



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

08.03.01 СТРОИТЕЛЬСТВО
Профиль программы
«ВОДОСНАБЖЕНИЕ И ВОДООТВЕДЕНИЕ»

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

морских технологий, энергетики и строительства
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	ОПК-1.6 Обработка расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическими методами	Математика (раздел «Теория вероятностей и математическая статистика»)	<u>Знать:</u> методы обработки расчетных и экспериментальных данных вероятностно-статистическим аппаратом. <u>Уметь:</u> обрабатывать расчетные и экспериментальные данные вероятностно-статистическими методами. <u>Владеть:</u> навыками решения задач профессиональной деятельности на основе расчетных и экспериментальных данных.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольной работе.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена, относятся:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля

успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 60 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2 Система оценивания тестовых заданий включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Система оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

Темы и типовые варианты заданий для практических занятий приведены в Приложении №2.

3.4. Учебным планом предусмотрено выполнение одной контрольной работы.

Темы и типовой вариант заданий контрольной работы приведены в Приложении №3.

3.5 Система оценивания результатов выполнения контрольной работы включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля и контрольной работе.

На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме, а также в форме тестирования. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 4.

4.2 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Система оценивания результатов обучения включает в себя оценки: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет

делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по специальности 08.03.01 Строительство (профиль «Водоснабжение и водоотведение»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.2022г. (протокол № 6).

И.о.заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры строительства (протокол № 5 от 19.04.2022 г.)

Заведующий кафедрой



В.А. Пименов

Приложение № 1

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

Вариант №1

Вопрос №1. Семь студентов играли в шахматы. Каждый студент сыграл с другим студентом один раз. Количество игр равно:

1. 49
2. 21
3. 42
4. 7

Вопрос №2. Производится 6 выстрелов в мишень, вероятность попадания в мишень при каждом выстреле постоянна и равна 0,4. Математическое ожидание случайной величины X – числа попаданий в мишень – равно:

1. 2,4
2. 2
3. 0,24
4. 0,4

Вопрос №3. Имеется 5 студенческих групп по 25 человек, в каждой из которых по 5 отличников. Из каждой группы выбирается случайным образом по одному студенту. Вероятность того, что среди выбранных студентов будет 3 отличника, равна:

1. $6/125$
2. $16/256$
3. $32/625$
4. $8/125$

Вопрос №4. Вероятность появления события в каждом из 10 независимых испытаний, равна 0,8. Математическое ожидание числа появлений события равно:

1. 1,6
2. 8
3. 0,8
4. 0,16

Вопрос №5. В магазин поступило 30% телевизоров фирмы L, остальное – фирмы N. В продукции фирмы L брак составляет 20% телевизоров; фирмы N – 15%. Вероятность наудачу выбрать исправный телевизор составляет:

1. 0,835
2. 0,65
3. 0,105
4. 0

Вопрос №6. Вероятность отказа устройства, состоящего из трех независимо работающих элементов с соответствующими вероятностями отказа элементов 0,1; 0,2; 0,05, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент, равна:

1. 0,316
2. 0,35
3. 0,001
4. 0

Вопрос №7. Прибор может работать в трёх режимах: нормальном, форсированном и недогруженном. Нормальный режим наблюдается в 60% случаев работы прибора, форсированный – в 30% и недогруженный – в 10%. Надёжность прибора (вероятность его безотказной работы в течение заданного времени) для нормального режима равна 0,8, для недогруженного – 0,9, для форсированного – 0,5. Тогда вероятность безотказной работы прибора равна:

1. 0,72
2. 0,8
3. 1
4. 0

Вопрос №8. Плотность вероятности $f(x)$ равномерно распределенной случайной величины X сохраняет в интервале (2; 4) постоянное значение, равное C ; вне этого интервала плотность вероятности равна нулю. Значение C равно:

1. 0,5
2. 6
3. 3
4. 0,1

Вопрос №9. Случайная величина X распределена равномерно на интервале (2; 6). Значение вероятности $P(X=5)$ равно:

1. 0
2. 1
3. 0,25
4. 2

Вопрос №10. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[a, b]$, где $a = 1, b = 3$. Тогда математическое ожидание $M(X)$ равно:

1. 0,5
2. 2
3. 3
4. 1

Вопрос №11. Время ожидания автобуса есть равномерно распределенная в интервале (0; 6) случайная величина X . Тогда среднее время ожидания (в минутах) очередного автобуса равно:

1. 6
2. 8
3. 4
4. 3

Вопрос №12. Функция распределения существует для случайных величин:

1. непрерывных
2. любых
3. принимающих положительные значения
4. дискретных

Вопрос №13. Ряд распределения вероятностей дискретной случайной величины

x	x_1	x_2	x_n
p	p_1	p_2	p_n

обладает следующим свойством: сумма $\sum p_i$ вероятностей всех возможных значений дискретной случайной величины равна:

1. 0
2. 2
3. -1
4. 1

Вопрос №14. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Тогда вероятность того, что X примет значение из промежутка $[a; b]$, можно вычислить по формуле:

1. $P(a \leq x < b) = F(b) - F(a)$
2. $P(a \leq x < b) = F(b) \cdot F(a)$
3. $P(a \leq x < b) = F^2(b) + F^2(a)$
4. $P(a \leq x < b) = F^2(b) \cdot F^2(a)$

Вопрос №15. Плотность вероятности $f(x)$ непрерывной случайной величины обладает свойством:

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$

2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = -5$

3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 23$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ не существует

Вопрос №16 Для изображения дискретного статистического ряда служит ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$ или $(x_1, p_1^*), (x_2, p_2^*), \dots, (x_k, p_k^*)$. Эта ломаная называется:

1. гистограммой
2. графиком функции распределения
3. полигоном частот
4. графиком плотности

Вопрос №17. Задано статистическое распределение выборки объема $n = \sum_{i=1}^k n_i$:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k

Выборочное среднее $\bar{x}_в$ вычисляется по формуле:

1. $\frac{x_1+x_2+\dots+x_k}{n}$
2. $\frac{x_1+x_k}{2}$
3. $\frac{x_1 \cdot n_1 + x_k \cdot n_k}{n}$
4. $\frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k}{n}$

Вопрос №18 Оценка $\tilde{\theta}$ неизвестного параметра θ генеральной совокупности в виде **одного числа (точки)**, определяемого по выборке, называется:

1. точечной
2. вероятностной
3. множественной
4. последовательной

Вопрос №19. Дан ряд распределения вероятностей дискретной случайной величины:

x_i	1	2	3
p_i	0,2	0,3	p

Значение p (вероятность того, что случайная величина примет значение 3) равно:

1. 0,5
2. 0
3. 2
4. -1

Вопрос № 20. По данным статистического распределения выборки объема n

x_i	1	2	3
n_i	3	5	2

выборочное среднее по формуле $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k}{n}$ равно:

1. 2
2. 1,9
3. 1,8
4. 1,5

Вариант №2

Вопрос №1. Количество трехзначных чисел с различными цифрами, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, равно:

1. 6
2. 27
3. 4
4. 9

Вопрос №2. По формуле $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ рассчитывают:

1. вероятность события, противоположного событию А
2. вероятность достоверного события
3. вероятность невозможного события
4. частоту события, противоположного событию А

Вопрос №3. Производится 11 выстрелов в мишень, вероятность попадания в мишень при каждом выстреле постоянна и равна 0,7. Математическое ожидание случайной величины X – числа попаданий в мишень – равно:

1. 7,7
2. 7
3. 0,33
4. 0,7

Вопрос №4. Монета брошена 3 раза. Тогда вероятность того, что все три раза выпадет «герб», равна:

1. 1/8
2. 1/4
3. 1/3
4. 3/8

Вопрос №5. В магазин поступило 40% холодильников фирмы L, остальное – фирмы N. В продукции фирмы L брак составляет 10% холодильников; фирмы N – 5 %. Вероятность наудачу выбрать неисправный холодильник составляет:

1. 0,07
2. 0,16
3. 0,1
4. 0

Вопрос №6. Вероятность безотказной работы устройства, состоящего из двух независимо работающих элементов с соответствующими вероятностями отказа элементов 0,3; 0,1, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент, равна:

1. 0,36
2. 0,63
3. 0,48
4. 0

Вопрос №7. В тире имеется пять ружей, вероятность попадания из которых равны соответственно 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 и 0.9. Вероятность промаха при одном выстреле, если стреляющий берёт одно из ружей наудачу, равна:

1. 0,3

2. 0,8
3. 0,5
4. 0,75

Вопрос №8. Плотность вероятности $f(x)$ равномерно распределенной случайной величины X сохраняет в интервале (1; 5) постоянное значение, равное C ; вне этого интервала плотность вероятности равна нулю. Значение C равно:

1. 0,25
2. 1
3. 2
4. 0,1

Вопрос №9. Случайная величина X распределена равномерно на интервале (2; 8). Значение вероятности $P(X=6)$ равно:

1. 0
2. 1
3. 0,25
4. 0,5

Вопрос №10. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[a, b]$, где $a = 2$, $b = 10$. Тогда математическое ожидание $M(X)$ равно:

1. 0,5
2. 5
3. 6
4. 8

Вопрос №11. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[a, b]$, где $a = 2$, $b = 8$. Тогда дисперсия $D(X)$ равна:

1. 2
2. 3
3. 1
4. 1/3

Вопрос №12. Математическое ожидание постоянной величины (константы) равно:

1. нулю
2. единице
3. не существует
4. значению этой константы

Вопрос №13. Функция распределения вероятности $F(x)$ случайной величины обладает свойством:

1. $F(x) < 0$
2. $0 \leq F(x) \leq 1$
3. $F(x) > 1$

4. $F(x)$ неограниченно возрастает

Вопрос №14. Дана функция распределения случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - \cos x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Плотность распределения $f(x)$ из условия $f(x) = F'(x)$ равна:

$$1. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 1 - \cos x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \cos x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \cos x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \sin x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Вопрос №15. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x)$. Тогда вероятность того, что X примет значение из промежутка $[a; b]$, можно вычислить по формуле:

$$1. P(a \leq x < b) = \int_a^b f(x) dx$$

$$2. P(a \leq x < b) = \frac{1}{2} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

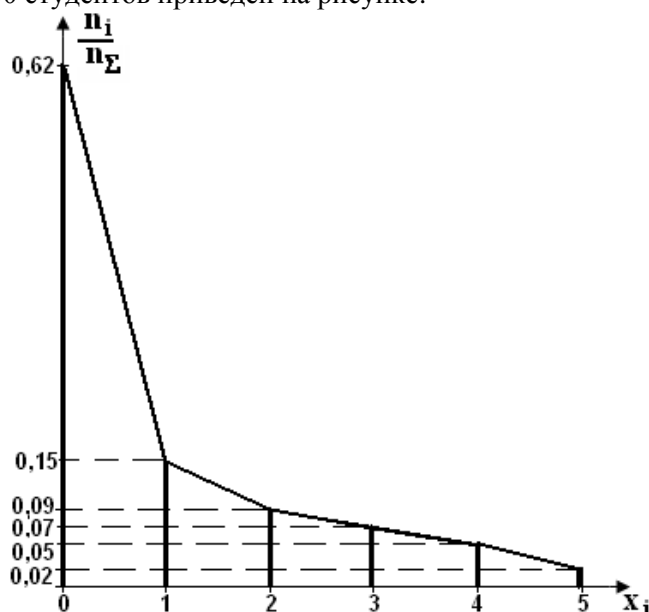
$$3. P(a \leq x < b) = 1 - \int_a^b f(x) dx$$

$$4. P(a \leq x < b) = \int_a^b f^2(x) dx$$

Вопрос №16. Эмпирической характеристикой выборки, соответствующей теоретическому математическому ожиданию, является:

1. выборочное среднее
2. квадрат выборочного среднего
3. корень квадратный из выборочного среднего
4. корень квадратный из выборочной дисперсии

Вопрос №17. Многоугольник распределения числа задолженностей x_i по результатам сдачи сессии 100 студентов приведен на рисунке:



Число студентов, имеющих более 3-х задолженностей, равно:

1. 15
2. 23
3. 7
4. 1

Вопрос №18. По результатам экзамена группа студентов набрала баллы:
3, 3, 2, 3,5, 3, 4, 3,4, 5, 2, 3, 3, 2, 4, 2, 5, 3, 4, 3.

Полученная выборка в виде вариационного ряда имеет вид:

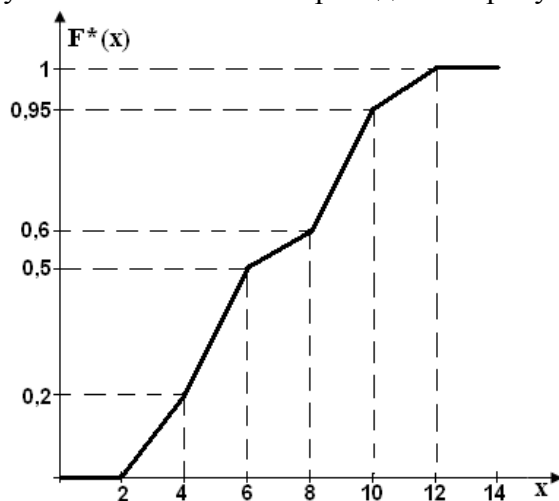
1. 2, 3, 4, 5
2. 5, 4, 3, 2
3. 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3,3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5,5
- 4.

x_i	2	3	4	5
n_i	4	9	4	3

Вопрос №19. Оценка $\tilde{\theta}$ неизвестного параметра θ , если с заданной вероятностью по данным выборки определяется **множество (интервал) значений**, внутри которого находится точное значение оцениваемого параметра, называется:

1. точечной
2. вероятностной
3. надежной
4. интервальной

Вопрос №20. Эмпирическая функция распределения $F^*(x)$ для $n = 100$ измерений случайной величины X приведена на рисунке.



Случайная величина примет значение, принадлежащее интервалу $X < 4$, в количестве измерений, равном:

1. 20
2. 10
3. 0
4. 50

Вариант №3

Вопрос №1. Количество пятизначных чисел с различными цифрами, которые можно составить из цифр 1, 2, 3,4,5, равно:

1. 120
2. 25
3. 80
4. 10

Вопрос №2. Сумма вероятностей двух несовместных событий равна:

1. сумме их вероятностей
2. разности их вероятностей
3. произведению их вероятностей
4. всегда равна 1

Вопрос №3. Производится 8 выстрелов в мишень, вероятность попадания в мишень при каждом выстреле постоянна и равна 0,65. Вероятность того, что будет зафиксировано ровно 3 попадания, вычисляется по формуле:

1. $8 \cdot 0,65^3 \cdot 0,35^5$
2. $\frac{8!}{5!} \cdot 0,65^3 \cdot 0,35^5$
3. $\frac{8!}{3!5!} \cdot 0,65^3 \cdot 0,35^5$
4. $0,65^3 \cdot 0,35$

Вопрос №4. В первом ящике 5 белых и 10 красных шаров. Во втором – 3 белых и 6 красных шаров. Из каждого ящика вынули по одному шару. Вероятность того, что оба шара красные, равна:

1. 1/10
2. 1/16
3. 1/4
4. 1/2

Вопрос №5. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний, постоянна и равна 0,3. Дисперсия случайной величины X - числа появлений события - равна:

1. 3
2. 21
3. 30
4. 70

Вопрос №6. Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что выпадет менее 2 очков, равна:

1. 1/6
2. 1/4
3. 1/3
4. 1/8

Вопрос №7. В магазин поступило 45% микроволновых печей фирмы L, остальное – фирмы N. В продукции фирмы L брак составляет 5%; фирмы N –10 %. Вероятность наудачу выбрать исправную микроволновую печь составляет:

1. 0,9225

2. 0,9
3. 0,55
4. 0,85

Вопрос №8. В тире имеется три пистолета, вероятности попадания из которых равны соответственно 0.4, 0.5, 0.6. Вероятность попадания при одном выстреле, если стреляющий берёт один пистолет наудачу, равна:

1. 0,5
2. 0,12
3. 0,25
4. 0,85

Вопрос №9. Случайная величина X распределена равномерно на интервале $(-1; 5)$. Значение вероятности $P(X=3)$ равно:

1. 0
2. 1
3. 0,25
4. 0,5

Вопрос №10. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

x	1	2	3	4
p	0,15	0,45	0,25	0,15

Вероятность того, что дискретная случайная величина X примет значения, принадлежащие интервалу $1 \leq X < 3$, равна:

1. 0,75
2. 0,6
3. 0,8
4. 0,25

Вопрос №11. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[a, b]$, где $a = 2$, $b = 14$. Тогда математическое ожидание $M(X)$ равно:

1. 7,5
2. 5
3. 8
4. 6

Вопрос №12. Время ожидания автобуса есть случайная величина X , равномерно распределенная в интервале $(0; 15)$. Тогда среднее время ожидания (в минутах) очередного автобуса равно:

1. 6
2. 8
3. 7,5
4. 3

Вопрос №13. Дисперсия постоянной величины (константы) равна:

1. значению этой константы
2. единице

3. не существует
4. нулю

Вопрос №14. Полигон (многоугольник) распределения является графическим изображением распределения вероятностей для случайных величин:

1. дискретных
2. любых
3. принимающих только положительные значения
4. непрерывных

Вопрос №15. Дана функция распределения случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^3 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Плотность распределения $f(x)$ из условия $f(x) = F'(x)$ равна:

$$1. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^3 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 3x & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 3x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Вопрос №16. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x)$.

Тогда вероятность того, что X примет значение из промежутка $(a; +\infty)$, можно вычислить по формуле:

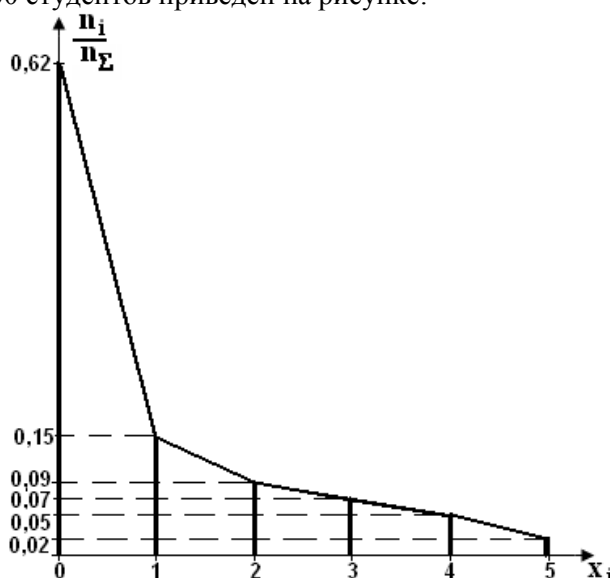
$$1. P(a \leq x < b) = \int_a^{+\infty} f(x) dx$$

$$2. P(a \leq x < b) = \frac{1}{2} \cdot \int_a^{+\infty} f(x) dx$$

$$3. P(a \leq x < b) = 1 - \int_a^{+\infty} f(x) dx$$

$$4. P(a \leq x < b) = \int_a^{+\infty} f^2(x) dx$$

Вопрос №17. Многоугольник распределения числа задолженностей x_i по результатам сдачи сессии 100 студентов приведен на рисунке:



Число студентов, имеющих не более 2-х задолженностей, равно:

1. 15
2. 20
3. 24
4. 1

Вопрос №18. По результатам экзамена группа студентов набрала баллы: 3, 3, 2, 3,5,5, 4, 3,4, 5, 2, 3, 3, 2, 4, 2, 5, 3, 4,5.

Полученная выборка в виде вариационного ряда имеет вид:

1. 2, 3, 4, 5
2. 5, 4, 3, 2
3. 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3,3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5,5,5,5
- 4.

x_i	2	3	4	5
n_i	4	7	4	5

Вопрос №19. Если случайные величины X и Y независимы, то их коэффициент корреляции r_{xy} равен:

1. 0
2. 1
3. -1
4. $-\infty$

Вопрос №20. Результаты статистической обработки выборочных значений случайной величины X представлены интервальной выборкой:

Границы интервалов X	0 - 6	6 - 12	12 - 18
Относительные частоты w_i	0,25	0,25	0,5

Выборочное среднее значение $\bar{x}_g = \sum x_i w_i$ случайной величины, если в качестве значений x_i принять середины соответствующих интервалов, равно:

1. 5
2. 10,5
3. 1
4. 12

Приложение №2

ЗАДАНИЯ ПО ТЕМАМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Различные подходы к введению понятия вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Задача №1. В урне находятся 3 черных и 7 белых шаров. Из урны последовательно извлекают два шара (без возвращения в урну). Определить вероятность того, что оба извлеченных шара будут черными.

Задача №2. В первом ящике 5 белых и 7 черных шаров. Во втором – 3 белых и 12 черных шаров. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара черные?

Задача №3. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 35. Найти вероятность того, что первый наудачу извлеченный жетон не содержит в номере цифры 1.

Задача №4. В ящике находятся 50 деталей, из которых 14 деталей изготовлено на станке №1, 16 деталей – на станке №2, остальные – на станке №3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на станке №1, отличного качества, равна 0,8. Для деталей, изготовленных на станках №2 и №3, эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,7. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная из ящика деталь окажется отличного качества.

Задача №5. Имеются три партии деталей по 40 деталей в каждой партии. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях соответственно равно 18, 14 и 16. Из наудачу выбранной партии извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Найти вероятность того, что стандартная деталь была извлечена из первой партии.

Тема 2. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.

Задача №1. Отдел технического контроля проверяет изделие на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,7. Найти вероятность того, что из четырех проверенных изделий три изделия стандартные

Задача №2. Вероятность появления событий A в каждом испытании равна 0,8. Определить наиболее вероятное число появлений событий A при проведении четырех независимых испытаний.

Задача №3. В ящике 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

Задача №4 Вероятность того, что деталь не прошла проверку ОТК, равна 0.2. Найти вероятность того, что среди 400 случайно отобранных деталей окажется непроверенных от 70 до 100 деталей.

Тема 3. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины.

Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства

Задача №1. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения, приведенным в таблице. Определите, чему равно математическое ожидание заданной дискретной случайной величины

x_i	-1	0	1	2	3	4
p_i	0,2	0,15	0,25	0,1	0,2	0,1

Задача №2. Дискретная случайная величина X задана функцией распределения, приведенной в таблице.

x	0	1	2	3	4	5	6
$F(x)$	0	0,134	0,445	0,721	0,959	0,996	1

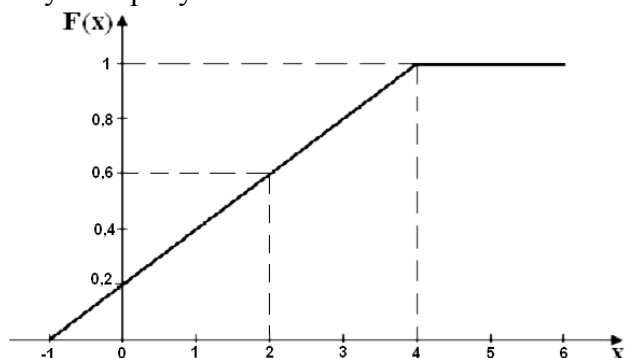
Определите, чему равна вероятность того, что дискретная случайная величина X примет значения, принадлежащие интервалу $1 \leq X < 3$.

Задача №3. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения, приведенным в таблице.

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,15	0,2	0,25	0,2	0,2

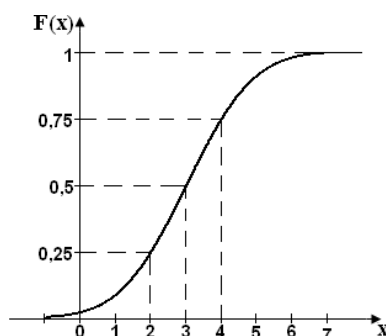
Определить, чему равна вероятность того, что дискретная случайная величина примет значения, принадлежащие интервалу $X \leq 2$.

Задача №4. Непрерывная случайная величина имеет функцию распределения, приведенную на рисунке



Чему равна вероятность того, что случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу $x > 2$?

Задача №5. Непрерывная случайная величина имеет функцию распределения, приведенную на рисунке.



Чему равна вероятность того, что случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу $x < 2$?

Задача №6. Случайная величина X имеет среднеквадратичное отклонение $\sigma_x = 2$. Чему равна дисперсия случайной величины $Z = 2x - 5$?

Задача №7. Случайные величины X и Y имеют математические ожидания $m_x = 3$, $m_y = 2$. Чему равно математическое ожидание случайной величины $Z = 4x - 3y$?

Тема 4. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

Задача №1. Непрерывная случайная величина X имеет нормальный закон распределения, заданный плотностью вероятности

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \exp\left[-\frac{(x+2)^2}{8}\right].$$

Определите, чему равны дисперсия D_x , среднее квадратичное отклонение σ_x и математическое ожидание m_x случайной величины X .

Задача №2. Непрерывная случайная величина X имеет экспоненциальное распределение, заданное плотностью вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ 3e^{-3x}, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Определите, чему равны дисперсия D_x , среднее квадратичное отклонение σ_x и математическое ожидание m_x случайной величины X .

Задача №3. Непрерывная случайная величина X имеет экспоненциальное распределение, заданное функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-0,5x}, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Определите, чему равны среднеквадратичное отклонение σ_x , дисперсия D_x и математическое ожидание m_x случайной величины X .

Задача №4. Непрерывная случайная величина X имеет равномерное распределение, заданное функцией распределения.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 2 \\ \frac{x-2}{8} & \text{при } 2 \leq x < 10 \\ 1 & \text{при } x \geq 10. \end{cases}$$

Чему равны дисперсия D_x , среднее квадратичное отклонение σ_x , и математическое ожидание m_x случайной величины X ?

Тема 5. Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические функции параметров распределения (точечные, интервальные).

Задача №1. В результате измерения случайной величины X получены следующие значения

№ измерения	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение случайной величины	19	22	18	17	23	18	21	15

Чему равна мода измеряемой случайной величины?

Задача №2. В результате измерения случайной величины X получены следующие значения

№ измерения	1	2	3	4
Значение случайной величины	5	3	2	4

Чему равно выборочное среднее значение, выборочная дисперсия, исправленная выборочная дисперсия случайной величины X ?

Задача №3. Дискретная случайная величина X при измерениях принимала значения x_i с частотами n_i , приведенными в таблице

x_i	0	1	2	3	4
n_i	340	400	175	60	25

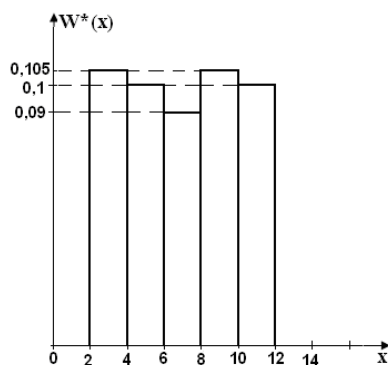
Чему равны мода, выборочные значения математического ожидания, начального момента второго порядка и дисперсии случайной величины?

Задача №4. Результаты статистической обработки выборочных значений случайной величины X представлены сгруппированной интегральной выборкой.

Границы интервалов X	0-4	4-8	8-12	12-16
Относительные частоты n_i/N	0,15	0,25	0,4	0,2

Чему равно выборочное среднее значение и выборочный начальный момент второго порядка случайной величины?

Задача №5. Гистограмма относительных частот значений измеряемой случайной величины X приведена на рисунке.



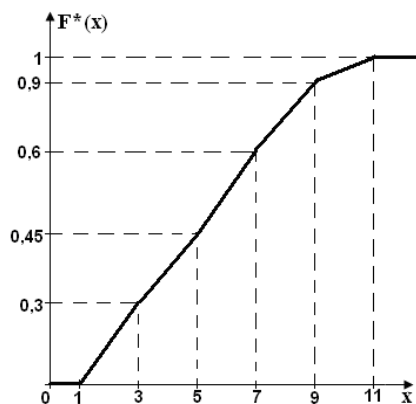
Чему равно выборочное значение математического ожидания и начального момента второго порядка случайной величины X ?

Задача №6. По результатам статистической обработки выборочных значений непрерывной случайной величины X получены значения эмпирической функции распределения $F^*(x)$, приведенные в таблице.

X	1	5	9	13	17	21
$F^*(x)$	0	0,1	0,4	0,7	0,8	1

Чему равно выборочное среднее значение случайной величины X ?

Задача №7. По результатам статистической обработки выборочных значений случайной величины X получена эмпирическая функция распределения $F^*(x)$, приведенная на рисунке.



Чему равно выборочное среднее значение случайной величины X ?

Тема 6. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора. Нахождение доверительных интервалов при нормальном распределении. Статистическая проверка статистических гипотез. Виды гипотез. Методы проверки. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические оценки параметров распределения.

Задача №1. При построении гистограммы относительных частот 100 результатов измерений случайной величины X получили значения относительных частот попадания значений случайной величины X в интервалы (строка 1), которые приведены во второй строке таблицы. В третьей строке приведены вероятности попадания случайной величины X в данные интервалы, найденные по теоретическому закону распределения, принятому в качестве гипотезы.

Границы интервалов	1-3	3-5	5-7	7-9
$P_i^* = \frac{n_i}{100}$	0,2	0,3	0,35	0,15
P_i	0,25	0,25	0,25	0,25

Чему равно значение хи-квадрат (χ^2) для выбранного в качестве гипотезы теоретического закона распределения?

Задача №2. По результатам статистической обработки экспериментальных данных получены следующие выборочные значения математического ожидания $m_x^* = 4$ и дисперсии $D_x^* = 3$.

Для гипотезы о равномерном распределении измеряемой случайной величины X определить точечную оценку границ "a" и "b" теоретического распределения случайной величины.

Задача №3. В результате статистической обработки экспериментальных данных получена гистограмма, на соответствие которой проверяется пять гипотез $H_1; H_2; H_3; H_4; H_5$ о теоретическом законе распределения измеряемой случайной величины X . Рассчитанные значения критерия хи-квадрат (χ^2) для данных гипотез приведены в таблице.

H_i	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5
χ^2_i	9,32	8,71	6,22	7,15	13,06

Какая из гипотез о теоретическом законе распределения измеряемой случайной величины X является наиболее предпочтительной?

Тема 7. Элементы регрессионного анализа в линейной форме. Метод наименьших квадратов.

Задача №1.

Дана таблица распределения 100 заводов по производственным средствам X (тыс. ден. ед) и по суточной выработке Y (т). Известно, что между X и Y существует линейная корреляционная зависимость.

а) найти уравнение прямой регрессии x на y .

б) построить эмпирическую линию регрессии и точки (X, Y)

$X \backslash Y$	64	72	80	88	96	104	112	120	m_x
1,0	6	2	4	—	—	—	—	—	12
1,3	—	3	8	6	—	—	—	—	17
1,6	—	—	—	8	14	5	—	—	27
1,9	—	—	—	7	8	9	—	—	24
2,2	—	—	—	—	4	5	6	—	15
2,5	—	—	—	—	—	1	1	3	5
m_y	6	5	12	21	26	20	7	3	100

ТЕМЫ И ТИПОВОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Тема 1. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Тема 2. Формулы Байеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.

Тема 3. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства

Тема 4. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

Тема 5. Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические функции параметров распределения (точечные, интервальные).

1. В каждой из двух урн содержится по 6 черных шаров и по 4 белых. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.

2. На заводе имеется $N=5$ цехов. Вероятность того, что некачественная деталь отсутствует в этих цехах, одинакова и равна $p=0,2$. Составить закон распределения числа цехов, на которых искомая деталь отсутствует в данный момент. Построить многоугольник распределения. Найти дисперсию и среднеквадратичное отклонение числа цехов, на которых искомая деталь отсутствует в данный момент.

3. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1 = 0,1$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(X)=3,9$ и дисперсия $D(X)=0,09$. Найти закон распределения этой случайной величины.

4. Случайная величина X задана интегральной функцией (функцией распределения) $F(x)$. Требуется: 1) найти дифференциальную функцию (плотность вероятности); 2) найти математическое ожидание и дисперсию X ; 3) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{100} & \text{при } 0 < x \leq 10 \\ 1 & \text{при } x > 10 \end{cases}$$

5. Заданы среднее квадратичное отклонение $\sigma=10$ нормально распределенной случайной величины X , выборочная средняя $\bar{x} = 18,61$, объем выборки $n=16$. Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания a с заданной надежностью $\gamma=0,95$

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Основные понятия комбинаторики: размещения, перестановки, сочетания.
2. Виды случайных событий.
3. Алгебра событий.
4. Классическое и статистическое определения вероятности события. Свойства вероятности.
5. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.
6. Теорема умножения вероятностей независимых событий.
7. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей зависимых событий.
8. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
9. Противоположные события. Вероятность появления хотя бы одного события.
10. Полная группа событий. Формула полной вероятности.
11. Вероятность гипотез. Формулы Байеса.
12. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
13. Локальная теорема Лапласа.
14. Распределение Пуассона.
15. Интегральная теорема Лапласа.
16. Случайные величины.
17. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
18. Ряд и многоугольник распределения.
19. Числовые характеристики дискретных случайных величин.
20. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства.
21. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях.
22. Дисперсия дискретной случайной величины, её свойства.
23. Формула для вычисления дисперсии.
24. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях.
25. Среднее квадратическое отклонение. Закон больших чисел.
26. Функция распределения вероятностей случайной величины, её свойства, график.
27. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины, её св-ва.
28. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.
29. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения.
30. Вероятностный смысл плотности распределения.
31. Закон равномерного распределения вероятностей
32. Показательное распределение.
33. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
34. Нормальное распределение, его математическое ожидание, дисперсия.
35. Нормальная кривая.
36. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном δ .
37. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины.
38. Понятие о системе двух случайных величин.
39. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины.
40. Функция распределения двумерной случайной величины.
41. Двумерная плотность вероятности.
42. Числовые характеристики системы двух случайных величин.
43. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.

44. Линейная регрессия и линейная корреляция.
45. Генеральная и выборочная совокупность. Повторная и бесповторная выборки. Статистическое распределение выборки.
46. Эмпирическая функция распределения.
47. Полигон и гистограмма.
48. Статистические оценки параметров распределения.
49. Несмещённые, эффективные и состоятельные оценки.
50. Генеральная средняя. Выборочная средняя. Групповая и общая средние.
51. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия.
52. Формула для вычисления дисперсии.
53. Точность оценки, доверительная вероятность (надёжность). Доверительный интервал.
54. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
55. Выборочные уравнения регрессии.
56. Выборочный коэффициент корреляции.
57. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотеза.
58. Критерии согласия.
59. Методы проверки статистических гипотез.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

- 1). В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлечённых деталей: а) нет бракованных; б) нет годных.
- 2). В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа нестандартных деталей среди четырёх отобранных.
- 3) Среди 30 экзаменационных билетов 8 лёгких. Два студента по очереди берут по билету. Какова вероятность того, что студентам достанется не больше одного лёгкого билета?
- 4). 40% изделий данного предприятия – это продукция высшего сорта. Некто приобрёл 5 изделий, изготовленных на этом предприятии. Чему равна вероятность, что четыре из них высшего сорта?
- 5). Из 20 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 8-с вероятностью 0.7; 4- с вероятностью 0.6 и 3- с вероятностью 0.5. Найти вероятность того, что наудачу выбранный студент не поразит мишень.
- 6). Из 30 кинескопов, имеющих в телевизионном ателье, 7 штук произведены заводом № 1, 15 – заводом № 2, восемь – заводом № 3. Вероятность того, что кинескоп изготовленный заводом № 1, в течение гарантийного срока не выйдет из строя, равна 0.95. Для кинескопа завода № 2 такая вероятность равна 0.9, а для завода № 3 – 0.8. Выбранный наудачу кинескоп выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что это был кинескоп, изготовленный заводом № 3.
- 7). Вероятность выклева стерляди из икры в искусственных условиях, равна 0.7. Сколько икринок стерляди нужно взять на контроль, чтобы с надёжностью 0,95 можно было ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности выклева не превзойдёт 0,05?
- 8) Случайная величина X имеет следующую интегральную функцию распределения вероятностей $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 1, \\ 1 - e^{-0.5(x-1)}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$

Требуется: а) найти дифференциальную функцию распределения вероятностей; б) найти вероятность того, что случайная величина X принимает значение из интервала (0,5;2,5)