8. Исследовать на экстремум функцию двух переменных

$z=x^3+8y^3-6xy+5$.

Задание 9. Найти область определения функции двух переменных (сделать чертеж): $z=\sqrt{y-x^2+3}$

Приложение 3

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ (ВТОРОЙ СЕМЕСТР)

1. Понятие интеграла по фигуре (интеграл Римана). Определение двойного интеграла, его свойства
2. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
3. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
4. Приложения кратных интегралов.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка (основные определения):
6. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка и способы их решения.
7. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
8. ЛОДУ высшего порядка: определение, понятие фундаментальной системы решений, структура общего решения.
9. ЛОДУ высшего порядка с постоянными коэффициентами (характеристическое уравнение, вид общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения)
10. ЛНДУ высшего порядка с постоянными коэффициентами: метод вариации произвольной постоянной.
11. ЛНДУ высшего порядка с постоянными коэффициентами: структура общего решения; виды частных решений для уравнений со специальной правой частью.
12. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимый признак сходимости числового ряда. Достаточный признак расходимости. Гармонический ряд.
13. Знакоположительные ряды. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.
14. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница.
15. Степенной ряд. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
16. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора и ряд Маклорена. Разложение в степенной ряд основных элементарных функций.
17. Приложения рядов к приближенным вычислениям. Скалярное поле: определение, скалярные и векторные дифференциальные характеристики (производная по направлению, градиент).
18. Векторное поле: определение, скалярные и векторные дифференциальные характеристики (дивергенция, ротор).
19. Работа силового поля. Линейный интеграл, его вычисление. Условие независимости линейного интеграла от пути интегрирования.
20. Циркуляция векторного поля. Формула Грина.
21. Простейшие классы векторных полей и их характеристики.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ (ВТОРОЙ СЕМЕСТР).

1. Найти линию, проходящую через точку M(3,-1) и обладающую свойством: отрезок любой ее касательной, заключенный между координатными осями, делится в точке касания в отношении 3: 2.
2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \frac{y^2}{x^2+y^2}dxdy$, где $D = \{x^2+y^2 \le 2x\}$.
3. Вычислить $\int\limits_l ydl$, если l задана уравнением $\rho = 6\cos\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.

4. Найти работу вектор-силы $\overline{F}(x,y) = xy\bar{i} + y^2\bar{j}$ на криволинейном пути $L: x = t^2, y = 2t, 0 \le t \le 1.$

5. Вычислить $\iint\limits_D xdxdy$, если D ограничена линиями $x = y^2, y = -1, x = 0.$

6. Вычислить $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{(x^2+y^2)^7}}$, где D – правая половина кольца $1 \le x^2 + y^2 \le 4.$

7. Определить, какие ряды сходятся: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n}{n+3}\right)^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n^4}{(n+1)^4}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)^7}$.

8. Исследовать на сходимость ряды: 1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+5)!}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+1)^{1/3}}$.

9. Найти область сходимости функционального ряда:

а) $\frac{x+1}{1\cdot 2} + \frac{(x+1)^2}{2\cdot 2^2} + \frac{(x+1)^3}{3\cdot 2^3} + \dots + \frac{(x+1)^n}{n\cdot 2^n} + \dots$

б) $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots \frac{1}{x^n} + \dots$

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}$

г) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}2^{3n+1}(x+1)^n$

д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{n^3\cdot 6^n}$.

10. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - y\,\mathrm{tg}\,x = \frac{e^{2x}}{\cos x}$.

11. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x} - 2\sin\frac{y}{x}$.

12. Среди перечисленных дифференциальных уравнений найти уравнения в полных дифференциалах:

1) $(5 - x^2 + 3xy^2)dx - (2y^2 + 3x^2y)dy = 0;$

2) $(xy^4 + x^2 + 3)dx + (y^2 + 2x^2y^3)dy = 0;$

3) $(2x^2 + y^2 - 3)dx + (y^2 + 2x^2y)dy = 0.$

13. Решить дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка:

1	$y'' = e^{-3x} + \sqrt{x^5} + 4 - \frac{9}{x^3}$	2	$y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}, \quad y(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}, \quad y'(\frac{\pi}{4}) = 1$
3	$(y')^2 + 2yy'' = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1$	4	$y''ctgx + y' = 2$

14. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

1) $y''-7y'+12y=0;$ 2) $y''-2y'=0;$ 3) $y''-25y=0;$ 4) $y''-4y'+4y=0;$
5) $y''-4y'+13y=0;$ 6) $y''+9y=0$

15. Указать структуру общего решения уравнения
$y''-8y'+16y=12x^2-28x+e^{4x}$,
$y''-4y=8\sin 2x+3e^{2x}$.

16. Указать вид частного решения дифференциального уравнения
$y''-5y'=x^2e^{5x}$.
$y''+16y=x\sin 4x.$

17. Исследовать сходимость (расходимость) рядов

а) $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{9}+\frac{1}{17}+\cdots+\frac{1}{2^n+1}+\cdots$

б) $\frac{1}{\sqrt[3]{1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{2}}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt[3]{n}}+\cdots$

в) $\frac{1}{2-1}+\frac{1}{2^2-2}+\frac{1}{2^3-3}+\cdots+\frac{1}{2^n-n}+\ldots$

г) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\cdots+\frac{2n-1}{2^n}+\cdots$

д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{2n-1}}{(4n+3)!}$,

е) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n}{n^2+1}\right)^{2n}$,

ж) $\frac{2}{3}-\frac{3}{7}+\frac{4}{13}-\frac{5}{21}+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}(n+1)}{n^2+n+1}+\cdots$

з) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\alpha}{2^n}=\frac{\cos\alpha}{2}+\frac{\cos 2\alpha}{2^2}+\cdots$

и) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}$

18. Найти сумму ряда: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2-1}$

19. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{(2n+1)^3}$ сходится и вычислить приближенное значение его суммы, заменив ее суммой первых трех членов.

20. Вычислить с точностью до 0,00001

а) $\ln 1{,}01$ $\left(\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \cdots\right)$

б) $\int\limits_0^{0{,}5} \frac{1-\cos x}{x^2}\,dx$

21. Вычислить двойной интеграл

а) $\iint\limits_D (1+x-5y)\,dxdy$, где область интегрирования D задана неравенствами: $x \geq 0,\ y \geq 0$, $x + 3y \leq 3$;

б) $\iint\limits_D (1+x+2y)^2\,dxdy$, где область интегрирования D задана неравенствами: $x \geq 0,\ y \geq 0$, $3x + 2y \leq 6$;

в) $\iint\limits_D (1+x+2y)^2\,dxdy$,где область интегрирования D задана неравенствами: $x \geq 0,\ y \geq 0$, $3x + 2y \leq 6$.

22. Вычислить криволинейный интеграл:

а) $\int\limits_L (4x+2y)dx + (3x-6y)dy$, где L - часть кривой, заданной уравнением $y = 2\sqrt[4]{x^3}, \quad 0 \leq x \leq 1$

б) $\int\limits_L (x+y)dx + (3x-y^2)dy$, где L - часть кривой , заданной уравнением:

$y = 2x^3 + 2x, \quad 0 \leq x \leq 2$.

в) $\int\limits_L (x+y)dx + (3x-y^2)dy$, где L - часть кривой , заданной уравнением:

$y = 2x^3 + 2x, \quad 0 \leq x \leq 2$

Приложение 3 (продолжение)

Образец экзаменационного билета

КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Экзаменационный билет № 0

Дисциплина:	Математический анализ	Специальность:	**10.05.03**
Семестр:	2		
Кафедра:	ПМИТ		

1.	Сходимость и расходимость числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Ряды с неотрицательными членами. Критерий Коши сходимости ряда с неотрицательными членами.
2.	Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
3.	1. Найти линию, проходящую через точку M(3,-1) и обладающую свойством: отрезок любой ее касательной, заключенный между координатными осями, делится в точке касания в отношении 3: 2. 2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \frac{y^2}{x^2+y^2}\,dxdy$, где $D = \{x^2+y^2 \le 2x\}$. 3. Исследовать сходимость (расходимость) ряда $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{9}+\frac{1}{17}+\dots+\frac{1}{2^n+1}+\cdots$