



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

15.03.02 ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ МАШИНЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

агроинженерии и пищевых систем
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторам и достижения компетенции
<p>ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.4: Решает инженерные задачи с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии, методов математического анализа и обработки расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами</p>	<p>Математика (раздел «Математический анализ»)</p>	<p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений; - простейшие приложения математического анализа в профессиональных дисциплинах. <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать методы математического анализа при решении типовых задач; - использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания дисциплины; - переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей; - приобретать новые математические знания, используя образовательные и информационные технологии. <p><u>Владеть:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - методами построения математических моделей типовых задач; - математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета и экзамена, относятся:

- задания по контрольным работам;
- промежуточная аттестация в форме зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости;
- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля. Время выполнения теста 120 мин.

Тестовые задания приведены в Приложении № 1.

Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.2 Темы практических занятий приведены в Приложении №2.

Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных работ в 1 и 2 семестре (очная и заочная форма).

Темы и типовой вариант заданий контрольных работ приведены в Приложении №3.

4.2 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Оценка «отлично» ставится в случае правильного выбора способа решения, доведения решения всех задач до конечного результата, допустимы недочеты вычислительного характера.

Оценка «хорошо» ставится в случае, когда сделана попытка решения всех задач, везде избран верный математический аппарат и больше половины задач решены полностью, возможны недочеты в вычислениях;

Оценка «удовлетворительно» ставится в случае, когда для большинства задач (более 50%) верно избран способ их решения, однако, в процессе решения допущены ошибки в вычислениях или в записях необходимых формул;

Оценка «неудовлетворительно» ставится в случае, когда все задачи студентом либо не решались, либо им был избран неверный метод решения, либо большинство задач отнесено к другому разделу математики, теоретические положения которого не позволяют

эти задачи решить. Также оценка "неудовлетворительно" может быть выставлена за работу, где задачи решаются верно избранными методами, но допущены грубые ошибки в основных понятиях, формулах, алгоритмах;

Контрольная работа (заочная форма) оценивается положительно в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Оценка контрольной работы определяется в виде «зачтено» – «не зачтено». Студент, получивший за контрольную работу «зачтено», допускается до экзамена, на котором преподаватель может задать вопросы по выполнению этой контрольной работы.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине (первый семестр) проводится в форме зачета, который выставляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости и контрольной работе.

Промежуточная аттестация по дисциплине (второй семестр) проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля, контрольной работе и имеющие зачет за первый семестр.

Типовые экзаменационные вопросы и задания и приведены в Приложении № 4.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и инженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022г. (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой

 А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры инжиниринга технологического оборудования 21.04.2022 г. (протокол № 3).

Заведующий кафедрой



Ю.А. Фатыхов

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Вариант 1.

Вариант 1.

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^{5/2} - 6x^{3/2} + 9x - 15}{12x^{5/2} - 16x + 6}$ равен:

1. $1/3$
2. $1/5$
3. $+\infty$
4. 0

Вопрос №2. Предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$ равен:

1. 1
2. ∞
3. 0
4. $1/8$

Вопрос №3. Предел $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sqrt{x} \cdot \arcsin \sqrt{x} \cdot (e^{7\sqrt[3]{x}} - 1)}{\operatorname{tg} \sqrt[3]{x} \cdot \ln(1 + 3x)}$ равен:

1. $2/3$
2. 0
3. $7/3$
4. ∞

Вопрос №4. Значения α и β , при которых функция $y = \begin{cases} \alpha x + \beta, & \text{если } x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$ всюду

непрерывна, равны:

1. $\alpha = 2, \beta = -1$
2. α, β – любые
3. $\alpha = 3, \beta = -2$
4. $\alpha + \beta = 1$

Вопрос №5. Значения α и β , при которых функция $y = \begin{cases} \alpha x + \beta, & \text{если } x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$ всюду

дифференцируема, равны:

1. $\alpha + \beta = 1$
2. $\alpha = 2$
3. α, β – любые
4. $\alpha = 2, \beta = -1$

Вопрос №6. Производная $f'(x)$ функции $f(x) = \sin^2(e^{\sqrt{x}})$ равна:

$$1. f'(x) = 2 \sin(e^{\sqrt{x}}) \cdot \cos(e^{\sqrt{x}}) \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$2. f'(x) = 2 \sin(e^{\sqrt{x}})$$

$$3. f'(x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x) \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$4. f'(x) = 2 \sin(e^{\sqrt{x}}) \cdot \cos(e^{\sqrt{x}}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Вопрос №7. Для функции $f(x) = e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна:

$$1. f'(x) = -6e^{2x},$$

$$2. f'(x) = e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x},$$

$$3. f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$$

$$4. f'(x) = 2e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}.$$

Вопрос №8. Для функции $y = \sin(x + y)$ производная $y'(x)$ равна:

$$1. y' = \cos(x + y)$$

$$2. y' = \frac{\cos(x + y)}{1 - \cos(x + y)}$$

$$3. y' = -\frac{\cos(x + y)}{1 + \cos(x + y)}$$

$$4. y' = -\cos(x + y)$$

Вопрос №9. Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$ производная $y'(x)$ равна:

$$1. y'(x) = t$$

$$2. y'(x) = 2t + 6t^2$$

$$3. y'(x) = 2 + 6t$$

$$4. y'(x) = 2t$$

Вопрос №10. Экстремумы функции $y = \frac{1}{x^2 + 1}$:

1. точек экстремума нет

2. $(0, 1)$ – точка максимума, $(0, -1)$ – точка минимума

3. $(0, 1)$ – точка максимума

4. $(0, 1)$ – точка минимума

Вопрос №11. Для функции $z = e^{-\frac{x}{y}}$ частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ равна:

1. $\frac{1}{y^2} e^{-\frac{x}{y}}$

2. $-\frac{1}{y} e^{-\frac{x}{y}}$

3. $e^{-\frac{x}{y}}$

4. $\frac{x}{y^2} e^{-\frac{x}{y}}$

Вопрос №12. Неопределенный интеграл $\int e^x (\sin e^x) dx$ равен:

1. $-\cos(e^x) + c$

2. $\cos(e^x) + c$

3. $-e^x \cos(e^x) + c$

4. $e^x \sin(e^x) + c$

Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int x e^{2x} dx$ равен:

1. $1/2 x e^{2x} - 1/4 e^{2x} + c$

2. $1/2 e^{2x} + c$

3. $1/2 x^2 e^{2x} + c$

4. $2x e^{2x} - 4e^{2x} + c$

Вопрос №14. Определенный интеграл $\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$ равен:

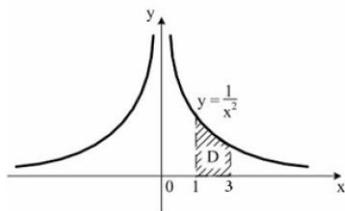
1. -1

2. 1

3. 2

4. -2

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции D равна:



1. $\frac{2}{3}$

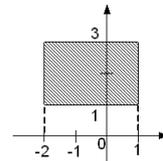
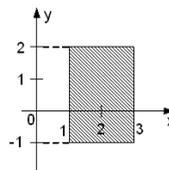
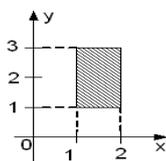
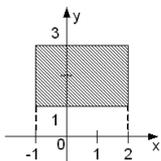
2. $\frac{1}{3}$

3. $\frac{1}{2}$

4. 1.

Вопрос №16. Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является

прямоугольник:



1. 2
2. 4
3. 1
4. 3

Вопрос №17. Даны точки $O(0;0)$ и $A(1;1)$. Интеграл $\int_L (x+y) dx$ по прямой $L=OA$ равен:

1. 2
2. 1
3. 0
4. 4

Вопрос №18. Поток радиус - вектора $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ через полную поверхность цилиндра $x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq H$ равен:

1. $3\pi R^2 H$
2. $\pi R^2 H$
3. $2\pi R^2 H$
4. $\frac{1}{2} \pi R^2 H$

Вопрос №19. Вид дифференциального уравнения $(1+y^2)dx - xydy = 0$:

1. линейное
2. с разделяющимися переменными
3. уравнение Бернулли
4. однородное

Вопрос №20. Вид дифференциального уравнения $y' + 2xy = xe^{-x^2}$:

1. с разделяющимися переменными
2. линейное
3. однородное
4. уравнение Бернулли

Вопрос №21. Решением задачи Коши $x^2 y' = 2xy + 3$, $y(1) = -1$ является:

1. $y = \frac{1}{x}$
2. $y = -x^2$
3. $y = -x^3$
4. $y = -\frac{1}{x}$

Вопрос №22. Уравнение касательной в точке (1; -1) к интегральной кривой уравнения $x^2 y' = 2xy + 3$:

1. $y = x + 1$
2. $y = 2x - 3$
3. $y = -x$
4. $y = x - 2$

Вопрос №23. Определитель Вронского функций $1, x, x^2$ равен:

1. 0
2. x^2
3. x^3
4. 2

Вопрос №24. Решением уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$ является:

1. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$
2. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$
3. $y = C e^{3x}$
4. $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{3x}$

Вопрос №25. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения $y''' - 3y' + 2y = 0$:

1. $e^x, x e^x, e^{-2x}$
2. e^x, e^{-2x}
3. e^x, e^x, e^{-2x}
4. e^x, e^{2x}

Вопрос №26. Структура частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 4y = 3 \cos 2x$:

1. $y^* = x(A \cos 2x + B \sin 2x)$

2. $y^* = A \cos 2x$
3. $y^* = A \cos 2x + B \sin 2x$
4. $y^* = x^2 (A \cos 2x + B \sin 2x)$

Вопрос №27. Структуру частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $y''' + y'' = 6x + e^{-x}$:

1. $y^* = Ax + B + Ce^{-x}$
2. $y^* = x(Ax + B) + Cxe^{-x}$
3. $y^* = x^2(Ax + B) + Cxe^{-x}$
4. $y^* = Ax + B + Cxe^{-x}$

Вопрос №28. Формула $n^{\text{го}}$ члена ряда: $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$ равна:

1. $u_n = \frac{3}{2^n}$
2. $u_n = \frac{3}{2n}$
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)
4. $u_n = \frac{3}{2n+2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Вопрос №29. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$:

1. сходится, $S = 3$
2. расходится
3. сходится, $S = \frac{3}{2}$
4. расходится, $S = \infty$

Вопрос №30. Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{2^n}$ нужно применить:

1. признак сравнения
2. достаточный признак расходимости
3. интегральный признак Коши
4. признак Даламбера

Вопрос №31. Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ (*):

1. $u_n = \frac{1}{n \ln n} < \frac{1}{n \cdot n} = \frac{1}{n^2} = v_n$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится, \Rightarrow (*) сходится по признаку сравнения
2. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x} = \ln \ln x \Big|_2^{\infty} = \infty$, \Rightarrow (*) расходится по интегральному признаку Коши
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n \ln n} = 0$, \Rightarrow (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.
4. $u_n = \frac{1}{n \ln n} > \frac{1}{n \cdot n} = \frac{1}{n^2} = v_n$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится, \Rightarrow (*) сходится по признаку сравнения

Вопрос №32. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n-2} \right)^{2n}$:

1. сходится условно
2. расходится
3. сходится абсолютно
4. сходится

Вопрос №33. Областью сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3^n \cdot \sqrt{n}}$ является интервал $[-4; 2)$.

Тогда ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n \cdot \sqrt{n}}$:

1. расходится
2. сходится условно
3. сходится
4. сходится абсолютно

Вопрос №34. Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} (x-1)^n$ равна:

1. $(-\infty; \infty)$
2. $x = 1$
3. $(0; 2)$
4. $[0; 2]$

Вопрос №35. Ортогональными на $[-\pi; \pi]$ являются функции:

1. e^x, e^{2x}
2. $1, \cos \pi x$
3. x^2, x^3
4. $\sin 2x, \cos 3x$

Вопрос №36. Ряд Фурье для функции имеет вид $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$.

Коэффициент a_n вычисляется по формуле:

$$1. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$2. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$3. a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-l}^l f(x) \cos nx dx (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$4. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Вопрос №37. $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -\pi < x \leq 0 \\ 1, & \text{если } 0 < x \leq \pi \end{cases}$. Значение суммы ряда Фурье этой функции в

точке $x = 0$:

1. $S(0) = 1$
2. $S(0) = -1$
3. $S(0) = 0$
4. Не существует

Вопрос №38. Двойной интеграл $\iint_D dx dy$, где область ограничена кривыми $y = x^2$ и $y = x$

равен:

1. $\frac{1}{6}$
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{1}{3}$
4. $\frac{5}{6}$

Вопрос №39. В цилиндрической системе координат уравнение некоторой поверхности имеет вид: $r = R$. Эта поверхность является:

1. сферой
2. круговым цилиндром
3. параболоидом.
4. конусом

Вопрос №40. Функцию $z = (x - 1)^2 + (y + 2)^2$ имеет экстремумы:.

1. максимум $z(1, -2) = 0$
2. минимум $z(1, -2) = 0$
3. экстремумов нет
4. минимум $z(-1, 2) = 20$

Вариант 2.

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt[3]{x} - 2x\sqrt[3]{x} + 9x - 6}{2x^{4/3} - 12x + 6}$ равен:

- 1
- 5/2
- $+\infty$
- 1

Вопрос №2. Предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - 4}{x^2 - 6x + 5}$ равен:

- 3/4
- ∞
- 0
- 1/8

Вопрос №3. Предел $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x} \cdot (e^{5\sqrt[3]{x}} - 1)}{\sin \sqrt[3]{x} \cdot \ln(1+2x)}$ равен:

- 2/3
- 0
- 5/2
- ∞

Вопрос №4. Значение α , при котором функция $y = \begin{cases} \alpha x^2, & \text{если } x < 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ всюду непрерывна,

равно:

- $\alpha = 1$
- α – любое
- $\alpha = 3$
- $\alpha = 0$

Вопрос №5. Функция $y = \frac{\sin x}{x^2 - x}$ имеет точки разрыва (вид):

- $x_n = \pi n$ (разрыв 1 рода)
- $x = 0$ (устранимый разрыв), $x = 1$ (разрыв 2 рода)
- $x = 0, x = 1$ (точки разрыва 2 рода)
- $x = 0, x = 1$ (точки устранимого разрыва)

Вопрос №6. Производная $f'(x)$ функции $f(x) = \sin^2(5x)$ равна:

- $f'(x) = 2 \sin(5x) \cdot \cos(5x)$
- $f'(x) = \cos^2(5x)$
- $f'(x) = 10 \sin(5x)$

4. $f'(x) = 2 \sin(5x) \cdot \cos(5x) \cdot 5$

Вопрос №7. Для функции $f(x) = \cos 2x \cdot \ln 5x$ производная $f'(x)$ равна:

1. $f'(x) = -\sin 2x \cdot \ln 5x + \cos 2x \cdot \frac{1}{5x}$

2. $f'(x) = -2 \sin 2x \cdot \ln 5x + \cos 2x \cdot \frac{1}{5x}$

3. $f'(x) = -2 \sin 2x \cdot \ln 5x + \cos 2x \cdot \frac{1}{x}$

4. $f'(x) = -\sin 2x \cdot 2 \cdot \frac{1}{5x} \cdot 5$

Вопрос №8. Для функции $y = e^{x+y}$ производная $y'(x)$ равна:

1. $y' = e^{x+y}$

2. $y' = \frac{e^{x+y}}{1 - e^{x+y}}$

3. $y' = \frac{e^{x+y}}{1 + e^{x+y}}$

4. $y = e^{x+y-1}$

Вопрос №9. Уравнение касательной к кривой $x = t^2$, $y = t^3$ в точке $M(4; 8)$:

1. $3x - y - 4 = 0$

2. $x + 3y - 28 = 0$

3. $x - 3y + 20 = 0$

4. $x = 4$

Вопрос №10. Асимптоты графика функции $f(x) = \frac{2x}{x-1}$:

1. $x = 1$ - вертикальная асимптота, $y = 2$ - горизонтальная асимптота

2. $x = 1$ - вертикальная асимптота.

3. $y = x$ - наклонная асимптота

4. $y = x$ - наклонная асимптота, $y = 2$ - горизонтальная асимптота

Вопрос №11. Функция $z = -(x+1)^2 - (y-2)^2$ имеет экстремумы:

1. максимум $z(-1, 2) = 0$

2. минимум $z(-1, 2) = 0$

3. экстремумов нет

4. минимум $z(1, -2) = -20$.

Вопрос №12. Неопределенный интеграл $\int e^{\sin x} \cos x dx$ равен:

1. $e^{\sin x} \cdot \sin x + c$
2. $e^{\sin x} \cos x - e^{\sin x} \sin x + c$
3. $-e^{\sin x} + c$
4. $e^{\sin x} + c$

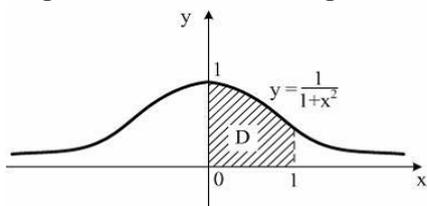
Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int x \cos 2x dx$ равен:

1. $\frac{1}{4} x^2 \sin 2x + c$
2. $\cos 2x - 2 \sin 2x + c$
3. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + c$
4. $-\frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$

Вопрос №14. Определенный интеграл $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$ равен:

1. 1
2. $\ln 2$
3. $\ln 2 - 1$
4. $-\ln 2$

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции D равна:



1. $\frac{\pi}{4}$
2. $\frac{\pi}{2}$
3. $\frac{\pi}{8}$
4. 1.

Вопрос №16. Двойной интеграл $\iint_D dx dy$, где область D ограничена двумя окружностями

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ и $(x-2)^2 + y^2 = 4$, равен:

1. 4π
2. π
3. 2π

4. 3π

Вопрос №17. В сферической системе координат уравнение некоторой поверхности имеет вид: $r = R$. Эта поверхность является:

1. сферой
2. круговым цилиндром
3. параболоидом.
4. конусом

Вопрос №18. Даны точки $O(0;0)$ и $A(1;2)$. Интеграл $\int_L (x + y)dx$ по прямой $L=OA$ равен:

1. $1/2$
2. $3/2$
3. 1
4. -1

Вопрос №19. Поток радиус - вектора $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ через полную поверхность конуса, вершина которого совпадает с началом координат, ось лежит на оси OZ , радиус основания $R = 2$, высота $H = 1$, равен:

1. 4π
2. $\frac{4}{3}\pi$
3. π
4. 12π

Вопрос №20. Вид дифференциального уравнения

$$(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0:$$

1. линейное
2. в полных дифференциалах
3. с разделяющимися переменными
4. однородное

Вопрос №21. Вид дифференциального уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$:

1. с разделяющимися переменными
2. линейное
3. однородное
4. уравнение Бернулли

Вопрос №22. Решением задачи Коши $y' - \frac{3y}{x} = x$, $y(1) = -1$ является:

1. $y = -x^3$
2. $y = x^2$

3. $y = -x^2$

4. $y = -\frac{1}{x}$

Вопрос №23. Уравнение касательной в точке (0; 1) к интегральной кривой уравнения

$(1-x^2)y' + xy = 1$:

1. $y = 1 - x$

2. $y = x + 1$

3. $y = 2x + 1$

4. $y = 5x - 3$

Вопрос №24. Определитель Вронского функций $1, e^{-x}, e^{2x}$ равен:

1. $4e^{2x}$

2. $2e^{-x}$

3. $-6e^x$

4. 0

Вопрос №25. Решением уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$ является:

1. $y = e^{2x}(C_1 + C_2x)$

2. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{2x}$

3. $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

4. $y = Ce^{2x}$

Вопрос №26. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения

$y''' - y'' + 4y' - 4y = 0$:

1. $e^x, \cos 2x, \sin 2x$

2. e^x, e^{2x}, e^{-2x}

3. $e^x \cos 2x, e^x \sin 2x$

4. $e^{2x}, \cos x, \sin x$

Вопрос №27. Структура частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 5e^x$:

1. $y^* = Ax^2e^x$

2. $y^* = Ae^x$

3. $y^* = Axe^x$

4. $y^* = (Ax + B)e^x$

Вопрос №28. Структуру частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 4y = 3\cos 2x + 5x$:

1. $y^* = x(A\cos 2x + B\sin 2x) + Cx + D$
2. $y^* = A\cos 2x + Bx$
3. $y^* = A\cos 2x + B\sin 2x + Cx + D$
4. $y^* = A\cos 2x + B\sin 2x + Cx$

Вопрос №29. Формулу $n^{\text{го}}$ члена ряда: $2 - \frac{5}{4} + \frac{8}{9} - \frac{11}{16} + \dots$ равна:

1. $u_n = (-1)^n \frac{3n-1}{n^2}$
2. $u_n = (-1)^{n-1} \frac{n^2+1}{n^2}$
3. $u_n = (-1)^{n-1} \frac{3n-1}{n^2}$
4. $u_n = (-1)^{2n-1} \frac{3n-1}{n^2}$

Вопрос №30. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{3^n}$:

1. сходится, $S = \frac{3\pi}{2}$
2. расходится
3. сходится, $S = \frac{\pi}{2}$
4. сходится, $S = \frac{3}{3-\pi}$

Вопрос №31. Без применения асимптотической формулы Стирлинга для исследования

сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ нужно применить:

1. признак Коши
2. признак Даламбера
3. достаточный признак расходимости
4. признак Лейбница

Вопрос №32. Правильным решением при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n}$ (*)

будет:

1. $u_n = \sin \frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n}$ ($n \rightarrow \infty$). Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения
2. $u_n = \sin \frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n$ ($n \rightarrow \infty$), $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} = 0$, \Rightarrow (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда.
4. $u_n = \sin \frac{\pi}{n}$, $v_n = \frac{\pi}{n}$. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \pi/n}{\pi/n} = 1$, \Rightarrow вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера.

Вопрос №33. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n}{n!}$:

1. расходится
2. сходится
3. сходится условно
4. **сходится абсолютно**

Вопрос №34. Областью сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$ является интервал

$(-1; 5]$. Тогда ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot 3^n}$:

1. расходится
2. сходится условно
3. сходится
4. **сходится абсолютно**

Вопрос №35. Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n} (x+2)^n$:

1. $(-\infty; \infty)$
2. $x = -2$
3. $(-3; -1)$
4. **$[-3; -1]$**

Вопрос №36. Ряд Фурье для функции имеет вид $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$.

Коэффициент b_n вычисляется по формуле:

$$1. \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx (n = 1, 2, \dots)$$

$$2. \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx (n = 1, 2, \dots)$$

$$3. \quad b_n = \int_{-1}^1 f(x) \cos nx dx (n = 1, 2, \dots)$$

$$4. \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx (n = 1, 2, \dots)$$

Вопрос №37. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\pi < x < 0 \\ x, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$. Значение суммы ряда Фурье этой функции в

точке $x = \pi$:

1. $S(\pi) = \pi$
2. $S(\pi) = 0$
3. $S(\pi) = \pi/2$
4. не существует

Вопрос №38. Ортогональными на $[-1; 1]$ являются функции:

1. e^x, e^{2x}
2. $1, \cos x$
3. x, x^2
4. $\sin x, \cos x$

Вопрос №39. Градиент скалярного поля $U = xy + yz + zx$ в точке $M_0(1, 1, 1)$ равен:

1. $\{2, 2, 2\}$
2. $\{1, 1, 1\}$
3. 6
4. 0

Вопрос №40. Дивергенция векторного поля $\vec{F} = (x^2 - y)\vec{i} + z\vec{j} + yz\vec{k}$ равна:

1. $2x + y$
2. $2x\vec{i} + y\vec{k}$
3. $(x^2 - y) + z + yz$

4. 2

Вариант 3

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt[3]{x} - 5x\sqrt[3]{x} + 9x - 1}{x^{1/3} - 12x + 3}$ равен:

1. 3
2. -3/4
3. $+\infty$
4. 0

Вопрос №2. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+12x^2} - 1}$ равен:

1. 1/6
2. ∞
3. 0
4. 2

Вопрос №3. Предел $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot (e^{\sqrt[3]{x}} - 1)}{\sin \sqrt[3]{x} \cdot \ln(1+2x)}$ равен:

1. 1
2. 0
3. 1/2
4. ∞

Вопрос №4. Значение α , при котором функция $y = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & \text{если } x \neq 0, \\ \alpha, & \text{если } x = 0 \end{cases}$ всюду непрерывна,

равно:

1. $\alpha = 1$
2. α – любое
3. не существует
4. $\alpha = 0$

Вопрос №5. Для функции $y = \frac{1+x}{1+x^3}$ верно:

1. $x = -1$ - точка разрыва 1 рода
2. $x = -1$ - точка устранимого разрыва,
3. $x = -1$ - точка разрыва 2 рода
4. функция непрерывна для любого x

Вопрос №6. Производная $f'(x)$ функции $f(x) = e^{\sin 5x}$ равна:

1. $f'(x) = e^{\sin 5x} \cdot \cos 5x \cdot 5$
2. $f'(x) = e^{\sin 5x}$
3. $f'(x) = e^{\cos 5x}$
4. $f'(x) = 1/5 e^{\sin 5x} \cdot \cos 5x$

Вопрос №7. Для функции $f(x) = \sin^2 x \cdot \sin 2x$ производная $f'(x)$ равна:

1. $f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \sin 2x + \sin^2 x \cdot \cos 2x \cdot 2$
2. $f'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x \cdot 2$
3. $f'(x) = \cos^2 x \cdot \cos 2x$
4. $f'(x) = 4 \cos^2 x \cdot \cos 2x$

Вопрос №8. Уравнение касательной к кривой $x^3 + y^2 + 2x - 6 = 0$ в точке $M(-1; 3)$:

1. $6x - 5y + 21 = 0$
2. $5x + 6y - 13 = 0$
3. $5x + 3y - 4 = 0$
4. $y = 3$

Вопрос №9. Функция задана параметрически $x = 2 \cos^3 t$, $y = 3 \sin^3 t$. Ее производная y'_x равна:

1. $-\frac{2}{3} \operatorname{ctgt}$
2. $\frac{2}{3} \operatorname{ctgt}$
3. $\frac{3}{2} \operatorname{tgt}$
4. $-\frac{3}{2} \operatorname{tgt}$

Вопрос №10. Экстремумы функции $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$:

1. точек экстремума нет
2. $(1, -1/2)$ – точка минимума
3. $(0, -1)$ – точка максимума
4. $(0; -1)$ – точка минимума

Вопрос №11. Экстремумы функции $z = (x - 2)^2 + (y + 3)^2$:

1. максимум $z(2, -3) = 0$
2. минимум $z(2, -3) = 0$
3. экстремумов нет
4. максимум $z(-2, 3) = 52$.

Вопрос №12. Неопределенный интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен:

1. $\frac{\ln^3 x}{3} + c$

2. $\frac{\ln^3 x}{x} + c$

3. $\frac{\ln^2 x}{2} + c$

4. $\frac{2\ln x - \ln^2 x}{x^2}$

Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$ равен:

1. $2\arctg\sqrt{x} + c$

2. $2(\sqrt{x} + \arctg\sqrt{x}) + c$

3. $2(\sqrt{x} - \arctg\sqrt{x}) + c$

4. $\sqrt{x} \ln|x+1| + c$

Вопрос №14. Определенный интеграл $\int_1^3 \ln x dx$ равен:

1. $3\ln 3 - 2$

2. $3\ln 3 + 2$

3. $2 - 3\ln 3$

4. $-2/3$

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции

$y = \frac{1}{1+x^2}$ и его асимптотой равна:

1. π

2. $\frac{\pi}{2}$

3. $\frac{\pi}{4}$

4. 1

Вопрос №16. Двойной интеграл $\iint_D dx dy$, где область D ограничена двумя окружностями

$(x-2)^2 + y^2 = 4$ и $(x-3)^2 + y^2 = 9$, равен:

1. 4π

2. 3π

3. 2π

4. 5π

Вопрос №17. В полярной системе координат уравнение некоторой кривой имеет вид: $r = R$. Эта кривая является:

1. прямой
2. окружностью
3. параболой
4. гиперболой

Вопрос №18. Даны точки $O(0;0)$ и $A(1;2)$. Интеграл $\int_L (x + 2y)dx$ по прямой $L=OA$ равен:

1. $1/2$
2. $5/2$
3. 1
4. $3/2$

Вопрос №19. Поток радиус - вектора $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ через полную поверхность куба $-a \leq x \leq a$, $-a \leq y \leq a$, $-a \leq z \leq a$ внутри этой поверхности равен:

1. $24a^3$
2. $8a^3$
3. a^3
4. $-8a^3$

Вопрос №20. Вид дифференциального уравнения $y = x(y' - \sqrt{e^y})$:

1. линейное
2. в полных дифференциалах
3. с разделяющимися переменными
4. однородное

Вопрос №21. Вид дифференциального уравнения $(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0$

1. с разделяющимися переменными
2. линейное
3. однородное
4. в полных дифференциалах

Вопрос №22. Решением задачи Коши $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 0$ является:

1. $y = \frac{x}{\sin x}$
2. $y = \operatorname{tg} x$
3. $y = \frac{x}{\cos x}$
4. $y = x^2 + 1$

Вопрос №23. Уравнение касательной в точке (1; 2) к интегральной кривой уравнения :

$$2yy' + xy + 2x^2 = 0:$$

1. $y = 3 - x$
2. $y = 2x$
3. $y = x + 1$
4. $y = 2x + 3$

Вопрос №24. Определитель Вронского функций $1, \sin^2 x, \cos^2 x$:

1. $-\sin 4x$
2. 0
3. $-\sin 2x$
4. 1

Вопрос №25. Решение уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$:

1. $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
2. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
4. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$

Вопрос №26. Фундаментальная система решений дифференциального уравнения :

$$y''' + 3y'' + 2y' = 0$$

1. e^{-x}, e^{-2x}
2. $1, \cos 2x, \sin x$
3. $1, e^{-x}, e^{-2x}$
4. x, e^x, e^{2x}

Вопрос №27. Структура частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' + y = 2 \sin x + 3xe^{2x}$:

1. $y^* = x(A \cos x + B \sin x) + (Cx + D)e^{2x}$
2. $y^* = A \sin x + Bxe^{2x}$
3. $y^* = A \cos x + B \sin x + (Cx + D)e^{2x}$
4. $y^* = x(A \cos x + B \sin x) + Cxe^{2x}$

Вопрос №28. Структура частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = e^x$:

1. $y^* = Ax^2 e^x$

2. $y^* = Ae^x$

3. $y^* = Axe^x$

4. $y^* = (Ax + B)e^x$

Вопрос №29. Формула $n^{\text{го}}$ члена ряда: $\frac{1}{2} - \frac{4}{9} + \frac{9}{28} - \dots$ равна:

1. $u_n = (-1)^{n-1} \frac{3n-2}{7n-5}$

2. $u_n = (-1)^{n-1} \frac{n^2}{n^3+1}$

3. $u_n = (-1)^n \frac{n^2}{n^3+1}$

4. $u_n = (-1)^n \frac{3n-2}{7n-5}$

Вопрос №30. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (0,01)^n$:

1. сходится, $S = \frac{1}{99}$

2. расходится

3. сходится, $S = \frac{100}{99}$

4. сходится, $S = \frac{100}{101}$

Вопрос №31. Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$ нужно применить:

2. признак Коши

2. признак Даламбера

3. достаточный признак расходимости

4. признак Лейбница

Вопрос №32. Правильным решением при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ (*)

будет:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = 0$, \Rightarrow (*) сходится по необходимому признаку

сходимости ряда.

2. $u_n = \frac{1}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$, $v_n = \frac{1}{n}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/n \cdot \operatorname{tg} 1/\sqrt{n}}{1/n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \operatorname{tg} 1/\sqrt{n} = 0$.

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения

3. $u_n = \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} \sim \frac{1}{n\sqrt{n}}$ ($n \rightarrow \infty$). Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ сходится, \Rightarrow (*) сходится по

признаку сравнения

4. $u_n = \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} < \frac{1}{n\sqrt{n}} = v_n$ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ сходится, \Rightarrow (*) сходится по признаку

сравнения.

Вопрос №33. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \frac{n^{100}}{2^n}$:

1. расходится
2. сходится
3. сходится условно
4. **сходится абсолютно**

Вопрос №34. Областью сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-3)^n}{(n+1)^{3/2}}$ является интервал $[2; 4)$.

Тогда ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n}{(n+1)^{3/2}}$:

1. расходится
2. сходится условно
3. сходится
4. **сходится абсолютно**

Вопрос №35. Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} (x-1)^n$:

1. $(-\infty; \infty)$
2. $x = 1$
3. $(0; 2)$
4. $[-1; 3]$

Вопрос №36 Ряд Фурье для функции $f(x)$ имеет вид $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$. Если функция f нечетная, то:

1. $a_n = 0, b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx$

2. $a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx, b_n = 0$

3. $a_n = 0, b_n = 2 \int_0^1 f(x) \sin nx dx$

4. $a_n = 2 \int_0^1 f(x) \cos nx dx, b_n = 0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$ для $a_n, n \in \mathbb{N}$ для b_n)

Вопрос №37. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\pi \leq x < 0 \\ 1, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$. Значение суммы ряда Фурье этой функции в

точке $x = 0$ равно:

1. $S(0) = 1$

2. $S(0) = 0$

3. $S(0) = 1/2$

4. Не существует

Вопрос №38. Ортогональными на $[-1; 1]$ являются функции:

1. e^x, e^{3x}

2. $1, \cos x$

3. x^2, x^3

4. $\sin \pi x, \cos \pi x$

Вопрос №39. Длина вектора-градиента функции $z = x^3 + \frac{9}{4}x^2 \ln y$ в точке $(2; 1)$ равна:

1. 15

2. 21

3. 12

4. 9

Вопрос №40. Сумма частных производных функции $z = x^{2y}$ в точке $(1, 1)$ равна:

1. 1

2. 3

3. 4

4. 2

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. *Введение в анализ. Предел и непрерывность функции*

Функции, способы задания. Область определения, область значений функции. Предел функции в точке, на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы, следствия. Вычисление пределов с применением эквивалентных бесконечно малых величин. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функций на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация.

Тема 2. *Дифференциальное исчисление функций одной переменной*

Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных. Правила дифференцирования функций. Производная сложной функции. Дифференцирование неявных функций и функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена. Вычисление пределов функций с помощью формулы Тейлора. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Точки перегиба. Горизонтальные, вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования характера поведения функции и построение эскиза графика с применением производной.

Тема 3. *Интегральное исчисление функций одной переменной*

Первообразная заданной функции и неопределённый интеграл. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Замена переменной интегрирования в неопределённом интеграле. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование простейших иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций. Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной интегрирования в определённом интеграле. Интегрирование по частям в определённом интеграле. Площадь в прямоугольных и полярных координатах. Длина дуги в прямоугольных и полярных координатах. Вычисление объемов тел по известным поперечным сечениям. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, достаточные условия сходимости.

Тема 4. *Числовые и функциональные ряды*

Сходимость и расходимость числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Ряды с неотрицательными членами. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Сходимость, абсолютная сходимость и область сходимости функционального ряда. Степенные ряды, интервал сходимости. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Тригонометрические ряды Фурье. Ряды Фурье четных и нечетных функций.

Тема 5. *Функции нескольких переменных*

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Частные производные. Дифференциал функции нескольких переменных. Производная сложной функции. Производная неявной функции. Понятие о производной функции по данному направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции в области.

Тема 6. *Дифференциальные уравнения*

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности. Частное, общее, особое решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Метод разделения переменных. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным. Линейные уравнения. Методы интегрирования линейных уравнений. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений.

Тема 7. *Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля.*

Двойной интеграл. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Геометрические и физические приложения двойного интеграла. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в прямоугольных декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Вычисление. Приложения криволинейных интегралов. Формула Грина. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Вычисление интегралов по поверхности. Приложения интегралов по поверхности. Формула Стокса. Формула Остроградского. Поток, дивергенция, циркуляция, вихрь. Векторная формулировка теорем Остроградского и Стокса. Потенциальное и соленоидальное поле.

Список используемых источников:

1. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для студентов вузов / Г. Н. Берман. - 22-е изд., перераб. - СПб.: Профессия, 2001. - 432 с.
2. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие в 4 частях. Части 1, 2, 3. - Минск: Высш. шк., 2009.

Задания из [1,2] предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины и представляют собой подборки практических задач.

Приложение №3

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ (ОЧНАЯ ФОРМА)

Контрольная работа №1

Тема 1 *Введение в анализ. Предел и непрерывность функции.*

1. Вычислить пределы последовательности и функций:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt[3]{x} - 2x\sqrt[3]{x} + 9x - 6}{2x^{4/3} - 12x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 6x - 27}{x^2 - 2x - 3}$

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - 4}{x^2 - 6x + 5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 2\pi x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x^{10} - 3}{9x^{10} + 2} \right)^{-2x^{10}}$ е)* $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} + \ln(1-x) - 1}{\arcsin x}$

2. Определить α , при котором функция

$$y = \begin{cases} \alpha x^2, & \text{если } x < 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

всюду непрерывна. Нарисовать график этой функции.

3. Найти точки разрыва функции $y = \frac{|x-1|}{x^2 - x^3}$, установить их род.

Тема 2 *Дифференциальное исчисление функций одной переменной*

1. Найти производные функций:

1) $y = \operatorname{tg} 5x + \sin^4 7x + \ln^3(7x + 5)$;

2) $x \sin y + \ln y - 12x = 0$, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{dx}{dy}$?

3) $\begin{cases} x = a \cdot \cos t \\ y = a \cdot t \cdot \sin t \end{cases}$, $y'(x)$?

4) $y(x) = (1 + \ln(1 + 3x))^{\sin 2x}$; $y'(0)$?

- 5) Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \ln^3(1 + 2x) - x + 4$ в точке (0,4).

2. Провести полное исследование функции и построить ее график (индивидуальная работа):

1. $f(x) = \frac{e^{2+x}}{2+x}$,
2. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$,
3. $f(x) = (2x+1)e^{-x}$,
4. $f(x) = \frac{x^3}{x^2-3}$,
5. $f(x) = x + \ln(x^2-1)$,
6. $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$,
7. $f(x) = \frac{1-x^3}{x^2}$,
8. $f(x) = x - 2\operatorname{arctg}x$,
9. $f(x) = \ln(1+x^2)$,
10. $f(x) = x^2 e^{-x}$,
11. $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$,
12. $f(x) = \sqrt{x^2-x^3}$,
13. $f(x) = (x-2)e^{-\frac{1}{x}}$,
14. $f(x) = x \cdot \operatorname{arctg}x$,
15. $f(x) = \frac{x^3}{x^2-9}$,
16. $f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$,
17. $f(x) = \frac{8x}{(x-2)^2}$,
18. $f(x) = \sqrt[3]{x^2(3-x)}$,
19. $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$,
20. $f(x) = \frac{(x+3)^2}{x-4}$.

Контрольная работа №2

Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

1. $\int \frac{e^{\operatorname{tg}x} + \operatorname{ctg}x}{\cos^2 x} dx$
2. $\int x \cos(5x-7) dx$
3. $\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+10}$
4. $\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$
5. $\int \frac{dx}{\cos x + \sin x + 1}$
6. $\int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^4} dx$
7. $\int e^x \operatorname{arcsin} e^x dx$

Тема 6. Дифференциальные уравнения

1. Найти интегральную кривую уравнения $dy = xe^y dx$, проходящую через точку $M(2;0)$.
2. Составить уравнение касательной в точке $M(1; 0,5)$ к интегральной кривой уравнения $xy' + y = y^2$.
3. Решить уравнение $(x+y^2)dy = ydx$.
4. Решить уравнение $y' - y \cdot \operatorname{ctg}x = \sin x$.
5. Построить последовательные приближения y_0, y_1, y_2 к решению задачи Коши $y' = x - y^2$, $y(0) = 0$.

6. Решить уравнение $y''' - 8y'' + 13y' - 6y = 0$.
7. Определить вид частного решения уравнения $y'' + y = 2 \sin x$
8. Дана задача Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$, $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Найти $y(3)$.
9. Решить уравнение $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$

Приложение №3 (продолжение)

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ (ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Темы:

- Введение в анализ. Предел и непрерывность функции.
- Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
- Функции нескольких переменных.

1. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья раскрытия неопределенностей.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x}{-5x^2 + x - 1}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{2}{x} \right]^x$.

2. Найти производные заданных функций.

а) $y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^5$, б) $y = \frac{\operatorname{ctg} x^3 + \ln 4x}{\sqrt{6x+1}}$.

в) $y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}$, г) $y = 2^{\operatorname{tg} x} + x \sin 2x$, д) $\operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right) = 5x$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для функций, заданных параметрически: $x = \phi(t)$; $y = \varphi(t)$.

$x = \cos \left(\frac{t}{2} \right)$, $y = t - \sin t$.

4. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить график.

$y = \frac{3x}{x^2 - 4}$

5. Найти полный дифференциал функции $z = f(x; y)$

$f(x; y) = xy^3 - 2x^3y + 2y^4$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Темы:

- Интегральное исчисление функций одной переменной
- Дифференциальные уравнения
- Числовые и функциональные ряды

1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием

$$\text{а) } \int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\arctg^2 2x}{1 + 4x^2} dx; \quad \text{в) } \int x \cos 2x dx; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx.$$

2. Вычислить по формуле Ньютона – Лейбница определенный интеграл.

$$\int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^4}.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = ax^2 + bx + c$ и прямой $y = kx + l$. Сделать чертеж.

$$y = -x^2 - 6x - 5; \quad y = -x - 5.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям

$$y'' + 2y' + 5y = 13e^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$$

5. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену $a_n x^n$; найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

$$\frac{5^n x^n}{3^n + 4^n}.$$

Формулировки и перечень всех заданий контрольной работы (заочная форма) представлены в пособии:

Виницкая, Ж.И. Математический анализ. Часть 1. Учебно-методическое пособие по освоению дисциплины для студентов заочной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / Ж.И. Виницкая, Т.А. Кутузова, В.М. Смертин. – Калининград, Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2019. – 79 с.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

I. Введение в анализ. Предел и непрерывность функции

1. Множество действительных чисел. Свойства. Ограниченные множества. Точные верхняя и нижняя грани.
2. Функции, способы задания. Область определения, область значений функции. Основные элементарные функции.
3. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Достаточный признак существования предела для монотонной последовательности
4. Предел функции в точке, на бесконечности. Эквивалентность определений сходимости по Коши и по Гейне. Односторонние пределы.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
6. Теоремы о пределах функций.
7. Сравнение бесконечно малых величин.
8. Первый замечательный предел, следствия.
9. Второй замечательный предел, следствия.
10. Вычисление пределов с применением эквивалентных бесконечно малых величин.
11. Непрерывность функции в точке, свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность функций на промежутке. Непрерывность элементарных функций.
12. Точки разрыва функции, их классификация.
13. Непрерывные функции на замкнутом отрезке. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции и о достижении непрерывной функцией точной верхней и нижней грани.
14. Теоремы Больцано - Вейерштрасса об обращении непрерывной на отрезке функции в нуль и о промежуточном значении непрерывной функции.

II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

15. Задачи, приводящие к понятию производных. Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Односторонние и бесконечные производные. Необходимое условие существования производной.
16. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.
17. Правила дифференцирования функций. Производная сложной функции.
18. Дифференцирование неявных функций и функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
19. Дифференциал функции, его геометрический смысл и свойства. Инвариантность формы дифференциала.
20. Теорема Ферма о дифференцируемых функциях, ее геометрический смысл. Контрпримеры.

21. Теорема Ролля о дифференцируемых функциях, ее геометрический смысл. Контрпримеры.
22. Теорема Лагранжа о дифференцируемых функциях, ее геометрический смысл.
23. Теорема Коши о дифференцируемых функциях, ее геометрический смысл.
24. Производные и дифференциалы высших порядков.
25. Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталья.
26. Формулы Тейлора и Маклорена. Вычисление пределов функций с помощью формулы Тейлора.
27. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции.
28. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Критические точки по первой производной. Достаточные условия экстремума. Достаточные условия экстремума функции с использованием производных высших порядков. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
29. Необходимые и достаточные условия выпуклости (вогнутости) функции.
30. Точки перегиба. Необходимое условие существования точки перегиба. Критические точки по второй производной. Достаточные условия точки перегиба. Достаточные условия существования точки перегиба функции с использованием производных высших порядков.
31. Горизонтальные, вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, их отыскание.
32. Общая схема исследования характера поведения функции и построение графика с применением производной.

III. Интегральное исчисление функций одной переменной

33. Первообразная заданной функции и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла.
34. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Независимость вида неопределенного интеграла от выбора аргумента.
35. Основные методы интегрирования.
36. Замена переменной интегрирования в неопределённом интеграле.
37. Формула интегрирования по частям, примеры её применения.
38. Интегрирование рациональных дробей.
39. Интегрирование простейших иррациональностей.
40. Интегрирование тригонометрических функций.
41. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение определённого интеграла.
42. Свойства определённого интеграла.
43. Определённый интеграл с переменным верхним пределом.
44. Теорема Ньютона-Лейбница.
45. Замена переменной интегрирования в определённом интеграле. Примеры.
46. Интегрирование по частям определённого интеграла. Примеры.
47. Приложения определённого интеграла к некоторым задачам геометрии и механики.
48. Площадь в прямоугольных и полярных координатах.

49. Длина дуги в прямоугольных и полярных координатах.
50. Вычисление объемов тел по известным поперечным сечениям. Объем тела вращения.
51. Площадь поверхности вращения.
52. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, определение и свойства. Достаточные условия сходимости.

IV. Числовые и функциональные ряды

53. Сходимость и расходимость числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда.
54. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами.
55. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак.
56. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
57. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов.
58. Сходимость и равномерная сходимость функциональных последовательностей.
59. Сходимость, абсолютная сходимость и область сходимости функционального ряда.
60. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов.
61. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
62. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.
63. * Нормированные линейные пространства. Метрические пространства. Евклидовы пространства. Гильбертовы пространства.
64. * Функциональное пространство $L_2(a, b)$. Ортогональные системы функций в $L_2(a, b)$. Процесс ортогонализации Шмидта.
65. * Ряды Фурье в гильбертовом пространстве $L_2(a, b)$. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.
66. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема Дирихле о разложимости функции в ряд Фурье.
67. Ряды Фурье четных и нечетных функций.
68. Понятие о рядах Фурье непериодических функций на конечном промежутке.

V. Функции нескольких переменных

69. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.
70. Частные производные. Дифференцируемые функции нескольких переменных. Дифференциал функции нескольких переменных.
71. Производная сложной функции. Производная неявной функции.
72. Понятие о производной функции по данному направлению. Градиент.
73. Частные производные высших порядков.
74. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
75. Экстремум функции нескольких переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции в области. Понятие условного экстремума.

VI. Дифференциальные уравнения.

76. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Формулировка теоремы существования и единственности. Геометрическое содержание теоремы, геометрический смысл уравнения, связь между ними. Частное, общее, особое решения.
77. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Метод разделения переменных.
78. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным.
79. Линейные уравнения. Методы интегрирования линейных уравнений.
80. Уравнение Бернулли. Сведение к линейному уравнению.
81. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие уравнения в полных дифференциалах.
82. Интегрирующий множитель, способ нахождения.
83. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формулировка теоремы существования и единственности. Частное, общее, особое решения. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
84. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка.
85. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Свойства линейного дифференциального оператора и свойства решений. Линейная зависимость функций на интервале. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
86. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
87. Метод вариации произвольной постоянной для линейного неоднородного дифференциального уравнения.
88. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами.
89. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
90. Понятие о системах дифференциальных уравнений.

VII. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Элементы теории поля.

91. Понятие двойного интеграла. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.
92. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
93. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.
94. Понятие тройного интеграла. Геометрический и физический смысл тройного интеграла. Свойства. Вычисление тройного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.
95. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
96. Приложения тройного интеграла.

97. Понятие криволинейного интеграла первого рода. Вычисление. Физический смысл.
98. Понятие криволинейного интеграла второго рода. Вычисление. Физический смысл.
99. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
100. Приложения криволинейных интегралов.
101. Формула Грина.
102. Понятие поверхностных интегралов первого и второго рода. Физический смысл.
103. Вычисление интегралов по поверхности.
104. Приложения интегралов по поверхности.
105. Формула Стокса.
106. Формула Остроградского.
107. Поток, дивергенция, циркуляция, вихрь. Векторная формулировка теорем Остроградского и Стокса.
108. Потенциальное и соленоидальное поле.

Литература.

1. Д.Т. Письменный. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. М: Айрис – Пресс, 2008.
2. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк Основы математического анализа. Ч. I, II. М.: Физматлит, 2001.
3. С.М. Никольский. Курс математического анализа. М.: Физматлит. 2000.
4. Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. М.: Высш.шк. т.1, 2. 1998.
5. Н.М. Фихтенгольц. Основы математического анализа. М.: Наука, т.1, 2., 1968.
6. В.В. Степанов. Курс дифференциальных уравнений. М: Изд. Физматлит. 1958.
7. Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов и др. Сборник задач по математическому анализу в 3 - х частях. М: «Наука». 1984.
8. Г.Н. Берман. Сборник задач по курсу математического анализа. - М., Наука, 1985.
9. С.М. Алексеева. Ортогональные системы функций и их приложения. Изд. КГУ, 2001 г.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Найти интеграл $\int \frac{e^{\operatorname{tg}x} + \operatorname{ctg}x}{\cos^2 x} dx$
2. Найти интеграл $\int \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{\sin^2 x \cdot \cos x + 9 \cos^3 x} dx$.
3. Вычислить интеграл $\int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx$.

4. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции

$$y = \frac{1}{1+x^2} \text{ и его асимптотой.}$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли $r = a\sqrt{2 \cos 2\varphi}$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D y dx dy$, где D – область, ограниченная линиями

$$x^2 + y^2 = 2x, y = 0 (y \geq 0).$$

7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 0, z = x, x^2 + y^2 = 4$.

8. Нарисовать интегральные кривые дифференциального уравнения $y' = 2\sqrt{y}$.

Отметить особое решение.

9. Решить дифференциальное уравнение $x(1+y)dx - y\sqrt{1+x^2}dy = 0$.

10. Решить дифференциальное уравнение $y' + \operatorname{tg}x \cdot y = -\cos x$

11. Решить дифференциальное уравнение $y'' + y = \operatorname{tg}^2 x$.

12. Решить задачу Коши $y'' + 6y' + 9y = 10 \sin x, y(0) = y'(0) = 0$

13. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$

14. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n \cdot n!}{3^n}$

15. Дана периодическая функция периода 2π : $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -\pi < x \leq 0 \\ 1, & \text{если } 0 < x \leq \pi \end{cases}$.

Разложить ее на всей числовой оси в ряд Фурье. Начертить график суммы ряда Фурье.

16. Исследовать функцию $z = -(x+1)^2 - (y-2)^2$ на экстремум.

17. Найти градиент поля $U(M) = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$ в точке $M_0(1; 2; 2)$.

18. Найти поток радиуса-вектора через поверхность куба

$$-a \leq x \leq a, -a \leq y \leq a, -a \leq z \leq a \text{ внутри этой поверхности.}$$

19. Найти дивергенцию поля $\vec{F}(x, y, z) = \frac{\vec{r}}{r}$, где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

20. Найти поток вихря поля $\vec{F} = y^2\vec{i} + z^2\vec{j} + x^2\vec{k}$ через боковую поверхность части конуса $(z-3)^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 3$ в направлении оси Oz