



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по НР
Н.А. Кострикова
02.09.2024 г.

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине
для подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре
(приложение к рабочей программе дисциплины)

ЭКОНОМЕТРИКА

**Группа научных специальностей
5.2 ЭКОНОМИКА**

**Научная специальность
5.2.3. РЕГИОНАЛЬНАЯ И ОТРАСЛЕВАЯ ЭКОНОМИКА**

Отрасль науки: экономические науки

Институт отраслевой экономики и управления

РАЗРАБОТЧИК

Кафедра экономической теории и инструментальных
методов

ВЕРСИЯ

1

ДАТА ВЫПУСКА

18.02.2022

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины логически и содержательно-методически готовит аспирантов к проведению научно-исследовательской работы с опорой на достижения отечественной и мировой науки.

В результате изучения дисциплины «**Эконометрика**» аспирант должен:

Знать:

- методологию и этапы эконометрического исследования и моделирования от этапов системного подхода и постановки экономической задачи до этапов верификации моделей и интерпретации результатов моделирования;
- современные эконометрические методы и модели процессов, которые относятся к сфере профессиональной деятельности.

Уметь:

- формулировать экономические проблемы и задачи по их решению, в том числе планировать этапы эконометрического исследования и моделирования, наполнять их целями, содержанием, методами, требованиями к результатам;
- разрабатывать эконометрические модели исследуемых экономических процессов, анализировать их, выбирать лучшие варианты решений на основе различных критериев.

Владеть:

- навыками разработки и применения эконометрических моделей в области экономических процессов;
- навыками применения программных средств для решения эконометрических задач в области расчётов, анализа, графического представления результатов.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине - зачёта.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля относятся:

- контрольные вопросы, тесты и другие письменные и устные задания по дисциплине.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине относятся:

- отчёт о выполнении индивидуальных письменных заданий – на занятиях в аудитории и в форме самостоятельной работы;
- вопросы к зачёту.

К сдаче зачёта допускаются аспиранты, получившие резолюцию «к защите» на «Отчёте о выполнении самостоятельной работы».

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

3.1 Образцы тестовых заданий для текущего контроля

Тестовые задания в виде 2-х вариантов приведены в приложении А. Они распределены по 5-ти темам:

- Тема 1. Теория и практика эконометрического моделирования.
- Тема 2. Построение парных и множественных регрессионных моделей.
- Тема 3. Техника построения эконометрических моделей.
- Тема 4. Временные ряды и прогнозирование.
- Тема 5. Обобщённая линейная модель. Гетероскедастичность и автокорреляция остатков.

В каждом из вариантов по темам соответственно даётся число тестовых заданий: 4, 8, 4, 4, 4, итого 24 задания, в обоих вариантах 48 заданий. Задания состоят в основном в выборе одного из трёх вариантов правильного ответа.

В приложении Д даны ключи правильных ответов на тестовые задания.

3.2 Типовые задания для текущего контроля на практических занятиях

Типовые задания приведены в приложении Б. Они распределены по 5-ти темам, названия тем см выше или в приложении Б. Задания состоят из перечня задач и перечня теоретических вопросов. Количество и структура типовых заданий отражена в таблице 1. Таблица 1 – Количество и структура типовых заданий.

Номер темы	Число задач	Число вопросов
1	10	20
2	14	24
3	10	20
4	10	20
5	8	20
Тем всего 5	Задач всего 52	Вопросов всего 104

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

4.1 Типовые задания для промежуточного контроля (отчёта о самостоятельной работе)

Отчёт состоит из ответов на 2 теоретических вопроса и решения 5-ти задач.

Задача-1, по сути, является целостным исследованием, она решается вручную – это принципиально важно. Для этой и других задач каждый аспирант получает индивидуальные исходные данные. Задачи 2-5 решаются в среде Excel (в их числе решается и задача-1.).

Подробное описание отчёта о самостоятельной работе см в приложении В.

4.2 Вопросы для промежуточной аттестации – зачёта по дисциплине

Ответы на эти вопросы используются как непосредственно на зачёте, так и в отчётах о самостоятельной работе. Перечень вопросов дан в приложении Г. Вопросы разбиты по темам, имеют сквозную нумерацию и охватывают весь материал. Номера вопросов по темам: 1-7, 8-17, 18-27, 28-34, 35-42, итого 42 вопроса.

При защите отчёта и ответах на вопросы больше внимание следует уделять, во-первых, экономическому аспекту решаемых задач, а во-вторых, геометрическим образам алгебраических выражений. Без обращения к этим аспектам трудно усваивать материал и овладевать навыками применения математико-статистического инструментария в анализе экономических процессов.

В таблице 2 дана система оценок и критерии их выставления.

Таблица 2 – Система оценок и критерии их выставления

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0-40%	41-60%	61-80 %	81-100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
1. Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно-корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полной знаниями и системным взглядом на изучаемый объект
2. Работа с информацией	Не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи
3. Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта	Не может делать научно корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задачи данные	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи
4. Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

Фонд оценочных средств по дисциплине «Эконометрика»

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0-40%	41-60%	61-80 %	81-100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
	предложенный алгоритм, допускает ошибки	алгоритмом	алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Эконометрика» представляет собой образовательный компонент программы высшего образования – программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре ФГБОУ ВО «КГТУ» по научной специальности **5.2.3. «Региональная и отраслевая экономика».**

Автор – к.э.н., доцент, доцент кафедры экономической теории и инструментальных методов Ю.Я. Настин.

Фонд оценочных средств по дисциплине Эконометрика рассмотрен и одобрен на заседании кафедры экономической теории и инструментальных методов (протокол № 6 от 18 февраля 2022 г.)

Заведующий кафедрой экономической

теории и инструментальных методов

д.э.н., профессор Л. И. Сергеев

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании методической комиссии института отраслевой экономики и управления (протокол № 2 от 25 февраля 2022).

Председатель методической комиссии

института к.э.н., доцент М.Г. Побегайло

Согласовано

Начальник УПК ВНК

к.т.н., доцент Н.Ю. Ключко

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Образцы тестовых заданий для текущего контроля

А.1 Вариант 1

Тема 1. Теория и практика эконометрического моделирования

- 1) Предмет эконометрики – это:
- А) массовые экономические явления с их взаимосвязями;
 - Б) экономическая теория (макро и микроэкономика, мировая экономика);
 - В) региональные и отраслевые экономики страны.
- 2) Формально и строго регрессия записывается так:
- А) $y = \sum X_i$;
 - Б) $\varphi(X) = M(Y|X)$;
 - В) $\hat{y} = b_0 + b_1x$.
- 3) Выражение $\hat{y} = b_0 + b_1x$ называют *парным* уравнением регрессии, так как:
- А) в правой части - две переменных;
 - Б) оно является суммой факторных переменных;
 - В) в нём присутствует пара переменных: x и y .
- 4) Тип асимптоты у функции Торнквиста $y_1(x)$ - для предметов 1-й необходимости:
- А) вертикальная;
 - Б) наклонная;
 - В) горизонтальная.

Тема 2. Построение парных и множественных регрессионных моделей

- 5) Суть МНК-метода состоит в нахождении значений параметров b_0 и b_1 уравнения регрессии, которые доставляют минимум сумме S :
- А) отклонений наблюдаемых значений от теоретических;
 - Б) модулей отклонений наблюдаемых значений от теоретических;
 - В) квадратов отклонений наблюдаемых значений от теоретических.
- 6) Установить соответствие между формулой и её формулировкой:
- | | |
|----------------------------|--------------------------------------|
| 1. $\bar{x} \cdot \bar{y}$ | 1. квадрат среднего x ; |
| 2. $\bar{x} \cdot \bar{y}$ | 2. произведение средних x и y ; |
| 3. \bar{x}^2 | 3. среднее квадрата переменной x ; |
| 4. \bar{x}^2 | 4. среднее произведения x на y ; |
- 1-___; 2-___; 3-___; 4-___.
- 7) Если b_0 будет увеличиваться, то прямая линия $\hat{y} = b_0 + b_1x$, будет:
- А) подниматься вверх параллельно самой себе;
 - Б) поворачиваться против часовой стрелки;

В) опускаться вниз параллельно самой себе.

8) Если b_1 будет уменьшаться, то прямая линия $\hat{y} = b_0 + b_1x$, будет:

А) подниматься вверх параллельно самой себе;

Б) поворачиваться против часовой стрелки;

В) поворачиваться по часовой стрелке.

9) Множественный регрессионный анализ изучает модели, у которых число объясняющих переменных:

А) одна; Б) две; В) больше одной.

10) Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии требует выполнения предпосылок:

А) четыре; Б) пять; В) шесть.

11) Выражение $s^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-p-1}$ служит для оценки:

А) коэффициента регрессии β ;

Б) коэффициента корреляции ρ ;

В) остаточной дисперсии σ^2 .

12) Коэффициент детерминации R^2 характеризует:

А) долю вариации переменной Y , обусловленную изменением переменных X ;

Б) величину доверительного интервала для неизвестного значения $M_x(Y)$;

В) среднее отклонение факторной переменной X .

Тема 3. Техника построения эконометрических моделей

13) Значение определителя матрицы $C = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ равно:

А) +1; Б) -3; В) 0.

14) Третий шаг отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) :

А) Вычисляем парные коэффициенты корреляции;

Б) Формируем исходный набор факторов;

В) Ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице (r_{ij}) .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

А) больше 0,4; Б) меньше 0,4; В) больше 1,0.

16) Класс степенной функции $y = \beta_0 x^{\beta_1} \varepsilon$: она нелинейная:

А) относительно своих переменных, но линейная по параметрам;

Б) по параметрам, но внутренне линейная;

В) по параметрам и внутренне нелинейная.

Тема 4. Временные ряды и прогнозирование

17) Четвёртой составляющей временного ряда называют компоненту:

- А) случайную; Б) циклическую; В) сезонную.

18) Два свойства отклонений ε_t в классической линейной регрессионной модели, которые позволяют назвать ε_t белым шумом:

- А) $M(\varepsilon_t)=0$;
Б) нестационарность ε_t .
В) некоррелированность ε_t между собой;
Г) гетероскедастичность.

19) При росте лага τ колебания коррелограммы, как правило:

- А) усиливаются; Б) затухают; В) не затухают.

20) Для временного ряда $y=\{5, 7, 11, 12, 13\}$ первое значение сглаженного ряда методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания $m=3$, имеет значение:

- А) $z_2=7,0$; Б) $z_2=8,7$; В) $z_2=7,7$.

Тема 5. Обобщённая линейная модель. Гетероскедастичность и автокорреляция остатков

21) Два признака отличия обобщённой модели от классической - по виду ковариационной матрицы отклонений, в которой:

- А) ковариации отклонений произвольные;
Б) коэффициенты корреляции произвольные, но положительные;
В) отсутствуют гетероскедастичность и автокорреляция;
Г) дисперсии отклонений произвольные.

22) Оценка вектора b обобщённой модели устанавливается теоремой Айткена, в которой определяется соответствующая формула:

- А) $b=(X'X)^{-1}X'Y$; Б) $b^*=(X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y$; В) $b_1=(\bar{x}\bar{y}-\bar{x}\bar{y})/(\bar{x}^2-\bar{x}^2)$.

23) Сущность гетероскедастичности состоит в том, что имеет место корреляция:

- А) $\rho(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \neq 0$;
Б) $\rho(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$;
В) $\rho(x_i, \varepsilon_j) \neq 0$.

24) Для модели с гетероскедастичностью оценка b , найденная обычным МНК-методом, обладает тройкой свойств:

- А) несмещённая, состоятельная, неэффективная;
Б) смещённая, состоятельная, эффективная;
В) несмещённая, несостоятельная, неэффективная.

А.2 Вариант 2

Тема 1. Теория и практика эконометрического моделирования

- 1) Метод эконометрики является симбиозом:
- А) математической статистики и математики;
 - Б) методов из экономики, статистики, математики и информатики;
 - В) методов из математической статистики и системного анализа.
- 2) Регрессией в строгом смысле называется:
- А) уравнение регрессии, например, $\hat{y} = b_0 + b_1x$;
 - Б) условное математическое ожидание СВ Y как функции от X ;
 - В) обратная зависимость Y от переменных X .
- 3) Установить соответствие терминов и их определений:
- | | |
|------------------|---|
| 1. аппроксимация | 1. соединение всех точек непрерывной плавной линией |
| 2. интерполяция, | 2. сглаживание, выявление тренда |
| 3. экстраполяция | 3. продление линии тренда за пределы области определения процесса |
- 1-___; 2-___; 3-___.
- 4) Установить соответствие между именами переменных и их синонимами:
- | | |
|-------------------|---|
| 1. факторная | 1. ошибка, возмущение, остаток |
| 2. результирующая | 2. объясняемая, зависимая, выходная, эндогенная |
| 3. отклонение | 3. объясняющая, входная, экзогенная, регрессор |
- 1-___; 2-___; 3-___.

Тема 2. Построение парных и множественных регрессионных моделей

- 5) Если b_1 будет увеличиваться, то прямая линия $\hat{y} = b_0 + b_1x$ будет:
- А) подниматься вверх параллельно самой себе;
 - Б) поворачиваться против часовой стрелки вокруг точки $(0; b_0)$;
 - В) поворачиваться по часовой стрелке вокруг точки $(0; b_0)$.
- 6) Если $b_1=1$, то угол наклона линии регрессии $\hat{y} = b_0 + b_1x$ равен:
- А) 45° ;
 - Б) 60° ;
 - В) 30° .
- 7) Доверительный интервал прогноза при прочих равных тем больше, чем:
- А) больше выборка;
 - Б) больше значение результирующей переменной;
 - В) меньше выборка.
- 8) Несмещенной называется оценка $\tilde{\theta}$ параметра θ , у которой:
- А) минимальная дисперсия;
 - Б) максимальное математическое ожидание;
 - В) математическое ожидание равно оцениваемому параметру.

9) Значение определителя матрицы $C = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ равно:

- А) 0; Б) +3; В) -1.

10) Значения вектора b для множественной регрессии находятся МНК-методом по формуле:

- А) $b = M(\varepsilon \cdot \varepsilon')$; Б) $b = (X'X)^{-1}X'Y$; В) $b = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.

11) Доверительный интервал для регрессионного значения выручки магазина с площадью $X=11$:

- А) $\hat{y} - \Delta \leq M_x(X|Y=11) \leq \hat{y} + \Delta$
 Б) $\hat{y} + \Delta \leq M_x(Y|X=11) \leq \hat{y} - \Delta$;
 В) $\hat{y} - t_{1-\alpha, k} s_{\hat{y}} \leq M_x(Y|X=11) \leq \hat{y} + t_{1-\alpha, k} s_{\hat{y}}$.

12) Матрица парных коэффициентов корреляции для p факторных переменных:

- А) квадратная $p \times p$, симметричная;
 Б) имеет размерность $p \times p$, симметричная
 В) квадратная $p \times p$, несимметричная.

Тема 3. Техника построения эконометрических моделей

13) Коллинеарная пара векторов:

- А) (-3, 1) и (5, 0).; Б) (0, 4) и (1, 0); В) (2, 4) и (1, 2)

14) Второй шаг отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) :

- А) вычисляем парные коэффициенты корреляции r_{ij} ;
 Б) формируем исходный набор факторов;
 В) ищем наибольший по модулю коэффициент в матрице (r_{ij}) .

15) Процедуру отбора значимых факторов на основе матрицы (r_{ij}) остановить, если больше нет коэффициентов корреляции со значением по модулю:

- А) больше 0,5; Б) меньше 0,4; В) больше 1,0.

16) Для функции Кобба-Дугласа выбрать последовательность наименований 3-х

переменных, соответствующую порядку их расположения в её формуле $\hat{Y} = AK^\alpha L^\beta$:

- А) затраты капитала, объём производства, затраты труда;
 Б) объём производства, затраты труда, затраты капитала;
 В) объём производства, затраты капитала, затраты труда.

Тема 4. Временные ряды и прогнозирование

17) Циклическая компонента временного ряда - это:

- А) прямая линия; Б) синусоида; В) экспонента.

18) Для «случайного» процесса $Y(t)=C$ корреляционная функция будет иметь вид:

А) прямой с отрицательным наклоном;

Б) синусоиды;

В) горизонтальной прямой $r=1$.

19) Для временного ряда $y=\{6, 4, 11, 12\}$ вычислить второе значение сглаженного ряда методом скользящих средних с интервалом сглаживания $m=3$, используя простую среднюю арифметическую:

А) $z_3=12,0$; Б) $z_3=10,0$; В) $z_3=9,0$.

20) Точность прогноза - это:

А) отрезок времени от настоящего в будущее, на который разрабатывается прогноз;

Б) его доверительный интервал для заданной доверительной вероятности;

В) отрезок времени от прошлого к настоящему, на основании которого строится прогноз.

Тема 5. Обобщённая линейная модель. Гетероскедастичность и автокорреляция остатков

21) Суть теста Голдфелда-Квандта на гетероскедастичность состоит в проверке значимости показателя F по критерию Фишера-Снедекора, где F – отношение суммы квадратов первых m значений к последним m значениям ($m \approx n/3$) переменной:

А) x_i^2 ; Б) e_i^2 ; В) y_i^2 .

22) Суть теста Уайта на гетероскедастичность состоит в проверке значимости уравнений регрессии, их модель имеет вид: $e_i^2=f(x_i)+u_i$, $i \in 1:n$. Гипотеза об отсутствии гетероскедастичности принимается, если:

А) все n регрессий незначимы;

Б) существует хотя бы одна незначимая регрессия;

В) все n регрессий значимы.

23) Устранение гетероскедастичности взвешенным МНК-методом предполагает специальное требование к ковариационной матрице возмущений Ω , она должна:

А) иметь такой вид: $\sum \epsilon = \sigma^2 E_n$;

Б) быть диагональной: $\sigma_{ij}=0$ при $i \neq j$, $i, j \in 1:n$;

В) иметь хотя бы один недиагональный элемент $\sigma_{ij} \neq 0$ при $i \neq j$, $i, j \in 1:n$.

24) Суть теста Дарбина-Уотсона состоит в определении наличия автокорреляции между соседними членами некоторой переменной; рассчитывается показатель d_i , равный отношению суммы квадратов разности членов к сумме квадратов членов. В качестве переменной берётся:

А) e_i ; Б) x_i ; В) y_i .

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Типовые задания для текущего контроля на практических занятиях

Всего задач 52, вопросов 104.

Тема 1. Теория и практика эконометрического моделирования**Решение задач**

Задача 1. Построить график функции $y_4(x)$ модели Л. Торнквиста (уравнение баланса), раскрыть её экономическое содержание.

Задача 2. Параметрический анализ функции. Построить в общем виде графики 3-х функций парных регрессий: $\hat{y} = b_0 + b_1x$; $\hat{y} = (b_0+c) + b_1x_1$; $\hat{y} = b_0 + (b_1+c)x_1$. Сделать выводы.

Задача 3. Раскрыть экономический смысл параметров b_0 и b_1 , если парная регрессия $\hat{y} = b_0 + b_1x$ – модель магазина, где x – площадь, y – суточная выручка.

Задача 4. Раскрыть экономический смысл параметров b_0 и b_1 , если парная регрессия $\hat{y} = b_0 + b_1x$ – модель зависимости затрат y (y – сумма постоянных и переменных затрат) – руб/год - от объёма производства x .

Задача 5. Раскрыть экономический смысл параметров b_0 , b_1 , b_2 регрессионной модели магазина $\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$, где x_1 – площадь магазина, x_2 – площадь паркинга, y – суточная выручка.

Задача 6. Вывести уравнение асимптоты $y=b_0$ для функции Торнквиста

$$y_1 = \frac{b_0 x}{b_1 + x}$$

используя правило Лопиталья. В чём экономический смысл этой асимптоты в модели потребления?

Задача 7. Вычислить значение 1-й производной 1-й функции Торнквиста в точке $(0;0)$. Как это знание помогает при построении линии $y_1(x)$, в чём экономический смысл этой производной.

Задача 8. Дана генеральная совокупность значений СВ X : (2, 4, 6, 3, 1). Вычислить генеральную среднюю арифметическую \bar{x}_r , а также все выборочные средние \bar{x} для $n=3$, сопоставить их, сделать выводы.

Задача 9. Дана генеральная совокупность значений СВ X : (2, 4, 6, 3, 1). Вычислить генеральную среднюю арифметическую \bar{x}_r , построить последовательность выборочных средних арифметических для $n=2, 3, 4$. Сделать выводы.

Задача 10. В графу 2таблицы дописать содержание этапа эконометрического моделирования.

Этап	Вписать содержание этапа
1 Постановочный	Формулирование ...
2 Априорный*(до опытный, предварительный)	Проведение ...
3 Информационный	Сбор ...
4 Моделирование	Выбор...

5 Идентификационный	Статистический ...
6 Оценка качества модели	Проверка ...
7 Интерпретация результатов моделирования	Анализ...

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 1

- 1) Расшифровать аббревиатуры: ЗР, МНК, МО, НЗР, СВ, СКО.
- 2) Что означают переменные с именами: m , n , p ?
- 3) Что означают выражения $D(X)$, $M_x(Y)$, $\sum_{i=1}^n X_i$?
- 4) Назовите 4 синонима термина «фактор X ».
- 5) Назовите 4 синонима термина «результатирующая переменная Y ».
- 6) Назовите 3 синонима термина «отклонение (ε или e)».
- 7) Дайте определение эконометрики как науки.
- 8) Что является предметом и методом эконометрики?
- 9) Дайте строгое определение регрессии, запишите её формульное выражение, создайте графический образ.
- 10) В чём отличие уравнения регрессии от регрессионной модели?
- 11) Сформулируйте содержательную постановку задачи-1 и задачи-2.
- 12) Дано: корреляционное поле и линия регрессии. На какие 2 класса линия разделяет магазины.
- 13) Модель Альтмана – уравнение регрессии, каким образом автор определял значения результирующей переменной Z ?
- 14) Каково назначение модели Альтмана, на какие классы оно делит – дискриминирует - предприятия?
- 15) Что общего у всех пяти факторов в модели Альтмана?
- 16) Имеет ли функция Торнквиста $y_2(x)$ – потребление товаров длительного пользования – асимптоту, если да, то каков её тип?
- 17) Перечислите трудности получения больших однородных выборок в экономике?
- 18) Что такое пространственные и временные выборки?
- 19) Что такое модель, математическая модель, моделирование?
- 20) В чём суть одного из принципов моделирования – принципа чёрного ящика?

Тема 2. Построение парных и множественных регрессионных моделей

Решение задач

Задача 1. МНК. Уравнение $\partial S / \partial b_0 = 2 \sum (b_0 + b_1 x_i - y_i) = 0$ привести к линейному виду $b_0 n + b_1 \sum x_i = \sum y_i$.

Задача 2. МНК. Уравнение $\partial S / \partial b_1 = 2 \sum (b_0 + b_1 x_i - y_i) x_i = 0$ привести к линейному виду $b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$.

Задача 3. Даны выборки двух СВ: $X = 1, 3, 5$ и $Y = 13, 10, 7$. Рассчитать коэффициент корреляции, выполнить анализ алгоритма решения задачи:

- 1) Выбираем рабочую формулу: $r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n s_x s_y}$.

- 2) Рассчитываем средние арифметические \bar{x} и \bar{y} .
- 3) Формула для расчёта дисперсий s_x^2 и s_y^2 : $s_x^2 = \sum(x - \bar{x})^2 / (n-1)$.
- 4) Подставляем все значения в рабочую формулу и вычисляем r_{xy} .

Задача 4. Определить графически и аналитически прогнозное регрессионное значение выручки \hat{y} для магазина-8 с площадью $x=11$ на основе уравнения регрессии $\hat{y} = 0,43 + 1,54x$. Выполнить анализ алгоритма решения задачи:

- 1) В координатах XOY строим прямую линии для уравнения регрессии $\hat{y}_i = 0,43 + 1,54x$.
- 2) Находим графически прогнозное значение выручки \hat{y}_i для $x=11$.
- 3) Вычисляем прогнозное значение выручки для $x=11$: $\hat{y}_i = 0,43 + 1,54 \cdot 11 = 17,37$.
- 4) Результаты п.п 3 и 4 должны совпадать.

Задача 5. В рамках модели магазина раскрыть смысл переменных и создать их графические образы в координатах XOY: $y_2, \bar{y}, \hat{y}_2, x_3, \hat{y}_2 - y_2, e_3, s_x, s$.

Задача 6. В рамках модели магазина раскрыть смысл переменных и создать их графические образы в координатах XOY: $\bar{x}, \hat{y}_2 - y_2, e_3, s_x, s$.

Задача 7. Дано: линейное двухфакторное уравнение регрессии $\hat{y} = 5 + 6x_1 - 2x_2$, выборочные средние: $\bar{x}_1 = 10, \bar{x}_2 = 20, \bar{y} = 25$. Найти частную функцию эластичности по переменной x_2 , проанализировать решение.

- 1) Искомая функция эластичности: $E_{x_2}(\hat{y}) = (\partial \hat{y} / \partial x_2) (x_2 / \hat{y}) = -2x_2 / (5 + 6x_1 - 2x_2)$.
- 2) Положим $\bar{x}_1 = 10$ и получим частную функцию эластичности $E(x_2) = -2x_2 / (65 - 2x_2)$.
- 3) Для $\bar{x}_2 = 20$ получим средний частный коэффициент эластичности \hat{y} по x_2 : $E_{\bar{x}_2} = \frac{-2 \cdot 20}{65 - 2 \cdot 20} = -1,60$.
- 4) Вывод: в окрестности выборочных средних увеличение x_2 на 1% приводит к уменьшению \hat{y} на 1,60%.

Задача 8. Для матрицы A найти матрицу, составленную из алгебраических дополнений (A_{ij}) – заполнить пробел.

Решение.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; (A_{ij}) = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix}; A_{11} = + \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3; A_{12} = - \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -10; \text{ и т.д. } (A_{ij}) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -10 \\ -5 & -2 & 17 \\ 7 & 3 & -25 \end{pmatrix}$$

Задача 9. Найти определитель матрицы A из задачи 8.

Решение. Это определитель 3-го порядка. Его можно вычислить непосредственно, а можно - путем разложения на определители 2-го порядка. Выберем 2-й подход:

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 6(-1) + 1(-10) = -1.$$

Задача 10. Для матрицы A из задачи 8, используя решение задачи 9, найти обратную матрицу A^{-1} .

Решение.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} (A_{ij})' = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -10 \\ -5 & -2 & 17 \\ 7 & 3 & -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & -7 \\ -1 & 2 & -3 \\ 10 & -17 & 25 \end{pmatrix}$$

Задача 11. Для матрицы A из задачи 8 и обратной матрицы A^{-1} из задачи 10 проверить, выполняется ли равенство: $A \cdot A^{-1} = E$, где E - единичная матрица (всюду нули, а на главной диагонали единицы).

Решение. $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 5 & -7 \\ -1 & 2 & -3 \\ 10 & -17 & 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Вывод: равенство выполняется,

следовательно, обратная матрица в задаче 10 найдена верно.

Задача 12. Вычислить остаточную дисперсию s^2 по формуле $s^2 = \frac{e'e}{n-p-1}$ и данным: $n=4$; $e' = (2, 4, 1, 3)$; $p=2$. Записать соответствующее уравнение регрессии в общем виде.

Задача 13. Вычислить доверительный интервал для σ^2 , используя данные задачи 12 и статистические таблицы.

Задача 14. Для парной регрессии (с переменной x_1) скорректированный коэффициент детерминации равен 0.90, а для регрессии с переменными x_1 и x_2 он равен 0.86. Какие можно сделать выводы.

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 2

- 1) Что общего и в чём отличие между параметрами уравнения регрессии β_0 , β_1 и b_0 , b_1 ?
- 2) Что общего и в чём отличие между коэффициентом корреляции r_{xy} и ковариацией $Cov(X, Y)$?
- 3) Какой вывод следует из того, что коэффициент корреляции $r_{xy}=0$?
- 4) Назовите пять предпосылок, которым должна отвечать классическая линейная нормальная парная регрессионная модель.
- 5) Дайте определения типам оценок: несмещенная, состоятельная, эффективная.
- 6) Какими свойствами обладают МНК-оценки b_0 и b_1 по теореме Гаусса-Маркова?
- 7) Определите понятия: доверительная вероятность, доверительный интервал.
- 8) Раскройте смысл понятия доверительного интервала для линии парной регрессии $\hat{y}(x)$ в точке $x=11$.
- 9) Верно ли суждение: чем больше доверительная вероятность, тем больше доверительный интервал?
- 10) Создайте графический образ доверительного интервала для коэффициента регрессии b_1 , желательнo привлечь функцию $\operatorname{tg}\alpha$.
- 11) Раскройте смысл понятия: оценка значимости регрессии.
- 12) Раскройте смысл выражения: $H_0: \beta_1=0$.
- 13) A и B матрицы; верно ли утверждение: $A \cdot B = B \cdot A$?
- 14) Какая модель называется классической ЛММР?

- 15) Какая модель называется нормальной КЛММР?
- 16) Нарисуйте в виде прямоугольников схему для матричного выражения регрессионной стохастической модели $Y = X\beta + \varepsilon$.
- 17) В чём состоит идея 6-й предпосылки для КНЛММР, что будет, если она не выполняется?
- 18) В чем смысл матричного выражения $\nabla_b S = 0_n$ (напомним, треугольничек – это вектор-градиент «набла»).
- 19) Какова размерность вектора параметров b в двухфакторном уравнении регрессии?
- 20) Что является неизвестным в матричном выражении: $X'X \cdot b = X'Y$?
- 21) Что означает дословно термин «ковариация»?
- 22) Какова размерность ковариационной матрицы векторной СВ (b_1, b_2) ?
- 23) Что означает Σ_b в выражении $\Sigma_b = \sigma^2(X'X)^{-1}$, приведите произвольный числовой пример выражения Σ_b .
- 24) В чем преимущество скорректированного коэффициента детерминации \widehat{R}^2 перед обычным коэффициентом детерминации R^2 ?

Тема 3. Техника построения эконометрических моделей

Решение задач

Задача 1. На плоскости XOY нарисовать два полностью и два частично коллинеарных вектора X_1, X_2 и X_3, X_4 . Записать и вычислить их скалярные произведения. Какое место в регрессионном анализе занимают эти вектора.

Задача 2. Построить корреляционную матрицу для выборок двух случайных величин: $X_1=(1, 2, 4)$, $X_2=(2, 4, 6)$. Провести по этой матрице отбор значащих факторов: X_1 и X_2 .

Задача 3. Без вычислений реализовать шаг за шагом процедуру отбора наиболее значимых факторов «методом вращения» для уравнения регрессии с переменными-кандидатами X_1-X_4 , иллюстрируя её графически, все значения назначать «предположительно».

Задача 4. Для критерия Чоу по трём выборкам строятся три регрессионные модели. Критерий: выборки различные, их нельзя объединять с уровнем значимости α (обычно $\alpha=0,05$), если выполняется неравенство - критерий Чоу:

$$F = \frac{(\sum e_i^2 - \sum' e_i^2 - \sum'' e_i^2)(n - 2p - 2)}{(\sum' e_i^2 + \sum'' e_i^2)(p + 1)} > F_{\alpha, p+1, n-2p-2}$$

где \sum - оператор суммирования по i от 1 до n (по отклонениям *объединенной* регрессии),

\sum' - оператор суммирования по i от 1 до n_1 (работники - женщины),

\sum'' - оператор суммирования по i от n_1+1 до n (работники - мужчины).

Задание: а) присвоить всем переменных в формуле произвольные правдоподобные значения, б) значение СВ F вычислить, в) значение F -критерия Фишера взять из таблицы (использовать МНК не нужно), г) экономическое содержание, например. такое: выборка по мужчинам и по женщинам, зарплата зависит от стажа.

Требуется определить: можно ли выборки по женщинам и мужчинам объединить в одну общую выборку.

Задача 5. Для модели магазина - линейной парной регрессии $\hat{y} = 0,43 + 1,54x$ - построить функцию эластичности, исследовать её, определить значение коэффициента эластичности для $x = \bar{x} = 3,43$ (млн. руб.), сформулировать его экономический смысл.

Задача 6. Дано парное уравнение регрессии со степенной функцией: $\hat{y} = 5 \cdot x^{1/2}$. Найти функцию и средний коэффициент эластичности. Выполнить анализ решения задачи.

Решение. По определению и путём преобразований функция эластичности примет вид:

$$E_x(\hat{y}) = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x} \cdot \frac{x}{\hat{y}} = 5 \cdot \frac{1}{2} x^{-1/2} \cdot \frac{x}{5 x^{1/2}} = 0,5.$$

Ответ: функция эластичности для степенной функции есть константа.

Задача 7. Дано: $b_2 = 3,6$; $s_{x2} = 2$; $s_y = 2,2$; формула $b_2' = b_2 s_{x2} / s_y$. Определить стандартизированное значение коэффициента регрессии.

Задача 8. Дано: формула для частного коэффициента корреляции и пример корреляционной матрицы:

$$R_{i-j, 1, 2, \dots, p} = - \frac{q_{ij}}{\sqrt{(q_{ii} q_{jj})}}, \quad i \neq j, \quad q_{p=3} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,7 & 1 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

Записать формулу для частного коэффициента корреляции $r_{1-2,3}$ - случай трех факторных переменных ($p=3$) - и вычислить его значение на основе корреляционной матрицы. Выполнить анализ решения задачи.

Решение. Построим алгебраические дополнения на основе матрицы, а затем и саму формулу ($i=1, j=2, k=3$):

$$q_{11} = +(1 - r_{23}^2) = 0,75 \quad q_{22} = +(1 - r_{13}^2) = 0,64 \quad q_{12} = -(r_{12} - r_{13} r_{23}) = -0,40$$

$$r_{1-2,3} = \frac{-(- (r_{12} - r_{13} r_{23}))}{\sqrt{[(1 - r_{23}^2)(1 - r_{13}^2)]}} = \frac{0,40}{\sqrt{(0,75 \cdot 0,64)}} = 0,58.$$

Ответ: частный коэффициент корреляция между x_1 и x_2 при исключении влияния x_3 : $r_{1-2,3} = 0,58$, его значение достаточно высоко.

Задача 9. Для условий задачи 9 и значений: $r_{12} = 0,6$; $r_{13} = r_{23} = 0,8$ вычислить частный коэффициент корреляции $r_{1-2,3}$.

Ответ: $r_{1-2,3} = -0,11$.

Задача 10. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена ρ_{xe} . Дано: $n=4$; разности $d_i = x_i - e_i$ между рангами значений x_i и e_i i -го объекта $(-2, 1, 1, 2)$. Рассчитать значение ρ_{xe} .

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 3

- 1) О каких векторах идёт речь при анализе на мультиколлинеарность.
- 2) Создайте числовой пример матрицы плана X с мультиколлинеарными векторами, для которой не выполняется 6-я предпосылка (о ранге матрицы).

- 3) Какие алгебраические и содержательные неприятности влечет высокая мультиколлинеарность?
- 4) Как выявляют и уменьшают степень мультиколлинеарности по матрице парных коэффициентов корреляции?
- 5) В чем суть отбора значащих факторов и уменьшения мультиколлинеарности методом «вращения» факторов?
- 6) Сколько нужно построить уравнений регрессий и вычислить значений коэффициентов детерминации R^2 при отборе факторов методом вращения для исходного набора из 4-х факторных переменных?
- 7) По какому признаку помимо мультиколлинеарности метод «вращения» отбраковывает факторные переменные - кандидаты на включение в регрессию.
- 8) Можно ли сказать, что алгебраическое выражение в критерии Чоу для СВ F есть отношение дисперсий?
- 9) Какая задача решается с помощью критерия Чоу?
- 10) Как выглядит функции $E(X)$ с низкой эластичностью и с высокой? Нарисуйте их.
- 11) Как выглядит функция эластичности для такого товара, как соль?
- 12) Формула для стандартизованного коэффициента регрессии $b_j' = b_j s_{xj} / s_y$. Какова его размерность (на примере модели магазина), что он показывает?
- 13) Что означают переменная и индексы в левой части формулы для частного коэффициента корреляции: « $r_{i-j,1,2,\dots,p} = \dots$ ».
- 14) Пусть атрибутивная переменная $X = \text{образование}$ имеет три значения: бакалавриат, специалитет, магистратура, $k=3$, сколько нужно фиктивных (булевских) переменных для её включения в регрессию?
- 15) Приведите пример задачи, которая решается с помощью критерия ранговой корреляции Спирмена.
- 16) Нарисуйте бинарное дерево классификации нелинейных регрессий.
- 17) К какому классу нелинейности относится регрессионная модель $y = \beta_0 + \beta_1/x + \varepsilon$?
- 18) Приведите степенную функцию $y = \beta_0 x^{\beta_1} \varepsilon$ к линейному виду. К какому классу нелинейности она относится?
- 19) Регрессионная стохастическая модель. Какие значения мультипликативного отклонения μ соответствуют значениям аддитивного отклонения $\varepsilon = 0$ и $\varepsilon < 0$?
- 20) В каких единицах могут измеряться переменные Y, K, L в функции Кобба-Дугласа?

Тема 4. Временные ряды и прогнозирование

Задача 1. Дан временной стационарный ряд $y = \{9, 7, 11, 9, 13, 10\}$ для моментов времени $t \in 1:6$. Найти его среднее и среднеквадратическое отклонение.

Задача 2. Дан временной стационарный ряд $y = \{9, 7, 11, 9, 13, 10\}$, $t \in 1:6$. Найти значения коэффициентов автокорреляции (значений корреляционной функции) для лагов $\tau=1$ и $\tau=2$, построить график коррелограммы.

Задача 3. Дан динамический ряд $t \in 1:7$, $y = \{6, 4, 8, 4, 6, 3, 9\}$. Найти значения корреляционной функции для лагов: $\tau=1, \tau=2$.

Задача 4. Дан временной ряд $y = \{9, 7, 11, 9, 13, 15\}$, $t \in 1:6$. Найти уравнение неслучайной составляющей (тренда), предполагая, что он линейный (использовать формулы для нахождения параметров парной линейной регрессии b_1, b_0).

Задача 5. Построить график для динамического ряда $t \in 1:7$, $y = \{6, 4, 8, 4, 6, 3, 9\}$, наложить на него график, получаемый с помощью модели AR(1) - авторегрессионной модели 1-го порядка $y_t = 5 + 0,2y_{t-1}$, сделать выводы.

Задача 6. Дан временной ряд $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$ для моментов времени $t \in 1:6$. Выполнить сглаживание методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания $m=3$ (здесь $k=1$). Продолжить вычисления для z_4 и z_5 . Нарисовать графики.

Решение. а) Обозначим сглаженный ряд через z .

б) Вычислим все значения сглаженного ряда - тренда:

- значения z_1 и z_6 не существуют,
- $z_2 = (5+7+11)/3 = 7,7$;
- $z_3 = (7+11+12)/3 = 10,0$;
- $z_4 = \underline{\hspace{2cm}}$;
- $z_5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

Задача 7. Пусть дан ряд: $t \in 1:6$ и $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$, ширина окна сглаживания $m=4$ (здесь $k=2$). Вычислить значения тренда до конца. Нарисовать графики.

1) Вычислим значения тренда для промежуточных значений времени 2,5; 3,5; ... и т.д. до конца.

2) Вычислим значения тренда:

- для $t=3$ как среднее между 2,5 и 3,5,
- для $t=4$ как среднее между 3,5 и 4,5 и т.д. до конца.

Задача 8. Пусть дан ряд: $t \in 1:6$, $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$ и ширина окна сглаживания $m=3$. Рассчитать средневзвешенные значения тренда.

1) Брокер на основе своего опыта задаёт по возрастанию веса курсов акций $\{0,2; 0,3; 0,5\}$, их сумма, конечно, равна 1,0.

2) Рассчитываем средневзвешенные значения тренда как суммы произведения весов на значения ряда y :

- для $t=2$: $z_2 = (0,2 \cdot 5 + 0,3 \cdot 7 + 0,5 \cdot 11) = 8,6$;
- для $t=3$: $z_3 = (0,2 \cdot 7 + 0,3 \cdot 11 + 0,5 \cdot 12) = 10,7$; и т.д.

Задача 9. Пусть дан ряд: $t \in 1:6$, $y = \{5, 7, 11, 12, 13, 16\}$. Методом скользящих средних на основе экспоненциального сглаживания (метод Брауна) продолжить построение сглаженного ряда.

1) Запишем выражение $z_t = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j y_{t-j} + (1-\alpha)^t y_0$ (6.9), например, для $t=4$ при $\alpha=0,4$ и $m=3$.

2) Вычислим y_0 , используя формулу простого скользящего среднего: $y_0 = z_2 = (t_1 + y_2 + t_3) / 3$.

3) Искомое выражение для $t=4$: $z_{t=4} = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{t-1} (1-\alpha)^j y_{t-j} + (1-\alpha)^t y_0 = 0,4 \cdot \sum_{j=0}^3 0,6^j \cdot y_{4-j} + 0,6^4 y_0 = 0,4(1 \cdot y_4 + 0,6^1 \cdot y_3 + 0,6^2 \cdot y_2 + 0,6^3 \cdot y_1) + 0,6^4 y_0$.

3) И т.д.

Задача 10. Дано: динамический ряд $t \in 1:7$, $y = \{6, 4, 8, 4, 6, 3, 9\}$ и окно шириной $m=3$. По формуле $z_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot z_{t-1}$ рассчитать экспоненциальные средние тренда z_t , сделать прогноз на 2 шага – завершить решение.

№п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

y_t	6	4	8	4	6	3	9	7,77	7,77
z_t	-	6,00	6,80	5,68	5,81	4,69	6,41	7,77	7,77

Решение

- 1) Длина интервала $m=3$ нечётна, поэтому усреднённое значение тренда будем связывать с серединой интервала.
- 2) Примем значение параметра сглаживания $\alpha=0,4$.
- 3) В качестве первоначального значения экспоненциального скользящего среднего используем простое скользящее среднее $z_2=(6+4+8)/3=6$.
- 4) Для $t=3$ $z_3=0,4 \cdot 8 + 0,6 \cdot 6 = 6,8$;
- 5) Для $t=4$ $z_4=0,4 \cdot 4 + 0,6 \cdot 6,8 = 5,68$;
- 6) Для $t=5$ $z_5=$ ___;
- 7) Для $t=6$ $z_6=$ ___;
- 8) Для $t=7$ $z_7=$ ___;
- 9) Прогноз для $t=8$ $z_{7+1}=6,41 + 0,4(9-6,41)=7,77$
- 10) Прогноз для $t=9$ $z_{7+2}=7,77 + 0,4(7,77-7,77)=7,77$.

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 4

- 1) Что такое временной (динамический) ряд?
- 2) Раскройте структуру временного ряда в общем виде.
- 3) По каким признакам временные ряды делятся на стационарные и нестационарные?
- 4) Что такое прогноз?
- 5) Что такое точность прогноза?
- 6) Что такое период основания прогноза?
- 7) Что такое достоверность прогноза?
- 8) Что является содержанием этапа прогнозной ретроспекции?
- 9) Привести несколько методов верификации прогнозов.
- 10) Назвать несколько наук, которые изучают прогнозирование (3 и более).
- 11) Какова природа автокорреляционной функции, что она отражает?
- 12) Какой вид имеет автокорреляционная функция случайного процесса $y(t)=C$?
- 13) Какими характеристиками обладает «нормальный белый шум», как он выглядит на графике?
- 14) В чём состоит аналитическое сглаживание (выравнивание) временного ряда?
- 15) Классифицировать регрессионную модель $y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2}$, записать её сокращённое обозначение.
- 16) Классифицировать регрессионную модель $y_t = \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}$, записать её сокращённое обозначение.
- 17) Какой признак образует два вида метода скользящей простой арифметической?
- 18) Дан временной ряд y_t для $t \in 1:6$. Почему при сглаживании методом скользящей простой средней арифметической и ширине окна $m=3$ значения z_1 и z_6 сглаженного ряда не существуют?
- 19) Какая идея реализуется в методе скользящей средневзвешенной арифметической?
- 20) Какая идея реализуется в методе скользящих средних на основе экспоненциального сглаживания (метод Брауна).

Тема 5. Обобщённая линейная модель. Гетероскедастичность и автокорреляция остатков

Решение задач

Задача 1. Составить правдоподобный числовой пример для ковариационной матрицы вектора возмущений классической ЛММР для $n=3$: $\Sigma_{\epsilon}=\sigma^2 E_n$.

Задача 2. Составить правдоподобный числовой пример линейной модели множественной регрессии $Y=X\beta+\epsilon$ для $p=2$, $n=4$.

Задача 3. Составить правдоподобный числовой пример для ковариационной матрицы вектора возмущений обобщённой ЛММР ($\Sigma_{\epsilon}=\Omega$) для $n=4$, в которой ковариации и дисперсии произвольные.

Задача 4. Рассчитать коэффициент ранговой корреляции Спирмена ρ_{xe} для временных рядов: ряд факторной переменной $X=(1, 1, 2, 4, 3, 5)$; ряд отклонений $|e|=(2, 1, 4, 3, 5, 5)$, $n=6$.

Задача 5. С помощью теста Спирмена проверить регрессионную модель на наличие гетероскедастичности; $n=6$; коэффициент ранговой корреляции Спирмена $\rho_{xe}=0,9$; уровень значимости $\alpha=0,2$; t-критерий Стьюдента $t_{1-0,2; 6-2} = 1,53$.

Задача 6. С помощью теста Голдфелда-Квандта проверить регрессионную модель на наличие гетероскедастичности; $n=6$; значение переменной $F=5,2$, уровень значимости $\alpha=0,05$, число первых и последних наблюдений $m=3$, число факторных переменных $p=2$, длина временного ряда $n=9$.

Задача 7. С помощью теста Голдфелда-Квандта проверить регрессионную модель на наличие гетероскедастичности. Дано: $n=150$; уравнение регрессии $\hat{y}=-3,06+3,32x_1+0,48x_2$, t-статистики параметров регрессии $(-1,40; 5,96; 8,35)$; табличное значение $t_{0,95; 147}=1,98$. Пример взят из [Кремер-Путко, с.162; использовано выражение 4.23 на с.98].

Задача 8. По таблице критерия Дарбина-Уотсона найти нижнее и верхнее значения d_n и d_b для уровня значимости $\alpha=0,05$; числа наблюдений $n=25$; числа факторных переменных $p=3$. Используя шкалу Дарбина-Уотсона, сделать вывод о наличии или отсутствии автокорреляции в соответствующей модели регрессии.

Вопросы для обсуждения и самоконтроля по теме 5

- 1) Какие по содержанию две предпосылки для КЛММР содержатся в выражении для ковариационной матрицы вектора отклонений (возмущений): $\Sigma_{\epsilon}=\sigma^2 E_n$?
- 2) Почему при рассмотрении временных рядов наблюдается корреляция между отклонениями в разные моменты времени?
- 3) Что означает запись для обобщённой модели ковариационной матрицы вектора отклонений (возмущений): $\Sigma_{\epsilon}=\Omega$?
- 4) В чём состоит суть обобщения регрессионной модели?
- 5) Можно ли обобщённую ЛММР записать матричным выражением $Y=X\beta+\epsilon$, таким же, как и для КЛММР?
- 6) Назвать два положительных и одно отрицательное свойства вектора-оценки b обобщённой модели, полученного по формуле обычного МНК-метода.
- 7) Какое отрицательное свойство приобретает ковариационная матрица Σ_b , полученная обычным МНК-методом для обобщённой модели?

- 8) Какие две вставки обратной матрицы Ω^{-1} нужно сделать в классическую формулу $b=(X'X)^{-1}X'Y$, чтобы она стала соответствовать теореме Айткина - оценка b стала эффективной для обобщённой модели – стала иметь наименьшую ковариационную матрицу?
- 9) В чём состоит преобразование исходной обобщённой ЛММР $Y=X\beta+\epsilon$ в КЛММР $Y^*=X^*\beta+\epsilon^*$ (подсказка: используется обратная матрица P^{-1} из выражения $\Omega=PP'$)?
- 10) В чём состоит отличие коэффициента детерминации R^2 обобщённой ЛММР от такого же коэффициента классической ЛММР?
- 11) Распространяется ли на гетероскедастичную ЛММР утверждение теоремы Айткена о том, что оценки вектора b обобщённой ЛММР несмещённые и состоятельные (а значит и в случае ГЛММР можно использовать обычный МНК-метод; следует помнить: оценка b неэффективна в смысле минимальной дисперсии, особенно при малых выборках)?
- 12) Пригодны ли в случае ГЛММ результаты анализа её точности, оценки значимости, интервальные оценки параметров, полученные на основе обычного МНК-метода?
- 13) В чём суть ранговой корреляции Спирмена для проверки регрессионной модели на наличие гетероскедастичности?
- 14) В чём суть теста Голдфелда-Квандта для проверки регрессионной модели на наличие гетероскедастичности?
- 15) В чём суть теста Уайта для проверки регрессионной модели на наличие и устранение гетероскедастичности?
- 16) В чём суть двух предпосылок относительно ковариационной матрицы отклонений $\Sigma_\epsilon=\Omega$ для применения взвешенного МНК-метода?
- 17) Как будет выглядеть формула для определения наиболее эффективной оценки вектора b^* во взвешенном МНК-методе, если для обобщённой ЛММР (теорема Айткена) она выглядит так: $b^*=(X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y$?
- 18) В чём суть взвешенного МНК-метода?
- 19) Какой формулой выражается признак наличия автокорреляции в регрессионной модели?
- 20) В чём суть теста Дарбина-Уотсона на наличие автокорреляции между соседними остатками e_t и e_{t-1} временного ряда?

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Типовые варианты для промежуточного контроля в форме отчёта о самостоятельной работе

Описание отчёта о самостоятельной работе. Отчёт состоит из ответов на 2 теоретических вопроса и решения 5-ти задач за семестр. Задача-1, по сути, является целостным небольшим исследованием, она решается вручную – это принципиально важно. Для этой задачи и других каждый аспирант получает индивидуальные исходные данные. Задачи 2-5 решаются в среде Excel (в их числе решается и задача-1.).

Теоретический вопрос 1. Эконометрическая модель домохозяйства в виде зависимостей потребления от дохода (4 алгебраических выражения - модель Торнквиста).

Теоретический вопрос 2. Классификация нелинейных регрессионных моделей; пример линеаризации модели нелинейной по переменным, но линейной по параметрам.

Задача-1

Торговая компания располагает семью магазинами типа «Морепродукты». Компания планирует построить восьмой магазин с торговой площадью 1100 м², для этого она разрабатывает бизнес-план и в том числе - эконометрическую модель магазина в виде двухфакторного уравнения линейной регрессии. На этой модели специалисты хотят исследовать зависимость среднегодовой суточной выручки Y от площади магазина X1 и площади паркинга X2, спрогнозировать среднесуточную выручку магазина-8. Выполнить построение и поэтапное исследование модели магазина.

Примечание. Исследование состоит из 12 этапов, выполняется вручную средствами матричной алгебры. В качестве примера приведём содержание этапа 2:

Этап 2. Составим матрицу X значений объясняющих переменных (матрица плана, исходные данные), см. ниже среднюю матрицу. Запишем слева от неё транспонированную матрицу плана X' (здесь штрих – оператор транспонирования). Найдём произведение матриц:

$$X' X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 24 & 21 \\ 24 & 120 & 96 \\ 21 & 96 & 79 \end{pmatrix}.$$

Задача 2

Решение задачи 2 состоит в решении задачи 1 в среде Excel, далее требуется сравнить результаты ручного и компьютерного решений, добиться их совпадения, сделать выводы.

Задача 3

Решить задачу 3 в среде Excel. Каждому аспиранту даётся индивидуальный временной ряд: объём выпуска продукции предприятием за последние 20 кварталов. Содержание задачи у всех одинаковое: выделение тренда различными методами, его анализ, построение графиков. Методы: а) метод простой скользящей средней с чётной длиной окна скольжения $m=4$; б) метод простой скользящей средней с нечётной длиной окна скольжения $m=5$; в) то же с аппроксимирующим полиномом 2-й степени.

Задача 4

Решить задачу 4 в среде Excel. Содержательная постановка и исходные данные в этой задаче те же, что и в задаче 3. Для решения используется метод экспоненциального сглаживания для двух значений параметра сглаживания: 0,1 и 0,3.

Задача 5

Решить задачу 5 в среде Excel. Исходные данные – индивидуальный временной ряд: выпуск валового регионального продукта за последние 10 лет. Выполнить сглаживание ряда и прогнозирование на 2 года вперёд. В качестве метода использовать авторегрессию 1-го порядка.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Вопросы для проведения промежуточной аттестации – зачёта

Тема 1. Теория и практика эконометрического моделирования

- 1 Предмет и метод эконометрики, её место в системе экономических наук
- 2 Элементы теории вероятностей и математической статистики
- 3 Элементы матричной алгебры
- 4 Две модели магазина в форме линейных регрессий (задача-1 и задача-2)
- 5 Модели прогнозирования Альтмана вероятности банкротства предприятий
- 6 Модель Торнквиста - зависимости структуры потребления Y от дохода X
- 7 Методология и этапы эконометрического моделирования

Тема 2. Построение парных и множественных регрессионных моделей

- 8 Метод наименьших квадратов
- 9 Пять предпосылок для парного регрессионного анализа
- 10 Точечные оценки параметров. Теорема Гаусса-Маркова и метод максимального правдоподобия
- 11 Интервальные оценки функции регрессии и её параметров
- 12 Оценка значимости уравнения парной линейной регрессии по четырём критериям
- 13 Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии - КНЛММР
- 14 Оценка параметров классической нормальной линейной модели множественной регрессии методом наименьших квадратов
- 15 Оценки ковариационной матрицы для случайного вектора b и дисперсии отклонений
- 16 Доверительные интервалы для параметров регрессии, самой регрессии и индивидуального значения прогноза
- 17 Оценка значимости парной и множественной регрессий

Тема 3. Техника построения эконометрических моделей

- 18 Мультиколлинеарность и отбор факторов по матрице парных коэффициентов корреляции
- 19 Мультиколлинеарность и отбор факторов «методом вращения»
- 20 Критерий Чоу объединения двух выборок
- 21 Функция и коэффициент эластичности
- 22 Стандартизированные коэффициенты регрессии
- 23 Частные коэффициенты корреляции между факторными переменными
- 24 Фиктивные переменные в моделях регрессии
- 25 Коэффициент ранговой корреляции Спирмена
- 26 Нелинейные модели регрессии, их классификация и линеаризация
- 27 Нелинейные производственные функции Кобба-Дугласа

Тема 4. Временные ряды и прогнозирование

- 28 Временные ряды: структура, стационарные и нестационарные
- 29 Среднее временного ряда, его СКО

- 30 Корреляционная функция временного ряда
- 31 Аналитическое сглаживание (выравнивание) временного ряда
- 32 Модель авторегрессии AR(p) и модель скользящей средней MA(q)
- 33 Методы скользящих средних – их суть и классификация
- 34 Метод экспоненциального сглаживания
- Тема 5. Обобщённая линейная модель. Гетероскедастичность и автокорреляция остатков**
- 35 Признаки обобщенной линейной модели
- 36 Обобщенный метод наименьших квадратов
- 37 Сущность и последствия гетероскедастичности
- 38 Тест на гетероскедастичность Спирмена
- 39 Тест на гетероскедастичность Голдфелда-Квандта
- 40 Тест на гетероскедастичность Уайта
- 41 Устранение гетероскедастичности взвешенным МНК-методом
- 42 Тест Дарбина-Уотсона на автокорреляцию остатков временного ряда

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Ключи правильных ответов к тестовым заданиям

Таблица Д.1 - Ключи правильных ответов к тестовым заданиям по вариантам (строки разделены на 5 тем).

№ тестового задания	Правильные ответы по вариантам	
	Вариант 1	Вариант 2
1	А	Б
2	Б	Б
3	В	1-2, 2-1, 3-3
4	В	1-3, 2-2, 3-1
5	В	Б
6	1-4, 2-2, 3-3, 4-1	А
7	А	В
8	В	В
9	В	А
10	Б	Б
11	В	В
12	А	А
13	Б	В
14	В	А
15	А	А
16	Б	В
17	А	Б
18	А и В	В
19	Б	В
20	В	Б
21	А и Г	Б
22	Б	А
23	А	Б
24	А	А